15. *Čtyřicetkrát — dvacetkrát na devítky a dvacetkrát na šestky.*

16. *Jak by se asi ženil nebožtík?*

17. *Pan Dlouhý byl trpaslík a nedosáhl ve výtahu na knoflík do pětadvacátého poschodí. Jeden přítel (nevyniká právě ve vyprávění vtipů) dával jednou tuhle hádanku k lepšímu a začal takhle: „V jednom domě bydlel v pětadvacátém poschodí trpaslík . . .“*

18. *Ani jedna. Žloutky se do sněhu nedávají. Ten se dělá z bílků.*

19. *Oba vlaky budou, až se potkají, samozřejmě stejně daleko od Bostonu.*

20. *Moderní věda zjistila, že holubi vejce nesnášejí. To je výhradně starost holubic.*

21. *Dvoukoruna a koruna. Jedna z mincí, totiž dvoukoruna, není koruna.*

22. *Půldruhé hodiny je totéž jako devadesát minut.*

23. *Stačí pohřbít pozůstatky po obětech. Pozůstalé necháme pečovat o jejich hroby.*

24. *Ti dva obžalovaní byli siamská dvojčata.*

25. *Naneštěstí si zrovna teď nemohu vzpomenout, jak se tahle knížka jmenuje, ale žádné strachy, určitě mě to dřív nebo později napadne.*

3. Poctivci a padouši

A. Ostrov poctivců a padouchů

Existuje nepřeberné množství hádanek o ostrově, na němž jedni jeho obyvatelé, nazývaní poctivci, vždycky mluví pravdu, a ostatní, nazývaní padouchy, vždycky lžou. Předpokládá se, že každý obyvatel ostrova je buď poctivec, nebo padouch. Začnu jednou obecně známou hádankou toho druhu a pak uvedu řadu dalších, které jsem vymyslel sám.

26. V té staré hádance klábosí tři obyvatelé — A, B a C — na zahradě. Jde kolem cizinec a zeptá se A: „Jste padouch, nebo poctivec?“ A odpoví, ale nezřetelně, takže cizinec nerozezná, co řekl. Cizinec se nato zeptá B: „Co říkal A?“ B odpoví: „A říkal, že je padouch.“ V tomto okamžiku třetí, C, řekne: „Nevěřte B, ten lže!“ Co jsou B a C?

27. Když jsem poprvé narazil na tuhle hádanku, hned mě napadlo, že C tu nehraje žádnou podstatnou roli, že funguje spíš jako jakýsi přívěšek. Už když promluvil B, mohli jsme poznat, že B lže, a nepotřebovali jsme k tomu výpověď C (viz rozluštění). Další varianta hádanky už taková není.

Dejme tomu, že cizinec se nezeptá A, co je zač, ale: „Kolik je mezi vámi poctivců?“ A odpoví tak jako prve nezřetelně. Tak se cizinec zeptá B: „Co říkal A?“ B odpoví: „A říkal, že je mezi námi jediný poctivec.“ Nato řekne C: „Nevěřte B, ten lže!“ Co jsou B a C?

28. V této hádance vystupují jenom dva, A a B, každý z nich je poctivec nebo padouch. A prohlásí: „Aspoň jeden z nás je padouch.“ Co jsou A a B?

29. Dejme tomu, že A řekne: „Buď já jsem padouch, nebo B je poctivec.“ Co jsou A a B?

30. Dejme tomu, že A řekne: „Buď já jsem padouch, nebo dvě a dvě je pět." Co z toho usoudíte?

31. Zase máme tři, A, B a C, a každý je buď poctivec, nebo padouch. A a B prohlásí:
A: Všichni jsme padouši.
B: Právě jeden z nás je poctivec.
Co jsou A, B a C?

32. Dejme tomu, že A a B namísto toho řeknou:
A: Všichni jsme padouši.
B: Právě jeden z nás je padouch.
Dá se určit, co je B? Dá se určit, co je C?

33. Dejme tomu, že A řekne: „Já jsem padouch, ale B ne." Co jsou A a B?

34. Zase máme tři obyvatele ostrova, A, B a C. Každý z nich je buď poctivec, nebo padouch. O dvou obyvatelích budeme říkat, že mají stejnou povahu, když jsou oba poctivci nebo oba padouši. A a B prohlásí:
A: B je padouch.
B: A i C mají stejnou povahu.
Co je C?

35. Opět máme tři, A, B a C. A řekne: „B a C mají stejnou povahu." Nato se někdo zeptá C: „Mají A a B stejnou povahu?" Co C odpoví?

36. Tohle je pěkná hádanka, navíc ze skutečného života. Když jsem jednou přijel na ostrov poctivců a padouchů, šel jsem kolem dvou obyvatel, kteří odpočívali pod stromem. Zeptal jsem se jednoho z nich: „Je mezi vámi poctivec?" Odpověděl, a já znal na svou otázku správnou odpověď. Co je ten, kterého jsem se zeptal — poctivec, nebo padouch? A co je ten druhý? Ujišťuji vás, že jsem vám poskytl dostatek informací, abyste hádanku snadno rozluštili.

37. Dejme tomu, že přijedete na ostrov poctivců a padouchů. Jdete kolem dvou obyvatel, kteří se líně vyhřívají na sluníčku. Zeptáte se jednoho z nich, je-li ten druhý poctivec, a dostane se vám odpovědi (ano — ne). Pak se zeptáte toho druhého, je-li onen první poctivec. Zase se vám dostane odpovědi (ano — ne). Musí být obě odpovědi stejné?

38. Tentokrát jdete jen kolem jednoho obyvatele, co na sluníčku tluče špačky. Vzpomenete si, že se jmenuje Petr nebo Pavel, ale nemůžete se upamatovat, jestli tak nebo onak. Zeptáte se ho tedy, jak se jmenuje, a on vám odpoví: „Petr." Jak se jmenuje?

B. Poctivci, padouši a normální lidi

Neméně zajímavé jsou hádanky točící se kolem tří typů lidí: poctivců, co vždycky mluví pravdu, padouchů, co vždycky lžou, a normálních lidí, co někdy lžou a někdy mluví pravdu. Dám vám teď několik hezkých hádanek, co jsem si vymyslel o poctivcích, padouších a normálních lidech.

39. Máme tři lidi, A, B, a C, jeden z nich je poctivec, druhý padouch, třetí normální (ale ne nutně v tomhle pořadí). Prohlásí:
A: Já jsem normální.
B: To je pravda.
C: Já nejsem normální.
Co jsou A, B a C?

40. Dva lidi, A a B, z nichž každý je poctivec, padouch, nebo normální člověk, prohlásí:
A: B je poctivec.
B: A není poctivec.
Dokažte, že aspoň jeden z nich mluví pravdu, ale není poctivec.

41. Tentokrát A a B řeknou:
A: B je poctivec.
B: A je padouch.
Dokažte, že buď jeden z nich mluví pravdu, ale není poctivec, nebo jeden z nich lže, ale není padouch.

42. Na ostrově poctivců, padouchů a normálních lidí tvoří padouši nejnižší kastu, normální lidé střední kastu a poctivci kastu nejvyšší.
Dva lidi, A a B, z nichž každý je poctivec, padouch, nebo normální, prohlásí:
A: Jsem z nižší kasty než B.
B: To není pravda!
Lze určit, z které kasty je A a B? Dá se zjistit, jak je to s pravdivostí jejich výroků?

43. Máme tři lidi, A, B a C, jeden z nich je poctivec, jeden padouch a jeden normální. A a B prohlásí:
A: B je z vyšší kasty než C.
B: C je z vyšší kasty než A.
Poté C dostane otázku: „Kdo je z vyšší kasty, A, nebo B?"
Co C odpoví?

C. Ostrov Bahava

Ostrov Bahava je ostrovem ženské rovnoprávnosti, takže se tu i ženy dělí na poctivce, padouchy a normální. Jistá dávná vládkyně Bahavy vydala zákon, podle něhož poctivec může uzavřít sňatek jen s padouchem a padouch jen s poctivcem. (Takže normální člověk si může vzít jenom normálního.) V kterémkoliv manželském páru buď obě jeho polovice patří k normálním lidem, nebo jedna je poctivec a druhá padouch. Na ostrově Bahava se odehrávají další tři hádanky.

44. Nejdříve si představme jeden takový manželský pár, pana a paní A, a ti prohlásí:

Pan A: Moje žena není normální.
Paní A: Můj muž není normální.
Co je pan A, co je paní A?

45. Dejme tomu, že řeknou:
Pan A: Moje žena je normální.
Paní A: Můj muž je normální.
Bude odpověď stejná?

46. Teď půjde o dva manželské páry na ostrově Bahava, o pana a paní A a pana a paní B. Tři z nich řeknou:
Pan A: Pan B je poctivec.
Paní A: Manžel má pravdu, pan B je poctivec.
Paní B: Je to tak. Můj muž je poctivec.
Co je každý z těch čtyř, a které z uvedených tří výroků jsou pravdivé?

Rozluštění

26. *Je vyloučeno, aby ať už poctivec, nebo padouch řekl: „Jsem padouch," protože poctivec by nikdy nepronesl nepravdivý výrok, že je padouch, a padouch by nepronesl pravdivý výrok, že je padouch. A tedy nemohl říci, že je padouch. Takže B lhal, když řekl, že A řekl, že je padouch. B je tedy padouch. C řekl, že B lže, a B opravdu lhal, C tedy říkal pravdu a je poctivec. Takže B je padouch a C je poctivec. (Co je A, nedá se usoudit.)*

27. *Odpověď je tu stejná jako u předchozí hádanky, i když zdůvodnění se poněkud liší. Nejprve si všimněme, že B a C mají povahu opačnou, neboť si odporují. Takže z těchto dvou je jeden poctivec a druhý padouch. Kdyby A byl poctivec, pak bychom tu měli dva poctivce a A by nelhal a neříkal, že je mezi nimi jen jeden poctivec. Na druhé straně kdyby A byl padouch, pak by mezi nimi byl jediný poctivec; ovšem to by pak A, jakožto padouch, nemohl pronést tento pravdivý výrok. A tedy v žádném případě nemo-*

4. Alenka v Lese zapomínání*)

A. Lev a Jednorožec

Když Alenka vešla do Lesa zapomínání, nezapomínala všechno, jenom něco. Často zapomínala, jak se jmenuje, a asi vůbec nejvíc zapomínala, který den v týdnu zrovna je. Do Lesa také chodili Lev a Jednorožec. To jsou zvláštní stvoření. Lev každé pondělí, úterý a středu lže a ostatní dny v týdnu mluví pravdu. Jednorožec lže vždycky ve čtvrtek, v pátek a v sobotu, zato ve zbylé dny v týdnu mluví pravdu.

47. Jednou Alenka potkala Lva a Jednorožce, když zrovna odpočívali pod stromem. Ti dva prohlásili:

Lev: Včera jsem měl lhací den.

Jednorožec: Já měl včera taky lhací den.

Z těchhle dvou výroků Alenka (bylo to náramně bystré děvče) dokázala vyvodit, který je právě den v týdnu. Který to byl?

48. Při jiné příležitosti Alenka potkala Lva samotného. Prohlásil:

(1) Včera jsem lhal.

(2) Popozítří budu lhát zas.

Který den v týdnu byl?

49. Které dny v týdnu může Lev prohlásit:

(1) Včera jsem lhal.

(2) Zítra budu lhát zase.

*) **Pozn. překl.** Zde jsou parafrázovány příběhy hrdinů klasické pohádkové knížky Lewise Carrolla Alenka v kraji divů a za zrcadlem. Vyšli jsme z překladu Aloyse a Hany Skoumalových.

50. V které dny v týdnu může Lev prohlásit:

„Včera jsem lhal a zítra budu lhát zas."

Pozor! Odpověď v tomto případě není stejná jako u předchozí hádanky!

B. Tydliták a Tydlitek

Jednou se Lev a Jednorožec v Lese zapomínání celý měsíc ani neukázali. Měli co dělat jinde, horlivě bojovali za Krále.

Zato pilnými návštěvníky v Lese byli Tydliták a Tydlitek. Jeden z nich je jako Lev — lže každé pondělí, úterý a středu a mluví pravdu ostatní dny v týdnu. Druhý je jako Jednorožec — lže vždycky ve čtvrtek, v pátek a v sobotu, ostatní dny v týdnu mluví pravdu. Alenka nevěděla, který z nich je jako Lev a který jako Jednorožec. A aby to bylo všechno ještě zamotanější, oba bratři si byli tak podobní, že je Alenka dokonce od sebe ani nerozeznala, jedině když měli své límečky s vyšitým jménem, což bylo zřídkakdy. Takže pro Alenku to byla situace setsakra zapeklitá! Tady máme pár příhod, co Alenka zažila s Tydlitákem a Tydlitkem.

51. Jednou Alenka potkala oba bratry, a ti prohlásili:

První: Já jsem Tydliták.

Druhý: Já jsem Tydlitek.

Který z nich byl vlastně Tydliták a který Tydlitek?

52. Jiný den téhož týdne bratři prohlásili:

První: Já jsem Tydliták.

Druhý: Jestliže je to pravda, tak já jsem Tydlitek!

Kdo byl kdo?

53. Jindy zas Alenka potkala bratry a optala se jednoho: „Ty lžeš v neděli?" Odpověděl: „Ano." Pak se úplně stejně optala druhého. Co jí ten odpověděl?

54. Jindy bratři prohlásili:
První: (1) Já lžu v sobotu.
(2) Já lžu v neděli.
Druhý: Já budu lhát zítra.
Co bylo za den?

55. Jednou takhle Alenka potká jednoho z bratrů, a ten prohlásí: „Dneska lžu a jsem Tydlitek." Který to byl?

56. Dejme tomu, že by namísto toho prohlásil: „Dneska lžu, nebo jsem Tydlitek." Dá se pak určit, který z bratrů to byl?

57. Jednou Alenka potkala oba bratry. Prohlásili:
První: Jestliže já jsem Tydliták, tak on je Tydlitek.
Druhý: Jestliže on je Tydlitek, tak já jsem Tydliták.
Dá se určit, kdo byl kdo? Dá se určit, který den v týdnu byl?

58. Záhada je vyřešena!

Alenka využila jedinečné příležitosti a rozřešila tři veliké záhady. Zastihla bratry, jak se kření pod stromem. Doufala, že při tomhle setkání přijde na kloub třem věcem:
(1) který je den v týdnu,
(2) který z bratrů je Tydliták,
(3) lže-li Tydliták jako Lev, nebo jako Jednorožec (to chtěla vědět už dávno).

Bratři prohlásili:
První: Dneska není neděle.
Druhý: Dneska je pondělí.
První: Zítra má Tydlitek jeden ze svých lhacích dní.
Druhý: Lev lhal včera.

Alenka zatleskala ručkama, takovou měla radost. Přišla všem záhadám na kloub! Vy také?

C. Komu patří řehtačka?

Tydliták vám s Tydlitkem
začal divou rvačku,
protože mu Tydlitek
šlápl na řehtačku.

Najednou, propánajána!
Ti se ale lekli,
přiletěla černá vrána,
hned se rozutekli.

„No prosím," vyhrkl jednoho krásného dne na Alenku vítězoslavně Bílý Král, „já řehtačku našel, a spravil jsem ji. Že vypadá jako nová?"

„Opravdu," žasla Alenka, „vypadá, jako by ji vyrobili právě dnes. Ani malé dítě by to nepoznalo."

„Ani malé dítě?" vzkřikl Bílý Král přísně. „To přece není logické! Samozřejmě že malé dítě to nepozná, od malého dítěte se něco takového vůbec nedá čekat!"

„Měla jsi říci," pokračoval Král už o něco mírněji, „že ani dospělý člověk by to nepoznal, ani ten největší světový odborník na řehtačky."

„Dobrá," pokračoval Král, „odpouštím ti. Důležité je, že se řehtačka musí vrátit pravoplatnému majiteli. Uděláš to, prosím tě, za mě?"

„A kdo je ten pravoplatný majitel?" zeptala se Alenka.
„No to bys měla vědět sama!" odsekl Král nedůtklivě.

„Jak to?" vyzvídala Alenka.

„Protože je to jasně řečeno v říkance, jistě ji znáš, přece Tydliták tam prohlašuje, že mu Tydlitek šlápl na novou řehtačku, no tak řehtačka patří Tydlitákovi, ne?"

„Ne tak docela," odporovala Alenka, měla totiž zrovna chuť se hádat, „znám tu říkanku dobře, a věřím tomu, co říká."

„Tak o co jde?" rozkřikl se popletený Král.

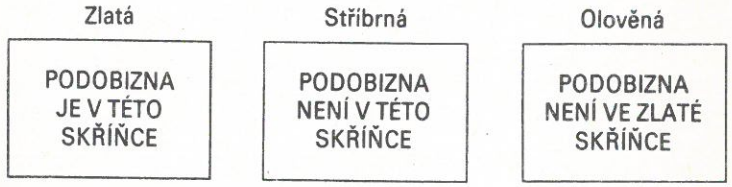
„Vždyť je to jednoduché," vysvětlila mu Alenka. „Řekněme, že říkanka říká pravdu. Tydliták tedy opravdu říká, že

5. Záhada Porciiných skříněk

A. Vyprávění první

67 a. V Shakespearově Benátském kupci vystupuje dívka Porcie, a ta má tři skříňky — zlatou, stříbrnou a olověnou — a v jedné z nich je Porciina podobizna. Kdo se uchází o její ruku, musí určit, v které skříňce podobizna je, a pokud má štěstí (nebo je tak chytrý) a uhodne, smí se s ní oženit. Na víku každé skříňky je nápis, který má nápadníkovi při volbě pomoci.

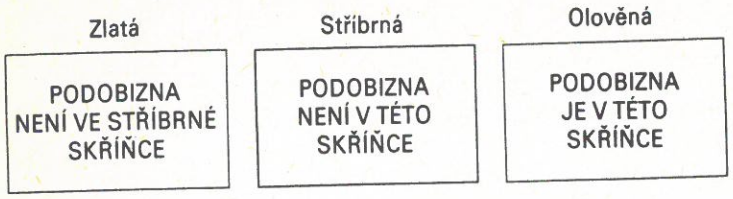
Dejme tomu, že by si Porcie chtěla vybrat manžela ne podle toho, jak je ctnostný, ale jen podle toho, jak je inteligentní. Dala na skříňky nápisy:



Nápadníkovi prozradila, že z těch tří nápisů je nanejvýš jeden pravdivý. Kterou skříňku měl nápadník vybrat?

67 b. Porciin nápadník vybral správnou skříňku, a tak byla svatba a žili spolu šťastně — alespoň nějaký čas. Pak však jednoho krásného dne Porcii napadlo: I když manžel jistou inteligenci při výběru správné skříňky prokázal, ta hádanka nebyla vůbec těžká. Raději jsem tenkrát měla dát těžší hádanku, a byla bych dostala opravdu chytrého manžela. A tak nelenila, rozvedla se a chtěla se vdát za někoho chytřejšího.

Tentokrát umístila na skříňky nápisy:



Nápadníkovi prozradila, že aspoň jeden z nápisů je pravdivý a aspoň jeden je nepravdivý. V které skříňce byla podobizna?

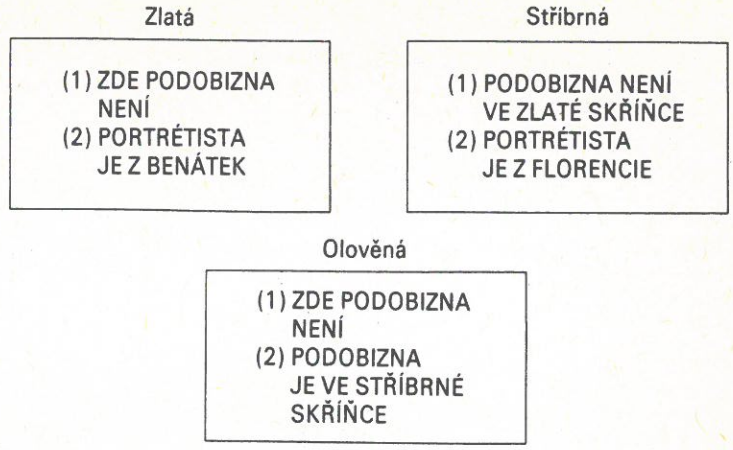
Jak už osud někdy dělá schválnosti, ukázalo se, že nápadníkem je Porciin bývalý manžel. A byl tak chytrý, že rozluštil i tuhle hádanku, takže se vzali znovu. Manžel si Porcii odvedl domů, přehnul ji přes koleno, pořádně jí naplácal, a Porcii už ty bláznivé nápady přešly.

B. Vyprávění druhé

Porcie a její choť už pak spolu žili pořád šťastně a narodila se jim dcera Porcie II. — dál už jí budeme říkat jenom Porcie. Když Porcie dospěla v mladou ženu, byla krásná a chytrá po mamince. Také ona se rozhodla vybrat si muže stejným způsobem. Nápadník musel podstoupit dvě zkoušky.

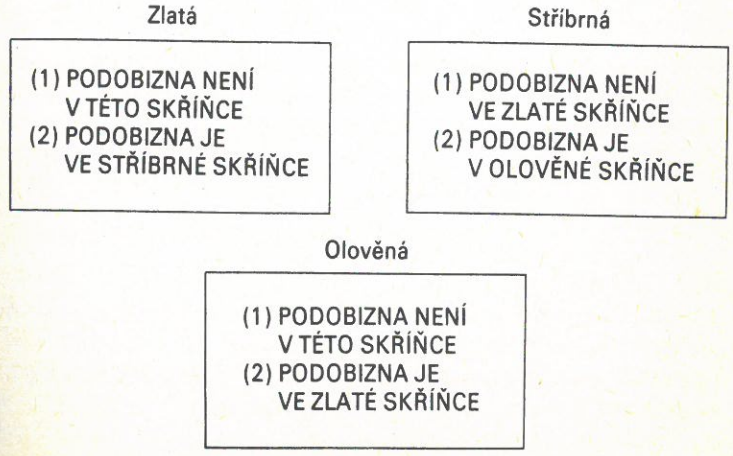
68 a. Zkouška první.

Při první zkoušce byly na každém víku nápisy dva a Porcie nápadníkovi prozradila, že ani na jednom z vík není více než jeden nepravdivý nápis. V které skříňce byla podobizna?



68 b. Zkouška druhá.

Když nápadník obstál v první zkoušce, odvedla ho Porcie do vedlejší síně, kde byly další tři skříňky. A také tady byly na každém víku dva nápisy. Porcie nápadníkovi prozradila, že na jednom z vík jsou oba pravdivé, na jednom jsou oba nepravdivé, a na jednom je jeden nápis pravdivý a druhý nepravdivý. V které skříňce byla podobizna?



Závěrem si uvedeme ještě jednu důležitou vlastnost implikace. Abychom dokázali, že platí výrok „pokud P, pak Q", stačí předpokládat platnost P a ukázat, že pak platí i Q. Jinými slovy, odvodíme-li z pravdivosti P pravdivost Q, je výrok P→Q pravdivý. Na tuto skutečnost se budeme odvolávat jako na **vlastnost 4.**

A. Aplikace implikace na poctivce a padouchy

109. Máme dva lidi, A a B, a každý je buď poctivec, nebo padouch. A pronese výrok: „Pokud jsem poctivec, pak B je taky poctivec." Dá se určit, co je A a co je B?

110. Zeptáte se A: „Jste poctivec?" A odpoví: „Když jsem poctivec, tak sním svůj klobouk!" Dokažte, že A musí sníst svůj klobouk.

111. A řekne: „Jestliže jsem poctivec, dvě a dvě jsou čtyři." Je to poctivec, nebo padouch?

112. A řekne: „Jestliže jsem poctivec, dvě a dvě je pět." Co z toho usoudíte?

113. Máme dva, A a B, každý je buď poctivec, nebo padouch. A řekne: „Pokud je B poctivec, tak já jsem padouch." Co je A a co B?

114. X a Y byli pohnáni před soud pro účast na loupeži. U soudu svědčí A a B, a každý je buď poctivec, nebo padouch. Svědkové prohlásí:

A: Jestliže je X vinen, pak je vinen i Y.

B: Buď je X nevinen, nebo je Y vinen.

Mají A i B nutně stejnou povahu? (Připomeňme si, že o dvou lidech z ostrova poctivců a padouchů říkáme, že mají stejnou povahu, když jsou buď oba poctivci, nebo oba padouši.)

115. Máme tři obyvatele, A, B a C z ostrova poctivců a padouchů. A a B pronesou výroky:

A: B je poctivec.

B: Pokud je A poctivec, pak je poctivec i C.

Dá se určit, co jsou A, B a C zač?

B. Logika a láska

116. Dejme tomu, že jsou pravdivé výroky:

(1) Miluji Bětku, nebo miluji Janu.

(2) Pokud miluji Bětku, pak miluji Janu.

Vyplývá z nich, že miluji Bětku? Vyplývá z nich, že miluji Janu?

117. Dejme tomu, že se mě kdosi zeptá: „Je to vážně pravda, že pokud miluješ Bětku, pak taky miluješ Janu?" Odpovím mu podle pravdy: „Jestliže je to pravda, tak miluji Bětku."

Vyplývá z toho, že miluji Bětku? Vyplývá z toho, že miluji Janu?

118. Tentokrát máme dvě dívky, Evu a Markétu. Někdo se mě zeptá: „Je to vážně pravda, že pokud miluješ Evu, miluješ i Markétu?" Odpovím mu podle pravdy: „Jestliže je to pravda, miluji Evu, a jestliže miluji Evu, je to pravda."

Kterou z dívek miluji?

119. Tentokrát máme tři dívky, Ivu, Marii a Danu.

Situace je složitá:

(1) Miluji aspoň jednu z těch tří dívek.

(2) Pokud miluji Ivu, ale ne Danu, pak miluji Marii.

(3) Buď miluji Danu i Marii, nebo nemiluji ani jednu z nich.

(4) Pokud miluji Danu, pak taky miluji Ivu.

Kterou z dívek miluji?

Nejsou ti logici praštění? Copak na to, abych věděl, miluju-li Bětku, Janu, Evu, Markétu, Ivu, Marii, Danu a já nevím ještě kterou, potřebuju zasednout za stůl a vypočítat si to? Představte si, že by se manželka optala svého učeného mužíčka: „Máš mě rád?", a on by si na půlhodinku sedl, počítal tužkou na papíře, a pak by jí odpověděl: „Ano, vyšlo mi, že tě miluju."

Připomíná mi to jednu údajně pravdivou historku o filozofovi Leibnizovi. Jednou prý přemítal, má-li se oženit s jistou dámou, nebo ne. Posadil se, vzal tužku a papír a napsal si dva sloupce: do jednoho sepisoval výhody, do druhého nevýhody takového kroku. Nakonec byl druhý sloupec delší, a tak se rozhodl neoženit se s ní.

120. Další hádanka je jednoduchá, má však překvapivé rozluštění. Jsem buď poctivec, nebo padouch. Pronesu dva výroky:

(1) Miluji Lindu.

(2) Pokud miluji Lindu, pak miluji Katku.

Jsem poctivec, nebo padouch?

121. Nová varianta starého přísloví.

Známé přísloví říká: „Pes, který štěká, nekouše." Mimochodem, zjistil jsem, že to není pravdivý výrok. Tuhle na mě vyběhl jeden pes, štěkal jako zběsilý a utrhl mi nohavici i s kusem lýtka. Vraťme se ale k přísloví. Co říkáte jeho nové variantě: „Pes, který štěká, nekouše, ledaže by štěkal?" Je to pravda, nebo ne?

C. Je na ostrově poklad?

Hádanky z předchozích dvou skupin se většinou týkaly podmíněných výroků, tj. výroků typu „Jestliže je pravdivý P, pak je pravdivý i Q". Hádanky z další skupiny budou mít co dělat hlavně s takzvanými vzájemně podmíněnými výroky, to znamená výroky typu „P je pravdivý, právě když

Q je pravdivý". Tento výrok znamená, že pokud je pravdivý P, pak je pravdivý i Q, a pokud je pravdivý Q, pak je pravdivý i P. Jinými slovy, je-li pravdivý jeden z výroků P a Q, je pravdivý i druhý. Znamená to rovněž, že P a Q jsou buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé. Výrok „P, právě když Q" se označuje symbolem $P \leftrightarrow Q$ a říká se „P je ekvivalentní s Q", nebo „P a Q jsou ekvivalentní". Tabulka pravdivosti pro **ekvivalenci** je

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
p	p	p
p	n	n
n	p	n
n	n	p

Všimněme si ještě dvou vlastností ekvivalence:

V_1: Každé tvrzení ekvivalentní pravdivému tvrzení je pravdivé.

V_2: Každé tvrzení ekvivalentní nepravdivému tvrzení je nepravdivé.

122. Je na ostrově poklad?

Rozšířila se pověst, že na jistém ostrově poctivců a padouchů je zakopán poklad. Přijedete na ostrov a ptáte se domorodce A, je-li na ostrově poklad. Odpoví vám: „Na tomhle ostrově je poklad, právě když jsem poctivec."

Hádanka má dvě části:

(a) Dá se určit, je-li A poctivec nebo padouch?

(b) Dá se určit, je-li na ostrově poklad?

123. Dejme tomu, že jste se A zeptal: „Je výrok, že jste poctivec, ekvivalentní výroku, že na tomhle ostrově je poklad?" Kdyby vám odpověděl „Ano", pak by se hádanka převedla na problém předchozí. Kdyby však odpověděl „Ne", dozvěděl byste se, je-li na ostrově poklad?

41. Tentokrát A a B řeknou:
A: B je poctivec.
B: A je padouch.
Dokažte, že buď jeden z nich mluví pravdu, ale není poctivec, nebo jeden z nich lže, ale není padouch.

42. Na ostrově poctivců, padouchů a normálních lidí tvoří padouši nejnižší kastu, normální lidé střední kastu a poctivci kastu nejvyšší.

Dva lidi, A a B, z nichž každý je poctivec, padouch, nebo normální, prohlásí:
A: Jsem z nižší kasty než B.
B: To není pravda!
Lze určit, z které kasty je A a B? Dá se zjistit, jak je to s pravdivostí jejich výroků?

43. Máme tři lidi, A, B a C, jeden z nich je poctivec, jeden padouch a jeden normální. A a B prohlásí:
A: B je z vyšší kasty než C.
B: C je z vyšší kasty než A.
Poté C dostane otázku: „Kdo je z vyšší kasty, A, nebo B?" Co C odpoví?

C. Ostrov Bahava

Ostrov Bahava je ostrovem ženské rovnoprávnosti, takže se tu i ženy dělí na poctivce, padouchy a normální. Jistá dávná vládkyně Bahavy vydala zákon, podle něhož poctivec může uzavřít sňatek jen s padouchem a padouch jen s poctivcem. (Takže normální člověk si může vzít jenom normálního.) V kterémkoliv manželském páru buď obě jeho polovice patří k normálním lidem, nebo jedna je poctivec a druhá padouch. Na ostrově Bahava se odehrávají další tři hádanky.

44. Nejdříve si představme jeden takový manželský pár, pana a paní A, a ti prohlásí:

Pan A: Moje žena není normální.
Paní A: Můj muž není normální.
Co je pan A, co je paní A?

45. Dejme tomu, že řeknou:
Pan A: Moje žena je normální.
Paní A: Můj muž je normální.
Bude odpověď stejná?

46. Teď půjde o dva manželské páry na ostrově Bahava, o pana a paní A a pana a paní B. Tři z nich řeknou:
Pan A: Pan B je poctivec.
Paní A: Manžel má pravdu, pan B je poctivec.
Paní B: Je to tak. Můj muž je poctivec.
Co je každý z těch čtyř, a které z uvedených tří výroků jsou pravdivé?

Rozluštění

26. *Je vyloučeno, aby ať už poctivec, nebo padouch řekl: „Jsem padouch," protože poctivec by nikdy nepronesl nepravdivý výrok, že je padouch, a padouch by nepronesl pravdivý výrok, že je padouch. A tedy nemohl říci, že je padouch. Takže B lhal, když řekl, že A řekl, že je padouch. B je tedy padouch. C řekl, že B lže, a B opravdu lhal, C tedy říkal pravdu a je poctivec. Takže B je padouch a C je poctivec. (Co je A, nedá se usoudit.)*

27. *Odpověď je tu stejná jako u předchozí hádanky, i když zdůvodnění se poněkud liší. Nejprve si všimněme, že B a C mají povahu opačnou, neboť si odporují. Takže z těchto dvou je jeden poctivec a druhý padouch. Kdyby A byl poctivec, pak bychom tu měli dva poctivce a A by nelhal a neříkal, že je mezi nimi jen jeden poctivec. Na druhé straně kdyby A byl padouch, pak by mezi nimi byl jediný poctivec; ovšem to by pak A, jakožto padouch, nemohl pronést tento pravdivý výrok. A tedy v žádném případě nemo-*

hl říci, že je mezi nimi jen jeden poctivec. B tedy nesprávně reprodukoval výrok A, takže B je padouch a C je poctivec.

28. *Předpokládejme, že A je padouch. Potom by výrok „Aspoň jeden z nás je padouch" byl nepravdivý (padouši pronášejí nepravdivé výroky), a oba dva by byli poctivci. Kdyby A byl padouch, musel by být také poctivec, což není možné. Takže A není padouch, a je to poctivec. Jeho výrok je tedy pravdivý, a aspoň jeden z nich je skutečně padouch. Jelikož A je poctivec, tak padouch musí být B. Takže A je poctivec a B padouch.*

29. *Tato hádanka je vhodným uvedením do logické* ***disjunkce.*** *Máme dva výroky, P a Q. To, že platí výrok „buď P, nebo Q", znamená, že alespoň jeden z výroků P a Q je pravdivý (případně jsou pravdivé oba). Když je výrok „buď P, nebo Q" nepravdivý, pak oba výroky, P i Q, jsou nepravdivé. Například když řeknu: „Buď prší, nebo sněží," a můj výrok je nepravdivý, tak není pravda, že prší, a není ani pravda, že sněží.*

V tomhle smyslu se spojení „buď — nebo" užívá v logice, a tak ho také budeme užívat v celé naší knížce. Ve všedním životě se tohoto spojení užívá někdy v tomto smyslu (připouští se, že platí obě možnosti), a někdy ve smyslu vylučovacím — to znamená, že platí právě jedna z obou možností. Příklad takového vylučovacího užití: Řeknu-li „Buď si vezmu Bětku, nebo si vezmu Janu," rozumí se, že obě možnosti se navzájem vylučují, to jest že si nehodlám vzít obě dívky. Na druhé straně jestliže se například podle seznamu přednášek na posluchači požaduje, aby absolvoval buď dva semestry matematiky, nebo dva semestry toho či onoho cizího jazyka, univerzita zajisté nikoho nevyloučí za to, že absolvuje obojí. To je nevylučovací význam spojení „buď — nebo" a výhradně tak je budeme užívat my.

Logická operace „buď — nebo" má další důležitou vlastnost: Uvažujme výrok „P nebo Q" (kratší vyjádření výroku „buď P, nebo Q") a dejme tomu, že je pravdivý. V tom případě pokud P je nepravdivý, pak Q musí být pravdivý.

(Alespoň jeden je pravdivý, takže když P je nepravdivý, tak pravdivý výrok musí být Q). Tak třeba dejme tomu, že je pravda, že buď prší, nebo sněží, není však pravda, že prší. Pak musí být pravda, že sněží.

Tuto teorii teď využijeme k řešení naší hádanky. A pronesl výrok disjunktivního typu: „Buď já jsem padouch, nebo B je poctivec." Dejme tomu, že A je padouch. Pak zmíněný výrok je nepravdivý. To znamená: není pravda, ani že A je padouch, ani že B je poctivec. Kdyby tedy A byl padouch, vyplývalo by z toho, že není padouch, což si odporuje. Takže A musí být poctivec.

Zjistili jsme, že A je poctivec, a tak je pravdivý jeho výrok, že platí aspoň jedna z možností: (1) A je padouch; (2) B je poctivec. Jelikož možnost (1) neplatí (A je poctivec), pak musí platit možnost (2), totiž že B je poctivec. Takže A i B jsou poctivci.

30. *Dojdeme k jedinému závěru, že autor hádanky není poctivec. Ani poctivec, ani padouch by totiž nemohli něco takového vyslovit. Kdyby A byl poctivec, pak výrok, že A je padouch nebo že dvě a dvě je pět, by byl nepravdivý, ježto neplatí, ani že A je padouch, ani že dvě a dvě je pět. Poctivec A by tak pronesl nepravdivý výrok, což není možné. Na druhé straně kdyby A byl padouch, pak výrok, že A je padouch nebo že dva a dva je pět, by byl pravdivý, poněvadž první výrok, že A je padouch, je pravdivý. Padouch A by tak pronesl pravdivý výrok, což je rovněž nemožné.*

Podmínky této hádanky si odporují (podobně jako v hádance o všeprobíjející střele a neprůstřelném pancíři). Takže já, autor hádanky, se buď mýlím, nebo lžu. Ujišťuji vás však, že se nemýlím. Z čehož vyplývá, že nejsem poctivec. V zájmu své pověsti místopřísežně prohlašuji, že jsem už přinejmenším jednou mluvil pravdu, takže nejsem ani padouch.

31. *Především A musí být padouch, protože kdyby byl poctivec, pak by bylo pravda, že všichni tři jsou padouši, tedy i A by byl padouch. Kdyby tedy A byl poctivec, musel by*

být padouch, což není možné, takže A je padouch. Jeho výrok je nepravdivý, ve skutečnosti tedy je mezi nimi aspoň jeden poctivec.

A teď předpokládejme, že B je padouch. Pak by A i B byli padouši, takže C by byl poctivec (protože mezi nimi je aspoň jeden poctivec). To by znamenalo, že je mezi nimi právě jeden poctivec, takže výrok B by byl pravdivý. Padouch však nemůže pronášet pravdivé výroky. Takže B musí být poctivec.

Teď víme, že A je padouch a že B je poctivec. Poněvadž B je poctivec, jeho výrok je pravdivý, takže je mezi nimi právě jeden poctivec. Tímto poctivcem je B, takže C musí být padouch. Zjistili jsme, že A je padouch, B je poctivec a C je padouch.

32. *Nelze určit, co je B, lze však dokázat, že C je poctivec.*

Především A musí být padouch, ze stejných důvodů jako u předchozí hádanky, takže i tady je mezi nimi aspoň jeden poctivec. Nu a B je buď poctivec, nebo padouch. Předpokládejme, že je poctivec. Pak je pravda, že právě jeden z nich je padouch. Tímto jediným padouchem bude A, takže C bude poctivec. Jestliže tedy B je poctivec, je jím i C. Na druhé straně jestliže B je padouch, pak C musí být poctivec, (všichni tři nemohou být padouši, jak už víme). Takže ať tak nebo tak, C je poctivec.

33. *Především A nemůže být poctivec — to by jeho výrok byl pravdivý, což by znamenalo, že je padouch. Takže A je padouch a jeho výrok je nepravdivý. Kdyby B byl poctivec, pak výrok A by byl pravdivý. B je tedy také padouch. Takže A i B jsou padouši.*

34. *Předpokládejme, že A je poctivec. Pak jeho výrok, že B je padouch, je pravdivý, a B je padouch. Výrok B, že A a C mají stejnou povahu, je tedy nepravdivý, a A a C nemají stejnou povahu. A tak C je padouch (neboť A je poctivec). Takže pokud A je poctivec, pak C je padouch.*

Na druhé straně předpokládejme, že A je padouch. Potom jeho výrok, že B je padouch, není pravdivý, a B je poctivec. Tedy výrok B, že A a C mají stejnou povahu, je pravdivý. To znamená, že C je padouch (protože jím je A).

Ukázali jsme, že bez ohledu na to, je-li A poctivec nebo padouch, C musí být padouch. C je tedy padouch.

35. *Rozebereme si jednotlivé možnosti.*

1. možnost: A je poctivec. *Pak B a C mají stejnou povahu. Jestliže C je poctivec, pak B je také poctivec, B má tedy stejnou povahu jako A, takže C, protože mluví vždycky pravdu, odpoví „Ano". Jestliže C je padouch, pak B je také padouch (B má stejnou povahu jako C), a tak B nemá stejnou povahu jako A. Protože C je padouch, bude lhát a odpoví „Ano".*

2. možnost: A je padouch. *Potom B a C nemají stejnou povahu. Jestliže C je poctivec, pak B je padouch, a B má stejnou povahu jako A. Takže C, protože je to poctivec, odpoví „Ano". Jestliže C je padouch, pak B, protože nemá stejnou povahu jako C, je poctivec, a B nemá stejnou povahu jako A. Pak C, protože je to padouch, bude lhát a odpoví „Ano".*

V obou případech tedy C odpoví „Ano".

36. *Abyste rozluštili tuhle hádanku, musíte využít informaci, kterou jsem vám poskytl, že totiž poté, co mi jeden z těch dvou odpověděl na mou otázku, znal jsem na ni správnou odpověď.*

Předpokládejme, že ten člověk — nazvěme ho A — odpověděl „Ano". Mohl jsem pak už vědět, je-li aspoň jeden z těch dvou poctivec? Nikoliv. Mohlo by to být totiž tak, že A byl poctivec a odpověděl podle pravdy „Ano" (což by odpovídalo skutečnosti, neboť aspoň jeden z nich — totiž A — byl poctivec), nebo to mohlo být i tak, že oba dva to byli padouši, a potom A odpověděl nepravdivě „Ano" (což by skutečně bylo nepravdivé, protože ani jeden nebyl poctivec). Kdyby tedy A odpověděl „Ano", nic bych se byl nedověděl. Jenže řekl jsem vám přece, že jsem věděl, jak to je, hned jak mi A odpověděl. Takže A musel odpovědět „Ne".

Teď už snadno zjistíme, co je A a co ten druhý — nazvěme ho B: Kdyby A byl poctivec, nemohl by odpovědět „Ne", takže A je padouch. Poněvadž jeho odpověď „Ne" je nepravdivá, je z nich aspoň jeden poctivec. Takže A je padouch a B je poctivec.

37. *Ano, musí být stejné. Jestliže ti dva jsou oba poctivci, pak oba odpovědí „Ano". Pokud jsou oba padouši, pak zase oba odpovědí „Ano". Jestliže jeden z nich je poctivec a druhý padouch, pak oba odpovědí „Ne."*

38. *Tady jsem si dovolil trochu zašpásovat. Klíč k rozluštění je ve větě „co na sluníčku tluče špačky". Z toho plyne, že je to trapič zvířat, a trapiči zvířat jsou odporní padouši. Takže ten člověk se jmenoval „Pavel".*

39. *Především A nemůže být poctivec, protože poctivec by nikdy neřekl, že je normální. Takže A je buď padouch, nebo normální. Předpokládejme, že A je normální. Pak výrok B je pravdivý, a tedy B je poctivec nebo normální, jenomže B nemůže být normální (protože tím je A), takže B je poctivec. Na C už nezbývá nic než padouch. Jenže padouch nemůže říci, že není normální (protože padouch ve skutečnosti normální není), takže tu máme rozpor a A nemůže být normální. Je tedy A padouch. Potom výrok B je nepravdivý, takže B je normální (nemůže být padouch, protože tím je A). Tak tedy A je padouch, B je normální a C je poctivec.*

40. *Na této hádance je zajímavé, že se tu nedá určit, je-li to A nebo B, kdo mluví pravdu a přitom není poctivec. Můžeme tu dokázat jen to, že aspoň jeden z nich má uvedené vlastnosti.*

Buď A mluví pravdu, nebo ji nemluví. Dokážeme:

(1) Jestliže A mluví pravdu, pak to není poctivec.

(2) Jestliže A nemluví pravdu, pak B mluví pravdu, avšak není poctivec.

(1) Předpokládejme, že A mluví pravdu. Pak B je poctivec a mluví pravdu, takže A není poctivec. Jestliže tedy A mluví pravdu, pak není poctivec.

(2) Předpokládejme, že A nemluví pravdu. Pak B není poctivec. Ale B mluví pravdu, protože A není poctivec (neboť A nemluví pravdu). Takže v tomto případě B mluví pravdu, avšak není poctivec.

41. *Ukážeme, že pokud B mluví pravdu, tak není poctivec, a pokud nemluví pravdu, tak A lže, ale není padouch.*

(1) Předpokládejme, že B mluví pravdu. Potom A je padouch a nemluví pravdu, a tedy B není poctivec. Takže v tomto případě B mluví pravdu, avšak není poctivec.

(2) Předpokládejme, že B nemluví pravdu. Potom A není padouch. Jenomže A lže, protože B nemůže být poctivec, když nemluví pravdu. Takže v tomto případě A lže, ale není padouch.

42. *Především A nemůže být poctivec; poněvadž poctivec nemůže být z nižší kasty než někdo jiný. A teď předpokládejme, že A je padouch. Potom je jeho výrok nepravdivý a A není z nižší kasty než B. Takže B musí být také padouch (kdyby nebyl, A by byl z nižší kasty než B). Jestliže tedy A je padouch, je jím i B. Jenomže to je vyloučeno, protože B říká opak toho, co A, a dvě navzájem opačná tvrzení nemohou být obě nepravdivá. Předpoklad, že A je padouch, vede k rozporu, takže A není padouch. Tak tedy A je normální.*

A pokud jde o B? Nu, kdyby to byl poctivec, pak A (normální) by byl z nižší kasty než B, a tak výrok A by byl pravdivý a výrok B nepravdivý. Měli bychom tu poctivce B vyslovujícího nepravdivý výrok, což není možné. B tedy není poctivec. Předpokládejme, že B je padouch. Pak by výrok A byl nepravdivý a výrok B pravdivý, a měli bychom padoucha B vyslovujícího pravdivý výrok. Takže B není ani padouch. Tak tedy B je normální.

Zjistili jsme, že A i B jsou normální. Tedy výrok A je nepravdivý a výrok B pravdivý. Podařilo se nám zodpovědět všechny otázky.

43. 1. krok: *Nejprve prokážeme, že z výroku A vyplývá, že C nemůže být normální. Jestliže A je poctivec, pak B je skutečně z vyšší kasty než C, takže B je normální a C je padouch. V tomto případě tedy C není normální. Předpokládejme dále, že A je padouch. Potom B ve skutečnosti není z vyšší kasty než C, takže B je normální a C je poctivec. Ani v tomto případě C není normální. Třetí možnost je, že A je normální, pak ovšem C není normální (normální je jenom jedna z osob A, B a C). Takže C není normální.*

2. krok: *Stejná úvaha nás dovede k tomu, že z výroku B vyplývá, že A není normální. Takže A ani C nejsou normální, a tak normální je B.*

3. krok: *Protože C není normální, je to poctivec nebo padouch. Předpokládejme, že je poctivec. Pak A je padouch (podle 2. kroku je B normální), a tak B je vyšší kasty než A. Takže C, protože je poctivec, odpoví podle pravdy: „B je z vyšší kasty než A."*

Na druhé straně předpokládejme, že C je padouch. Potom A je poctivec, a tak B není z vyšší kasty než A. Takže C, protože je padouch, zalže a řekne: „B je z vyšší kasty než A." Tedy bez ohledu na to, je-li poctivec nebo padouch, C odpoví, že B je z vyšší kasty než A.

44. *Pan A nemůže být padouch, protože pak by jeho manželka byla poctivec a nebyla by normální, takže výrok pana A by byl pravdivý. Podobně paní A nemůže být padouch. Nikdo z nich nemůže být ani poctivec (jinak by choť byl(a) padouch), takže jsou oba normální (a oba lžou).*

45. *U téhle hádanky je odpověď stejná. (Tentokrát však oba mluví pravdu.)*

46. *Uvidíte, že všichni čtyři jsou normální, a že všechny tři výroky jsou lži.*

Především musí být normální paní B. Kdyby byla poctivec, její muž by byl padouch, a ona by nelhala a neříkala, že její muž je poctivec. Kdyby byla padouch, její muž by byl poctivec, jenomže pak by o tom nemluvila pravdu. Takže paní B je normální, a tak i pan B je normální. To znamená, že pan A i paní A lhali. Takže pan A (ani paní) není poctivec, a tedy ani padouch, jsou oba normální.

47. *Lev může říci „Včera jsem lhal" pouze v pondělí a ve čtvrtek. Jednorožec může říci „Včera jsem lhal" jedině ve čtvrtek a v neděli. Oba současně to mohou říci jedině ve čtvrtek.*

48. *Z prvního Lvova výroku vyplývá, že je pondělí nebo čtvrtek. Z druhého výroku vyplývá, že čtvrtek není. Je tedy pondělí.*

49. *Nejde to ani jeden den v týdnu! Jedině v pondělí a ve čtvrtek by mohl pronést první výrok; jedině ve středu a v neděli by mohl pronést druhý. Takže oba zároveň nemůže nikdy pronést.*

50. *Tady jde o situaci úplně odlišnou. Výborně to ukazuje rozdíl mezi tím, když proneseme dva jednotlivé výroky, a když proneseme jeden výrok, který je jejich konjunkcí. Mějme dva výroky X a Y. Jestliže jejich* **konjunkce,** *tj. výrok „X a Y", je pravdivá, samozřejmě z toho vyplývá, že oba výroky X, Y jsou pravdivé i jednotlivě. Pokud však konjunkce „X a Y" je nepravdivá, pak z toho vyplývá jen to, že aspoň jeden z obou výroků je nepravdivý — nemusí být nepravdivé oba.*

Jediný den v týdnu, kdy je pravda, že Lev včera lhal a zítra bude lhát zase, je úterý (to je totiž jediný den, který padne mezi dva Lvovy lhací dny). Takže den, kdy Lev vyslovil tenhle výrok, nemohlo být úterý, protože v úterý by takový výrok sice byl pravdivý, ale Lev v úterý pravdivé výroky nevyslovuje. Takže to v úterý nebylo, a tak Lvův výrok je nepravdivý. Lev lže. Dnem, po němž se Alenka pídí, je pondělí nebo středa.

51. *Jestliže je první výrok pravdivý, pak první z bratrů je Tydliták, takže druhý je Tydlitek a druhý výrok je také pravdivý. Jestliže je první výrok nepravdivý, pak první z bratrů je Tydlitek a druhý je Tydliták, a druhý výrok je*

rovněž nepravdivý. Takže buď jsou oba výroky pravdivé, nebo jsou oba nepravdivé. Oba být nepravdivé nemohou, poněvadž bratři nikdy nelžou oba v týž den. Oba výroky jsou tedy pravdivé. První z bratrů je Tydliták, druhý je Tydlitek a Alenka je potkala v neděli.

52. *A tohleto je kvítí z úplně jiné zahrádky! Výrok druhého z bratrů je určitě pravdivý. Nu a my víme, že je jiný den v týdnu než u předchozí hádanky, tj. není neděle. Takže tady nemohou být oba výroky pravdivé, první tedy musí být nepravdivý. První z bratří je Tydlitek a druhý je Tydliták.*

53. *První odpověď je zřejmě lživá, příhoda se tedy neudála v neděli. Takže druhý odpověděl pravdivě a řekl „Ne".*

54. *Výrok (2) prvního z bratrů je evidentně nepravdivý, a tak jeho výrok (1) je také nepravdivý (bratr ho pronesl v týž den). Takže první z bratrů nelže v sobotu, tedy druhý v sobotu lže. Druhý z bratrů mluví právě pravdu (první z bratrů právě lže), takže je pondělí, úterý nebo středa. Jediným dnem, kdy je pravda, že bude zítra lhát, je středa. Takže byla středa.*

55. *Jeho výrok je zřejmě nepravdivý (kdyby byl pravdivý, pak by bratr toho dne lhal, což si protiřečí). Takže alespoň jeden z výroků „Dneska lžu" a „Jsem Tydlitek" je nepravdivý. První výrok („Dneska lžu") je pravdivý, a tak druhý výrok je nepravdivý. Je to tedy Tydliták.*

56. *Dá. Kdyby ten den lhal, pak první výrok v disjunkci by byl pravdivý, a tak by bylo pravdivé celé prohlášení, což je rozpor. Ten den tedy mluvil pravdu a jeho prohlášení je pravdivé: Ten den lže, nebo je Tydlitek. A protože ten den nelže, je to Tydlitek.*

57. *Oba výroky jsou zjevně pravdivé, takže je neděle. Kdo je kdo, se určit nedá.*

58. *Především v neděli není možné, aby bratři lhali a říkali, že není neděle. Takže nemůže být neděle. První z bratrů tedy mluví pravdu, a druhý (není neděle) lže. Druhý říká, že je pondělí, ale lže, takže není pondělí.*

Druhý z bratrů lže, i když říká, že Lev včera lhal, takže včera měl Lev jeden ze svých pravdomluvných dnů. To znamená, že včera byl čtvrtek, pátek, sobota nebo neděle a dnes je pátek, sobota, neděle nebo pondělí. Už jsme vyloučili neděli a pondělí, takže musí být pátek nebo sobota.

A nyní přihlédněme k tomu, že zítra je jeden z Tydlitkových lhacích dnů (první z bratrů, který právě mluví pravdu, to přece řekl). Takže dnes nemůže být sobota, a je pátek.

Z toho dále plyne, že Tydlitek lže v sobotu, jako Jednorožec. A první z bratrů dneska mluví pravdu, a dnes je pátek, takže je to Tydliták. Všechny záhady jsou objasněny.

59. *Předpokládejme, že první z bratrů mluví pravdu. Pak řehtačka patří Tydlitkovi. Autor druhé odpovědi lže (není neděle), takže to není Tydlitek, ale Tydliták. Autorem první odpovědi je Tydlitek a měl dostat řehtačku.*

Předpokládejme, že první z bratrů lže. Pak řehtačka patří Tydlitákovi. V tom případě druhý z bratrů mluví pravdu a je tedy skutečně Tydlitek. Potom je majitelem řehtačky opět první z bratrů. Takže ať tak nebo onak, řehtačka patří autorovi první odpovědi.

60. *Pravděpodobnost je tu nulová. Předpokládejme, že výrok je pravdivý. Potom majitel řehtačky lže, a tak to nemůže být ten, co s Alenkou mluví. Předpokládejme, že jeho výrok je nepravdivý. Pak majitel řehtačky mluví pravdu, a tak ani v tomto případě to nemůže být ten, co s ní mluví.*

61. *Valihrach měl pravdu. Předpokládejme, že ten, co s Alenkou mluví, lže. To znamená, že majitel řehtačky lže, tedy majitelem je ten, co s Alenkou mluví. Předpokládejme, že ten, co s Alenkou mluví, mluví pravdu. Potom majitel řehtačky mluví pravdu. Jestliže není neděle, pak musí*

být majitelem řehtačky autor odpovědi, pokud je ale neděle, pak mluví pravdu oba bratři a kterýkoli může být majitelem.

Když to shrneme, pokud není neděle, majitelem řehtačky je nesporně autor odpovědi. Pokud je neděle, jsou možnosti vyrovnané. Takže pravděpodobnost, že Alenka mluvila s vlastníkem řehtačky, je šest a půl k sedmi, neboli třináct ke čtrnácti.

62. *Klíč je v tom, že Alenka zjistila, kterému z bratrů ji má dát. Kdyby druhý řekl „Ano", pak jeden z nich by mluvil pravdu a druhý lhal, a tak by Alenka nemohla zjistit, kdo je majitelem. Jenomže já jsem vám už prozradil, že Alenka to zjistila, takže druhý neodpověděl „Ano". Tak tedy buď oba bratři lhali, nebo oba mluvili pravdu. To znamená, že oba mluvili pravdu, a byla neděle. A tak Alenka řehtačku odevzdala tomu prvnímu.*

63. *Tydlitík existuje a Alenka mluvila právě s ním.*

Ten, co s Alenkou mluvil, tvrdil, že pravdivé jsou oba tyto výroky:

(1) Je to Tydliták nebo Tydlitek.

(2) Dnes lže.

Kdyby výpověď byla pravdivá, pak by byly pravdivé oba výroky (1) i (2), a tak by byl pravdivý výrok (2), což by byl rozpor. Takže jeho výpověď je nepravdivá, tedy výroky (1) a (2) nemohou být oba pravdivé. Přitom výrok (2) pravdivý je (to, co dotazovaný právě tvrdí, není pravda), nepravdivý je tedy výrok (1). Takže to není Tydliták ani Tydlitek a musí to být Tydlitík.

64. *První nemůže být Tydlitík (Tydlitík lže pořád), je to tedy Tydliták nebo Tydlitek, a právě lže. Takže druhý také lže. Kdyby ten druhý byl Tydliták nebo Tydlitek, potom by Tydliták a Tydlitek lhali v týž den, což není možné. Takže ten druhý je Tydlitík.*

65. *Tahleta verze je jasně nemožná.*

na zlaté skříňce je nepravdivý. Takže podobizna musí být ve zlaté skříňce.

A tak nápadník vítězoslavně vyhrkl: „Podobizna je ve zlaté skříňce!“ a odklopil víko. Jaký byl jeho úlek, když zlatá skříňka byla prázdná! Nápadník dočista zkoprněl a vykřikl, že ho Porcie podvedla. „K podvodům bych se nikdy nesnížila,“ rozesmála se Porcie a pohrdavě otevřela stříbrnou skříňku. A nastojte, podobizna byla v ní!

Ale kde proboha udělal nápadník chybu ve své úvaze?

„Tak, tak,“ řekla Porcie, a bylo na ní vidět, jak tu situaci vychutnává, „úvaha se vám moc nepovedla, že? Ovšem jste docela přitažlivý mladík, a tak vám dám ještě jednu příležitost. Vlastně bych to dělat neměla, ale že jste to vy! Dobrá, zapomenu na tu zkoušku a dám vám něco jednoduššího. Teď budete mít šanci získat mě dvě ku třem, a ne jen jedna ku dvěma. Bude to skoro jako jedna ze zkoušek, kterou si vymyslela moje dávná předchůdkyně Porcie III. Teď ale už byste měl obstát!“

To řekla a odvedla nápadníka do vedlejšího pokoje, kde byly tři skříňky — zlatá, stříbrná a olověná. Porcie mu řekla, že v jedné ze skříněk je dýka a ostatní dvě že jsou prázdné. Aby nápadník získal Porciinu ruku, stačí, aby vybral jednu z prázdných. Na skříňkách byly nápisy:

(Srovnejte tuhle hádanku s první zkouškou Porcie III. Nezdá se vám, že je úplně stejná?)

Tentokrát nápadník uvažoval velice obezřetně. Předpokládejme, že výrok (3) je pravdivý. Potom oba ostatní výroky musí být nepravdivé, takže výrok (2) je nepravdivý, dýka je tedy potom ve stříbrné skříňce. Na druhé straně pokud je (3) nepravdivý, pak tu musí být přinejmenším dva pravdivé výroky, jedním z nich je nutně (1), a v tomto případě je tedy dýka ve zlaté skříňce. V obou případech je olověná skříňka prázdná.

A tak tedy si nápadník vybral olověnou skříňku, otevřel ji, a jaká hrůza, byla v ní dýka! S úsměvem na rtech otevřela Porcie ostatní dvě skříňky, a ty byly prázdné.

Čtenář se jistě zaraduje, když se dozví, že Porcie si nápadníka přesto vzala. (Rozhodla se tak totiž už dávno před zkouškami a přiměla ho, aby je podstoupil, jenom proto, aby ho trochu poškádlila.) Jenže zbývá ještě odpovědět na otázku: Kde nápadník udělal chybu?

Rozluštění

67 a. *Výroky na zlaté a olověné skříňce tvrdí opak, takže jeden z nich musí být pravdivý. Poněvadž nanejvýš jeden ze tří výroků je pravdivý, výrok na stříbrné skříňce musí být nepravdivý, a podobizna je tedy ve stříbrné skříňce.*

Hádanka se dá řešit i jinak. Kdyby podobizna byla ve zlaté skříňce, měli bychom dva pravdivé výroky (na zlaté a stříbrné skříňce), což je v rozporu s danými podmínkami. Kdyby byla podobizna v olověné skříňce, zase bychom měli dva pravdivé výroky (tentokrát na olověné a na stříbrné skříňce). Takže podobizna musí být ve stříbrné skříňce.

Oba postupy řešení jsou správné, a to ukazuje, že u mnoha úloh může existovat více správných cest vedoucích ke stejným závěrům.

67 b. *Kdyby podobizna byla v olověné skříňce, pak by všechny tři výroky byly pravdivé, a to by odporovalo daným podmínkám. Kdyby podobizna byla ve stříbrné skříňce, pak by všechny tři výroky byly nepravdivé, což by opět bylo v rozporu s danými podmínkami. Takže podobizna musí být ve zlaté skříňce. (Pak jsou první dva výroky pravdivé a třetí nepravdivý, což je ve shodě s danými podmínkami.)*

68 a. *Můžeme rovnou vyloučit olověnou skříňku, poněvadž kdyby podobizna byla v ní, pak by výroky na olověné skříňce byly oba nepravdivé. Podobizna je tedy ve zlaté nebo ve stříbrné skříňce. První výroky na zlaté a stříbrné skříňce tvrdí totéž, tedy jsou buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé. Kdyby byly oba nepravdivé, pak druhé výroky by byly oba pravdivé — jenomže to být nemohou, poněvadž si navzájem odporují. Takže první výroky jsou oba pravdivé a podobizna není ani ve zlaté skříňce. Je tedy ve stříbrné skříňce.*

68 b. *Jestliže je podobizna ve zlaté skříňce, potom na zlatém i na stříbrném víku jsou oba výroky nepravdivé. Jestliže je ve stříbrné skříňce, pak na stříbrném i olověném víku je vždy jeden výrok pravdivý a jeden nepravdivý. Podobizna je tedy v olověné skříňce. (Na stříbrném víku jsou pak oba výroky pravdivé, na olověném oba nepravdivé a na zlatém je jeden pravdivý a jeden nepravdivý).*

69 a. *Předpokládejme, že olověnou skříňku zhotovil Bellini. Potom je výrok na ní pravdivý, takže ostatní skříňky musel zhotovit Cellini. To znamená, že oba zbývající výroky jsou nepravdivé, tedy výrok na stříbrné skříňce je nepravdivý a dýka je ve stříbrné skříňce. Takže pokud je olověná skříňka dílem Belliniho, pak dýka je ukryta ve stříbrné skříňce.*

A nyní předpokládejme, že olověnou skříňku zhotovil Cellini. Pak je výrok na ní nepravdivý, a tedy Bellini zhotovil alespoň dvě skříňky. To znamená, že zlatá i stříbrná skříňka jsou dílem Belliniho (olověnou podle našeho předpokladu zhotovil Cellini). Výroky na zlaté i na stříbrné skříňce jsou tedy pravdivé. Výrok na zlaté skříňce je pravdivý, a v tomto případě je tedy dýka ve zlaté skříňce.

Při první ani při druhé eventualitě dýka není v olověné skříňce, měl tedy nápadník vybrat olověnou skříňku.

69 b. *Jestliže stříbrná skříňka je dílem Belliniho, pak výrok na ní je pravdivý, a v tom případě zlatou zhotovil Cellini. Předpokládejme, že stříbrná skříňka je dílem Celliniho. V tomto případě není pravda, že Bellini zhotovil právě jednu ze skříněk. To znamená, že zlatá je také dílem Celliniho (kdyby byla dílem Belliniho, pak by Bellini zhotovil právě jednu). Takže ať už stříbrnou zhotovil Bellini nebo Cellini, zlatá je určitě dílem Celliniho. Výrok na zlaté skříňce je proto nepravdivý, a tedy je podobizna ve zlaté skříňce.*

69 c. *Nejprve doložíme, že olověná skříňka musí být dílem Belliniho. Předpokládejme, že by byla dílem Celliniho. Pak by výrok na ní byl nepravdivý, což by znamenalo, že by alespoň dvě musely být dílem Belliniho, a to by musela být skříňka stříbrná a zlatá. To není možné, podobizna přece nemůže být zároveň ve stříbrné i ve zlaté skříňce. Proto olověná skříňka je ve skutečnosti dílem Belliniho. Takže výrok na ní je pravdivý a aspoň dvě ze skříněk jsou dílem Celliniho. To znamená, že Cellini zhotovil zlatou a stříbrnou. Výroky na obou těchto skříňkách jsou tedy nepravdivé a podobizna není ve zlaté ani ve stříbrné skříňce. Tedy je v olověné skříňce.*

Zároveň jsme dokázali, že olověná skříňka je dílem Belliniho a ostatní dvě zhotovil Cellini, což odpovídá na druhou otázku.

70. *Nápadník si měl uvědomit, že když nemá žádné informace o pravdivosti a nepravdivosti nápisů, ani o vzájemném vztahu jejich pravdivosti, pak mohou nápisy tvrdit cokoliv a dotyčný předmět (podobizna nebo dýka) může být kdekoliv. Přece mohu klidně vzít skříněk, kolik mě napadne, vložit do kterékoliv z nich to nebo ono a pak napsat*

124. Jak jsem zbohatl.

Tenhle příběh naneštěstí není pravdivý. Ale je to krásná představa, a tak vám ho budu vyprávět.

Pátral jsem na třech nedaleko od sebe ležících ostrovech A, B a C. Věděl jsem, že aspoň na jednom z nich je zakopán poklad, jenomže jsem nevěděl, na kterém. Ostrovy B a C byly neobydlené. Na ostrově A žili poctivci a padouši, a bylo docela možné, že jsou tam i normální lidé, jenže jsou-li tam opravdu, to jsem nevěděl.

Dopuštěním Štěstěny se mi dostala do rukou mapa souostroví, kterou po sobě zanechal proslulý kapitán Marston, pirát, který poklad zakopal. Zpráva připsaná na mapě byla samozřejmě zašifrovaná. Když se mi ji podařilo rozšifrovat, ukázalo se, že se skládá ze dvou vět:

(1) Na ostrově A poklad není.

(2) Jestliže je na ostrově A někdo normální, tak jsou poklady na dvou ostrovech.

To víte, uháněl jsem na ostrov A, seč mi síly stačily; bylo mi zřejmé, že domorodci budou vědět, jak to s pokladem je. Vládce ostrova se dovtípil, o co mi jde, a řekl mi zcela jednoznačně, že se mi povoluje položit jedinou otázku obyvateli ostrova, kterého si vyberu. A že se nedozvím, je-li dotyčný domorodec poctivec, padouch nebo normální.

Musel jsem si tedy vymyslet takovou otázku, abych z odpovědi poznal, na kterém ostrově je poklad.

Jakou otázku jsem měl položit?

125. Jednou jsem zavítal na jiný ostrov poctivců, padouchů a normálních lidí. Roznesla se totiž zvěst, že na ostrově je poklad, a chtěl jsem zjistit, je-li tomu tak. Vládce ostrova, byl to poctivec, mi ráčil představit tři domorodce, A, B a C, a milostivě mi prozradil, že nanejvýš jeden z nich je normální. Směl jsem jim položit dvě otázky, každou jednomu z nich, aby odpověď na ně byla buď „Ano", nebo „Ne". Dá se dvěma otázkami zjistit, je-li na ostrově poklad?

126. Máte dobrý úsudek?

Vedle sebe jsou dva ostrovy a na každém z nich žijí jen poctivci a padouši (tedy nejsou na nich normální lidé). Víte, že na jednom z těch dvou ostrovů je sudý počet poctivců a na druhém je lichý počet poctivců. Dále je vám známo, že na ostrově se sudým počtem poctivců je poklad, a na druhém není. Vyberete si namátkou jeden z ostrovů a vydáte se tam. Všichni, kdo na něm žijí, vědí, kolik je tam poctivců a kolik padouchů. Vyptáte se tří obyvatel ostrova, A, B a C, a ti prohlásí:

A: Na tomhle ostrově je sudý počet padouchů.

B: Právě teď je na ostrově lichý počet lidí.

C: Já jsem poctivec, právě když A a B mají stejnou povahu.

Dejme tomu, že nejste poctivec ani padouch a že v té chvíli jste jediným návštěvníkem na ostrově. Je na ostrově poklad, nebo není?

Rozluštění

109—112. *Všechny hádanky jsou založeny na stejné základní myšlence. Máme výrok P. Jestliže obyvatel A ostrova poctivců a padouchů řekne: „Pokud jsem poctivec, pak P," tak je A zaručeně poctivec a P musí být pravdivý! To je na první pohled možná překvapivé, ale můžeme to dokázat, dokonce dvěma způsoby.*

1. způsob: *Ukažme, že výrok pronesený A je pravdivý. Podle vlastnosti 4 implikace k tomu stačí z platnosti výroku „A je poctivec" odvodit platnost výroku P. Předpokládejme tedy, že A je poctivec. Potom jeho výrok „Pokud je A poctivec, pak P" je pravdivý. A je tedy poctivec a je pravda, že pokud je A poctivec, pak P. Z těchto dvou faktů vyplývá, že P je pravdivý. Dokázali jsme, že pokud A je poctivec, pak P. A právě to A tvrdil! Je tedy poctivec. A protože jsme dokázali, že pokud je A poctivec, pak P, je P pravdivý.*

2. způsob: *Připomeňme si, že z nepravdivého tvrzení ply-*

ne jakékoliv tvrzení. Kdyby A nebyl poctivec, tak výrok „Pokud je A poctivec, pak P" by byl pravdivý. Avšak padouch by tento pravdivý výrok nikdy nepronesl. Jestliže tedy člověk, který je buď poctivec, nebo padouch, pronesl tento výrok, musí to být poctivec a P musí být pravdivý.

Využijme tento princip k řešení našich hádanek. Pokud jde o 109, když za P vezmeme tvrzení, že B je poctivec, vidíme, že A musí být poctivec a jeho výrok je pravdivý, takže B je poctivec. Odpověď u 109 tedy je, že A i B jsou poctivci.

U 110 vezměme za P tvrzení, že A sní svůj klobouk. Vidíme, že A musí být poctivec, a že tedy musí sníst svůj klobouk. (Což mimochodem ukazuje, že poctivci, ačkoliv není pochyb, že jsou to lidé šlechetní a čestní, mohou být občas i pořádní hlupáci!) Pokud jde o 111, A je poctivec.

U 112 docházíme k závěru, že autor zase tahá čtenáře za nos. Hádanka je rozporná — takový výrok nemůže pronést poctivec ani padouch.

***113.** A je poctivec a B je padouch. Abychom to dokázali, nejprve ukážeme, že jedině poctivec může pronést výrok typu „Pokud P, tak jsem padouch". Jistě si vzpomínáte, že pravdivé tvrzení plyne z jakéhokoliv tvrzení. Jestliže je tedy výrok „Já jsem padouch" pravdivý, pak je pravdivý i celý výrok „Pokud P, tak jsem padouch". Jenomže jsem-li padouch, nemohu nikdy pronést tento pravdivý výrok. Takže když řeknu „Pokud P, tak jsem padouch", jsem zaručeně poctivec.*

A je tedy poctivec a je pravda, že pokud je B poctivec, tak A je padouch (říká to poctivec A). Potom B nemůže být poctivec, protože z toho by vyplývalo, že A je padouch, což není.) Takže B je padouch.*

---

*) Každé tvrzení, ze kterého plyne nepravdivé tvrzení, je nepravdivé, neboť z pravdivého tvrzení nemůže plynout nepravdivé tvrzení. V uvedeném případě z tvrzení, že B je poctivec, plyne nepravdivé tvrzení, že A je padouch, takže není pravda, že B je poctivec. To je další příklad důkazu sporem.

***114.** A vlastně říká, že tomu není tak, že by X byl vinen a Y nevinen. To je pouze jiný způsob, jak vyjádřit, že buď je X nevinen, nebo Y je vinen. A a B tedy ve skutečnosti říkají totéž, jen každý jinými slovy. Výroky jsou buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé, A i B tedy mají stejnou povahu.*

***115.** Předpokládejme, že A je poctivec. Potom je poctivec i B (A říká, že je). Výrok, který pronesl B, „Pokud je A poctivec, pak je poctivec i C", je pravdivý. A je poctivec (podle našeho předpokladu), takže C je poctivec (za předpokladu, že A je poctivec).*

Právě jsme doložili, že pokud A je poctivec, pak je jím i C.) Nu a B přesně tohle řekl, a tak B je poctivec. Potom výrok A, že B je poctivec, je pravdivý. A je tedy rovněž poctivec. Už jsme dokázali, že pokud A je poctivec, je jím i C. Takže C je také poctivec. A všichni tři jsou poctivci.*

***116.** Nevyplývá z nich, že miluji Bětku, a vyplývá z nich, že miluji Janu. Abychom si dokázali, že miluji Janu, uvažujme takto:*

Buď miluji Bětku, nebo ji nemiluji. Pokud nemiluji Bětku, pak podle podmínky (1) miluji Janu (je dáno, že miluji alespoň jednu z nich). Na druhé straně pokud miluji Bětku, pak podle podmínky (2) miluji i Janu. Takže ať už miluji Bětku nebo ne, miluji Janu.

Čtenářky, které se jmenují Bětka, nemusí truchlit. I když z daných podmínek nevyplývá, že miluji Bětku, ještě to neznamená, že z nich vyplývá, že Bětku nemiluji. Je docela dobře možné, že miluji Bětku taky — možná ještě víc než Janu.

***117.** Tentokrát z daných okolností nevyplývá, že miluji Janu, ale že miluji Bětku. Předpokládejme, že nemiluji Bětku. Potom výrok „Pokud miluji Bětku, pak taky miluji*

---

*) Vyšli jsme z předpokladu, že A je poctivec, a vyvodili z něho závěr, že C je poctivec. Podle vlastnosti 4 implikace z toho vyplývá, že pokud A je poctivec, pak C je poctivec.

Janu" je pravdivý (z nepravdivého tvrzení plyne jakékoliv tvrzení). Je však dáno, že jestliže zmíněný výrok je pravdivý, tak Bětku miluji. Takže pokud nemiluji Bětku, vyplývá z toho, že Bětku miluji, což si protiřečí. Jediný způsob, jak vybřednout z rozporu, je, že Bětku miluji.

Nedá se zjistit, miluji-li Janu nebo ne.

118. *Z daných podmínek vyplývá, že miluji obě dívky. Řekněme, že P je výrok „Pokud miluji Evu, miluji i Markétu". Máme dáno:*

(1) Jestliže je P pravdivý, miluji Evu.

(2) Jestliže miluji Evu, P je pravdivý.

V rozluštění předchozí hádanky jsme viděli, že z (1) vyplývá, že miluji Evu. Takže miluji Evu a podle (2) je P pravdivý. Tedy je pravda, že pokud miluji Evu, miluji také Markétu. A já Evu miluji, takže miluji také Markétu.

119. *Miluji všechny tři dívky. Můžeme to dokázat několika způsoby, uvedeme jen jeden.*

Podle (3) buď miluji Danu i Marii, nebo nemiluji jednu ani druhou. Předpokládejme, že nemiluji Danu ani Marii. Potom podle (1) miluji Ivu. Takže miluji Ivu, ale ne Danu, a přitom nemiluji Marii. To je v rozporu s výrokem (2). Takže to není tak, že nemiluji ani Danu, ani Marii, ale že je miluji obě. Protože miluji Danu, podle (4) miluji rovněž Ivu. Miluji tedy všechny tři.

120. *Jsem poctivec. Kdybych byl padouch, pak (1) i (2) by byly nepravdivé. Předpokládejme, že (2) je nepravdivý. Potom bych miloval Lindu, ale ne Katku. Takže bych miloval Lindu a (1) by byl pravdivý. Není tedy možné, aby (1) i (2) byly nepravdivé, takže nemohu být padouch, za kterého mě Lindina matka považuje od té doby, co mě viděla s Katkou.*

121. *Řekneme-li „P neplatí, ledaže by platil Q", je to jen jiné vyjádření výroku „Pokud P, pak Q". (Např. řekneme-li „Nepůjdu do kina, ledaže bys šla se mnou", je to totéž jako*

„Pokud půjdu do kina, pak půjdeš se mnou".) Výrok „Pes, který štěká, nekouše, ledaže by štěkal" je jiným způsobem vyjádřený výrok „Pokud pes, který štěká, kouše, pak štěká". To je samozřejmě pravda — pes, který štěká, vždycky štěká, ať už kouše, nebo ne.

122. *Nedá se určit, je-li A poctivec nebo padouch, nicméně na ostrově musí být poklad.*

Řešení téhle a dalších hádanek je založeno na obecném principu: Pokud mluvčí (který je buď poctivec, nebo padouch) pronese výrok „Jsem poctivec, právě když P", pak P je pravdivý (bez ohledu na to, je-li mluvčí poctivec nebo padouch).

Abychom si to dokázali, označme si jako K tvrzení, že mluvčí je poctivec. Mluvčí říká, že K je ekvivalentní P. Předpokládejme, že mluvčí je skutečně poctivec. Pak K je opravdu ekvivalentní P, a přitom K je pravdivý výrok. A tak P je ekvivalentní pravdivému výroku, takže P je pravdivý. Naopak předpokládejme, že mluvčí je padouch. Potom jeho výrok je nepravdivý, P tedy není ekvivalentní K. Protože mluvčí je padouch, je K nepravdivý. Takže P není ekvivalentní nepravdivému tvrzení K, a tedy P je pravdivý (kdyby byl nepravdivý, pak by byl ekvivalentní K). Ať už je mluvčí poctivec nebo padouch, P je tedy vždy pravdivý.

Je poučné srovnat tento princip s principem, na němž bylo založeno řešení hádanek 109—112: Jestliže poctivec nebo padouch řekne: „Pokud jsem poctivec, pak P," vyplývá z toho, že je poctivec a že P je pravdivý. Ale když poctivec nebo padouch řekne: „Jsem poctivec, právě když P," vyplývá z toho jen to, že P je pravdivý, ale nedá se určit, je-li mluvčí poctivec, nebo padouch.

123. *Dozvěděl byste se, že na ostrově poklad není.*

Označme si jako G tvrzení, že na ostrově je poklad, a jako K tvrzení, že mluvčí je poctivec. Když mluvčí odpoví „Ne", ujišťuje vás, že G není ekvivalentní K. Předpokládejme, že mluvčí je poctivec. Pak je tomu opravdu tak, že G

B. Ostrov Baal

Ze všech ostrovů, na nichž žijí poctivci a padouši, je ostrov Baal ten nejzvláštnější a nejzáhadnější. Žijí na něm výhradně lidé a opice. Opice jsou stejně vysoké jako lidé a mluví stejně plynně jako oni. Každá opice, stejně tak jako každý člověk, je tu buď poctivec, nebo padouch.

Uprostřed ostrova se tyčí baalská svatyně, jedna z nejpodivuhodnějších svatyní, co jich vůbec na světě je. Tamní velekněží jsou metafyzici a ve Vnitřním svatostánku sídlí kněz, o němž jdou zvěsti, že prý zná nejzazší tajemství všehomíra, totiž proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic.

Ti, kdo se ucházejí o Posvátné vědění, smějí vstoupit do Vnitřního svatostánku, pokud prokáží své kvality v trojích zkouškách. Dozvěděl jsem se o všech těch tajemstvích úskokem. Pronikl jsem do svatyně tak, že jsem se převlékl za opici. Riskoval jsem při tom nemálo; kdyby mě byli chytili, stihl by mě strašlivý trest. Nebyli by mě jen prostě usmrtili, kněží by změnili běh všehomíra tak, abych se nebyl vůbec narodil!

Nu, náš filozof si vybral tu správnou mapu, šťastně se dostal na ostrov Baal a podrobil se zkouškám. První kolo zkoušek probíhalo tři dny po sobě v rozlehlé síni nazývané Vnější svatostánek. Uprostřed seděla na zlatém trůně zahalená postava. Byl to buď člověk, nebo opice, a také buď poctivec, nebo padouch. Pronesl posvátná slova a z nich musel filozof poznat, kdo dotyčná postava je — poctivec, nebo padouch, člověk, nebo opice.

149. Zkouška první.
Postava pravila: „Jsem buď padouch, nebo opice." Co byla?

150. Zkouška druhá.
Postava pravila: „Jsem padouch a opice." Co byla?

151. Zkouška třetí.
Postava pravila: „Nejsem zároveň opice a poctivec." Co byla?

Filozof v těchto třech zkouškách obstál, a tak směl podstoupit druhé kolo, které se rovněž konalo ve třech po sobě jdoucích dnech v další prostorné síni, známé jako Prostřední svatostánek. Zde seděly na platinových trůnech dvě zahalené postavy. Pronesly posvátná slova a filozof musel určit, co která postava je. Pojmenujeme je A a B.

152. Zkouška čtvrtá.
A: Aspoň jeden z nás je opice.
B: Aspoň jeden z nás je padouch.
Co byla A a co B?

153. Zkouška pátá.
A: Oba jsme opice.
B: Oba jsme padouši.
Co byla A a co B?

154. Zkouška šestá.
A: B je padouch a opice. Já jsem člověk.
B: A je poctivec.
Co byla A a co B?

Filozof obstál i ve druhém kole zkoušek a čekalo ho kolo třetí, které sestávalo ze zkoušky jediné, ale nejtěžší.

155. Z Prostředního svatostánku vedou čtvery dveře, X, Y, Z a W. Alespoň jedny vedou do Vnitřního svatostánku. Když někdo vejde do nesprávných, sežere ho lítá saň. Ve svatostánku bylo osm kněží, A, B, C, D, E, F, G a H, a každý z nich byl buď poctivec, nebo padouch, a ti filozofovi pravili:
A: X jsou správné dveře.
B: Alespoň jedny ze dveří Y a Z jsou správné.
C: A i B jsou poctivci.

D: X i Y jsou správné dveře.
E: X i Z jsou správné dveře.
F: Buď D, nebo E je poctivec.
G: Pokud je C poctivec, pak je jím i F.
H: Pokud G i já jsme oba poctivci, pak je poctivec i A.
Které dveře si měl filozof vybrat?

156. Konečně ve Vnitřním svatostánku!

Filozof si vybral správné dveře a živ a zdráv vešel do Vnitřního svatostánku. Na dvou diamantových trůnech tam seděli dva nejvyšší kněží veškerého všehomíra! Alespoň jeden z nich snad zná odpověď na Velkou otázku: „Proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic?"

Každý velekněz byl buď poctivec, nebo padouch. (Byli-li to lidé nebo opice, není tady důležité.) My ovšem ani o jednom nevíme, je-li padouch nebo poctivec, ani zná-li odpověď na Velkou otázku. Velekněží pravili:

První kněz: Jsem padouch a nevím, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic.
Druhý kněz: Jsem poctivec a nevím, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic.

Věděl některý z velekněží, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic?

157. Konečně odpověď!

A teď už stojíte na prahu odpovědi na Velkou otázku, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic!

Nuže, jeden ze dvou velekněží, který skutečně znal odpověď na Velkou otázku, když se ho filozof zeptal: „Proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic?", odpověděl: „Existuje něco, místo aby neexistovalo nic." Jaký závěr z toho všeho plyne?

Rozluštění

142. *Předpokládejme, že B je poctivec. Potom jde o ostrov Maya a A je padouch. A tak výrok A je nepravdivý, není*

tedy pravda, že B je poctivec a že ostrov je Maya. My však předpokládáme, že B je poctivec. Potom první část výroku je pravdivá, a tak druhá část výroku musí být nepravdivá, takže nejde o ostrov Maya. Pokud tedy B je poctivec, plyne z toho, že dotyčný ostrov je i není ostrov Maya. Proto B musí být padouch.

Protože B je padouch, tak je A rovněž padouch (A tvrdí, že B je poctivec). B je padouch a jeho výrok je nepravdivý, není tedy pravda, že A je padouch a že jde o ostrov Maya. První část výroku je pravdivá (A je skutečně padouch), takže druhá část výroku musí být nepravdivá, a tak nejde o ostrov Maya.

143. *Je zřejmé, že A je padouch (poctivec by nemohl pronést výrok, jaký vyslovil A). Poněvadž B souhlasí s A, tak B je také padouch. Výrok A je nepravdivý, tj. není pravda, že (1) oba jsou padouši a že (2) jde o ostrov Maya. Přitom (1) pravdivý je, (2) tedy musí být nepravdivý. Takže ostrov není ostrovem Maya.*

144. *Protože B souhlasí s A, jsou buď oba poctivci, nebo oba padouši. Kdyby byli oba poctivci, pak by nebyl alespoň jeden z nich padouch, a tak výrok A by byl nepravdivý. To není možné, když A je poctivec. Takže oba jsou padouši. To znamená, že výrok A je nepravdivý. Avšak první část výroku A je pravdivá (oba jsou padouši, tedy alespoň jeden z nich je padouch), a tak druhá část musí být nepravdivá. Takže ostrov není Maya.*

145. *A je zřejmě padouch, poctivec by nemohl vyslovit takový výrok. Jestliže, B je poctivec, pak podle jeho výroku nejde o ostrov Maya. Jestliže B je padouch, potom první část výroku A je pravdivá. Výrok A je celý nepravdivý, když A je padouch, takže druhá část musí být nepravdivá. Ani tady nejde o ostrov Maya.*

146. *Opět A musí být padouch, B může být poctivec, nebo padouch, ale ani v jednom případě nejde o ostrov Maya.*

147. *Kdyby A byl padouch, potom by obě části jeho disjunktivního výroku byly nepravdivé, což by znamenalo, že B je padouch. To by znamenalo, že obě části disjunktivního výroku B by byly nepravdivé, A by tedy byl poctivec. To je rozpor, a tak A je poctivec. Takže jeho výrok je pravdivý, buď B je poctivec, nebo to je ostrov Maya. Pokud je pravdivá druhá možnost, pak to ovšem je ostrov Maya. Předpokládejme, že je pravdivá první možnost, to jest předpokládejme, že B je poctivec. Potom výrok B „Buď A je padouch, nebo je tohle ostrov Maya" je pravdivý. Přitom A padouch není, takže první možnost je nepravdivá. Pravdivá je možnost druhá, jde tedy o ostrov Maya.*

Shrňme si naši úvahu: Zjistili jsme, že buď je B poctivec, nebo tu jde o ostrov Maya. Avšak i když je B poctivec, jde o ostrov Maya. Takže to je ostrov Maya.

Konečně jsme tedy nalezli ostrov Maya!

148. *Kdyby E byl padouch, pak by bylo pravda, že buď je E padouch, nebo C a D mají stejnou povahu. To by znamenalo, že padouch vyslovil pravdivý výrok, a to není možné. Takže E je poctivec a jeho výrok je pravdivý. Buď tedy je E padouch, nebo C a D mají stejnou povahu. Jenomže on není padouch, a tak C a D mají stejnou povahu.*

Předpokládejme, že by C byl padouch. Pak by A i B byli padouši. Potom by výrok D byl pravdivý a D by byl poctivec. C by tedy byl padouch a D poctivec, což odporuje skutečnosti, že C a D mají stejnou povahu. Takže C musí být poctivec a D je také poctivec. Protože C je poctivec, A a B nejsou oba padouši, takže buď X, nebo Y je pravá mapa. Předpokládejme, že X je pravá mapa. Potom A je poctivec a B je padouch, což je v rozporu s pravdivým výrokem D, že buď A je padouch, nebo B je poctivec. X tedy nemůže být pravá mapa, pravá mapa je tedy Y.

149. *Kdyby autor výroku byl padouch, potom by byl buď padouch, nebo opice, a jeho výrok by byl pravdivý, což odporuje skutečnosti, že je padouch. Takže je poctivec. To znamená, že jeho výrok je pravdivý, je buď padouch, nebo*

opice. Není padouch, takže je opice. Je to tedy opičí poctivec.

150. *Autor výroku zřejmě není poctivec, a tak je padouch a jeho výrok je nepravdivý. Takže je buď poctivec, nebo člověk. Není poctivec, a tak je člověk. Je to lidský padouch.*

151. *Předpokládejme, že autor výroku je padouch. Potom by tomu bylo tak, že není současně opice i poctivec, jeho výrok by byl pravdivý, a my bychom měli před sebou padoucha vyslovujícího pravdivý výrok. Takže autor výroku je poctivec. Pak je pravda, že není zároveň opice i poctivec. Kdyby byl opice, pak by byl opice i poctivec, takže je člověk. Je to tedy lidský poctivec.*

152. *Není možné, aby B byl padouch, to by jeho výrok byl pravdivý. Takže B je poctivec, jeho výrok je pravdivý, a A je tedy padouch. Potom výrok A je nepravdivý, jsou to tedy oba lidé. Takže A je lidský padouch a B je lidský poctivec.*

153. *B musí být padouch, protože poctivec by nemohl vyslovit takový výrok. Takže A a B nejsou oba padouši, A je tedy poctivec. Výrok A je pravdivý, oba jsou tedy opice. Takže A je opičí poctivec a B je opičí padouch.*

154. *Předpokládejme, že B je poctivec. Potom by A byl poctivec (B to říká), a tak B by byl padouch a opice, což je rozpor. Takže B je padouch. Podle toho, co prohlásil B, je A také padouch. První výrok A je tedy nepravdivý a B není padouch a opice. Jenže B padouch je, a tak není opice. B je tedy lidský padouch. Z druhého výroku A vyplývá, že A je opice. A je tedy opičí padouch.*

155. *Nejprve doložíme, že G je poctivec. K tomu stačí prokázat, že jeho výrok je pravdivý. Musíme tedy dokázat, že pokud je C poctivec, pak je poctivec i F. Z předpokladu, že C je poctivec, odvodíme, že F je rovněž poctivec.*

Tak tedy předpokládejme, že C je poctivec. Potom jsou poctivci A i B, a tak X jsou správné dveře a správné jsou rovněž buď Y, nebo Z.

1. možnost: *Y jsou správné. Potom jsou správné X i Y. V tomto případě je D poctivec.*

2. možnost: *Z jsou správné. Potom jsou správné X i Z. V tomto případě je E poctivec.*

Tak tedy buď D, nebo E je poctivec. Takže výrok F je pravdivý, F je tedy poctivec.

Náš předpoklad, že C je poctivec, vede k závěru, že F je poctivec. Takže je pravda, že pokud C je poctivec, pak je jím i F. A právě tohle řekl G, takže G je poctivec.

A teď dokážeme, že výrok H je pravdivý. H řekl, že pokud jsou G i H poctivci, pak je poctivec i A. Předpokládejme, že H je poctivec. Potom jsou poctivci G i H. Je rovněž pravda, že jsou-li G i H poctivci, je jím též A (H řekl, že to tak je, a my předpokládáme, že H je poctivec). Takže pokud H je poctivec, potom (1) G i H jsou poctivci; (2) pokud G i H jsou poctivci, je jím též A. Z (1) a (2) vyplývá, že A je poctivec. Je-li tedy H poctivec, je jím i A. Právě tohle H řekl, H je tedy poctivec. Jeho výrok je pravdivý, a poněvadž G i H jsou poctivci, tak A je poctivec.

Nyní tedy víme, že A je poctivec, a tak X jsou opravdu správné dveře. Filozof si tedy měl vybrat dveře X.

156. *První kněz nemůže být poctivec, je to padouch. Jeho výrok je nepravdivý, a to znamená, že není pravda, že je padouch a že nezná odpověď na Velkou otázku. Jenže on padouch je, první část výroku je tedy pravdivá. Takže druhá část výroku je nepravdivá, odpověď tedy zná. První kněz je padouch a zná odpověď.*

Pokud jde o druhého kněze, nedá se přesně charakterizovat. Buď je to poctivec, který nezná odpověď, nebo je to padouch. Ať tak nebo tak (a to je podstatné pro další hádanku), pokud odpověď zná, tak je padouch.

157. *Zjistili jsme, že první kněz zná odpověď a je padouch, a druhý kněz, pokud zná odpověď, je padouch. Je dáno, že*

ten, který řekl: „Existuje něco, místo aby neexistovalo nic," odpověď zná. Takže ten, který to řekl, je padouch, a tak výrok „Existuje něco, místo aby neexistovalo nic" je nepravdivý. To znamená, že neexistuje nic!

Zdá se tedy, že odpověď, po níž se filozof pídil celý život, zní, že ve skutečnosti neexistuje vůbec nic.

Tady však cosi nehraje: Když nic neexistuje, jak to, že existuje kněz, který vyslovil ten výrok?

Odtud vyplývá, že ostrov Baal, jak jsem ho tu vylíčil, nemůže existovat. Nejde ani tak o to, že ten ostrov ve skutečnosti neexistuje (to bylo nanejvýš pravděpodobné už na začátku našeho příběhu), ale především o to, že je logicky zaručeno, že nemůže existovat. Kdyby totiž existoval, a moje vyprávění by bylo pravdivé, potom (jak jsem dokázal) by z toho logicky vyplývalo, že nic neexistuje, a tak by neexistoval ani ostrov Baal. To je rozpor, takže ostrov Baal nemůže existovat.

Je zajímavé, že všechno, co jsem vám tu povídal před poslední epizodou (hádanka 157), bez ohledu na to, jak nevěrohodné se vám leccos z toho mohlo zdát, bylo logicky možné. Teprve poslední příběh byl tou kapkou, kterou nádoba přetekla.