DF - Metodika řešení fyzikálních úloh

1. *Fyzikální úloha*
2. *Typy úloh*
3. *Způsoby řešení úloh*
4. *Strategie řešení (fáze)*
5. *Problémy se zápisem úloh*
6. *Zaokrouhlování výsledků*

Prof. RNDr. Emanuel Svoboda, CSc.

FÚ: Formulace požadavku na činnost žáka, kterou plní (provádí) za daných předpokladů a podmínek, a to poměrně složitou a bohatě strukturovanou aktivitou, tvůrčí činností.

Projev aktivity, tvůrčí činnosti:

- Fyzikální úvaha, rozbor situace, zdůvodnění či vysvětlení postupu, ověření správnosti postupu
- Výpočet, grafická práce,
- Experiment
- Další činnosti (např. způsoby jednání)

TEXT ÚLOHY

- Předpoklady, podmínky

(popis situace)

- Otázka, příkaz

$\Rightarrow$

Proces řešení

Výsledek úlohy

2. Typy úloh

- S úplným zadáním - úlohy tradičního typu
- S neúplným zadáním - netradiční úlohy
- Problémové úlohy
- Kvalitativní úlohy
- Kvantitativní úlohy
- Na reprodukci poznatků
- Na aplikaci poznatků ve známé situaci
- Na aplikaci poznatků v neznámé situaci
- Heuristické úlohy
- Konvergentní, divergentní
- Podle věcného obsahu (čistě fyz., tech., ekonom., experimentální, smíšené)

Rozdělení úloh podle jejich funkce ve VH

- **Úvodní úlohy, motivační**

  Spěchám ráno do školy. Uvařil jsem si* 2 dcl *horkého čaje (*90 °C*). Kolik mléka právě vyndaného z chladničky (*5 °C*) musím přilít do čaje, abych mohl čaj s mlékem hned vypít?

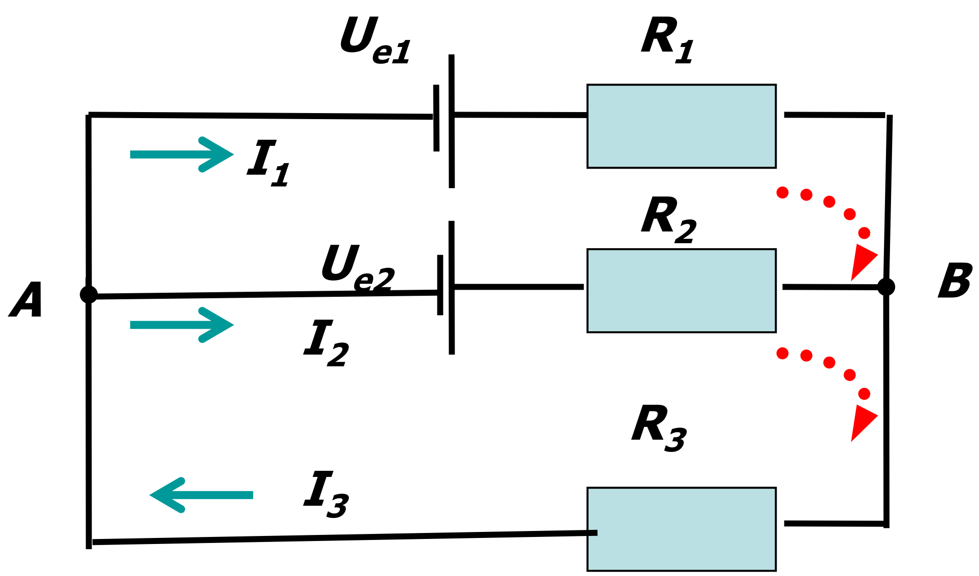
Spojení motivační úlohy:

- s navozením problémové situace
- s úvodním experimentem (např. měření reakčního času člověka – padající pravítko)

Výkladové úlohy

1. ilustrační úloha - vzorový příklad (U, U+ Ž)

V dané elektrické síti (viz obr.) určete proudy ve větvích a napětí mezi uzly, je-li: $U_{e1} = 6$ V, $U_{e2} = 4{,}5$ V, $R_1 = 0{,}5\ \Omega$, $R_2 = 1{,}5\ \Omega$, $R_3 = 10\ \Omega$.



$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 = U_{e1} - U_{e2}$$

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = U_{e2}$$

2. Nový poznatek jako součást řešení úlohy

- Do homogenního magnetického pole o magnetické indukci velikosti 4,0 mT

  vlétne elektron kolmo k indukčním čarám rychlostí o velikosti

  $1{,}1 . 10^7$ m·s^{-1}. Určete poloměr kružnice, kterou elektron opisuje.

EXPERIMENT

***Řešení*: Na elektron působí magnetická síla o velikosti** $F_m = Bev$**.**
Elektron se pohybuje po kružnici poloměru r. Magnetická síla je silou dostředivou, pro jejíž velikost $F_d = m_e v^2/r$***, kde*** m_e ***je hmotnost elektronu.***

Oba vztahy značí tutéž sílu, proto platí $F_d = F_m$***, neboli po úpravě***

$$r = m_e v/Be$$

Číselně ....≈ 1,6 cm

Typy úloh - pokračování

- **Procvičovací úlohy**

  cíle: osvojení zákona, správné pochopení pojmu, definiční vztahy pro veličiny, používání matematiky, algoritmus řešení, používání přístrojů, představa hodnot, práce s jednotkami, správné zaokrouhlování a další
- **Opakovací úlohy** (zpětná vazba: na konci VH, na počátku VH, na konci tématu)

  problémy:

  - řeší jeden žák, co ostatní ?
  - časové zvládnutí;
  - domácí cvičení (ano nebo ne?).
- **Kontrolní úlohy**

  - diagnostika vědomostí a dovedností (zkouška ústní, písemná, experimentální, test);
  - hodnocení, klasifikace

Všechny úlohy tvoří nutnou součást přípravy učitele na vyučovací hodinu !!!

Výběr úloh :

- **Z učebnic F (i starší uč. – jen pozor na značky veličin a terminologii; ČSN- ISO 80 000, části 1 – 13; dříve ČSN-ISO 31- 0, 1,…Veličiny a jednotky)**
- **Ze sbírek řešených úloh z fyziky (např. publ.: K. Bartuška – Sbírka řešených úloh 1-4; V. Žák – Fyzikální úlohy pro SŠ)**
- **Ze sbírek neřešených fyzikálních úloh**
- **Z pracovních sešitů (pro nižší stupeň G)**
- **Z CD (např. Testy)**
- **Z časopisecké literatury (Matematika fyzika informatika, Rozhledy MF, zahraniční, Fyzweb)**
- **vlastní tvorba (např. s aktuálním námětem)**

3. Rozdělení úloh podle způsobů řešení

- **Heuristický rozhovor** (ústní řešení)
- Účel: zabránit jen „vzorečkování“
- Příklady

1. Dva měděné dráty mají stejnou hmotnost. Délka druhého drátu je třikrát větší než délka prvního drátu. Jaký je poměr elektrických odporů těchto drátů?

2. Dvě nabité kuličky na sebe působí elektrickou silou o velikosti 10 mN. Jak velkou silou na sebe působí, když:

a) náboj jedné kuličky zvětšíme 2x a druhé zmenšíme 5x;

b) původní vzdálenost zmenšíme 3x;

c) náboj jedné 4x zvětšíme, druhé 2x zmenšíme a vzdálenost 2x zmenšíme?

Aritmetický (numerický) zp. řešení

- Využití jednoduchého úsudku, úměry, trojčlenky; fyzikální interpretace fyzikálních nebo materiálových konstant
- Příklady:

1. Určete úsudkem objem ocelového válečku o hmotnosti 117 g.
2. Jaké je látkové množství uhlíku o hmotnosti 120 g?
3. Jak velkou gravitační silou na sebe působí dvě koule o hmotnosti 2 kg, je-li vzdálenost jejich středů 1 m? (interpretace gravitační konstanty $G = 6{,}67 \cdot 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$)

4. Jaký elektrický odpor má měděný drát průřezu 1 mm^2 a délky 100 m?

(ρ_e = 0,018 $\mu\Omega\cdot$m)

Upravíme hodnotu ρ_e : $0{,}018\cdot10^{-6}\ \Omega\cdot m^2/m = 0{,}018\ \Omega\cdot mm^2/m \Rightarrow$ drát o průřezu 1 mm^2 a délky 1 m má odpor 0,018 Ω, tedy 100 m drátu má odpor 1,8 Ω.

5. Smícháme 1 litr studené vody teploty 10 °C s 1 litrem teplé vody o teplotě 50 °C. Jaká bude výsledná teplota při zanedbání tepelných ztrát do okolí?

Geometrický způsob řešení

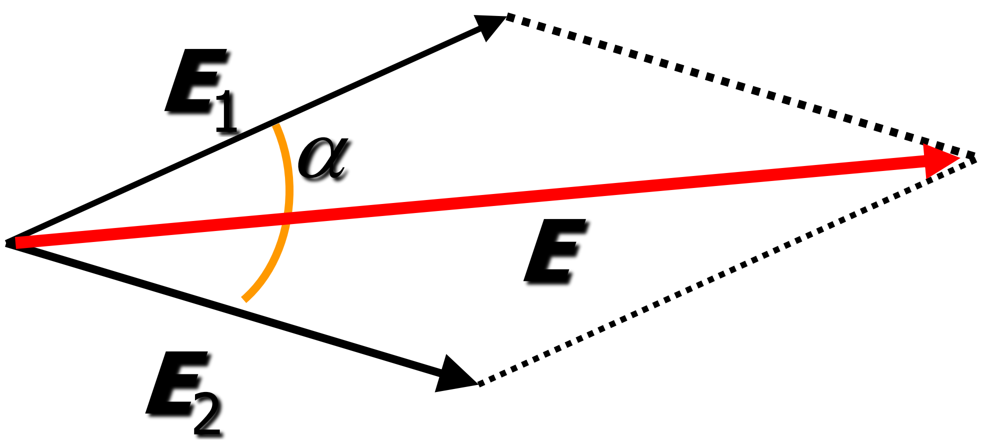
- Využití základních vět geometrie a trigonometrie
- **Příklady**:

1. Určení výslednice dvou sil, rozklad sil;
2. Z podobnosti trojúhelníků (stejnolehlosti) odvodit zobrazovací rovnici čočky ;
3. Energie napjaté pružiny, nabitého kondenzátoru;
4. Úloha Jana Marka Marciho

≠

Určení výslednice intenzity el. pole

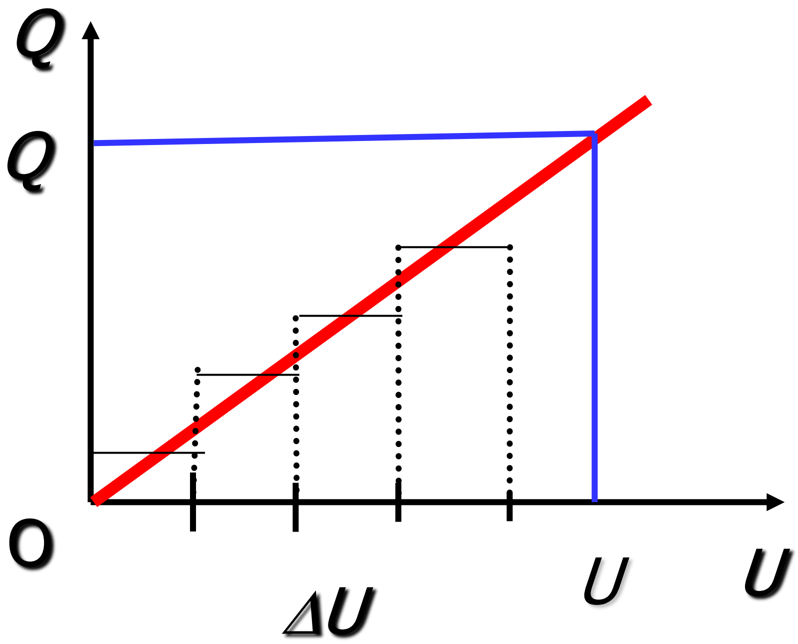
- $E_1 = E_2$, $\alpha = 60^o$; nebo $\alpha = 50^o$; nebo různé velikosti intenzit



- Kosočtverec
- Rovnoramenný trojúhelník
- Kosinová věta

Určit energii nabitého kondenzátoru

- Z definice kapacity graf $Q = f(U)$

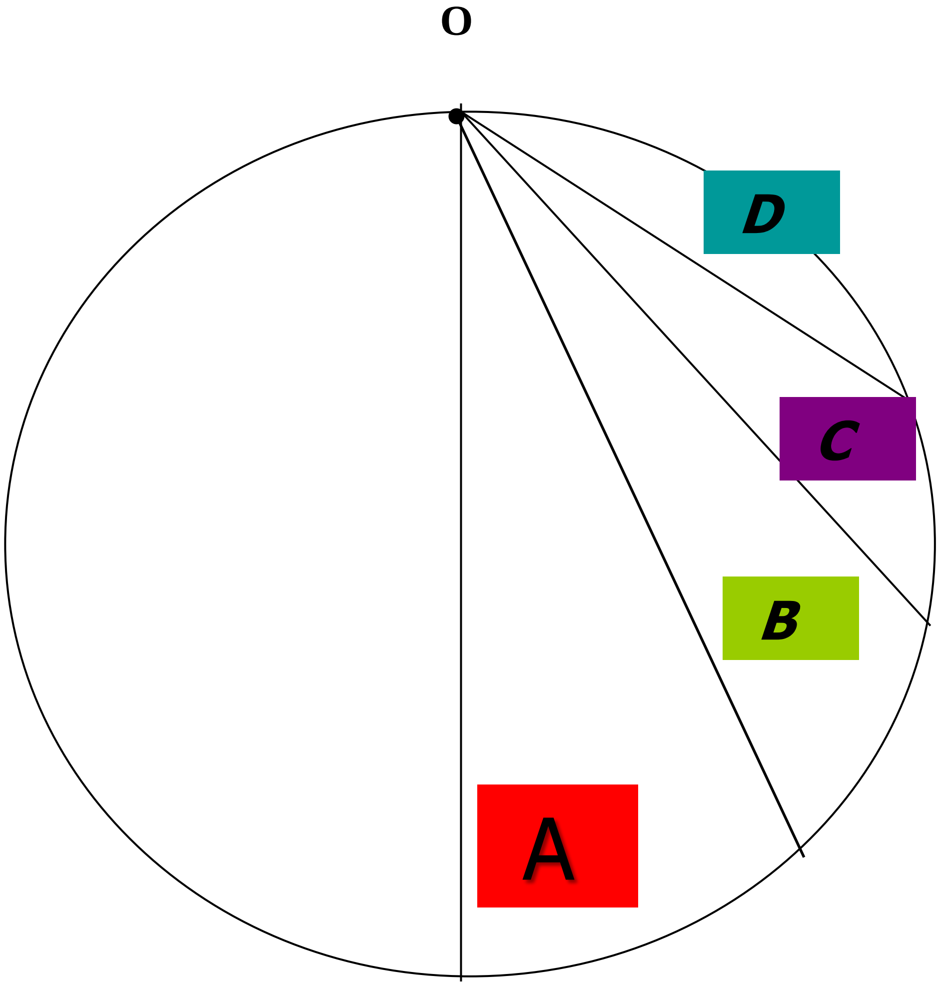


- Volba přírůstků ΔU
- Elementární práce $Q_i \Delta U$
- Celková práce = součet obsahů □
- Energie $E = \frac{1}{2}CU^2$

Úloha Jana Marka Marciho

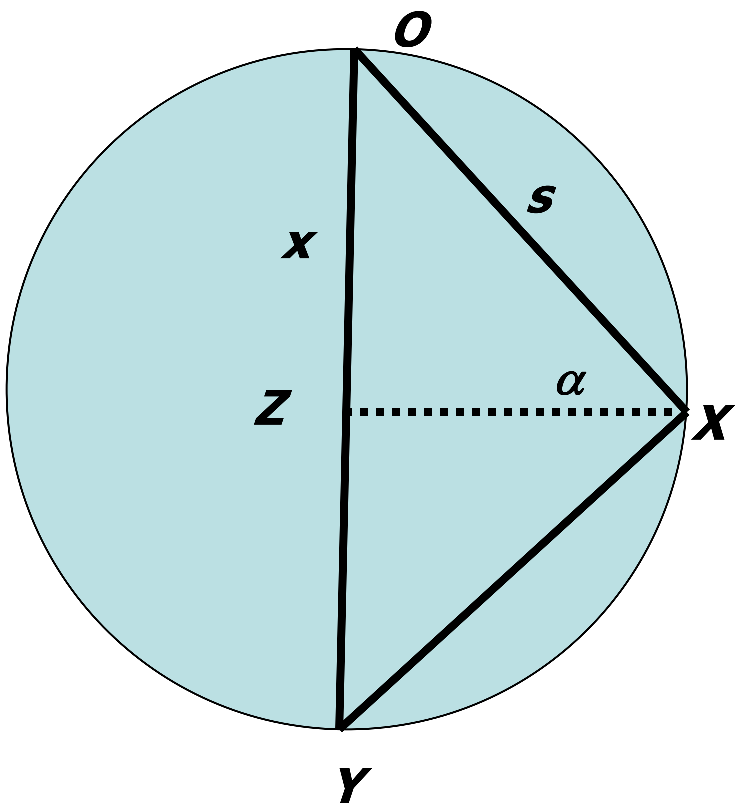
(1595-1667; český lékař a matematik, prof. UK, rektor 1667, osobní lékař Ferdinanda III a Leopolda I)

Nákres:



Řešení

- Pohyb kuličky po nakloněné rovině se zrychlením *g*.sinα



$$s = 1/2 g \sin \alpha . t^2$$

$$x = s . \sin \alpha$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g . \sin \alpha}}$$

$$s^2 = 2Rx = 2Rs . \sin \alpha$$

$$s = 2R \sin \alpha$$

$$t = \sqrt{\frac{2s}{g \sin \alpha}} = \sqrt{\frac{4R \sin \alpha}{g \sin \alpha}} = 2\sqrt{\frac{R}{g}}$$

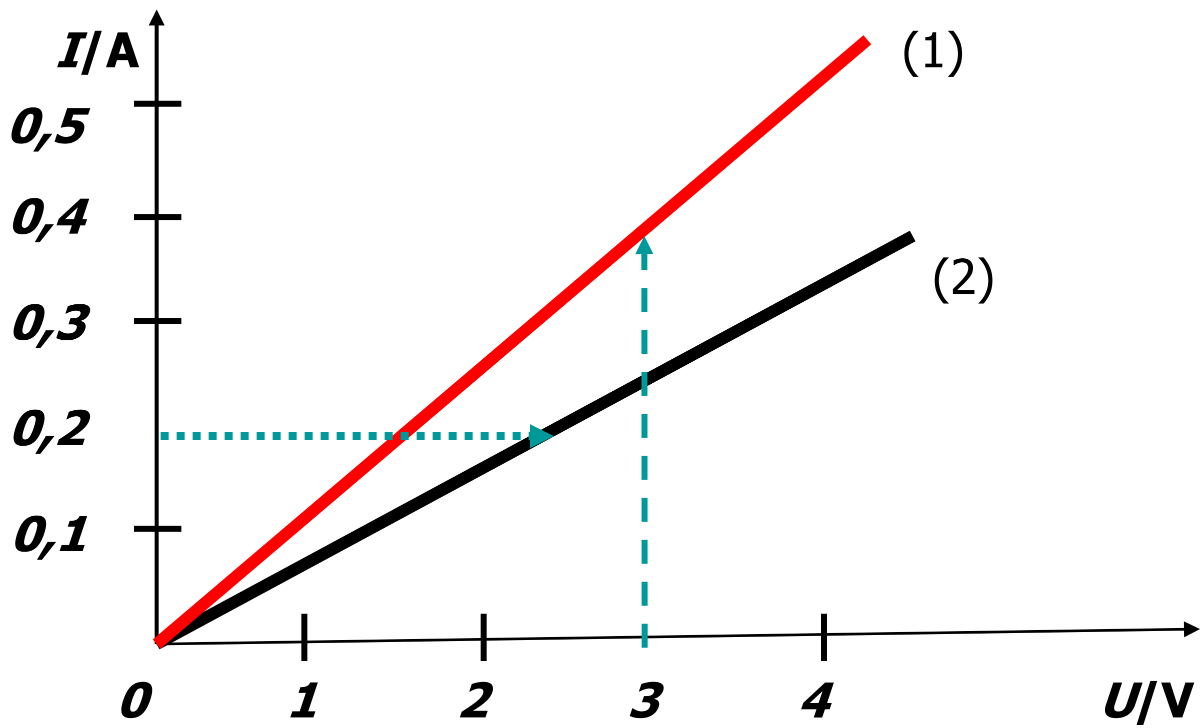
Grafické řešení úloh

- **Konstrukce grafů nebo vektorových nákresů, číselná hodnota hledané veličiny se odměřuje ve zvoleném měřítku**
- **Skládání a rozklad sil, optická zobrazení, kinematické úlohy, fázové diagramy, fázory, porovnávání materiálových konstant apod.**
- **Určení rezonanční frekvence v sériovém obvodu RLC (problém určení L) z křivky $I = \varphi(f)$ – hezká laboratorní úloha**

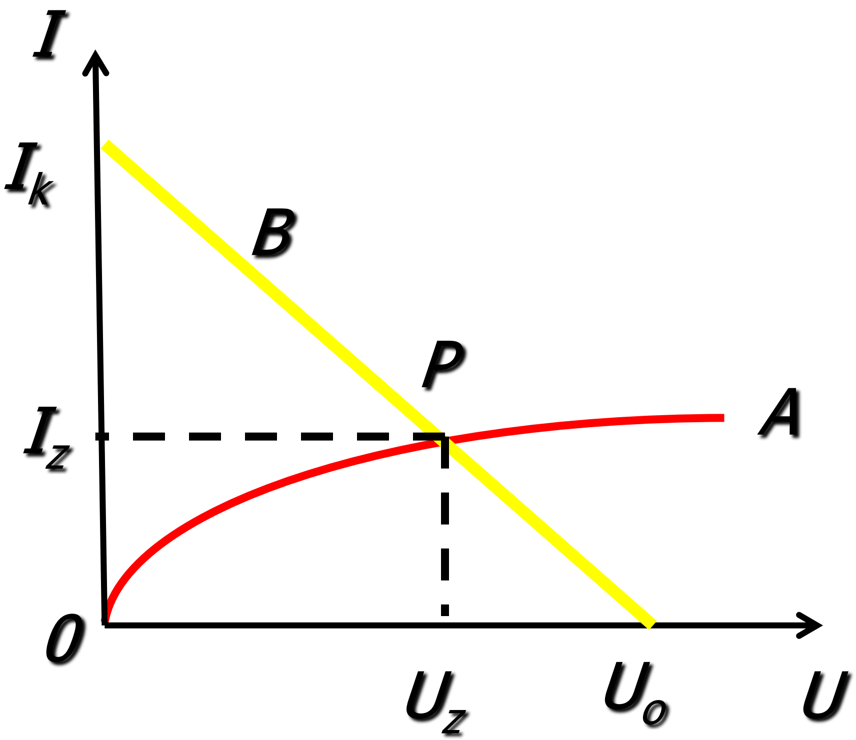
- **Dobrá příprava žáků na práci s grafy**

Úloha na grafické řešení

VA charakteristika vodičů (1) a (2)



Úloha na graf. řešení nelineárních obvodů – známe VA zátěže a VA zdroje napětí – určit napětí na zátěži a proud zátěží



$$U_z = U_o - R_i I_z$$

$$I_z = \frac{U_o - U_z}{R_i}$$

- Pracovní bod *P* je grafickým řešením

Algebraický způsob řešení (Obecné řešení)

- **Z rozboru úlohy vyplyne vhodný způsob řešení (viz dále)**
- **Hledáme rovnici, v níž na LS je symbol označující hledanou veličinu, na PS symboly zadaných veličin**
- **Výhoda: platí pro celou skupinu úloh; výhoda pro numerické řešení (vhodná matem. úprava zjednoduší zápis obecného řešení); některé zadané veličiny třeba nepotřebujeme**
- **Volba postupného výpočtu**
- **Poznámky: a) typ písma v dokumentech (např. *F*, *v*,** $5\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$**)**

  b) volba písmen na tabuli, např. pro dráhu (psací *s***)**

  a sekundu (tiskací s)

  c) nepoužívat pro vyjádření dělení lomítka typu /

Možnosti obecného (algebraického) řešení

- Podle „hotového“ vzorce
- Synteticky
- Analyticky
- Kombinace analytického a syntetického řešení

Řešení podle „hotového“ vzorce

Jaký tlak má kyslík O_2 při teplotě 0 °C, má-li při této teplotě hustotu 1,41 kg·m^{-3}? Kyslík považujte za ideální plyn.

Řešení:

a) Ze stavové rovnice

$$pV = \frac{m}{M_{\mathrm{m}}}RT \quad \Rightarrow \quad p = \frac{\rho}{M_{\mathrm{m}}}RT.$$

b) Ze základní rovnice pro tlak IP

$$p = \frac{1}{3}N_{\mathrm{V}}m_0 v_k^2 \quad \Rightarrow \quad p = \frac{1}{3}\rho v_{\mathrm{k}}^2 = \frac{1}{3}\rho\frac{3RT}{M_{\mathrm{m}}} = \uparrow$$

Syntetický způsob řešení
(postup od známého k neznámému)

Vycházíme ze zadaných veličin a na základě známých zákonitostí (vztahů) dochází ke spojování veličin vzájemně mezi sebou a s dalšími neznámými – to se vyjadřuje příslušnými vzorci.

Pokračujeme do té doby, dokud nejsou na pravé straně upravovaného vztahu jen známé údaje.

Příklad

- **V obvodu LC s kondenzátorem o kapacitě C_1 nastala rezonance při frekvenci f_1. Když byl k tomuto kondenzátoru připojen paralelně další kondenzátor o kapacitě C_2, snížila se rezonanční frekvence na p procent původní hodnoty. Určete kapacitu C_2.**
- **Řešte nejprve obecně, pak pro hodnoty** $C_1 = 2{,}5\ \mu\mathrm{F}$, $f_1 = 600\ \mathrm{Hz}$, $p = 60\ \%$.

Řešení

- **Pro rezonanční frekvenci f_1 platí vztah** $$f_1 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC_1}}$$
- **Připojením dalšího kondenzátoru má baterie kondenzátorů celkovou kapacitu $C = C_1 + C_2$**
- **Rezonanční frekvence se změní na** $$f_2 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}}$$
- **Pro poměr druhých mocnin rez. frekvencí platí** $$\frac{f_1^2}{f_2^2} = \frac{C_1 + C_2}{C_1}$$
- **Při čemž** $$f_2 = \frac{f_1}{100} p$$
- **Úpravou dostaneme** $$C_2 = C_1\left(\frac{f_1^2}{f_1^2.(0{,}01)^2.p^2} - 1\right) = C_1\left(\frac{10^4}{p^2} - 1\right)$$
- **Numericky: Bude C_2 větší nebo menší než C_1??**

Analytický způsob řešení

(vhodný vzorec východiskem, začínáme koncem úlohy)

- **Řešení úlohy začínáme nalezením takové zákonitosti (závislosti), která dá odpověď na otázku úlohy. Stanovení závislosti se vyjadřuje vzorcem.**
- **Vzorec pro hledanou veličinu je tedy východiskem pro další postup řešení – začíná se tedy koncem úlohy.**
- **Důležitá je analýza úlohy, u složitější úlohy se musí úkol rozdělit na řadu podúkolů (mohou být napovězeny v textu úlohy).**

Úloha

- **Topná spirála elektrického vařiče je z chromniklového drátu o průměru 0,40 mm. Voda o objemu 2,0 litru a teploty 10 ^oC se tímto vařičem uvede do varu (při normálním tlaku) přibližně za 3,0 min. Síťové napětí je 230 V, účinnost vařiče 80 %.**

Určete délku drátu topné spirály.

Řešení:

$$R = \rho_e \frac{l}{S} \qquad l = \frac{\pi d^2 R}{4\rho_e}$$

VÝCHODISKO

$$P = \frac{U^2}{R} \longrightarrow R = \frac{U^2}{P} \longrightarrow l = \frac{\pi d^2 U^2}{4\rho_e P}$$

$$P = \frac{P^o}{\eta} = \frac{cm\Delta t}{\eta\tau} = \frac{cV\rho\Delta t}{\eta\tau} \longrightarrow \boxed{l = \frac{\pi d^2 U^2 \eta\tau}{4cV\rho\Delta t\rho_e}}$$

- Následuje numerické řešení – viz dále

4. Strategie řešení FÚ- fáze řešení

(především ***kvantitativních*** úloh)

Tři fáze:

- **A. Fáze orientační a analytická**
- **B. Fáze strategická a operační**
- **C. Fáze verifikační**

A. Fáze orientační a analytická

- **Čtení textu, výběr opěrných bodů**
- **Zápis textu (zadání úlohy)**
- **Náčrt situace (obrázek, schéma, orientační graf)**
- ***Rozhodující: FYZIKÁLNÍ ANALÝZA SITUACE***

Čtení textu

- Čtení s maximální pozorností
- Správné pochopení fyzikální, technické,… situace
- Porozumění uvedeným termínům
- Případné odstranění nedostatků dodatečným poučením (studiem)
- Zadávání úlohy učitelem – možnosti:
- učebnice, text se promítne, text vytisknut a rozdán, čtení textu učitelem a žákem

Zápis zadání úlohy

- Zápis zadaných a hledaných veličin
- Dohledání dalších potřebných veličin (např. z MFChT, na webu)
- Převod na tzv. jednotky „hlavní“ (není ale vždy nutné)
- Používání smluvených značek veličin
- Případně zavést další vhodné symboly pro přehlednost (např. indexy, ale s mírou)

Zápis opěrných bodů z předchozí úlohy

d = 0,40 mm = $0{,}40 \cdot 10^{-3}$ m **τ = 3,0 min = 180 s**

V = 2.0 l = $2{,}0 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m}^3$ **U = 230 V**

t_1 = 10 °C **η = 80 % = 0,80**

t_2 = 100 °C

$$l = ?$$

Doplnění údajů do záhlaví

ρ (vody) = 1000 $\mathrm{kg \cdot m^{-3}}$ **ρ_e (Cr-Ni) = $1{,}2 \cdot 10^{-6}\ \Omega \cdot \mathrm{m}$**

c (vody) = $4{,}2 \cdot 10^3\ \mathrm{J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}}$

Pokračuje se v zápisu postupu řešení, obecné řešení viz předchozí

Rozbor úlohy

- Nejdůležitější a současně nejobtížnější krok – co vše využít z fyzikálních či jiných znalostí
- Využití zkušenosti (Neřešili jsme již někdy podobnou úlohu ? Nesetkali jsme se s podobným námětem?)
- Vhodná volba otázek:
- Jaká situace je v úloze popsána?
- Jaký děj úloha popisuje a za jakých podmínek probíhá?
- Jaké jsou zjednodušující předpoklady?
- Jaký vhodný náčrtek, vhodné schéma udělat?
- Potřebujeme vyhledat další veličiny?
- Jaké vztahy, zákony použít?
- Je vhodné rozdělit úlohu na kroky? Atd…

B. Fáze strategická a operační

- **Obecné řešení**
- **Určení jednotky výsledku** (zkouška jednotek; nevhodný termín rozměrová zkouška)
- **Numerické řešení** včetně zaokrouhlení
- **Konstrukce** (graf, doplnění schématu nebo nové schéma), provedení experimentu, …

Obecné řešení

- **Vyplývá z rozboru úlohy – volba analytického nebo syntetického způsobu řešení**
- **Nalezení rovnice, v níž na levé straně je symbol označující hledanou veličinu, na pravé straně symboly zadaných veličin**
- **Výhoda: platí pro celou skupinu úloh podobných; výhoda pro numerické řešení (vhodná matematická úprava zjednoduší zápis obecného řešení); některé veličiny třeba nejsou potřeba**
- **V některých případech postupný výpočet**
- Pozn.: typ písma v dokumentech (***F***, *v*, 5 m·s^{-1},..)

Určení jednotky výsledku, kontrola správnosti postupu řešení

$$l = \frac{\pi d^2 U^2 \eta \tau}{4cV\rho \Delta t \rho_e}$$

$$[l] = \frac{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{V}^2 \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{J} \cdot \mathrm{kg}^{-1} \cdot \mathrm{K}^{-1} \cdot \mathrm{m}^3 \cdot \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3} \cdot \mathrm{K} \cdot \Omega \cdot \mathrm{m}} = \frac{\mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{V}^2 \cdot \mathrm{s}}{\mathrm{V} \cdot \mathrm{A} \cdot \mathrm{s} \cdot \mathrm{V} \cdot \mathrm{A}^{-1} \cdot \mathrm{m}} = \mathrm{m}$$

Rozměr veličiny

- *Rozměr veličiny X*, který se označuje značkou dim *X*, je určen rozměrovým součinem

$$\dim X = A^{\alpha} B^{\beta} C^{\gamma} \ldots\ldots .$$

- A, B, C, … jsou *rozměrové znaky* (rozměrové symboly) označující rozměry základních veličin A, B, C … ; exponenty α, β, γ, … se nazývají *rozměrové exponenty*.
- Rozměry základních veličin se označují rozměrovými znaky po řadě L, M, T, I, Θ, N, J. Rozměr veličiny *X* je pak obecně zapsán

$$\dim X = \mathrm{L}^{\alpha}\, \mathrm{M}^{\beta}\, \mathrm{T}^{\gamma}\, \mathrm{I}^{\delta}\, \Theta^{\varepsilon}\, \mathrm{N}^{\xi}\, \mathrm{J}^{\eta}.$$

- Je-li některý z rozměrových exponentů roven nule, je příslušný součinitel v rozměrovém součinu roven jedné a zpravidla se nezapisuje. Zvláštním případem je *bezrozměrová veličina*, též *veličina s rozměrem jedna*.
- Rozměr práce je dim $W = \mathrm{L}^2\mathrm{M}\mathrm{T}^{-2}$, rozměr součinitele smykového tření dim $f = 1$ (všechny rozměrové exponenty rovny nule).

Numerické řešení, zaokrouhlení výsledku

$$l = \frac{\pi d^2 U^2 \eta \tau}{4cV\rho \Delta t \rho_e}$$

3 2 3 2 3 4?

$$l = \frac{3{,}14.(0{,}40.10^{-3})^2.230^2.0{,}80.180}{4.4{,}2.10^3.2{,}0.10^{-3}.1000.90.1{,}2.10^{-6}}\,\mathrm{m} \approx 1{,}055\,\mathrm{m}$$

2 2 4 2

2

$$l \approx 1{,}1\,\mathrm{m}$$

- **Přesnost výsledku** nesmí převyšovat přesnost, s jakou jsou dány výchozí veličiny – viz dále

Problémy se zápisem řešení úloh

Chybné zápisy

$p = h\rho g = 10{,}0 \cdot 1000 \cdot 10 = 10\ 0000\ \mathrm{Pa}$

$U = RI = 50 \cdot 2 = 100\ \ [\mathrm{V}]$

$U = RI = 50 \cdot 2 = 100\ \ (\mathrm{V})$

Správné zápisy – možnosti:

$p = h\rho g = 10{,}0 \cdot 1000 \cdot 10\ \mathrm{Pa} = 100\ \mathrm{kPa}$

$p = h\rho g = 10{,}0\ \mathrm{m} \cdot 1000\ \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}\ .\ 10\ \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2} =$

$= \ 10\ 0000\ \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2} = 100\ \mathrm{kPa}$

$\{p\} = 10{,}0 \cdot 1000 \cdot 10 = 100\,000; \quad p = 100\ \mathrm{kPa}$

$\frac{p}{\mathrm{Pa}} = \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots = 100\,000; \quad p = 100\ \mathrm{kPa}$

C. Fáze verifikační

* **Diskuse výsledků řešení:**
  - **kontrola správnosti (kontrola rozboru úlohy, matem. postupu, jednotky, zaokrouhlení, volba jiného způsobu řešení);**
  - **konfrontace s praxí, experimentem;**
  - **změna výsledku se změnou předpokladů;**
  - **„ohlédnutí se zpět“ vzhledem k námětu a k <u>metodě řešení</u>** (co nám úloha přinesla) .

* **Formulace výstižné odpovědi** **(zpravidla odpověď s číselným výsledkem a jednotkou – nutná návaznost na text úlohy)**

A 3.9 Tepelný stroj pracující s ohřívačem o teplotě 200 °C a s chladičem o teplotě 0 °C zvedá závaží o hmotnosti 400 kg. Do jaké maximální výšky ho může zvednout, jestliže přijme od ohřívače teplo 80 kJ?

Řešení

Tepelný stroj:
$t_1 = 200\,°\mathrm{C} \Rightarrow T_1 = 473{,}15\,\mathrm{K}$ Stačí bez deset. míst
$t_2 = 0\,°\mathrm{C} \Rightarrow T_2 = 273{,}15\,\mathrm{K}$
$m = 400\,\mathrm{kg}$
$Q = 80\,\mathrm{kJ} = 8\cdot 10^4\,\mathrm{J}$ Raději $80\cdot 10^3$ J
$h_{\max} = ?$

Do maximální výšky zvedne stroj závaží, když bude mít maximální účinnost $\eta_{\max} = \dfrac{T_1 - T_2}{T_1}$. Při zvedání závaží se zvýší jeho potenciální energie tíhová o $\Delta E_\mathrm{p} = mgh$. Pro účinnost dále platí, že $\eta_{\max} = \dfrac{\Delta E_\mathrm{p}}{Q}$. Dosadíme-li do posledního vztahu ze vztahů předcházejících, dostaneme pro maximální výšku

$$h_{\max} = \frac{Q(T_1 - T_2)}{T_1 m g},$$

kde g je velikost tíhového zrychlení.

Jednotková zkouška

$$[h_{\max}] = \frac{\mathrm{J\cdot K}}{\mathrm{K\cdot kg\cdot m\cdot s^{-2}}} = \frac{\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-2}\cdot m\cdot K}}{\mathrm{K\cdot kg\cdot m\cdot s^{-2}}} = \mathrm{m}.$$

Číselně $h_{\max} = \dfrac{8\cdot 10^4(473{,}15 - 273{,}15)}{473{,}15\cdot 400\cdot 9{,}8}\,\mathrm{m} \approx 8{,}6\,\mathrm{m}$.

Tepelný stroj může zvednout závaží do maximální výšky přibližně 8,6 m.

Některé problémy se zápisem řešení úloh

A) Vzorce v některých učebnicích

Např.

$$I = \frac{Q}{t} \qquad (\mathrm{A; C, s})$$

Význam ??

Význam jen u speciálních vztahů, např. $W = P \, . \, t$

$P = 3$ kW, $t = 24$ h

$W = 3 \cdot 10^3 \cdot 24 \cdot 3600 \text{ W} \cdot \text{s} = 3 \cdot 24 \cdot 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ J}$

$W = \mathbf{3{,}6} \cdot 3 \cdot 24$ MJ

$$W = 3{,}6 \, P \, . \, t \qquad \mathbf{(MJ; kW, h)}$$

Řešení úloh se složitějším zápisem

- **Příklad 1**

Těleso bylo vrženo svisle vzhůru počáteční rychlostí o velikosti 40 m·s^{-1}*. Za jakou dobu se bude nacházet ve výšce* 60 m*? Odpor vzduchu zanedbejte*.

Výchozí vztah: $h = v_0 t - gt^2/2$

a odtud úpravou

$$\frac{1}{2} g t^2 - v_o t + h = 0.$$

$$\frac{1}{2}.10\{t\}^2 - 40\{t\} + 60 = 0$$

$$\{t\}^2 - 8\{t\} + 12 = 0.$$

$\{t_1\} = 2$ a $\{t_2\} = 6$.

$t_1 = 2$ s $t_2 = 6$ s

Zápis komplikovaný, byť správný

Vhodnější zápis - model matematický a fyzikální

- Stejná úloha

$$\frac{1}{2}gt^2 - v_o t + h = 0.$$

Matematický model řešení

$$\frac{1}{2}.10\,t^2 - 40t + 60 = 0$$

$$t^2 - 8t + 12 = 0.$$

$t_1 = 2$ a $t_2 = 6$

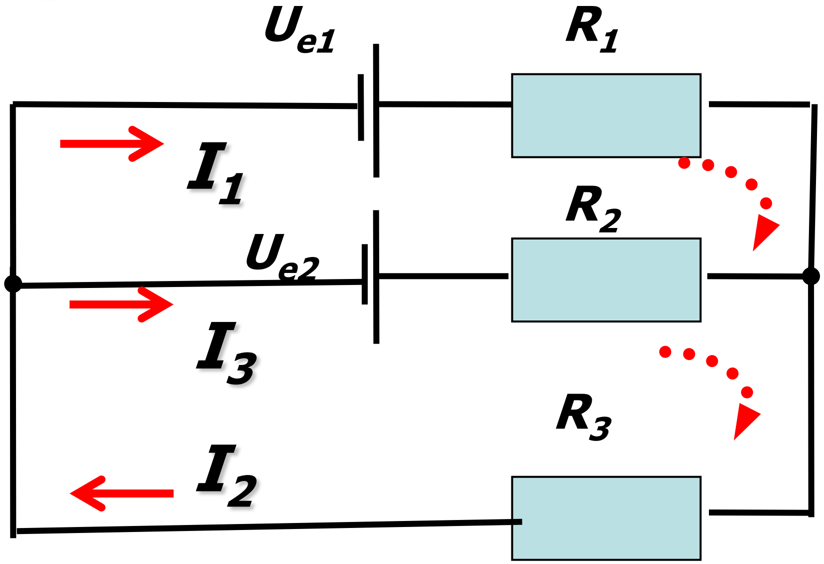
Fyzikální model řešení

$t_1 = 2$ s , $t_2 = 6$ s.

V čase t_1 = 2 s se těleso nachází ve výšce 60 m při pohybu směrem vzhůru,
v čase t_2 = 6 s se nachází v téže výšce při pohybu směrem dolů.

Při řešení úlohy se složitějším zápisem

Příklad 2 - Řešení elektrické sítě (U_{e1} = 6 V, U_{e2} = 4,5 V, R_1 = 0,5 Ω, R_2 = 1,5 Ω, R_3 = 10 Ω)



$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$R_1 I_1 - R_2 I_2 = U_{e1} - U_{e2}$$

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = U_{e2}$$

$$\{I_1\} + \{I_2\} - \{I_3\} = 0$$

$$0,5\{I_1\} - 1,5\{I_2\} = 6 - 4,5$$

$$1,5\{I_2\} + 10\{I_3\} = 4,5$$

$$x + y - z = 0$$

$$0,5x - 1,5y = 1,5$$

$$1,5y + 10z = 4,5$$

Vhodnější zápis - model matematický a fyzikální

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0 \qquad R_1 I_1 - R_2 I_2 = U_{e1} - U_{e2}$$

$$R_2 I_2 + R_3 I_3 = U_{e2}$$

Matematický model řešení

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

$$0{,}5 I_1 - 1{,}5 I_2 = 6 - 4{,}5$$

$$1{,}5 I_2 + 10 I_3 = 4{,}5$$

$$I_1 = \frac{96}{83} \approx 1{,}16$$

$$I_2 = -\frac{51}{83} \approx -0{,}61$$

$$I_3 = \frac{45}{83} \approx 0{,}54$$

Zkouška pro kořeny

Fyzikální model řešení

$\boldsymbol{I}_{1,} \approx 1{,}16\,\mathrm{A}$ a směr stejný jako ve schématu

$\boldsymbol{I}_2 \approx 0{,}61\,\mathrm{A}$ a směr opačný proti původnímu označení

$\boldsymbol{I}_3 \approx 0{,}54\,\mathrm{A}$ a směr stejný jako ve schématu

Počet platných cifer v čísle – nejčastěji uváděno

- Počet platných cifer v čísle se určuje podle následujícího algoritmu.
- 1. Nenulová číslice nejvíce nalevo je nejvýznamnější platná cifra.
- 2. Jestliže číslo neobsahuje desetinnou čárku, nenulová číslice nejvíce napravo je nejméně významná platná cifra.
- 3. Jestliže číslo obsahuje desetinnou čárku, číslice (včetně nuly) nejvíce napravo je nejméně
- významná platná cifra.
- 4. Počet platných cifer je počet číslic mezi nejvýznamnější a nejméně významnou **včetně**.
- **Východiskem při řešení úloh ve fyzice je ale zápis číselné hodnoty, který vznikl na základě uplatnění přesnosti měření (neboli v úloze tak na zadané hodnoty veličin pohlížíme) – např. 20 g je s přesností ± 0,5 g.** Neboli měříme na dvě platné cifry.
- Proto upřesníme 2. krok: i nulová číslice se počítá, tedy „jdeme“ až k poslední zapsané číslice (včetně nuly) vpravo.
- Procvičení viz další snímek

Příklady na počet platných cifer

- 9,806 65
- 4 002
- 12,0
- 140.10^3
- $14,0 \cdot 10^4$
- $0,140 \cdot 10^6$
- 0,002 3
- $m = 300$ g
- $m = 300 \cdot 10^{-3}$ kg
- nebo $m = 0,300$ kg

- 6
- 4
- 3
- 3 (nepočítají se jen nuly vyplývající z 10^3)
- 3
- 3
- 2
- 3
- 3
- 3
- Špatně $m = 0,3$ kg !!!

„Nepsané“ dohody – 2 platné cifry

Veličiny	**čas**	**4 s**
	teplota	**5 ^oC**
	proud	**2 A**
	hmotnost	**6 g**
	vel. zrychlení	**10 $m \cdot s^{-2}$**
	napětí	**9 V**

Pravidla pro určení počtu platných číslic

a) Při sčítání a odečítání: Výsledek zaokrouhlit na stejný počet desetinných míst jako má číslo s nejmenším počtem desetinných míst.

Př: $2{,}005 + 7{,}1 + 0{,}02 = 9{,}125 \approx 9{,}1$

b) Při násobení a dělení: Výsledek zaokrouhlit tak, aby obsahoval stejný počet platných číslic jako číslo ve výpočtu s nejmenším počtem platných číslic.

Př: $24 \cdot 4{,}02/100{,}0 = 0{,}9648 \approx 0{,}96$

c) Při kombinacích (sčítání, odečítání, násobení a dělení): Dílčí výsledky se vyjádří číslicí mající o jedno platnou číslici víc než odpovídá jmenovaným pravidlům. Teprve konečný výsledek se zaokrouhlí na příslušný počet míst.

Př: $(35{,}2/10{,}113) \cdot (235{,}3 - 42{,}687) = 3{,}481 \cdot 192{,}61 \approx 670{,}5$

Zaokrouhlování

- **Úloha: Zadáno napětí *U* = 12,3 V na rezistoru, proud rezistorem *I* = 0,52 A.**
- **Odpor *R* = (12,3: 0,52) Ω = 23,653846 Ω ; celý displej?**
- **Zápis nesprávný**
- **Odchylky měření: 0,05 V; 0,005 A**
- **Relativní chyba přibližně 0,4 % (*U*) a 1 % (*I*)**
- **Celková rel. chyba 1,4 %**
- **Když zaokrouhlení na 4 cifry (23,65 Ω), pak 1,4 % z této hodnoty je 0,331 Ω - tisíciny nejisté**
- **Zaokrouhlíme na 2 platné cifry, tj. R ≈ 24 Ω, neboli chyba měření 0,5 Ω, pak 1,4 % je 0,34 Ω ~ 0,5 Ω**
- **U složitějších výpočtů – viz dále**

Numerické řešení, zaokrouhlení

$$l = \frac{\pi d^2 U^2 \eta \tau}{4 c V \rho \Delta t \rho_e}$$

$$l = \frac{\overset{3}{3{,}14} \cdot (\overset{2}{0{,}40} \cdot 10^{-3})^2 \cdot \overset{3}{230}^2 \cdot \overset{2}{0{,}80} \cdot \overset{3}{180}}{4 \cdot \underset{2}{4{,}2} \cdot 10^3 \cdot \underset{2}{2{,}0} \cdot 10^{-3} \cdot \underset{4}{1000} \cdot \underset{2}{90} \cdot 1{,}2 \cdot 10^{-6}}\ \mathrm{m} \approx \overset{4?}{1{,}055}\ \mathrm{m}$$

$$l \approx \overset{2}{1{,}1}\ \mathrm{m}$$

1. Zápočtová práce

- Vytvořte 1 úlohu jako *úlohu motivační.* Popište motivační prvek a jak bude úloha použita v konkrétní hodině.
- Sestavte 1úlohu, která se dá řešit *graficky* nebo *geometricky*; proveďte a zapište vzorové řešení.
- Sestavte 1 úlohu a vyřešte ji vzorově *syntetickým způsobem* (dodržte všechny fáze řešení a uveďte jejich zápis).
- Sestavte 1 (jinou) úlohu a vyřešte ji vzorově *analytickým způsobem* (dodržte všechny fáze řešení a uveďte jejich zápis).

Závěr FYZIKA

- Řešení úloh má ve výuce fyziky svou nezastupitelnou roli, nelze se této činnosti vyhnout ani jí výrazně omezit.
- **Je zcela nezbytné, aby žák zvládnul řešit základní fyzikální úlohy, a především aby si osvojil potřebný algoritmus k jejich řešení – osvojil si vhodnou metodiku řešení úloh.**