VZOROVÁ KONTROLNÍ PRÁCE č. 2 K ZÁPOČTU

1. Definujte operaci násobení v množině všech celých čísel, tj. součin A·B, kde $A = [a\overset{\bullet}{,}b]$, $B = [c\overset{\bullet}{,}d]$.
   Dále dokažte, že pro každá tři celá čísla A, B, C platí :
   $$(-C).(B - A) = A \cdot C + (-B) \cdot C.$$
   Využijte této reprezentace celých čísel A, B, C: $A = [a\overset{\bullet}{,}b]$, $B = [c\overset{\bullet}{,}d]$, $C = [e\overset{\bullet}{,}f]$.

2. Dokažte, že rovnice $A \cdot X = B$ nemá řešení pro celá čísla $A = [0\overset{\bullet}{,}3]$, $B = [4\overset{\bullet}{,}3]$.

3. Definujte přirozené uspořádání v množině celých čísel a rozhodněte, které z čísel $A = [0\overset{\bullet}{,}3]$ a $B = [2\overset{\bullet}{,}3]$ je větší.

4. Definujte absolutní hodnotu celého čísla. Dále vypočtěte: $b.|-a| + |a| \cdot |b| - |a|^2 - \dfrac{|b|}{|a|}$,
   kde a = 3, b = –6.

5. Definujte dělení se zbytkem v množině všech celých čísel a vypočtěte neúplný podíl q a zbytek z při dělení čísla a = -18 číslem b = -5.

Další úlohy k procvičení vlastností celých čísel (viz též uč. ZEA s. 198-199, úl. 3 – 13)

1. Dokažte (pomocí tříd uspořádaných dvojic přirozených čísel), že a) násobení celých čísel je asociativní, b) násobení celých čísel je distributivní vzhledem ke sčítání.

2. Dokažte, že celé číslo O = $[x\overset{\bullet}{,}x]$ = $[0\overset{\bullet}{,}0]$ je agresivní vzhledem k násobení. (Tzn. je třeba dokázat, že pro každé celé číslo A = $[a\overset{\bullet}{,}b]$ platí A . O = O).

3. Dokažte, že celé číslo J = $[1\overset{\bullet}{,}0]$ je jednotkové celé číslo, (tj. neutrální vzhledem k násobení).
   Tzn. je třeba dokázat, že pro každé celé číslo A = $[a\overset{\bullet}{,}b]$ platí A . J = A

4. Jsou dána celá čísla A = $[4\overset{\bullet}{,}2]$, B = $[1\overset{\bullet}{,}5]$. Vypočítejte: a) součet A + B b) součin A . B
   c) rozdíly A – B, B – A. Připomeňte si definici přirozeného uspořádání celých čísel (viz přednáška nebo učebnice ZEA) a rozhodněte a zdůvodněte, které z čísel A, B je větší než druhé.

5. Zapište tři různé uspořádané dvojice přirozených čísel, které reprezentují celé číslo A = $[9\overset{\bullet}{,}5]$.

6. Vypočítejte celé číslo X = $[x\overset{\bullet}{,}y]$ z rovnice a) A = X . B, b) A = X + B, je-li A = $[8\overset{\bullet}{,}2]$, B = $[1\overset{\bullet}{,}4]$.

7. Dokažte, že rovnice A = X . B nemá řešení pro celá čísla A = $[0\overset{\bullet}{,}2]$, B = $[3\overset{\bullet}{,}0]$.