

IMA12 Matematika 2 - Domáci zápočtový úkol (jaro 2024)

1. Ze 68 studentů chodí pravidelně na oběd nebo na večeři 54 studentů. 53 studentů nechodí na oběd nebo nechodí na večeři. Přitom na oběd jich chodí o 19 více než na večeři. Kolik studentů chodí na obědy i na večeře? Kolik jen na večeře?
2. Je dána množina $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Určete výčtem prvků množiny A , B , jestliže platí:

$$A - B = A \triangle B = \{3, 4, 5\} \wedge \{1, 2\} \subset A'$$

Situaci zakreslete pomocí Vennových diagramů.

3. Rozhodněte, který ze vztahů $=$, \neq , \subset platí vždy pro množiny L , P , jestliže je dáno:

$$\begin{aligned} L &= [(A \cup B) - (B - A)] - (C - A), \\ P &= [A \cup (B \cap C)] \cap (A \cup B). \end{aligned}$$

Jaké podmínky musí splňovat množiny A , B , C , aby platilo $L = P$? Situaci znázorněte množinovými diagramy.

4. Je dána množina $Z = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Zapište výčtem prvků množiny A , B , jestliže platí:
 $A - B = \{1, 3\} \wedge A \cap B = \{2, 4\}$.
Situaci znázorněte množinovým diagramem. Úloha má více řešení.
5. Pomocí symbolů \emptyset a \bullet zaznamenejte do množinového diagramu, že pro množiny A , B , C platí:

$$A - B = B - A \wedge C \subset A \triangle B \wedge A \neq \emptyset.$$

Rozhodněte, který z následujících výroků je pravdivý nebo nepravdivý:

1. $B \neq \emptyset$, 2. $A \cap C \neq \emptyset$, 3. $A \cup B \subset B$, 4. $A \triangle C = A$, 5. $A' \neq \emptyset$.

6. Rozhodněte o vlastnostech binární relace

$$S = \{[a, a], [b, b], [c, c], [d, d], [a, d], [d, a], [b, c], [c, b]\}$$

v množině $M = \{a, b, c, d\}$ a všechna svá tvrzení zdůvodněte. Sestrojte kartézský graf relace S . Uveďte, zda relace S je relací ekvivalence na množině M . Pokud ano, určete rozklad T množiny M příslušný relaci ekvivalence S .

7. V množině $A = \{1, 2, 3\}$ jsou definovány binární relace:

$$R_1 = \{[x, y] \in A \times A; x > 1 \Rightarrow x + y = 1\}, \\ S = \{[2, 2], [3, 2]\}.$$

Zapište výčtem prvků binární relaci R_1 a $S \circ R_1$. Sestrojte uzlový graf binární relace S v množině A . Zapište, které z vlastností \mathcal{R} , \mathcal{AR} , \mathcal{S} , \mathcal{AS} , \mathcal{T} , \mathcal{SO} má relace S . Svá tvrzení zdůvodněte.

8. V množině $M = \{1, 2\}$ je definována binární relace $R_2 = \{[1, 1], [2, 2]\}$. Dokažte, že relace R_2 je relací ekvivalence na množině M a zapište výčtem prvků rozklad T množiny M , který ekvivalence R_2 určuje. Rozhodněte a zdůvodněte, zda je relace R_2 uspořádání v množině M . Pokud ano, určete přestně jeho typ.

9. V množině $A = \{a, b, c\}$ je dána binární relace R charakteristickou vlastností:

$$R = \{[x, y] \in A \times A : x \neq a \Rightarrow x = y\}.$$

Určete výčtem prvků binární relace R , R' , R^{-1} . Sestrojte kartézský graf binární relace R . Rozhodněte o vlastnostech relace R a svá tvrzení zdůvodněte.

10. Jsou dány množiny $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

a) Zapište výčtem prvků binární relaci

$$R_1 = \{[x, y] \in A \times B; y = |x - 2|\}$$

a zakreslete její uzlový graf.

b) Rozhodněte, zda binární relace R_1 je zobrazení z množiny A do množiny B . V případě, že ano, určete jeho typ a zda je prosté.

- c) Zapište výčtem prvků binární relaci R_2 z množiny A do množiny B , která není zobrazením. Svá tvrzení zdůvodněte.

11. Jsou dány množiny $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$, $B = \{0, 1, 2, 3\}$.

- a) Zapište výčtem prvků binární relaci

$$R_1 = \{[x, y] \in A \times B; y = |x^2 - 1|\}$$

a zakreslete její uzlový graf.

- b) Rozhodněte, zda binární relace R_1 je zobrazení z množiny A do množiny B . V případě, že ano, určete jeho typ a zda je prosté.
- c) Zapište výčtem prvků dvě permutace P_1 a P_2 množiny B , z nichž ani jedna není identické zobrazení, a určete permutace $P_1 \circ P_2$ a $P_2 \circ P_1$.