

METODY ŘEŠENÍ KONSTRUKČNÍCH ÚLOH

Několik motivačních úloh

1. Konstrukce omezenými prostředky

- Sestrojte střed úsečky pouze rovnoběžným pravítkem.
- Narýsujte kružnici pouze tužkou (bez kružítka). Určete střed této kružnice (např. překládáním papíru).
- Je dána přímka p a bod A . Sestrojte jediným pravítkem s rovnoběžnými hranami přímku k kolmou k přímce p , která prochází bodem A .
- Nad průmětem AB je opsána půlkružnice, jejíž střed není vyznačen. Je dán bod C ve vnější oblasti půlkružnice tak, že trojúhelník ABC je ostroúhlý. Z bodu C sestrojte kolmici na AB .
- Jsou dány dva různé body A, B . Pouze pomocí kružítka sestrojte dvojnásobek úsečky AB .
- Jsou dány dva různé body A, B . Pouze pomocí kružítka sestrojte střed úsečky AB .
- Pouze kružítkem sestrojte čtverec $ABCD$, jestliže je dána velikost jeho strany a .
- Je dána přímka p a bod D , který neleží na přímce p . Pouze pomocí kružítka sestrojte vrcholy kosočtverce $ABCD$ o dané straně a .

2. Provázková geometrie

- Pomocí provázku sestrojte střed úsečky.
- Pomocí provázku vyznačte rovnoramenný (rovnostranný) trojúhelník).
- Pomocí provázku vyznačte čtverec.
- Pomocí provázku a kolíku vyznačte kružnici,
- Pomocí provázku a dvou kolíků vyznačte elipsu.

3. Přibližné konstrukce

- Sestrojte úsečku, která má délku jako daná kružnice (rektifikace kružnice).
- Konstrukce pravidelných mnohoúhelníků.

METODY ŘEŠENÍ KONSTRUKČNÍCH ÚLOH

Konstrukčními úlohami rozumíme takové úlohy, jejichž cílem je sestrojít geometrický útvar požadovaných vlastností. Na základní škole řešíme nejčastěji úlohy, při nichž používáme pouze pravítka a kružítko (konstrukce, které se provádějí pouze s použitím kružítko a pravítka se nazývají euklidovské konstrukce).

Narýsování bodu

Bod považujeme určený, jestliže je buď dán, nebo je společným bodem

- dvou různoběžných přímk
- kružnice a přímky
- dvou kružnic

Bod může být také libovolně volitelným prvkem daného nebo sestrojeného útvaru.

Narýsování přímky

Přímku považujeme za sestrojenou, jsou-li sestrojeny její dva různé body.

Narýsování úsečky

Úsečku považujeme za sestrojenou, jsou-li sestrojeny její dva krajní body.

Narýsování kružnice

Kružnici považujeme za sestrojenou, je-li sestrojen její střed a jeden její bod.

Narýsování trojúhelníku

Trojúhelník považujeme za sestrojený, jsou-li sestrojeny jeho tři vrcholy.

Základní euklidovské konstrukce:

- narýsování přímky procházející danými dvěma různými body
- narýsování kružnice o daném středu a daném poloměru
- narýsování přímky rovnoběžné s danou přímkou a procházející daným bodem
- narýsování přímky kolmé k dané přímce a procházející daným bodem
- narýsování kružnice s daným středem a procházející daným bodem
- přenesení dané úsečky k dané polopřímce
- přenesení konvexního úhlu k dané polopřímce do dané poloroviny
- sestrojení středu úsečky
- sestrojení osy úsečky
- sestrojení osy úhlu
- rozdělení úsečky na n shodných dílů

METODY ŘEŠENÍ KONSTRUKČNÍCH ÚLOH

Při řešení konstrukčních úloh používáme zpravidla tyto metody:

- pomocí množin bodů s danou vlastností
- pomocí geometrických zobrazení
- algebraicko-geometrickou metodou

Základní množiny bodů s danou vlastností:

- osa úsečky AB
- kružnice o středu S a poloměru r
- kruh o středu S a poloměru r

- ekvidistanta přímký p
- osa pásu rovnoběžek a, b,
- osa konvexního úhlu AVB
- Thaletova kružnice
- ekvidistanta kružnice (množina všech středů kružnic dotýkajících se dané kružnice)
- množina všech středů kružnic o daném poloměru dotýkajících se dané přímký
- množina všech středů kružnic dotýkajících se dané přímký v daném bodě
- množina všech středů kružnic procházejících danými dvěma body
- množina všech středů kružnic s daným poloměrem a procházejících daným bodem S
- množina všech středů kružnic dotýkajících se daných dvou rovnoběžek
- množina všech středů kružnic dotýkajících se daných dvou různoběžek
- množina všech středů tětiv dané kružnice
- množina všech středů navzájem rovnoběžných tětiv dané kružnice
- množina všech bodů, ze kterých je vidět danou úsečku pod daným úhlem.

Třídění konstrukčních úloh:

Podle umístění v rovině:

- a) polohové – je určena poloha některých daných prvků a tím i poloha narýsovaného útvaru (např. sestrojení trojúhelníku, jsou-li dány 3 body – středy jeho stran).
- b) nepolohové – je určen pouze tvar a velikost, nikoliv poloha narýsovaného útvaru. Umístěním prvního prvku (narýsováním úsečky nebo bodu) nepolohovou úlohu lokalizujeme a převedeme ji na úlohu polohovou.

Podle počtu neznámých bodů:

- a) úlohy s jedním neznámým bodem (např. sestrojení trojúhelníku, jsou-li dány tři jeho strany).
- b) úlohy se dvěma nebo více neznámými body.

Postup řešení konstrukční úlohy:

1. Rozbor – UMĚNÍ DÍVAT SE A VIDĚT

Obsahuje zpravidla náčrt – jako by úloha byla vyřešen a ve kterém se vyznačí zadané prvky (nejlépe barevně) Dále obsahuje určení podmínek pro neznámé body, tak aby je bylo možno nalézt pomocí základních konstrukcí.

2. Popis konstrukce – UMĚNÍ SESTAVIT PLÁN

Stanovení předpisu - posloupnosti jednotlivých kroků, základních konstrukcí, pomocí kterých se sestojí neznámé prvky.

3. Konstrukce – UMĚNÍ REALIZOVAT PLÁN

Postupně rýsujeme jednotlivé prvky pomocí základních konstrukcí a narýsujeme hledaný útvar.

4. Zkouška – UMĚNÍ OVĚŘIT SI SPRÁVNOST POSTUPU

Vždy je třeba přesvědčit se (např. měřením při konkrétním zadání), zda narýsovaný útvar odpovídá zadání úlohy.

5. Diskuse – UMĚNÍ VIDĚT OBECNĚJI

Diskuse se provádí zejména při parametrickém zadání úlohy, kdy sledujeme, a jakých podmínek je úloha řešitelná a za jakých není a sledujeme počet možných řešení při určité hodnotě parametrů.

Několik úloh

1. Konstrukce trojúhelníku pomocí jeho stran nebo úhlů (strany označíme a, b, c , úhly označíme α, β, γ).

	SSS		SUS		usu		
a	x		x	x		x	
b	x	x		x			x
c	x	x	x		x		
α		x			x		x
β			x		x	x	
γ				x		x	X

Trojúhelník můžeme sestavit, jestliže každá jeho strana je menší než součet zbývajících dvou (trojúhelníková nerovnost): $a < b + c$, $b < a + c$, $c < a + b$.

Součet velikostí vnitřních úhlů trojúhelníku je $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$.

2. Některé množiny bodů s danou vlastností

c, v_c, a c, v_c, α

c, v_a, v_b

c, t_c, a

3. Některé úlohy využívající geometrických zobrazení

a, b, t_a

c, v_c, t_c

Konstrukce čtyřúhelníků

Konstrukce obdélníku

- a) zadány délky stran obdélníku
- b) zadána délka strany a délka úhlopříčky

Konstrukce čtverce

- a) zadána délka strany
- b) zadána délka úhlopříčky

Konstrukce rovnoběžníku

Konstrukce lichoběžníku

Konstrukce pravidelných mnohoúhelníků

LITERATURA

FRANCOVÁ, M.: *Konstrukční planimetrické úlohy*. Brno: Učební text Pdf MU

KUŘINA, F.: *Umění vidět v matematice*.

ŠVRČEK, J., VANŽURA, J.: *Geometrie trojúhelníka*. Praha: SNTL 1988

VYŠÍN, J.: *Geometrie pro pedagogické fakulty*. Praha: SPN 1965