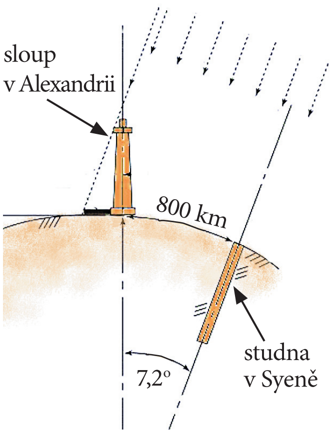
Kapitola 1

Svět fyzikálních veličin

Víte, že…

Prvním člověkem, kterému se podařilo správně odpovědět na otázku, jak velká je Země, byl řecký učenec Eratosthenés. Žil v Alexandrii v letech 276 – 194 př. n. l. Zatímco ostatní filozofové vedli dlouhé debaty o velikosti světa, Eratosthenés neváhal a pustil se do měření.

Předpokládal, že Země je koule a že Slunce je od ní hodně daleko. Pak už si vystačil s jednoduchou geometrií. Změřil, že v době slunovratu, kdy je v Syeně (dnešním Asuánu v Egyptě) Slunce v poledne přesně nad hlavou, je v Alexandrii vzdáleno o $7{,}2^0$ od svislého směru. Vzdálenost mezi oběma městy byla podle tehdejších údajů asi 800 km. Jaký je obvod Země?



Obrázek 1-1. Eratosthenovo měření obvodu Země.

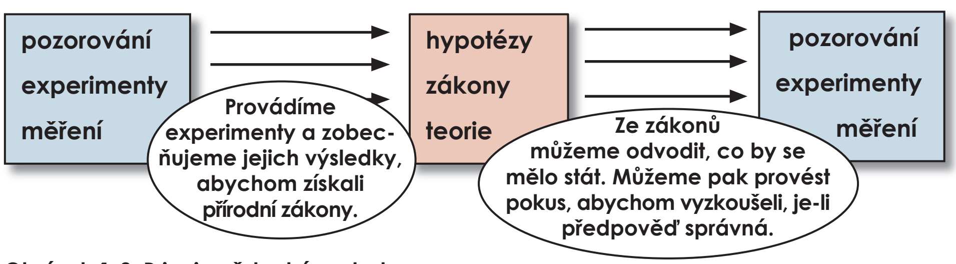
Cíle

1. **Dozvíte se, co je to vědecká metoda, poznáte jakým „jazykem“ popisuje fyzika svět kolem nás.**
2. **Naučíte se pracovat s mezinárodní soustavou jednotek SI, převádět jednotky a zapisovat hodnoty veličin v exponenciálním tvaru.**
3. **Poznáte význam měření ve fyzice, dozvíte se, co je to absolutní a relativní chyba.**
4. **Naučíte se základní operace s vektorovými veličinami.**

1.1. Vědecká metoda

Někdy ve čtvrtém a pátém století před naším letopočtem se řečtí filozofové začali zabývat otázkami, z čeho je složen svět a jakými zákony se řídí. Tuto dobu můžeme považovat za **vznik fyziky**, také sám název „fyzika“ pochází z řeckého slova *fysis* – příroda. Tehdejší filozofové věřili, že pozorování přírody a následné úvahy založené na zkušenosti a lidských smyslech je dovedou ke správným teoriím. Provádění experimentů, které by ověřily či vyvrátily jejich teorie, nepatřilo ke způsobu jejich uvažování. Proto bylo běžné, že vedle sebe existovala řada často dost protichůdných teorií či názorů, o jejichž pravdivosti se rozhodovalo v tehdy tolik oblíbených diskusích. „Poslední slovo“ měli největší myslitelé tehdejší doby, jako byl třeba Aristotelés. Jejich názory pak, většinou prostřednictvím arabských překladů, převzala také středověká Evropa.

Trvalo až do 16. století, než došlo ke změně. Prvním evropským vědcem, který přišel s názorem, že poznání musí být založeno na experimentech spíš než na antických knihách, byl Galileo Galilei. Uvědomil si, že věda musí vždy vycházet z pozorování a měření. Dokládají to i jeho slavné výroky „měř, co je měřitelné, a neměřitelné učiň měřitelným“ nebo „kniha přírody je psána jazykem matematiky“. Galileo tak založil systematickou **vědeckou metodu**, založenou na pozorování, experimentu a měření, která je vlastní nejen fyzice, ale stojí na ní všechny přírodní vědy. Základní princip vědecké metody ukazuje schéma na obrázku 1-2.



Obrázek 1-2. Princip vědecké metody.

Pozorování znamená sledování určitého jevu, aniž by do něj pozorovatel nějak zasahoval. Pozorujeme například hvězdy na obloze nebo pád tělesa. **Experiment** znamená sledování takového jevu, který jsme pro tento účel vyvolali, přičemž můžeme měnit různé podmínky a parametry experimentu. Můžeme například ohřívat vodu v nádobě a přitom sledovat vliv různých tvarů nádoby, tlaku vzduchu a podobně. Největší význam ve fyzice má **měření**. Je to vlastně experiment, jehož výsledky zaznamenáváme matematickými prostředky a získáme soubor hodnot nebo graf. Při ohřívání vody můžeme zaznamenávat, jak se mění její teplota v čase.

Víte, že…

Sebevětší počet experimentů nemůže dokázat, že mám určitě pravdu, ale jediný experiment může dokázat, že se mýlím.

Albert Einstein

Výsledkem měření ve fyzice jsou vždy číselné údaje o vlastnostech zkoumaných těles, těmto vlastnostem říkáme **fyzikální veličiny**. Fyzikálních veličin jste již ve fyzice poznali řadu (délka, čas, teplota, síla, ...). Také už víte, že pro označení jednotlivých veličin používáme smluvené značky, které většinou vycházejí z jejich latinských či anglických názvů, například V pro objem (volume), t pro čas (time), m pro hmotnost (mass), atd. Abychom mohli hodnotu nějaké fyzikální veličiny zapsat, potřebujeme zvolit její **jednotku**, tedy takovou míru této veličiny, které přisoudíme hodnotu přesně 1. Poté ještě vytvoříme **standard,** s nímž budeme všechny ostatní hodnoty dané veličiny porovnávat. Jako příklad zvolme velmi běžnou veličinu – délku. Její jednotka je 1 metr. Jeho standard je definován jako vzdálenost, kterou urazí světlo ve vakuu za 1/299792458 sekundy. Tento standard je velmi přesný a univerzální, neboť rychlost světla je stejná nejen ve všech zemích světa, ale dokonce v celém vesmíru. Vyžaduje však velmi pokročilou měřicí techniku. Kdybychom zvolili jako standard délky třeba starý český sáh, tedy vzdálenost mezi prsty rozpažených rukou (asi 190cm), dostali bychom standard snadno dostupný, ale pro každého člověka jiný. Věda a technika však vyžadují velmi vysokou přesnost, proto je definice přesných a neproměnných standardů důležitější než jejich snadná dostupnost.

Fyzikální veličina je taková vlastnost tělesa či prostředí, která se dá měřit.

Fyzikální veličiny vždy zapisujeme v tomto tvaru:

$$\underbrace{\boxed{d}}_{\text{značka}} = \underbrace{\boxed{1{,}9}}_{\text{číselná hodnota}}\ \underbrace{\boxed{m}}_{\text{jednotka}}$$

1.2. Soustava jednotek SI

Jednotky různých veličin můžeme volit zcela libovolně a navzájem nezávisle. Dnes už ani nevíte, kolik v historii existovalo různých jednotek. Na našem území se používal tzv. *Vídeňský měrný systém*, který znal tyto jednotky délky: rakouský palec, rakouská pěst, rakouská stopa, loket, rakouský sáh, inženýrský prut a poštovní míle. V jiných zemích se používaly odlišné systémy. Jistě znáte anglické yardy, palce, námořní míle atd. , a to jsme zůstali jen u jednotek délky.

Bylo by jistě velice užitečné, kdyby se všichni dohodli na stejném systému jednotek. Poprvé se o to za Francouzské revoluce pokusili francouzští vědci, kteří navrhli tzv. **metrický systém** (podle základní jednotky délky 1 metr). Postupem času se vědci i státníci shodli na výhodnosti jednotného systému a metrická konvence byla podepsána zástupci 17 států (včetně tehdejšího Rakouska-Uherska) a vstoupila v platnost 1. 1. 1876. Vznikla tak **mezinárodní soustava jednotek SI** (z francouzského Système International des Unités), která byla postupně upravována a platí dodnes.

Soustava SI definuje sedm **základních veličin** a odpovídajících sedm **základních jednotek.**

Obrázek 1-3. Původní návrh metrického systému z doby Francouzské revoluce počítal též se zavedením decimálního času. Den měl mít 10 hodin a hodin a 100 minut. Tyto „pokrokové“ dobové hodiny měly dvanáctihodinový i desetihodinový ciferník. Ukazují oba stejný čas?

Víte, že...

Světové standardy pro základní jednotky soustavy SI jsou schvalovány mezinárodní konferencí pro míry a váhy. Na jejich základě si každá země vyrábí své národní standardy, tzv. národní etalony, které pak poskytuje výrobcům měřidel, vědeckým laboratořím, atd. V České republice zabezpečuje tuto činnost Český metrologický institut.

Obrázek 1-4. Standard kilogramu je vyroben ze slitiny platiny a iridia a uložen v mezinárodním úřadu pro váhy a míry v Sévres u Paříže.

Tabulka 1-5. Předpony jednotek SI.

tera	**T**	$\mathbf{10^{12}}$
giga	**G**	$\mathbf{10^{9}}$
mega	**M**	$\mathbf{10^{6}}$
kilo	**k**	$\mathbf{10^{3}}$
hekto	h	10^{2}
deka	da	10^{1}
deci	d	10^{-1}
centi	c	10^{-2}
mili	**m**	$\mathbf{10^{-3}}$
mikro	**μ**	$\mathbf{10^{-6}}$
nano	**n**	$\mathbf{10^{-9}}$
piko	**p**	$\mathbf{10^{-12}}$

veličina	název jednotky	značka
délka	metr	m
čas	sekunda	s
hmotnost	kilogram	kg
elektrický proud	ampér	A
teplota	kelvin	K
látkové množství	mol	mol
svítivost	kandela	cd

Všechny ostatní veličiny je možné vyjádřit pomocí těchto sedmi základních veličin. Stejně tak můžeme odvodit i příslušné **odvozené jednotky**. Uveďme příklad. Pro průměrnou rychlost známe vztah $v=s/t$, kde s je uražená vzdálenost a t je doba trvání pohybu. Poněvadž jednotkou délky je metr a jednotkou času sekunda, dostaneme pro jednotku rychlosti $[v]=m/s=ms^{-1}$ („metr za sekundu" nebo „metr sekunda na mínus první"). Podobným způsobem můžeme odvodit jednotky dalších fyzikálních veličin. Většina jednotek má i svůj vlastní název, vždy se však dají zapsat pomocí jednotek základních. Později si ukážeme, že třeba jednotku energie 1 joule (1 J) můžeme zapsat pomocí základních jednotek takto: $[E]=\mathrm{J}=\mathrm{kg\,m^2 s^{-2}}$.

Ve fyzice se často vyskytují velmi velké a velmi malé hodnoty různých veličin. Víme, že rychlost světla ve vakuu je přibližně

$$c=300\,000\,000\ \mathrm{ms^{-1}},$$

Abychom taková čísla mohli jednoduše a přehledně zapsat, používáme takzvaný **exponenciální tvar** zápisu pomocí mocnin čísla 10. Dostaneme tak

$$c=300\,000\,000\ \mathrm{ms^{-1}}=3\cdot10^{8}\ \mathrm{ms^{-1}}.$$

Jinou možností vyjádření velkých a malých hodnot je použití **předpon** v názvech jednotek. Jejich přehled ukazuje tabulka 1-5. Každá předpona zastupuje příslušnou mocninu 10. Tak například 20μm je podle tabulky $20\cdot10^{-6}$ m. Výjimku tvoří hmotnost, kde je základní jednotkou kilogram, nikoliv gram. Kromě základních jednotek soustavy SI se z tradičních nebo praktických důvodů používají některé další jednotky. Patří k nim minuta (1 min = 60 s) a hodina (h = 60 min = 3600 s) pro čas, litr ($\mathrm{l=dm^3}$) pro objem nebo tuna (t = 1000 kg) pro hmotnost, atd. Při výpočtech je třeba často převádět různé jednotky. Přestože v soustavě SI jsou převody snadné, je třeba vyvarovat se přitom chyb.

Příklad 1-1

V meteorologii se množství spadlých srážek často udává v milimetrech vodního sloupce. Na město o rozloze 20 $\mathrm{km^2}$ dopadlo při silné bouři 50 mm srážek. Vyjádřete objem spadlé vody (a) v litrech, (b) v $\mathrm{m^3}$.

(a) Potřebujeme vypočítat objem v litrech, tedy v $\mathrm{dm^3}$, proto obě zadané hodnoty převedeme na dm, respektive $\mathrm{dm^2}$:

$$50\,\mathrm{mm}=0{,}5\,\mathrm{dm} \quad \text{a} \quad 20\,\mathrm{km^2}=20\cdot10^{8}\,\mathrm{dm^2}.$$

$V=0{,}5\,\mathrm{dm}\cdot20\cdot10^{8}\,\mathrm{dm^2}=10^{9}\,\mathrm{dm^3}=10^{9}\,\mathrm{l}$, tedy objem spadlé vody je 1 miliarda litrů.

(b) $V = 10^9$ dm^3 $= 10^6$ m^3, tedy objem spadlé vody je 1 milion metrů krychlových vody.

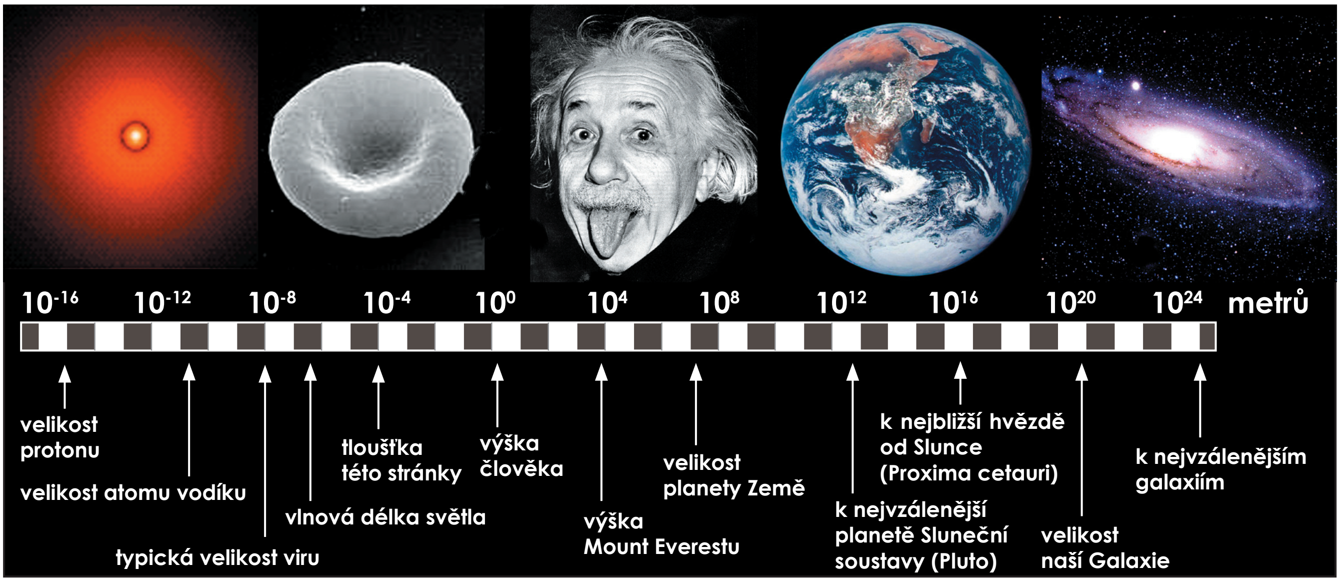
Pro zajímavost: podobné, samozřejmě mnohem komplikovanější výpočty jsou důležité hlavně při předpovídání vzniku povodní či pro regulaci řek. Například Brněnská přehrada zadržuje asi 10 milionů m^3 vody.

Mezinárodní soustava jednotek SI je nezbytným základem fyziky a techniky. Přesné standardy základních veličin umožňují velice přesná měření a jednoduchou komunikaci mezi laboratořemi. Exponenciální zápis zase lepší orientaci ve velkém rozpětí hodnot různých veličin (viz obrázek 1-6). **Přesnost** a **obrovský rozsah zkoumaných jevů**, to jsou základní charakteristiky fyziky, podobně jako v úvodu zmiňovaná vědecká metoda.

1.3 Chyby měření fyzikálních veličin

Víme už, že hodnoty fyzikálních veličin získáváme pomocí měření. Žádné měření není dokonale přesné, neboť každý přístroj či metoda má svou **citlivost,** což je **nejmenší hodnota, kterou je přístroj schopen zaznamenat.** Například citlivost váhy bude dána minimální hmotností závaží, na které váha zareaguje. Položíme-li na misku třeba vlas, váha vůbec jeho hmotnost nezaznamená. Nebo si představte obyčejné pravítko. Nejmenší dílek na jeho stupnici je 1 mm, proto je jeho citlivost přibližně 0,5 mm (polovina nejmenšího dílku). Potřebujeme-li měřit malé rozměry, můžeme samozřejmě použít přesnější měřidlo, jehož citlivost bude větší. Také u digitálních měřících přístrojů musí výrobce vždy uvést jejich citlivost.

Naměřená hodnota může být dále zatížena systematickou nebo náhodnou chybou. **Systematická chyba** je způsobena nedokonalostí přístroje či metody, která měřenou hodnotu určitým způsobem zkresluje. Například při vážení vzniká systematická chyba působením vztlakové síly ve vzduchu. Vztlaková síla těleso „nadlehčuje“ a díky tomu je naměřená hmotnost menší než skutečná hmotnost tělesa. Tato systematická chyba se projeví zejména při vážení těles



Obrázek 1-6. Řádový rozsah velikostí v našem vesmíru. Poznáte, co je všech pěti obrázcích?

s malou hustotou u balónku naplněného heliem bychom dokonce dostali zápornou hmotnost. Příčinu systematických chyb lze často zjistit a odstranit nebo s nimi počítat a výsledek vhodně opravit.

Budeme-li opakovaně za stejných podmínek měřit hodnotu určité veličiny, může se stát, že se naměřené hodnoty budou mírně lišit. Budeme-li měření opakovat vícekrát, zjistíme, že výsledky kolísají kolem nějaké střední hodnoty. Jde o **náhodnou chybu měření.** Například při měření daného časového intervalu stopkami je výsledek ovlivněn tzv. reakční dobou člověka (doba mezi přijetím zrakového vjemu a reakcí ruky). Reakční doba je u každého měření odlišná, výsledky proto budou kolísat. Vliv náhodné chyby na výsledek se dá pouze zmenšit, a to provedením většího počtu měření a jejich statistickým zpracováním. Výsledná chyba měření času proto bude větší, než je citlivost stopek.

Vidíme, že hodnotu každé veličiny známe s určitou **absolutní chybou**, která je dána buď citlivostí přístroje (pravítko), nebo vlivem náhodných chyb (stopky). Absolutní chybu značíme řeckým písmenem Δ nebo ji uvádíme přímo s hodnotou veličiny, například:

$$l = 24{,}5\,\mathrm{mm},\ \Delta l = 0{,}5\,\mathrm{mm} \qquad \text{nebo} \qquad l = (24{,}5 \pm 0{,}5)\,\mathrm{mm}$$

nebo

$$m = 1{,}000\ \mathrm{kg},\ \Delta m = 1\,\mathrm{g} \qquad \text{nebo} \qquad m = (1{,}000 \pm 0{,}001)\,\mathrm{kg}.$$

Všimněte si velmi důležité věci. Absolutní chyba zároveň určuje zápis hodnoty veličiny. Jistě by byl nesmysl psát $l = 24{,}4872\,\mathrm{mm}$ při absolutní chybě 0,5 mm. Podobně u hmotnosti si všimněte zápisu $m = 1{,}000$ kg. Tři nuly za desetinnou čárkou vyjadřují, jaká je chyba tohoto údaje. V praxi často absolutní chybu přímo neuvádíme, ale dodržujeme pravidlo, že **počet platných míst odpovídá absolutní chybě**. Každé číslo má tolik platných míst, kolik má cifer, nepočítáme-li nuly na začátku. Například údaj $0{,}00\underline{3560}\,\mathrm{km} = \underline{3{,}560}\,\mathrm{m} = \underline{35{,}60}\,\mathrm{cm}$ má 4 platná místa. Přitom se musíme vyvarovat zápisu obsahujícím nuly, které neodpovídají počtu platných míst. Například hodnotu $m = 1{,}0\,\mathrm{kg}$ nemůžeme zapsat jako $m = 1000\,\mathrm{g}$, ale měli bychom použít zápis $m = 1{,}0 . 10^3\,\mathrm{g}$, aby byl zachován počet platných míst.

Další pravidlo zní, že pokud hodnoty vstupují do výpočtu, měl by být **výsledek zaokrouhlen na takový počet platných míst, který má nejméně přesná vstupní hodnota**. Uveďme jednoduchý příklad.

Příklad 1-2

Vypočítejte hustotu kovové slitiny, z níž je vyrobeno těleso, jehož hmotnost je $m = 7{,}0\,\mathrm{kg}$ a objem $V = 325\,\mathrm{cm}^3$.

Hustota se určuje v kgm^{-3}, proto převedeme objem na m^3: $325\,\mathrm{cm}^3 = 325 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3$ a dosadíme do vztahu pro hustotu

$$\rho = m/V = 7\,\mathrm{kg} / 325 \cdot 10^{-6}\,\mathrm{m}^3 = 21538{,}46\,\mathrm{kgm}^{-3}.$$

Hmotnost však byla zadána pouze na 2 platná místa, proto musí mít výsledek také dvě platná místa. Tedy $\rho = 21.10^3\,\mathrm{kgm}^{-3}$. (Také zápis $\rho = 21\ 000\ \mathrm{kgm}^{-3}$ by byl možný, ale nepoznáme z něj, jaká je přesnost výsledku.)

Používáme-li správně zápis veličin pomocí platných míst, můžeme z něj přibližně určit, jak přesné tyto hodnoty jsou, a to jednoduše podle toho, kolik obsahují platných číslic. Čím víc platných číslic, tím přesněji známe hodnotu dané veličiny. Pro lepší posouzení přesnosti používáme definujeme **relativní chybu.** Relativní chyba se značí řeckým písmenem δ a vypočítáme ji tak, že absolutní chybu vydělíme hodnotou dané veličiny

$$\delta m = \frac{\Delta m}{m}.$$

Výsledek pak vyjádříme v procentech. Pro hodnotu hmotnosti $m = 1{,}000\,\mathrm{kg}$ s absolutní chybou $\Delta m = 0{,}001\,\mathrm{kg}$ tak dostaneme relativní chybu

$$\delta m = \frac{\Delta m}{m} = \frac{0{,}001\,\mathrm{kg}}{1\,\mathrm{kg}} = 0{,}001 = 0{,}1\%.$$

Vidíme tedy, že hodnota je poměrně přesná. Představte si, že bychom se stejnou absolutní chybou $\Delta m = 1\,\mathrm{g}$ (tedy na stejných vahách) měřili také hmotnost lehkého tělesa o hmotnosti pouze $m = 3\,\mathrm{g}$. Relativní chyba takového měření by byla $\delta m = \Delta m / m = 1\,\mathrm{g} / 3\,\mathrm{g} = 0{,}33 = 33\,\%$. Relativní chyba je v tomto případě velká. Pro každé měření je potřeba správně zvolit měřicí přístroj či metodu tak, abychom dosáhli požadované přesnosti.

Příklad 1-3

Jakou nejmenší délku můžeme měřit pomocí pravítka s absolutní chybou $\Delta l = 0{,}5\,\mathrm{mm}$, aby relativní chyba nepřesáhla 2,5%?

Použijeme vztah pro relativní chybu, ze kterého vyjádříme hledanou minimální délku l, nezapomeneme převést údaj v procentech na desetinné číslo

$$\delta l = \frac{\Delta l}{l} \quad \Rightarrow \quad l = \frac{\Delta l}{\delta l} = \frac{0{,}5\,\mathrm{mm}}{0{,}025} = 2\,\mathrm{cm}.$$

Vypočítali jsme, že pokud požadujeme minimální přesnost 2,5%, je pravítko použitelné pro délky větší než 20 mm.

Příklad 1-4

V roce 1849 francouzský vědec jménem Hippolyte Fizeau navrhl experiment, který měl změřit rychlost šíření světla. Naměřil hodnotu $c = 3{,}13 \cdot 10^8\ \mathrm{ms^{-1}}$ s přesností 5%. Jaká byla absolutní chyba jeho měření? Dnes známe rychlost světla velmi přesně jako $c = 2{,}99792 \cdot 10^8\ \mathrm{ms^{-1}}$. Bylo Fizeauovo měření správné?

Použijeme vztah pro relativní chybu a dostaneme

$$\Delta c = c \cdot \delta c = 3{,}13 \cdot 10^8\ \mathrm{ms^{-1}} \cdot 0{,}05 = 0{,}16 \cdot 10^8\ \mathrm{ms^{-1}}.$$

Zapíšeme-li nyní výsledek ve tvaru $c = (3{,}13 \cdot 10^8 \pm 0{,}16 \cdot 10^8)\,\mathrm{ms^{-1}}$, vidíme, že správná hodnota rychlosti světla v tomto intervalu leží, měření tedy bylo správné.
Pokud by správná hodnota v intervalu neležela (stačilo, aby uvedl přesnost 3%), znamenalo by to, že je buď špatně určená absolutní chyba, nebo je měření zatíženo nějakou chybou systematickou.

1.4. Vektorové fyzikální veličiny

Ve fyzice používáme odlišné typy veličin. Jsou to veličiny skalární a vektorové. **Skalární veličiny** neboli **skaláry** jsou zcela určeny číselnou hodnotou a jednotkou. Patří mezi ně všechny základní jednotky SI a dále třeba objem, hustota, tlak, energie, elektrické napětí, atd.

Vektorové veličiny neboli **vektory** jsou veličiny, k jejichž určení nestačí znát jen jejich číselnou hodnotu a jednotku, ale ještě navíc směr. Patří k nim například síla nebo rychlost. Chceme-li třeba zjistit, jak se projeví působení určité síly na těleso, nestačí znát jen její velikost, musíme znát také směr síly. Vektory proto obsahují větší množství údajů než skaláry. Můžeme si je představit jako orientované úsečky. V tištěném textu odlišujeme vektory tučným písmem, například **v**, při psaní rukou šipkou nad písmenem ($\vec{v}$).

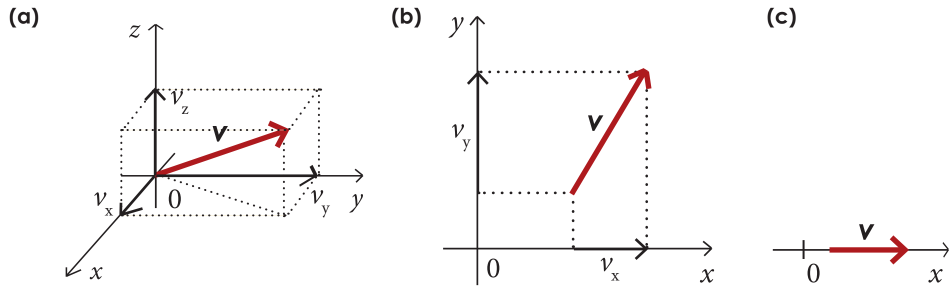
Počítáním s vektory se zabývá analytická geometrie, se kterou se podrobněji seznámíte v matematice. Abychom však ve fyzice mohli s vektorovými veličinami pracovat hned, naučíme se alespoň některé základní operace.

K vyjádření vektorů budeme používat **kartézskou soustavu souřadnic**. Je to soustava tří os x, y a z, které vycházejí z jednoho bodu (nazýváme ho počátek soustavy souřadnic), jsou na sebe kolmé a mají stejné měřítko i jednotky (viz obrázek 1-8 a). V takto vytvořené soustavě souřadnic můžeme vektor jednoduše zapsat pomocí jeho složek. **Složky vektoru** si můžeme představit jako jeho kolmé průměty do směrů jednotlivých os, jak ukazuje obrázek. Pokud se budeme pohybovat jen **v rovině**, můžeme osu z vynechat, a dostaneme tzv. **dvourozměrnou** kartézskou soustavu souřadnic. Tu vidíme na schématickém obrázku 1-8 b. Je patrné, že v rovině má vektor jen dvě složky. Kartézská soustava může být také **jednorozměrná** – má pak jen jedinou osu x a vektor jen jednu složku (viz obrázek 1-8 c).

Víte, že…

Kartézská soustava má svůj název podle svého objevitele, slavného matematika a filozofa, Reného Descarta (1596 – 1650). Latinský přepis jeho jména totiž zní Cartesius. Zavedením souřadnic tak založil analytickou geometrii, která umožňuje řešit geometrické problémy výpočtem, nikoliv jen konstrukcí.

Obrázek 1-7. René Descartes.



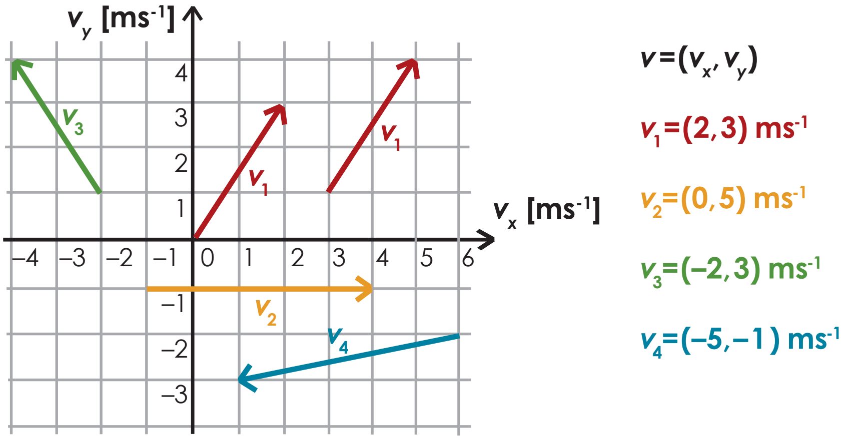
Obrázek 1-8.
(a) trojrozměrná, (b) dvourozměrná a (c) jednozměrná kartézská soustava souřadnic.

Vektor **v** v prostoru zapíšeme pomocí jeho složek takto:

$$\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z).$$

Podobně vektor v rovině bude $\mathbf{v} = (v_x, v_y)$ a na přímce $\mathbf{v} = (v_x)$.

Směr i velikost vektoru jsou jednoznačně určeny jeho složkami. Složky mohou být kladné i záporné a jejich jednotka je dána jednotkou vektoru. Posuneme-li vektor tak, že jeho velikost i směr zůstanou zachovány, jeho složky se nezmění. Vše si ukážeme na jednoduchém příkladu několika vektorů rychlosti v rovině na obrázku 1-9.



Obrázek 1-9.
Čtyři různé vektory rychlosti v rovině zapsané pomocí složek. Všimněte si, že nezáleží na umístění vektoru, pouze na jeho směru a velikosti. Například vektor v_1 je zakreslen ve dvou umístěních.

Na tomto místě je třeba upozornit, že dále budeme pro jednoduchost počítat jen s vektory v rovině. Úvahy v prostoru by vyžadovaly přidání třetí složky.

Teď už umíme zadat vektor pomocí jeho složek v kartézské soustavě souřadnic. Nyní se naučíme, jak ze složek vypočteme jeho velikost a směr. Označíme-li α úhel, který vektor svírá s osou x na obrázku 1-9, můžeme jednoduše pomocí funkce tangens a Pythagorovy věty zapsat:

$$\boxed{v=\sqrt{v_x^{\,2}+v_y^{\,2}} \quad \text{a} \quad \mathrm{tg}\alpha=v_y/v_x.}$$

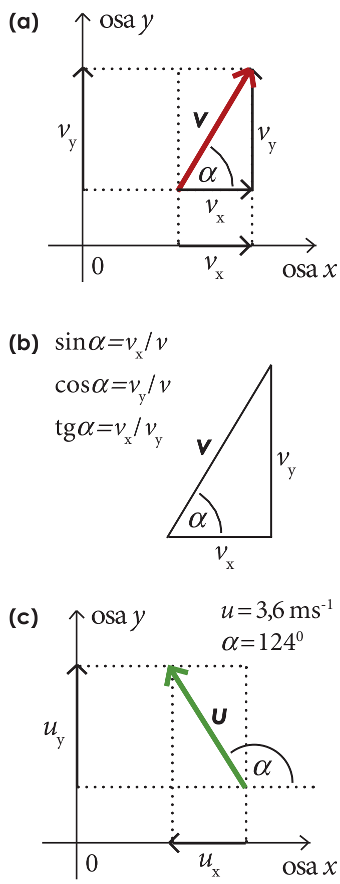
Konkrétně třeba pro vektor $\boldsymbol{v_1}$ dostaneme $v=\sqrt{v_x^{\,2}+v_y^{\,2}}=\sqrt{2^2+3^2}\,\mathrm{ms}^{-1}=\sqrt{13}\,\mathrm{ms}^{-1}=3{,}6\ \mathrm{ms}^{-1}$ a $\mathrm{tg}\alpha=v_y/v_x=3/2 \;\Rightarrow\; \alpha=\mathrm{tg}^{-1}(1{,}5)=56^0$. (Hodnoty tg a tg^{-1} pro různé úhly vypočítáme na kalkulačce) Vektor $\boldsymbol{v_1}$ má tedy velikost 3,6 ms^{-1} a svírá s osou x úhel 56^0. Sami si zkuste určit velikost a směr vektorů $\boldsymbol{v_3}$ a $\boldsymbol{v_4}$.

Zbývá nám ukázat ještě obrácený postup – jak určíme složky vektoru $\boldsymbol{v}$, známe-li jeho velikost v a směr (úhel α). Opět z pravoúhlého trojúhelníka na obrázku 1-10 odvodíme výrazy pro složky vektoru $\boldsymbol{v}$:

$$\boxed{v_x=v\cos\alpha \quad \text{a} \quad v_y=v\sin\alpha.}$$

Tyto vztahy jsme odvodili pomocí pravoúhlého trojúhelníka pro $\alpha\in(0^0,90^0)$. Funkce sin a cos (podrobněji se o nich budete učit v matematice) jsou však zavedeny i pro úhly mimo tento interval. Úhel α měříme mezi kladným směrem osy x a vektorem. Ukážeme si to na příkladu vektoru $\boldsymbol{u}$ na obrázku 1-10. Máme zadánu velikost $u=3{,}6$ ms^{-1} a úhel $\alpha=124^0$. Dosadíme-li zadané hodnoty dostaneme $u_x=u\cos\alpha=3{,}6\,\mathrm{ms}^{-1}\cdot\cos124^0=-2{,}0\,\mathrm{ms}^{-1}$ a $u_y=u\sin\alpha=3{,}6\,\mathrm{ms}^{-1}\cdot\sin124^0=3{,}0\,\mathrm{ms}^{-1}$.

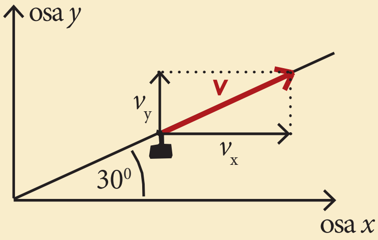
Vektor $\boldsymbol{v}$ v rovině je tedy plně určen dvojicí čísel: velikostí v a úhlem α, nebo složkami v_x a v_y. Podle potřeby můžeme pomocí výše uvedených vztahů přecházet od jednoho vyjádření k druhému a naopak. To bude užitečné při řešení mnoha úloh.



Obrázek 1-10.
(a) Vektor a jeho složky tvoří pravoúhlý trojúhelník.
(b) Použití tří goniometrických funkcí.
(c) Vztahy pro složky vektoru platí i pro úhly větší než 90^0.

Příklad 1-5

Lanovka stoupá k vrcholu hory stálou rychlostí o velikosti $2{,}0\,\mathrm{ms^{-1}}$ pod úhlem 30^0 (viz obrázek).
(a) Určete vodorovnou a svislou složku její rychlosti.
(b) Jak dlouho trvá výstup, je-li výškový rozdíl mezi spodní a horní stanicí 300 m?



(a) Zvolíme vhodně vztažnou soustavu (viz obrázek) a určíme složky vektoru **v**

$v_x = v\cos\alpha = 2{,}0\,\mathrm{ms^{-1}}\cdot\cos 30^0 = 1{,}7\,\mathrm{ms^{-1}}$ a $v_y = v\sin\alpha = 2{,}0\,\mathrm{ms^{-1}}\cdot\sin 30^0 = 1{,}0\,\mathrm{ms^{-1}}$.

Vodorovná složka rychlosti je tedy $1{,}7\,\mathrm{ms^{-1}}$ a svislá $1{,}0\,\mathrm{ms^{-1}}$.
(b) Lanovka musí ve svislém směru urazit vzdálenost $s = 300\,\mathrm{m}$ a její svislá složka rychlosti je $v_y = 1{,}0\,\mathrm{ms^{-1}}$ (ze zadání plyne, že v_y je konstantní). Stačí nám proto sledovat pohyb lanovky ve směru osy y. Vzpomeneme si na vztah pro dráhu při rovnoměrném pohybu:

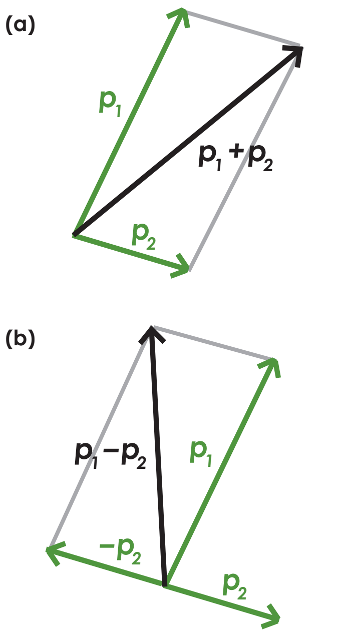
$$s = v_y t.$$

Pro dobu t tedy platí $t = s/v_y = 300\,\mathrm{m}/1{,}0\,\mathrm{ms^{-1}} = 300\,\mathrm{s} = 5$ minut.

1.5. Sčítání a odčítání vektorů

Nejjednodušší způsob, jak sčítat a odčítat vektory, je **grafický.** Tento způsob možná už znáte ze základní školy. Můžeme postupovat podobně jako na obrázku 1-11 a. Umístíme počátky obou vektorů do jednoho bodu a doplníme na rovnoběžník, jeho orientovaná úhlopříčka je součtem obou vektorů. Obrázek 1-11 b pak ukazuje, jak postupovat při odčítání. Odečíst vektor znamená přičíst vektor opačný: $\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 = \mathbf{p}_1 + (-\mathbf{p}_2)$. Další možností grafického sčítání je počáteční bod jednoho vektoru umístit do koncového bodu druhého vektoru (směr a velikost vektorů musí být zachována!). Součet vektorů tak získáme jako spojnici počátečního bodu prvního vektoru a koncového bodu druhého (viz příklad 1-6).

Chceme-li vyřešit úlohu přesně (výpočtem), grafické sčítání a odčítání nám nepomůže. Proto se naučíme sčítat a odčítat vektory v kartézské soustavě. Začneme jednoduchým příkladem.



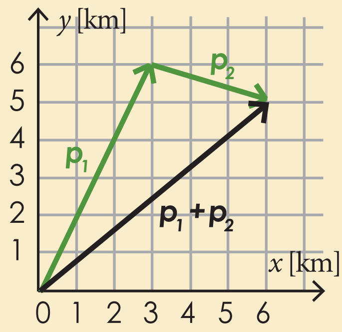
Obrázek 1-11.
(a) Sčítání vektorů doplněním na rovnoběžník,
(b) odčítání vektorů pomocí opačného vektoru.

Příklad 1-6

Ochránci přírody sledují pohyb rysa v národním parku pomocí malé vysílačky umístěné na jeho těle. První den po vypuštění ze stanice se rys přemístil o 3 km východním směrem a 6 km severním směrem. Další den se přemístil o další 3 km východním směrem a 1 km jižním směrem. Určete (a) polohu rysa, (b) jeho vzdálenost od stanice.

(a) Zvolíme vztažnou soustavu s počátkem ve stanici a osou x směřující na východ (viz obrázek). Posunutí rysa první den můžeme vyjádřit vektorem $\mathbf{p}_1 = (3,6)\,\mathrm{km}$ a posunutí druhý den $\mathbf{p}_1 = (3,-1)\,\mathrm{km}$. Na obrázku vidíme, že celkové posunutí je $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2$. Výsledná poloha rysa na konci je $\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 = (3+3, 6-1) = (6,5)\,\mathrm{km}$.

(b) Vzdálenost rysa od stanice určíme jako velikost vektoru $\mathbf{p}$: $p = \sqrt{p_x^{\,2} + p_y^{\,2}} = \sqrt{6^2 + 5^2}\ \mathrm{km} = 7{,}8\,\mathrm{km}$.



Postup použitý v příkladu můžeme zobecnit na libovolné dva vektory. Říkáme, že **vektory se sčítají „po složkách“**. Je-li $\mathbf{a}=(a_x,a_y)$ a $\mathbf{b}=(b_x,b_y)$ pak

$$\boxed{\mathbf{a}+\mathbf{b}=(a_x+b_x,\ a_y+b_y)}$$

nebo v případě odčítání: $\mathbf{a}-\mathbf{b}=(a_x-b_x,\ a_y-b_y)$. Často máme vektory zadané pomocí velikosti a směru. Chceme-li je sečíst nebo odečíst, je třeba je nejprve rozložit do složek ve zvolené soustavě souřadnic. Tu si můžeme zvolit libovolně, ale snažíme se volit tak, aby bylo vyjádření složek vektorů co nejjednodušší.

Příklad 1-7

Paní Navrátilová má na vodítku dva psy, kteří ji přestali poslouchat. Alík ji táhne silou 120 N a Bobík silou 70 N. Obě síly svírají úhel 135^0 (viz obrázek). Určete výslednou sílu, kterou působí Alík a Bobík na paní Navrátilovou.

Výsledná síla $\mathbf{F}$ se vypočítá jako součet vektorů $\mathbf{F}_A$ a $\mathbf{F}_B$. Grafické řešení je znázorněno na obrázku. Pro výpočet budeme potřebovat určit složky sil ve zvolené soustavě souřadnic. Soustavu vždy volíme co nejjednodušeji, v našem případě tak, aby osa y byla rovnoběžná s vektorem $\mathbf{F}_A$. Složky síly $\mathbf{F}_A$ určíme přímo z obrázku: $\mathbf{F}_A=(0,120)\,\mathrm{N}$. Vektor $\mathbf{F}_B$ svírá s osou x úhel 315^0 (nebo také -45^0), proto $\mathbf{F}_B=(70\cdot\cos(-45^0),\ 70\cdot\sin(-45^0))\,\mathrm{N}=(50,-50)\,\mathrm{N}$. Tedy

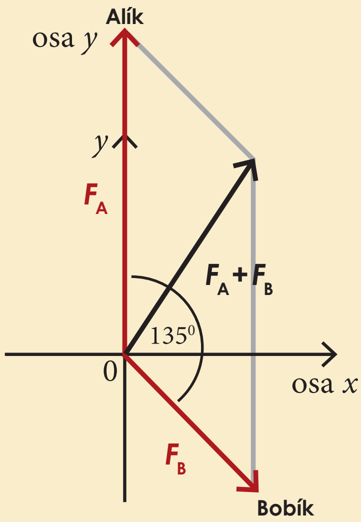
$$\mathbf{F}=\mathbf{F}_A+\mathbf{F}_B=(0+50,120-50)\,\mathrm{N}=(50,70)\,\mathrm{N}.$$

Výsledná síla má velikost

$$F=\sqrt{50^2+70^2}\,\mathrm{N}=86\,\mathrm{N}$$

a svírá s osou x úhel α, pro který platí:

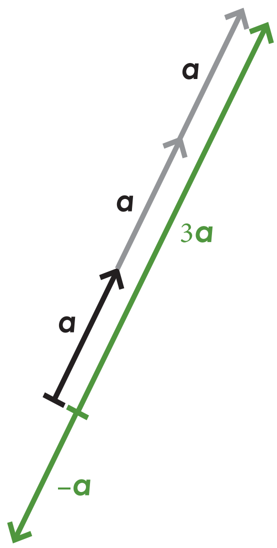
$$\mathrm{tg}\alpha=70/50 \Rightarrow \alpha=\mathrm{tg}^{-1}(7/5)=54^0.$$



Kromě sčítání a odčítání můžeme vektory také násobit. My si zde ukážeme, jak se násobí vektor skalárem (tedy číslem). Existují i operace násobení vektorů navzájem, ale my se bez nich prozatím obejdeme.

Představme si, že máme vypočítat například vektor $3\mathbf{a}$. Operaci můžeme převést na sčítání, neboť platí $3\mathbf{a}=\mathbf{a}+\mathbf{a}+\mathbf{a}$. Dále platí $(-1)\mathbf{a}=-\mathbf{a}$. Grafické znázornění je na obrázku 1-12. Můžeme tedy učinit závěr: Při **násobení vektoru reálným číslem** k dostaneme opět vektor, jehož velikost je $|k|$-násobkem velikosti původního vektoru, přičemž pro kladné k má výsledný vektor stejný směr, jako u původní vektor, pro záporné k má směr opačný. (Pro $k=0$ dostaneme nulový vektor.) Zapíšeme-li vektor pomocí složek, pak při násobení stačí vynásobit k-krát složky vektoru

$$k\mathbf{a}=k(a_x,\ a_y)=(ka_x,\ ka_y).$$



Obrázek 1-12.
Násobení vektoru skalárem.

Otázky

1

(a) Objasněte, co je to vědecká metoda.
(b) Zkuste vyjmenovat obory, které nevyužívají vědeckou metodu zkoumání (nepotřebují experimenty).

2

Uveďte konkrétní příklady
(a) pozorování,
(b) experimentu,
(c) měření.

3

Přečtěte s použitím správných předpon tato slova: 10^{-6}klima, 10^{9}nt, 10^{6}fon, 10^{-12}la, 10^{-3}on, 10^{-6}fon, 10^{2}r.

4

(a) Určete, které z pojmů jsou fyzikální veličiny: těleso, hustota, kilogram, metr, čas, rychlost, teplota, výkon, atom, tlak, záření.
(b) Určete jednotky všech veličin z části (a).

5

Kolik údajů potřebujeme k zadání vektoru v rovině? Popište, jak ze složek vektoru v rovině určíme jeho směr a velikost.

6

Co dokážeme říci o vektorech $\mathbf{a}$ a $\mathbf{b}$, pro které platí
(a) $\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{c}$ a zároveň $a+b=c$,
(b) $\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{c}$ a zároveň $a-b=c$,
(c) $\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{a}-\mathbf{b}$,
(d) $\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{c}$ a zároveň $a^2+b^2=c^2$,
(e) $\mathbf{a}+\mathbf{b}=\mathbf{c}$ a zároveň $a=b=c$?
Všechny vektory leží v jedné rovině.

7

Dva vektory posunutí $\mathbf{a}$ a $\mathbf{b}$ mají velikosti 3 m a 4 m. Jaký musí svírat úhel, aby velikost jejich součtu byla (a) 1 m, (b) 7 m, (c) 5 m, (d) 0 m?

Úlohy

1

Převeďte na základní jednotky soustavy SI
(a) 200 mm, 0,2 dm, 370 nm, 150 miliónů km, $2\cdot10^{-3}$ cm.
(b) 200 mg, 100 µg, $124\cdot10^{6}$ g, 20 t, $0{,}05\cdot10^{3}$ t.
(c) 5 min, 1,5 h, 18 µs, 1 den, 1 rok,
(d) 7 km², 1 mm³, 250 cm³, 150 l, 200 ml.

2

Vypočítejte bez kalkulačky
(a) $2\cdot10^{4}\,\mathrm{m} - 15\cdot10^{3}\,\mathrm{m} =$
(b) $0{,}5\cdot2{,}5\cdot10^{3}\,\mathrm{kg}\cdot(6\,\mathrm{ms^{-1}})^2 =$
(c) $8\cdot1{,}5\cdot10^{3}\,\mathrm{kgm^{-3}}\cdot500\cdot10^{-8}\,\mathrm{m^3} =$
(d) $\dfrac{6{,}67\cdot10^{-11}\mathrm{m^3\cdot kg^{-1}\cdot s^{-2}}\cdot6\cdot10^{24}\,\mathrm{kg}}{(6380\ \mathrm{km})^2} =$

[(a) 5 000 m, (b) 45 000 kgm²s⁻² (c) 0,06 kg, (d) 9,8 ms⁻²]

3

Země má přibližně tvar koule s poloměrem 6378 km.
(a) vypočítejte její obvod v m,
(b) objem v m³,
(c) průměrnou hustotu, víte-li že hmotnost Země je $5{,}9\cdot10^{24}$ kg.
Výsledky správně zaokrouhlete.
[(a) $40{,}1\cdot10^{6}$ m, (b) $1{,}09\cdot10^{21}$ m³ (c) 5400 kgm⁻³]

4

Které měření bylo přesnější? (porovneje relativní chyby)
(a) $l=29{,}6$ cm, $\Delta l=1$ mm (pravítko),
(b) $l=80$ km, $\Delta l=100$ m (tachometr).
[(a) $\delta l=0{,}33\,\%$, (b) $\delta l=0{,}12\%$ => přesnější je (b)]

5

Italský fyzik Enrico Fermi kdysi poznamenal, že doba vyučovací hodiny (45 minut) je přibližně 1 mikrostoletí. Vyjádřete mikrostoletí v minutách a určete relativní chybu tohoto odhadu.
[$t=53$ min, $\delta t=17\%$]

6

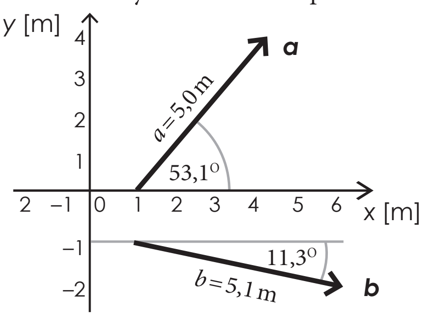
Laserová tiskárna má rozlišení 300 dpi (dots per inch), česky bodů na palec. To znamená, že na délku jednoho palce dokáže vytisknout 300 rozlišitelných bodů. 1 palec = 2,54 cm. Vypočtěte vzdálenost dvou sousedních bodů v milimetrech.
[0,085 mm]

7

Zakreslete následující vektory do kartézské soustavy souřadnic a určete jejich velikost i směr, zaokrouhlujte na 3 platná místa:
$\mathbf{a}=(0\,\mathrm{m}, -3\,\mathrm{m})$, $\mathbf{b}=(-1\,\mathrm{m}, 3\,\mathrm{m})$, $\mathbf{c}=(-1\,\mathrm{m}, -3\,\mathrm{m})$.
[$a=3{,}00$ m, $\alpha=270^0$, $b=3{,}16$ m, $\beta=108^0$, $c=3{,}16$ mm, $\gamma=252^0$]

8

Určete složky vektorů $\mathbf{a}$ a $\mathbf{b}$ podle obrázku.



[$a_x=3{,}0$ m, $a_y=4{,}0$ m]
[$b_x=5{,}0$ m, $b_y=-1{,}0$ m]

9

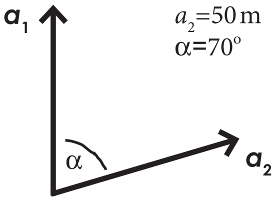
Určete vodorovnou a svislou složku rychlosti lyžaře jedoucího po sjezdovce se sklonem 30^0. Velikost jeho rychlosti je 60 kmh^{-1}. Řešení doplňte obrázkem se zvolenou soustavou souřadnic.

10

Sečtěte $\boldsymbol{a}_1 + \boldsymbol{a}_2$ graficky i pomocí složek ve zvolené soustavě souřadnic. Vypočtěte také velikost výsledného vektoru.

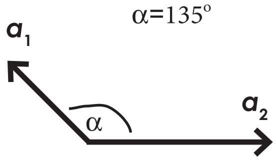
(a)

$a_1 = 50\,m$
$a_2 = 50\,m$
$\alpha = 70^o$



(b)

$a_1 = 25m$
$a_2 = 50m$
$\alpha = 135^o$



[(a) 84 m, (b) 37 m]

11

Loď se chystá na cestu dlouhou 120 km západním směrem. Bouře ji však zanese 40 km na sever od výchozího bodu. Jaký musí nyní kapitán nastavit kurz, aby loď dosáhla původního cíle? Jakou přitom urazí vzdálenost?
[musí změnit kurz o 18^0 vůči západnímu změru, urazí 127 km]

12

Karavana v poušti urazila 30 km severovýchodním směrem, a poté ještě 20 km na východ.

(a) Určete celkové posunutí karavany a porovnejte jeho velikost s celkovou uraženou dráhou. [46 km, 50 km]

(b) Víte-li, že cesta trvala 2 dny, určete také průměrnou rychlost karavany.
[$v_p = 0{,}96\,kmh^{-1}$, směr 27^0 vůči východnímu směru]