**Vlastnosti relací v množině M**

Binární relace R v množině M je **reflexivní** právě tehdy, když (xM) ([x,x]R),

tzn. obsahuje všechny uspořádané dvojice [x,x], kde xM.

Binární relace R v množině M je **antireflexivní** právě tehdy, když (xM) ([x,x]R),

tzn. neobsahuje žádnou uspořádanou dvojici typu [x,x], kde xM.

Binární relace R v množině M je **symetrická** právě tehdy, když

(x,yM) ([x,y]R  [y,x]R),

tzn. s každou uspořádanou dvojicí [x,y] obsahuje i dvojici ([y,x].

Binární relace R v množině M je **antisymetrická**, právě tehdy, když

 (x,yM) ((xy  [x,y]R) [y,x]R),

tzn. s žádnou dvojicí [x,y] různých prvků neobsahuje dvojici [y,x].

Binární relace R v množině M je **tranzitivní** právě tehdy, když

(x,y,zM) ([x,y]R  [y,z]R) [x,z]R,

tzn. jestliže se v relaci vyskytují „na sebe navazující dvojice“, pak musí relace obsahovat i dvojici, jejíž první složkou je 1. složka z první dvojice a druhou složkou je 2. složka z druhé dvojice.

Binární relace R v množině M je **souvislá** právě tehdy, když

(x,yM) (xy  ([x,y]R  [y,x]R),

tzn. každé dva různé prvky z množiny M musí být „spolu v relaci“.

Binární relaci U v množině M nazýváme **uspořádání** v M, právě když U je antisymetrická a tranzitivní.

Binární relaci U v množině M nazýváme **uspořádání ostré**, resp. **neostré** v M, právě když U je antisymetrická, tranzitivní a antireflexivní, resp. antisymetrická, tranzitivní a reflexivní.

Binární relaci U v množině M nazýváme **uspořádání lineární** v M, právě když U je antisymetrická, tranzitivní a souvislá.

Binární relaci U v množině M nazýváme **ostré lineární uspořádání** v M, právě když U je antisymetrická, tranzitivní, souvislá a antireflexivní.

Binární relaci R v množině M nazýváme **relací ekvivalence** na M**,** právě když je reflexivní, symetrická a tranzitivní.

Každá relace ekvivalence na množině M vytváří **rozklad** této množiny, což je systém neprázdných podmnožin (tzv. tříd rozkladu) množiny M takových, že průnik každých dvou tříd je prázdná množina a sjednocení všech tříd rozkladu tvoří množinu M.

Jinak lze také říci, že říci, že **rozklad** množiny M je systém neprázdných podmnožin (tzv. tříd rozkladu) množiny M takových, že každý prvek množiny M patří právě do jedné z těchto tříd.

**Cvičení**

*Příklad 1.* Rozhodněte, jaké vlastnosti mají následující binární relace v množině

M = {a, b, c, d}.

R1 = {[c,b], [b,c], [a,a], [b,b], [c,c], [d,d]}

R2 = {[a,b], [c,d], [a,a], [b,b]}

R3 = {[a,b], [d,c],[b,d],[a,c], [a,d], [b,c]}

R4 = {[c,b], [b,c],[b,a]}

R5 = {[a,a], [b,b], [c,c], [c,b], [b,c],[b,a],[a,b],[a,c], [c,a], [d,d]}

R6 = {[c,a], [d,b]}

R7 = {[a,a]}

*Příklad 2*: Je dána množina A, jejímiž prvky jsou vybraní žáci z 3. třídy. Jejich jména a další údaje o nich jsou uvedeny níže v tabulce. Tvořte relace v množině A pomocí slovního zadání, zapište je pak výčtem prvků a určete jejich vlastnosti.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Jméno** | **Datum narození** | **Váha** | **Výška** | **Domácí mazlíček** |
| Kája | 6. 7. 2010 | 35 kg | 136 cm | Pes |
| Adéla | 15. 4. 2010 | 27 kg | 132 cm | Kočka |
| Tomáš | 3. 3. 2010 | 41 kg | 146 cm | had |
| Petra | 7. 3. 2010 | 31 kg | 134 cm | Pes |
| Marek | 6. 3. 2010 | 30 kg | 141 cm | Kočka |