# Kapitola 4

# Zákony pohybu

Obrázek 4-1. Je známo, že parašutista se po opuštění letadla pohybuje se zrychlením, ale po docela krátké době dosáhne mezní rychlosti asi 250 $kmh^{-1}$ a dál se už nezrychluje. Proč parašutista nepadá volným pádem, stále se zrychlením *g*? Můžeme vypočítat velikost mezní rychlosti? Na všechny tyto otázky nám dává odpověď dynamika.

Síla je vektorová veličina, má velikost i směr. Jednotkou je 1 N = 1 Newton.

## Cíle

1. **Poznáte tři Newtonovy zákony pohybu a jejich význam ve fyzice.**
2. **Seznámíte se se základními typy sil.**
3. **Naučíte se pomocí Newtonových zákonu řešit mnoho praktických úloh.**

## 4.1. Síla a pohyb

V následující kapitole se budeme věnovat **dynamice.** V dynamice se snažíme odpovědět na velmi důležitou otázku: **Proč se těleso či tělesa pohybují právě tak, jak pozorujeme**? Snažíme se objevit zákony jejich pohybu. Uveďme velmi jednoduchý příklad. Sledujete hokejový kotouč jak klouže po ledě a náhle prudce změní směr pohybu. I když nepozorujete žádnou viditelnou příčinu, usuzujete, že kotouč nezměnil směr sám od sebe – náhodou, ale že tento pohyb měl svoji příčinu, kterou může být třeba malá nerovnost na ledové ploše. Obecně řečeno, **každá změna rychlosti tělesa** (ať už směru či velikosti), **má** vždy přesně danou **příčinu v působení okolních těles**.

Byl to právě **Isaac Newton,** který poprvé objevil tuto spojitost mezi zrychlením tělesa a působením okolních těles. **K přesnému (měřitelnému) vyjádření vzájemného působení mezi tělesy** použil veličinu nazvanou **síla**. Připomeňme, že už víme, že síla je vektorová veličina, její jednotkou je 1 Newton. Tělesa na sebe působí silami při vzájemném dotyku (tlaková síla, třecí síla,...), ale mohou působit také na dálku (gravitační síla, elektrická síla,...). Vztahy pro vyjádření konkrétních sil při vzájemném působení se nazývají **silové zákony** (například Newtonův gravitační zákon). Podrobněji se jim budeme věnovat později.

Připomeňme ještě jednu velmi důležitou vlastnost. Působí-li na těleso okolní tělesa více silami, můžeme tyto síly jednoduše sečíst jako vektory (viz sčítání vektorů) a určit tak výslednou sílu (budeme ji značit $\Sigma \boldsymbol{F}$). Její účinek je stejný jako by působily všechny skládané síly dohromady, bez ohledu na to, jaký je jejich původ. Říkáme, že platí **princip skládání sil**

$$\boxed{\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 + \dots + \boldsymbol{F}_n .}$$

## 4.2. První Newtonův zákon

Až do 17. století, kdy Newton formuloval zákony pohybu, převažoval názor, že pro udržení tělesa v pohybu stálou rychlostí je nutné na ně neustále působit nějakou silou. Podle Aristotela je klid přirozeným stavem věcí a aby se těleso pohybovalo, musí být nějak poháněno. Pokud přestane pohánějící síla působit, těleso po nějaké době dospěje do přirozeného stavu klidu. To se zdá být v souladu s pozorováním. Všichni víme, že vyřadíme-li při jízdě autem po rovině rychlostní stupeň, samo po čase zastaví. Chceme-li jet stálou rychlostí, musí motor stále působit silou. Podobně uvedeme-li těleso do klouzavého pohybu po ledě, bude se jeho rychlost pomalu zmenšovat, dokud se nezastaví. Použijeme-li však vhodné těleso a budeme-li zlepšovat kvalitu ledové plochy, bude zpomalování stále slabší. Dokážeme si představit, že při úplném odstranění vlivu okolních těles (třecí síla, odpor vzduchu,...) bude těleso setrvávat v pohybu stále stejnou rychlostí. Dobrým příkladem je třeba vesmírná sonda, která zapíná motory pouze při zrychlování či změně směru letu. Pokud na ni nepůsobí žádné síly, setrvává v rovnoměrném přímočarém pohybu (viz obrázek 4-2 a). Podobně to platí i pro *otáčivý pohyb*. Planeta Země se otáčí kolem své osy jako dobrý setrvačník a nepotřebuje žádnou sílu k udržování své rotace. Na základě podobných úvah a pokusů formuloval Newton svůj **zákon setrvačnosti**:

> Každé těleso setrvává v klidu nebo v rovnoměrném pohybu v daném směru, pokud není nuceno vnějšími silami tento svůj stav změnit.

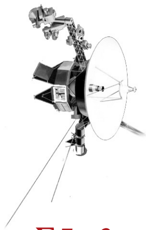
**Těleso, na které jeho okolí nepůsobí, nazýváme volným tělesem nebo volnou částici. Volná částice je podobně jako hmotný bod jen idealizovaný model. Ve skutečnosti na každé těleso působí nějaké síly, avšak často jsou zanedbatelně malé nebo se můžou vzájemně vyrušit.**

Je důležité uvědomit si, co říká princip skládáni sil. Z hlediska pohybu hmotného bodu je totiž jedno, zda **na něj nepůsobí žádné síly** (volná částice) nebo zda **se působící síly vyruší** (vektorový součet všech působících sil je nulový), **v obou případech se bude hmotný bod pohybovat rovnoměrně přímočaře nebo bude v klidu**. Příklad ukazuje obrázek 4-2. S jeho pomocí jistě dokážete sami správně vysvětlit i to, proč auto po vyřazení motoru po určitém čase zastaví.

Newton své zákony promýšlel pečlivě řadu let, přesto v zákoně chybí zmínka o tom, k jaké vztažné soustavě se váže. Newton totiž předpokládal, že existuje **absolutní prostor i čas**, jedna význačná vztažná soustava nezávislá na jakýchkoliv tělesech. Předpokládal proto, že zákon setrvačnosti platí v absolutním prostoru. Dnes víme, že absolutní prostor neexistuje, proto chápeme zákon setrvačnosti tak, že existuje jakási výjimečná skupina vztažných soustav, ve kterých platí první Newtonův zákon. Tyto soustavy jsou spojeny s volnými částicemi a navzájem se pohybují rovnoměrně přímočaře. Nazýváme je **inerciální**, z latinského inertia – setrvávat. Dobrým příkladem takové inerciální vztažné soustavy je soustava spojená se Sluncem. Za inerciální většinou považujeme i laboratorní vztažnou soustavu, spojenou s povrchem Země. Vliv rotace Země v tomto případě zanedbáváme.

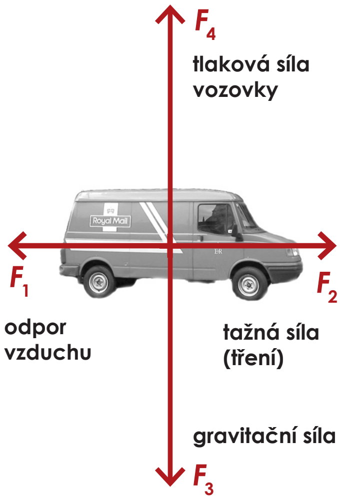
Všechny vztažné soustavy, které se pohybují se zrychlením vůči inerciálním, se nazývají **neinerciální**. Poznáme je jednoduše tak, že v nich volné částice nezůstávají v klidu či rovnoměrném přímočarém pohybu. Uveďme příklad vztažné soustavy spojené s rozjíždějícím se železničním vagónem na obrázku 4-3. Představme si, že na stůl ve vlaku položíme kostku. Dokud vlak stojí, kostka je v klidu, působí na ni Země gravitační silou a stůl tlakovou silou, tyto dvě síly se vyruší.

**Obrázek 4-2.**
**(a) Vesmírná sonda letí volným prostorem. Jde o volnou částici, okolní tělesa na ni nepůsobí, proto se pohybuje rovnoměrně přímočaře.**

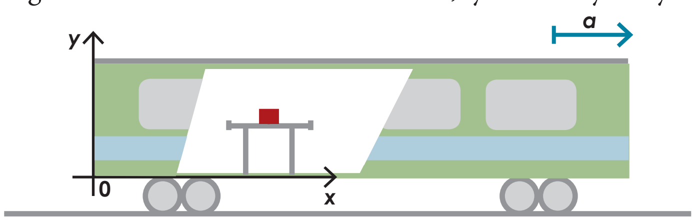


$\Sigma F = 0$

**(b) Auto jede stálou rychlostí po rovné silnici. Výslednice působících sil je nulová, auto setrvává v rovnoměrném přímočarém pohybu vůči slinici.**




$\Sigma F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = 0$




**Obrázek 4-3. Neinerciální vztažná soustava spojená s vagónem.**

Nyní se vlak začne rozjíždět a soustava spojená s vagónem přestává být inerciální, kostka se dává do pohybu proti směru jízdy. Ale těžko byste hledali sílu která tento pohyb způsobila. **V neinerciální soustavě Newtonovy zákony neplatí**. Pohyb kuličky dokážeme lehce vysvětlit v laboratorní (inerciální) vztažné soustavě. Vlak se rozjíždí, ale kostka setrvává v klidu vůči zemi, tedy začíná se pohybovat vůči vlaku dozadu, dokud na ni nezačne vlak působit silou, což může být třeba náraz kuličky o hranu stolu. Velice podobně by pokus probíhal i v případě průjezdu vlaku zatáčkou. Pokuste se jej sami vysvětlit.

## 4.3. Druhý Newtonův zákon

Už víme, jak se těleso pohybuje, je-li výsledná působící síla nulová. Zabývejme se nyní otázkou, **jak se bude hmotný bod pohybovat v případě, že na něj působí nenulová výsledná síla**. Nebo jinak řečeno, jaké bude zrychlení tělesa v případě, že se působení okolních těles nevyruší? Přesnou odpověď na tuto otázku nám dává druhý Newtonův zákon.

Udělejme následující pokus. Máme vozík, který se může pohybovat po vodorovných kolejích se zanedbatelně malým odporem (viz obrázek 4-5). Dokud je vozík v klidu, působí na něj Země gravitační silou a koleje tlakovou silou, jejich výslednice je nulová. Nyní začneme na vozík působit další silou ve vodorovném směru, vozík se začne pohybovat se zrychlením. Přesným měřením bychom zjistili, že působíme-li silou 1 N na vozík o hmotnosti 1 kg, bude jeho zrychlení 1 $\mathrm{ms^{-2}}$. Zvětšíme-li sílu na dvojnásobek, zdvojnásobí se i zrychlení vozíku a podobně to dopadne při trojnásobné síle atd. Zjišťujeme, že zrychlení je přímo úměrné výsledné působící síle. Můžeme také měnit hmotnost vozíku. Zdvojnásobíme-li jeho hmotnost, bude jeho zrychlení poloviční, při trojnásobné hmotnosti třetinové atd. Zjišťujeme, že zrychlení je nepřímo úměrné hmotnosti tělesa. Dále musíme vyzkoušet, že zrychlení a působící síla mají vždy stejný směr a že zrychlení nezávisí ještě na jiných parametrech. Dojdeme tak, podobně jako Newton, k jednoduché formulaci **zákona síly**, který nejčastěji zapisujeme jako vektorovou rovnici

$$\boxed{\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}.}$$

Druhý Newtonův zákon udává také jednotku síly v soustavě SI. 1 N je síla, která udělí tělesu o hmotnosti 1 kg zrychlení 1 $\mathrm{ms^{-2}}$. Platí tedy

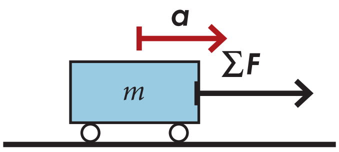
$$1\,\mathrm{N} = 1\,\mathrm{kg\,ms^{-2}}.$$

Při řešení úloh pomocí druhého Newtonova zákona používáme **silový diagram**. Nakreslíme schematicky zkoumané těleso do zvolené vztažné soustavy a vyznačíme *všechny* síly, které působí *na dané* těleso, případně vyznačíme i jejich výslednici $\Sigma \boldsymbol{F}$. Docela častým případem jsou situace, kdy se těleso nezrychluje (je v klidu nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře), přestože na něj působí síly. V takovém případě z druhého Newtonova zákona plyne, že $\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$. Působící síly se vyruší a jejich výslednice je nulová, říkáme, že působící **síly** jsou **v rovnováze**. Použití druhého Newtonova zákona si teď ukážeme na několika příkladech.

### Víte, že…

Isaac Newton publikoval své zákony pohybu v roce 1687 v knize nazvané (v českém překladu) „Matematické principy přírodní filozofie“, která obsahuje i výsledky jeho studia konkrétních mechanických jevů, teorii gravitace, názory na světlo a mnohé další. Jeho dílo se stalo počátkem nové éry v přírodních vědách. Když se ho zeptali, jak přišel na tolik velkých objevů, odpověděl: „Nocte dieque incubando“ („Přemýšlel jsem dnem i nocí“).

**Obrázek 4-4. Sir Isaac Newton.**

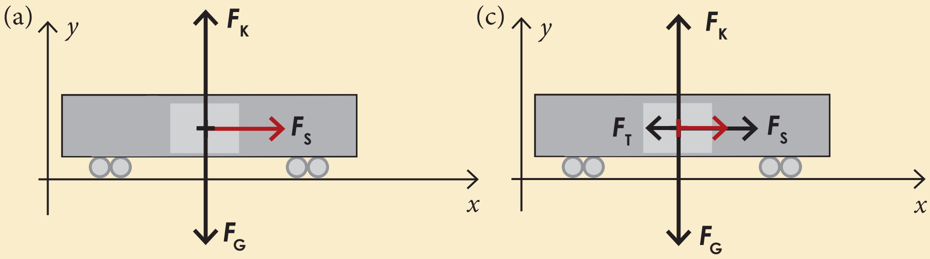



**Obrázek 4-5. Na vozík o hmotnosti $m$ působí výsledná síla $\Sigma \boldsymbol{F}$, Druhý Newtonův zákon říká, že zrychlení vozíku se řídí vztahem $\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$.**
**Podrobnější rozbor této situace najdete jako příklad 4-10 na straně 54.**

**V mechanice hmotných bodů se nemusíme starat o to, v jakých bodech síly na těleso působí, rozměry či deformaci tělesa neuvažujeme. Proto můžeme všechny působící síly nakreslit do jednoho bodu.**

## Příklad 4-1

Známý silák předvádí tradiční kousek. Snaží se uvést do pohybu železniční vagón o hmotnosti 40 t, který stojí na vodorovných kolejích (viz obrázek). Maximální velikost síly, kterou je schopen vyvinout, je rovna dvojnásobku jeho tíhy. Hmotnost siláka je 80 kg. Vypočtěte
(a) jaké bude zrychlení vagónu za předpokladu, že zanedbáváme odporovou sílu,
(b) za jak dlouho dosáhne vagón rychlosti 4 $\mathrm{kmh^{-1}}$ (rychlost klidné chůze),
(c) jaké bude zrychlení vagónu v případě, že odporová síla, kterou na vlak působí kolejnice proti jeho pohybu má velikost 700 N?




(a) Nejprve nakreslíme silový diagram (viz obrázek). Silák bude táhnout silou $\mathbf{F}_S$ o velikosti

$$F_S = 2mg = 2 \cdot 80 \cdot 9{,}8 = 1570\,\mathrm{N}.$$

Kromě toho na vagón působí ještě Země tíhovou silou $\mathbf{F}_G$, která je stejně velká jako síla $\mathbf{F}_K$ – kolmá tlaková síla, kterou na vagón působí koleje (podrobněji se o kolmé tlakové síle dozvíte v odstavci 4.6). Pro tyto dvě síly musí platit $\mathbf{F}_G + \mathbf{F}_K = \mathbf{0}$, neboť víme, že vagón se ve směru osy $y$ nepohybuje. Proto výslednou působící silou bude přímo síla $\mathbf{F}_S$. Druhý Newtonův zákon pro vagón tak bude mít tvar

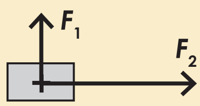
$$\mathbf{F}_S = m\mathbf{a} \quad \Rightarrow \quad F_S = ma \quad \Rightarrow \quad a = \frac{F_S}{m} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{1570\ \mathrm{N}}{40\,000\ \mathrm{kg}} = 0{,}04\,\mathrm{ms^{-2}}.$$

(b) Půjde o rovnoměrně zrychlený pohyb ve směru osy $x$ se zrychlením o velikosti $a = 0{,}04\,\mathrm{ms^{-2}}$. Chceme najít čas $t$, za který vagón dosáhne rychlosti o velikosti $v = 4\,\mathrm{kmh^{-1}} = 1{,}11\,\mathrm{ms^{-1}}$. Hledaný čas pak nalezneme pomocí vztahu $v = at$, odkud $t = 28{,}7\,\mathrm{s}$.
(c) Silový diagram bude obsahovat ještě sílu $\mathbf{F}_T$ o velikosti 700 N (viz obrázek). Bude proto platit

$$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F}_S + \mathbf{F}_T \quad \Rightarrow \quad \Sigma F = F_S - F_T \quad \Rightarrow \quad F_S - F_T = ma \quad \Rightarrow \quad a = 0{,}022\,\mathrm{ms^{-2}}.$$

## Příklad 4-2

Na kostku o hmotnosti 2 kg působí dvě síly $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_2$ o velikostech $F_1 = 2{,}5\,\mathrm{N}$ a $F_2 = 5{,}6\,\mathrm{N}$ (viz obrázek). Určete
(a) jejich výslednici,
(b) zrychlení kostky,
(c) jaká třetí síla $\mathbf{F}_3$ by musela na kostku působit, aby se pohybovala rychlostí 3 $\mathrm{ms^{-1}}$ směrem doprava?




(a) Výslednou sílu $\Sigma\mathbf{F}$ dotsneme jako součet vektorů $\mathbf{F}_1$ a $\mathbf{F}_2$:

$$\Sigma\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 = (0 + 5{,}6;\ 2{,}7 + 0)\,\mathrm{N} = (5{,}6;\ 2{,}7)\,\mathrm{N}.$$

Výsledná síla $\Sigma\mathbf{F}$ má velikost

$$\Sigma F = \sqrt{2{,}7^2 + 5{,}6^2}\,\mathrm{N} = 6{,}2\,\mathrm{N}.$$

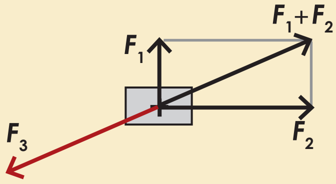
a svírá s osou $x$ úhel $\alpha$, pro který platí: $\mathrm{tg}\,\alpha = 2{,}7/5{,}6 \quad \Rightarrow \quad \alpha = \mathrm{tg}^{-1}(2{,}7/5{,}6) = 26^0$.

**Obrázek 4-6. Díky druhému Newtonovu zákonu víme, proč se konstruktéři závodních aut či byciklů tolik starají o to, aby byl závodní stroj co nejlehčí. Čím menší je hmotnost tělesa, tím větší zrychlení mu dokáže daná síla udělit.**

(b) Zrychlení kostky určíme z druhého Newtonova zákona

$$\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{\Sigma F}{m} \quad \Rightarrow \quad a = \frac{6{,}2}{2}\ \mathrm{ms^{-2}} = 3{,}1\ \mathrm{ms^{-2}}.$$

(c) Má-li se kostka pohybovat konstantní rychlostí, musí být její zrychlení nulové a tedy podle druhého Newtonova zákona i výsledná síla musí být nulová, proto musí platit $\boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_2 + \boldsymbol{F}_3 = \boldsymbol{0}$. Pomocí obrázku určíme, že $\boldsymbol{F}_3 = (-5{,}6;\ -2{,}7)\,\mathrm{N}$, z části (a) že $F_3 = 6{,}2\,\mathrm{N}$.




**Obrázek 4-7. Vážením na váze, ať už elektronické nebo miskové, zjišťujeme vždy gravitační hmotnost tělesa.**
**Která z těchto dvou vah by měřila správně i na Měsíci?**

Dosud jsme se nezabývali otázkou, co je to *hmotnost*. Tuto fyzikální veličinu jsme zvyklí používat tak často, že nás ani nenapadne přemýšlet o jejím významu. Jak měříme hmotnost těles? Asi každý odpoví, že vážením na váze. Uvědomme si ale, že váha, ať už je její konstrukce jakákoliv, vlastně měří gravitační sílu, kterou na vážené těleso působí Země. Víme, že tato gravitační síla je úměrná vlastnosti tělesa, kterou nazýváme **gravitační hmotnost**. Nyní, v druhém Newtonově zákoně, se ale hmotnost objevuje v docela jiné souvislosti, a to jako vlastnost tělesa, která určuje, jaké bude jeho zrychlení, když na něj bude působit jakákoliv síla. Tato vlastnost se nazývá **setrvačná hmotnost**. Změříme ji tak, že na těleso budeme působit známou silou a budeme měřit jeho zrychlení. Není vůbec jasné, že by gravitační a setrvačná hmotnost tělesa měly být stejné, nicméně ze všech pokusů, které do dnešní doby fyzikové provedli, vychází s velikou přesností, že jsou si rovny.

## 4.4. Třetí Newtonův zákon

Všechny síly působí ve dvojicích. Působí-li například Země na člověka gravitační silou, působí také člověk na Zemi stejně velkou, avšak opačně orientovanou silou. Podobně když kůň táhne kládu silou $\boldsymbol{F}$, táhne zároveň kláda koně na opačnou stranu silou $-\boldsymbol{F}$. Ostatně víme, že síla není nic jiného než veličina vyjadřující *vzájemné* působení těles. Proto v přírodě neexistuje síla, která by k sobě neměla odpovídající „reakci“. To shrnul Newton ve svém třetím zákoně, který nazval **zákon akce a reakce.** Ten říká, že **dvě tělesa na sebe vždy působí stejně velkými, opačně orientovanými silami**. Označíme-li tělesa $A$ a $B$, sílu, kterou působí $A$ na $B$ $\boldsymbol{F}_{AB}$ a sílu, kterou působí $B$ na $A$ $\boldsymbol{F}_{BA}$ (viz obrázek 4-8), můžeme třetí Newtonův zákon vyjádřit jednoduše takto:

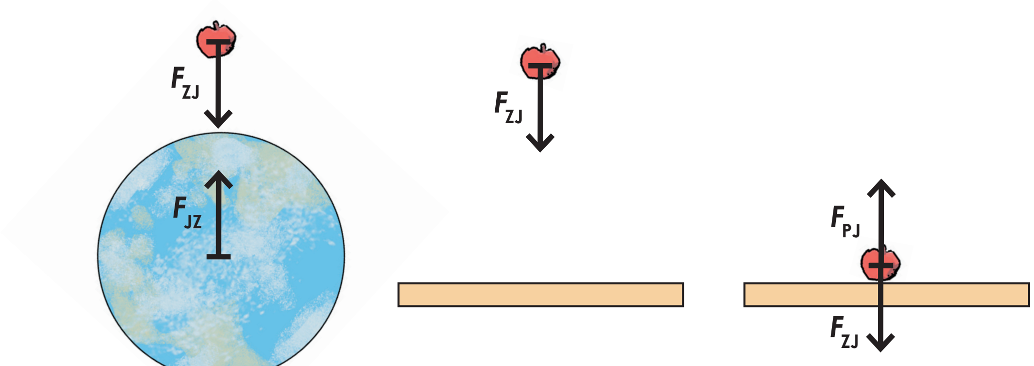
**Označení „akce“ a „reakce“ je v tomto případě velmi tradiční, avšak neznamená, že by nějaká z dvojice sil byla akcí a druhá reakcí na ni. Síly prostě působí ve dvojicích a je jedno, kterou označíme jako akci a kterou jako reakci.**

$$\boxed{\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}.}$$


**Obrázek 4-8. Tělesa na sebe vzájemně působí stejně velkými, opačně orientovanými silami $\boldsymbol{F}_{AB} = -\boldsymbol{F}_{BA}$.**

Při pohledu na třetí Newtonův zákon by nás mohlo napadnout, že součet sil $\boldsymbol{F}_{AB} + \boldsymbol{F}_{BA}$ bude vždy nulový. Je-li tedy podle principu skládání sil součet akce a reakce vždy nulový, existují vůbec nějaké síly, které se nevyruší? Odpověď je jednoduchá, skládat můžeme jen síly působící na *stejné* těleso, akce a reakce však vždy působí na *různá* tělesa. Ukažme si to na příkladu působení Země a jablka na obrázku 4-9.

Obrázek 4-9 (a) ukazuje vzájemné gravitační působení jablka a Země. Síly $\boldsymbol{F}_{ZJ}$ a $\boldsymbol{F}_{JZ}$ jsou podle třetího Newtonova stejně velké a opačně orientované, ale každá působí na jiné těleso. Vezmeme-li v úvahu i druhý Newtonův zákon,




(a) AKCE a REAKCE

(b) síly působící na JABLKO při pádu

(c) síly působící na JABLKO po dopadu na podlahu

**Obrázek 4-9. (a) a (b) Vzájemné působení Země a padajícího jablka. (c) Síly působící na jablko v klidu.**

můžeme snadno odpovědět na otázku, proč jablko padá k Zemi se zrychlením 9,8ms$^{-2}$, zatímco Země se „ani nehne“, přestože působící síly jsou stejně velké. Díky obrovské hmotnosti Země je její zrychlení způsobené silou $\boldsymbol{F}_{JZ}$ tak malé, že jej ani nedokážeme změřit. Na obrázku 4-9 (b) je stejná situace z jiného pohledu. Popisujeme-li pohyb jablka, zajímají nás jen síly působící na jablko a to je při pádu jen síla $\boldsymbol{F}_{ZJ}$. Obrázek (c) pak ukazuje síly působící na jablko po dopadu na podlahu. Přibyla ještě síla $\boldsymbol{F}_{PJ}$, kterou na jablko působí podlaha, Říkáme jí kolmá tlaková síla. Síla $\boldsymbol{F}_{PJ}$ je právě tak velká, že se vyruší se silou $\boldsymbol{F}_{ZJ}$ a jablko zůstane v klidu ($\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{0}$). *Nejde* však o dvojici akce – reakce, síly $\boldsymbol{F}_{PJ}$ a $\boldsymbol{F}_{ZJ}$ působí na totéž těleso.

## 4.5. Síly v přírodě

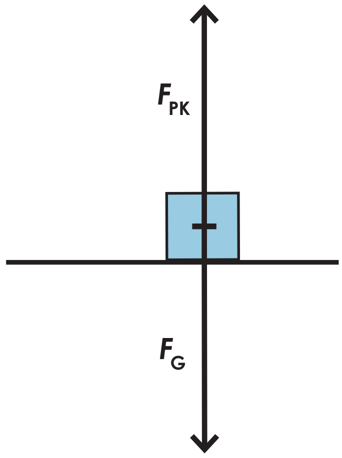
Newtonovy zákony jsou dobrým nástrojem pro řešení všech možných úloh o pohybu. S jejich znalostí již dokážeme přesně říci, co se bude dít, budou-li na tělesa působit určité síly. V obou ukázkových příkladech (příklady 4-1 a 4-2) jsme však museli mít síly *zadány*. Ve skutečnosti, budeme-li chtít opravdu vyřešit nějakou reálnou úlohu, nám nikdo síly nezadá. Proto musíme být schopni rozhodnout, jaké síly v dané situaci působí a umět je určit. K tomu ve fyzice slouží tzv. „**silové zákony**“, o kterých jsme již mluvili. Bez těchto silových zákonů, jsou samotné pohybové zákony k ničemu.

To dobře věděl i Newton, který jako první odhalil zákon gravitace. Zjistil, že **gravitační síla** působí mezi všemi hmotnými tělesy, udržuje Zemi na oběžné dráze kolem Slunce, způsobuje příliv a odliv. Gravitaci bude později věnována celá kapitola. Nám bude prozatím stačit vědět, že v blízkosti povrchu působí Země na všechna tělesa **tíhovou silou** $\boldsymbol{F}_G = m\boldsymbol{g}$, kde $g = 9{,}8\,\mathrm{ms}^{-2}$. Další síly, působící na dálku, které byli objeveny později, jsou síla **elektrická** a **magnetická**. Ani jimi se teď nebudeme zabývat. Zaměříme se prozatím na některé důležité **síly, působící při vzájemném kontaktu těles**.

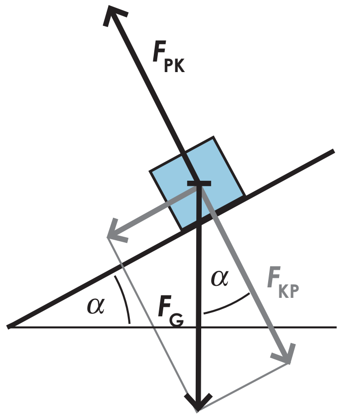
## 4.6. Kolmá tlaková síla

Spočívá-li těleso na nějaké podložce (silnice, stůl, podlaha, krabice, zeď,...), působí na něj podložka určitými silami. Jednou z nich je tlaková síla, která je vždy kolmá k podložce, proto ji nazýváme **kolmá tlaková síla.** V souladu s třetím Newtonovým zákonem bychom správně měli říci, že kolmou tlakovou silou na sebe *vzájemně* působí těleso a podložka ve směru kolmém k podložce. Tuto situaci ukazuje obrázek 4-10 a, na obrázku 4-10 b pak vidíte, jak se kolmá tlaková síla mezi kostkou a podložkou zmenší, nakloníme-li podložku o úhel $\alpha$. Oba obrázky si pozorně prostudujte.

**Obrázek 4-10.**
**(a) Kostka leží na vodorovné podložce, na kostku působí tíhová síla $\boldsymbol{F}_G$ a kolmá tlaková síla $\boldsymbol{F}_{PK}$. Tyto síly jsou v rovnováze, protože kostka je v klidu.**




**(b) Kostka leží na šikmé podložce se sklonem $\alpha$, na kostku působí Země tíhovou silou $\boldsymbol{F}_G$. Kostka teď na podložku působí kolmou tlakovou silou o velikosti $F_{KP} = F_G \cos\alpha$. Podle 3. Newtonova zákona působí podložka na kostku silou $F_{PK} = F_{KP}$.**



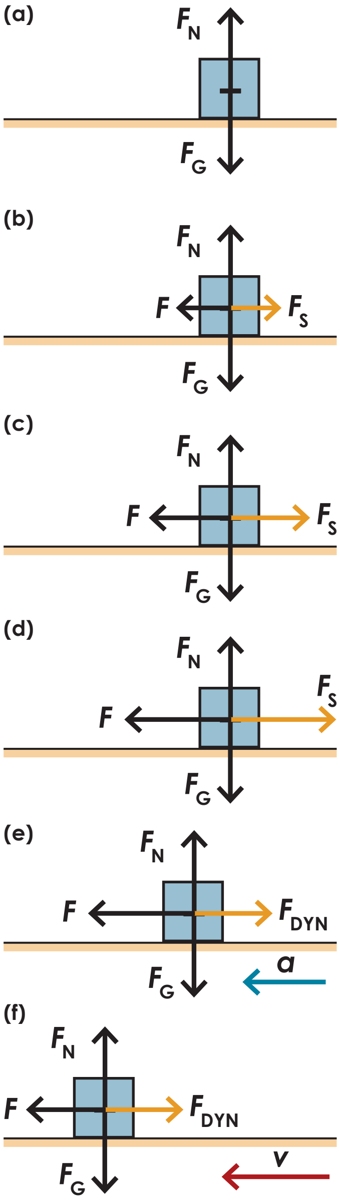
**Kolmou tlakovou sílu bývá zvykem označovat $F_N$, jako normálovou sílu (normálová znamená kolmá na plochu).**

Kolmá tlaková síla souvisí s pevností podložky, proto nemůže být nekonečně velká, ale je omezena jistou maximální hodnotou. Je-li působící síla větší, pak dojde k deformaci podložky. Deformací těles se však prozatím zabývat nebudeme, ve všech úlohách budou podložky (tělesa) dostatečně pevné.

## 4.7. Tření

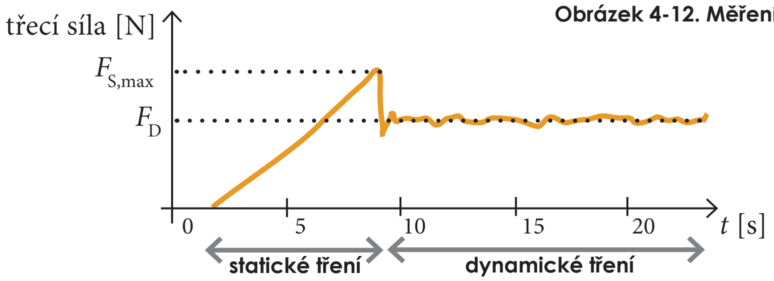
Třecí síly známe velmi dobře z každodenní zkušenosti. Brání nám posunout těžkou bednu po podlaze nebo při jízdě na lyžích zpomaluje náš pohyb vpřed. Na druhou stranu nebýt tření, nemohli bychom jezdit autem, protože jeho kola by se bez tření protáčela jako na ledě. Nemohli bychom chodit ani pěšky, neboť bychom neudělali ani krok a na sebemenším svahu bychom se nezadržitelně rozjeli dolů, naše oblečení by se rozpadlo, uzly rozvázaly a hřebíky a šrouby volně vyklouzly ze spojů. Rozumět silám tření je velmi důležité pro pochopení mnoha jevů kolem nás.

Začneme důležitým pokusem. Na vodorovnou podložku umístíme zkušební těleso (naši oblíbenou kostku). Situaci, včetně všech působících sil, vidíme na obrázku 4-11 a. Nyní začneme na kostku působit vodorovnou silou **$F$**, kterou budeme postupně zvětšovat (velikost měříme siloměrem). Dokud působící síla nedosáhne určité mezní hodnoty, je kostka stále v klidu. Na kostku totiž působí **statická třecí síla $F_S$** (situace b, c, d na obrázku 4-11). Velikost statické třecí síly se zvětšuje spolu se vzrůstající silou **$F$**. Jakmile síla **$F$** překročí mezní hodnotu, kostka se dá do pohybu se zrychlením (obrázek 4-11 e). Nyní podložka na pohybující se kostku působí **dynamickou třecí silou $F_D$**. Dynamická třecí síla je vždy menší než maximální hodnota statické třecí síly. Proto chceme-li udržet kostku v rovnoměrném pohybu, musíme velikost síly **$F$** snížit (obrázek 4-11 f). Výsledek našeho měření třecí síly ukazuje následující graf.




Obrázek 4-11. Na kostku působí tíhová síla $F_G$ a kolmá tlaková síla $F_N$. Pak na ni začneme působit vodorovnou silou $F$, kterou zvětšujeme a sledujeme, jak se mění třecí síla.

**Obrázek 4-12. Měření třecí síly**




V grafu vidíme maximální hodnotu statické třecí síly $F_{S,max}$ a průměrnou hodnotu dynamické třecí síly $F_D$ (pokuste se sami vysvětlit její drobné kolísání).

Dalšími experimenty bychom zjistili, že velikost dynamické třecí síly $F_D$ nezávisí na ploše, kterou se tělesa dotýkají ani jejich vzájemné rychlosti. Závisí 1) na velikosti kolmé tlakové síly $F_N$ a 2) na kombinaci materiálů podložky a tělesa. Tuto vlastnost vystihuje **koeficient dynamického tření $f_D$**, který je určen experimentálně pro nejrůznější kombinace materiálů a je definován vztahem představujícím silový zákon

$$\boxed{F_{DYN} = f_D F_N.}$$

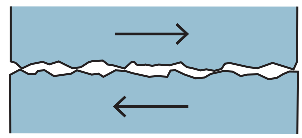
Podobně pro maximální hodnotu statické třecí sílu $F_{S,max}$ používáme **koeficient statického tření $f_S$**, který je definován vztahem

$$\boxed{F_{S,\,max} = f_S F_N.}$$

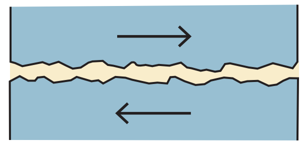
Pro statickou třecí sílu menší než $F_{S,\,max}$ nemůžeme žádný podobný vztah použít. V konkrétních situacích je v tomto případě vždy dána podmínkou, že těleso je v klidu, tj. podmínkou rovnováhy sil. Statická třecí síla je v tomto případě stejně velká jako působící síla $\boldsymbol{F}$, ale opačně orientovaná a těleso zůstává v klidu (vidíme to na obrázku 4-11 b, c).

K pochopení, jak **vzniká třecí síla,** nám pomohou obrázky 4-13 a 4-14. I když pouhým okem se nám zdá povrch těles často hladký, při zvětšení uvidíme spoustu nerovností, které do sebe při vzájemném pohybu narážejí a deformují se. Koeficient tření pro různé dvojice materiálů proto bude záviset především na jejich drsnosti. Kromě toho také na přítomnosti tenké vrstvy vzduchu, vody či oleje mezi oběma materiály, která zabraňuje těsnějšímu přiblížení obou ploch. Proto má auto na mokré vozovce delší brzdnou dráhu a proto mažeme ložiska a panty olejem. Konkrétní hodnoty koeficientů statického a dynamického tření pro různé dvojice materiálů najdete v běžných fyzikálních tabulkách, některé také v tabulce vpravo.

(a)



(b)

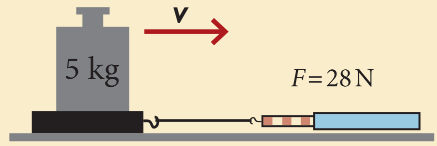


**Obrázek 4-13.**
**(a) Vznik třecí síly mezi dvěma tělesy způsobují mikroskopické nerovnosti na jejich povrchu, které do sebe během pohybu vzájemně narážejí a deformují se.**
**(b) Je-li přítomna tenká vrsva kapaliny, například oleje, tělesa se nedostanou do tak těsného kontaktu a třecí síla se zmenší. Zmenší se i opotřebení povrchů.**

## Příklad 4-3

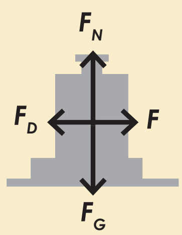
Koeficient dynamického tření mezi pneumatikou a asfaltem byl měřen následujícím způsobem: Na kus pneumatiky jsme položili závaží o hmotnosti $m = 5\,\mathrm{kg}$ (hmotnost kusu pneumatiky můžeme zanedbat) a uvedli pomocí siloměru do pohybu po asfaltu (viz náčrt). Po dosažení rovnoměrného pohybu ukazoval siloměr hodnotu 28 N. Určete koeficient dynamického tření mezi pneumatikou a asfaltem.

---




Soustava se pohybuje rovnoměrným pohybem, její zrychlení je nulové. Působící síly tedy musí být v rovnováze, jak ukazuje silový diagram. Musí proto platit $\boldsymbol{F} = -\boldsymbol{F_D}$, tedy pro velikosti $F = F_D$. Velikost síly je $F_D = f_D F_N = f_D mg$, což po dosazení dává

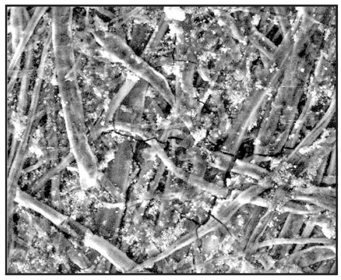
$$F = f_D mg.$$




Z této rovnice vyjádříme neznámou $f_D$ a dostaneme

$$f_D = \frac{F}{mg} = \frac{28\,\mathrm{N}}{5\,\mathrm{kg}\cdot 9{,}8\,\mathrm{m\,s^{-2}}} = 0{,}57.$$

Všimněte si, že $f_D$ jsme vypočítali jako podíl velikostí dvou sil což znamená, že koeficient tření $f_D$ nemá jednotku, jde o tzv. bezrozměrnou fyzikální veličinu. Jak byste v tomto experimentu určili koeficient statického tření?



**Obrázek 4-14. Povrch papíru se nám zdá hladký, ale na mikroskopické úrovni zjistíme, že tomu tak není. Snímek z elektronového mikroskopu, zvětšeno 150x.**

## Příklad 4-4

Nákladní auto převáží nábytek. Řidič musí jet opatrně, aby se nábytek, který stojí volně na podlaze nákladního auta, nepohnul. Jaká může být maximální velikost zrychlení auta, jede-li po přímé a rovné silnici? Koeficient statického tření mezi podlahou a nábytkem je $f_D = 0{,}28$.

---

K pohybu nábytku může dojít stejně dobře při rozjezdu i při brzdění, na směru zrychlení v tomto případě nezáleží. Uvažujme proto třeba o situaci, kdy se auto rozjíždí se zrychlením $\boldsymbol{a}$. Úlohu vyřešíme ve vztažné soustavě spojené se zemí (soustava spojená s rozjíždějícím se autem není inerciální – viz odstavec 4.2).

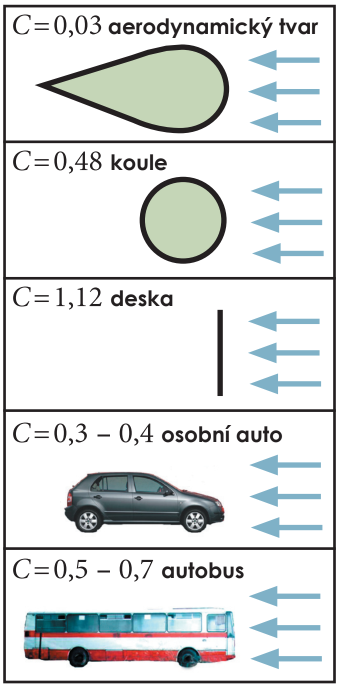
**tabulka koeficientů statického na silnici**

| situace | $f_S$ |
|---|---|
| **pneumatika na náledí** | 0,1 – 0,2 |
| **pneumatika na mokrém asfaltu** | 0,2 – 0,5 |
| **pneumatika na suchém asfaltu** | 0,5 – 0,6 |
| **pneumatika na suchém betonu** | 0,7 – 0,8 |

## Víte, že…

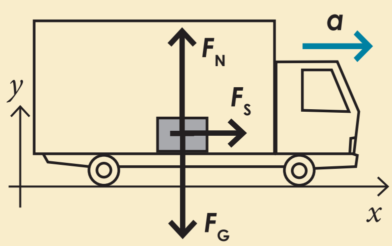
Vznik zemětřesení a hra na housle jsou jevy, které mají něco společného? Je to právě větší hodnota maximální statické třecí síly oproti dynamické, která způsobuje, že působí-li na těleso pomalu se zvětšující síla, nezačne pohyb tělesa po podložce plynule, ale jakýmsi „poskočením“ či „utržením“.

V případě vzájemného pohybu litosferických desek, má toto poskočení za následek zemětřesení. Podobně vzájemný pohybu houslového smyčce a struny neprobíhá hladce, ale skládá se ze spousty malých poskočení, která rozechvějí strunu. Kdybychom smyčec naolejovali, housle se nerozezní.




**Obrázek 4-15. Příklady součinitelů odporu C pro různé tvary těles.**

Chceme, aby se nábytek nepohnul vzhledem k autu. Musí se proto pohybovat se stejným zrychlením $\boldsymbol{a}$ jako auto. Aby se pohyboval se zrychlením, musí na něj působit výsledná síla $\Sigma \boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}$, kde $m$ je hmotnost nábytku. Nyní sestavíme silový diagram (viz obrázek). Na nábytek působí tíhová síla $\boldsymbol{F}_G$, kolmá tlaková síla $\boldsymbol{F}_N$ a statická třecí síla $\boldsymbol{F}_S$, kterou na nábytek působí podlaha automobilu a „táhne“ ji tak směrem vpřed. Síly $\boldsymbol{F}_G$ a $\boldsymbol{F}_N$ se vyruší (víte proč?), tj. $F_N = mg$. Platí tedy $\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_S$. Statická třecí síla může nabývat maximálně velikosti




$$F_{S,\max} = f_S F_N = f_S mg.$$

Maximální přípustná velikost zrychlení $a_{\max}$ je tedy dána vztahem

$$m a_{\max} = f_S mg \quad \Rightarrow \quad a_{\max} = f_S g = 2{,}7\,\mathrm{m\,s^{-2}}.$$

Auto se tedy může rozjíždět či brzdit se zrychlením o maximální velikosti $2{,}7\,\mathrm{m\,s^{-2}}$.

## 4.8. Odporová síla

Většina pohybů, které zkoumáme, probíhá ve vzduchu. Ze zkušenosti proto dobře víme, že vzduch na pohybující se těleso nějak působí, že brzdí jeho pohyb. V některých situacích, jako je třeba pád kamenů z věže, není vliv odporu vzduchu moc velký, můžeme jej proto zanedbat. Chceme-li však vysvětlit třeba pád parašutisty či dešťové kapky, nebo obyčejnou jízdu automobilu, musíme se naučit s odporem vzduchu počítat.

Pohybuje-li se těleso vzhledem k nějakému tekutému prostředí (kapalina, plyn), působí mezi nimi **odporová síla $\boldsymbol{F}_{ODP}$**, která pohybu brání. Tato síla směřuje vždy proti směru rychlosti, jíž se těleso pohybuje *vzhledem k tekutině*. Souvisí tedy s vzájemným pohybem tělesa a tekutiny (viz relativnost pohybu). Uveďme jednoduchý příklad. Odporová síla bude stejná pro cyklistu, který jede dvacetikilometrovou rychlostí za bezvětří, jako pro cyklistu, který má na tachometru $8\,\mathrm{km\,h^{-1}}$ a jede přímo proti větru, jehož rychlost je $12\,\mathrm{km\,h^{-1}}$.

Velikost odporové síly se musí určovat experimentálně pro různé situace. Nás zajímá případ, kdy tekutinou je vzduch a nastává situace obvyklá pro běžné rychlosti při pádu těles, jízdě dopravních prostředků apod., kdy se za tělesem tvoří víry. Takové proudění se nazývá turbulentní a pro většinu těles nastává již při rychlostech kolem $10\,\mathrm{km\,h^{-1}}$. V takovém případě můžeme pro velikost odporové síly použít **Newtonův vztah**

$$\boxed{F_{ODP} = \tfrac{1}{2} C \rho S v^2,}$$

kde $\rho$ je hustota vzduchu a $S$ je **účinný průřez** tělesa, který určíme jako plošný obsah průmětu tělesa do roviny kolmé k **vzájemné rychlosti $\boldsymbol{v}$**. Veličina $C$ se nazývá **součinitel odporu** a záleží na tvaru tělesa (viz obrázek 4-15). Jeho hodnota se určuje experimentálně. Například při navrhování nových automobilů se měří v aerodynamickém tunelu. V Newtonově vztahu také vidíme, že odporová síla silně závisí na vzájemné rychlosti tělesa a prostředí. Závislost $F_{ODP} \sim v^2$ znamená, že když zdvojnásobíme rychlost, odporová síla bude čtyřnásobná. Ukážeme si to v následujícím praktickém příkladu.

Příklad 4-5

V technické dokumentaci automobilu Škoda Fabia najdeme hodnotu součinitele odporu $C$=0,33. Účinný průřez je asi $S$=2,1 m$^2$. Určete velikost odporové síly působící na automobil při jízdě rychlostí (a) 50 kmh$^{-1}$, (b) 100 kmh$^{-1}$, (c) 150kmh$^{-1}$.

Pro dosazení do Newtonova vztahu potřebujeme znát ještě hustotu vzduchu, kterou můžeme najít v tabulkách: $\rho$=1,3 kgm$^{-3}$, a rychlosti převést na metry za sekundu. Nyní můžeme dosadit a vypočítat velikost odporové síly v případě (a)

$$F_{\mathrm{ODP}} = \frac{1}{2} C\rho S v^2 = 0{,}5 \cdot 0{,}33 \cdot 1{,}3 \cdot 2{,}1 \cdot (13{,}9)^2\ \mathrm{N} = 87\ \mathrm{N}.$$

V případě (b) pak vyjde $F_{\mathrm{ODP}}$ = 348 N a v případě (c) $F_{\mathrm{ODP}}$ = 783 N. Vidíme, že odporová síla s rostoucí rychlostí prudce stoupá a s ní i spotřeba paliva.

Na závěr uvažme, jaký je vliv odporové síly na pád těles. Představme si parašutistu, který právě opustil letadlo. Po celou dobu pádu na něj bude působit stejná gravitační síla $\boldsymbol{F}_{\mathrm{G}} = m\boldsymbol{g}$, zatímco odporová síla se bude se zvětšující se rychlostí parašutisty postupně zvětšovat. V určitém okamžiku dosáhne parašutista takové rychlosti, že odporová síla bude stejně velká jako gravitační. Od tohoto okamžiku už se bude parašutista pohybovat rovnoměrným pohybem, neboť výsledná působící síla na něj bude nulová ($\Sigma\boldsymbol{F} = \boldsymbol{0} \Rightarrow \boldsymbol{a} = 0$). Tuto maximální rychlost, které dosáhne, nazýváme **mezní rychlostí $\boldsymbol{v}_{\mathrm{m}}$** a její velikost můžeme lehce určit z rovnosti $F_{\mathrm{G}} = F_{\mathrm{ODP}}$, tedy

$$mg = \frac{1}{2} C\rho S v_{\mathrm{m}}^2$$

a odtud

$$v_{\mathrm{m}} = \sqrt{\frac{2mg}{C\rho S}}$$

V tabulce vpravo uvádíme příklady mezních rychlostí pro různá tělesa. Dokázali byste některé z nich sami vypočítat? Které další údaje k tomu budete potřebovat?

**Tabulka mezních rychlostí**

| | |
|---|---|
| parašutista (v poloze roze-pjatého orla) | 220 kmh$^{-1}$ |
| parašutista (při otevřeném padáku) | 18 kmh$^{-1}$ |
| baseballový míč | 150 kmh$^{-1}$ |
| dešťová kapka | 25 kmh$^{-1}$ |

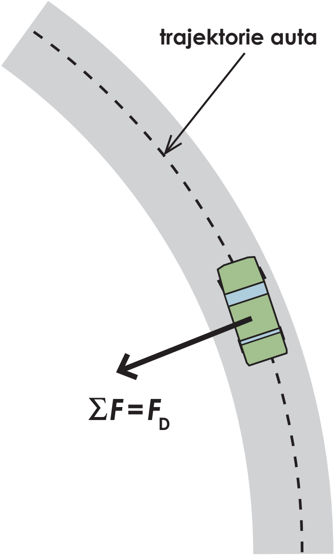
## 4.9. Dostředivá síla

Připomeňme si, co už víme o rovnoměrném pohybu po kružnici z předchozí kapitoly. Těleso se při něm pohybuje rychlostí o stálé velikosti $v$. Směr rychlosti se však neustále mění, těleso se pohybuje se zrychlením. Toto zrychlení stále směřuje do středu kružnice, proto jsme jej nazvali dostředivé zrychlení a odvodili jsme, že jeho velikost při poloměru kružnice $r$ je

$$\boxed{a_{\mathrm{D}} = \frac{v^2}{r}.}$$

Nyní připojme naše znalosti dynamiky. Má-li být výsledné zrychlení tělesa $\boldsymbol{a}_{\mathrm{D}}$, musí na něj podle druhého Newtonova zákona působit výsledná síla $\Sigma\boldsymbol{F} = m\boldsymbol{a}_{\mathrm{D}}$, kde $m$ je hmotnost tělesa. Tato síla se nazývá **dostředivá síla**. Směřuje též do středu kružnice a její velikost je jednoduše

$$F_D = m a_D = \frac{m v^2}{r}.$$




Obrázek 4-16 (a). Průjezd automobilu kruhovou zatáčkou. Třecí síla realizuje potřebnou dostředivou sílu.

Uvědomme si jednu velmi důležitou věc. **Dostředivá síla není novým druhem síly**, uvedený vztah nevyjadřuje žádný silový zákon, interakci mezi tělesy, ale jen říká, že při rovnoměrném pohybu po kružnici musí mít výslednice všech působících sil, bez ohledu na jejich povahu, velikost danou vztahem $F_D = m a_D$. Nyní podíváme na dva důležité příklady rovnoměrného pohybu po kružnici.

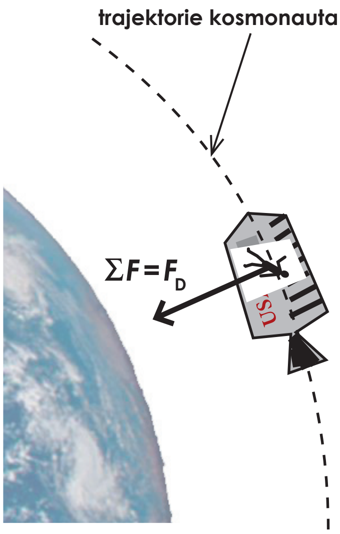
**1. Průjezd auta zatáčkou.**

Představte si, že sedíte v autě, které právě začalo projíždět kruhovou zatáčkou. Na svém těle též pociťujete zrychlení, tlačí vás to ven ze zatáčky. Jak správně vysvětlit tuto situaci?

Předpokládejme, že se auto opravdu pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici (části kružnice). Proto je místě se ptát: kde je dostředivá síla? Jediná síla, ze sil působících na auto, která může být dostředivou silou, je statické tření mezi pneumatikami a asfaltem. Ostatní síly (gravitační, kolmá tlaková, odpor vzduchu, tření ve směru pohybu) se vyruší, neboť víme, že auto se pohybuje rovnoměrně a ve vodorovné rovině. Nebýt třecí síly, auto by pokračovalo v pohybu rovnoměrném přímočarém a ze zatáčky vyjelo. To se také občas stává v případě, kdy třecí síla není dost velká (kluzký povrch, velká rychlost, malý poloměr zatáčky).

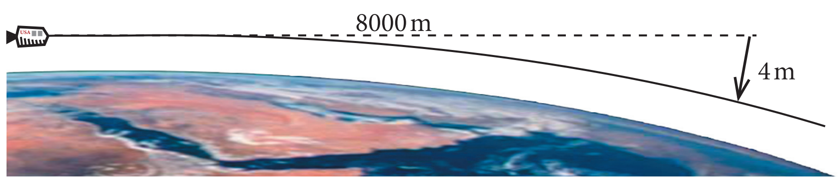
**2. Pohyb po oběžné dráze kolem Země.**

Teď si představte, že jste v situaci poněkud méně obvyklé, než je jízda v autě. Nacházíte se v kosmické lodi, která je na oběžné dráze kolem Země. Jste ve stavu beztíže. Dokážete správně vysvětlit, co se děje v tomto případě?




Obrázek 4-16 (b). Kosmonaut na oběžné dráze se pohybuje po kružnici. Gravitační síla realizuje potřebnou dostředivou sílu.

Kosmická loď i s vámi se pohybuje rovnoměrným pohybem po kružnici. Jediná síla, která na loď i na vás působí, je gravitace. Gravitace tedy musí být dostředivou silou. Velikost rychlosti lodi a poloměr kruhové trajektorie musí být přesně takové, aby platilo $F_D = F_G$. Jak to, že nepociťujete žádné zrychlení, dokonce se v lodi vznášíte, když se podobně jako při jízdě zatáčkou pohybujete se zrychlením? Odpověď je v rozdílné povaze dostředivé síly. Zatímco gravitační síla působí stejně na loď i na celé vaše tělo, statická třecí síla v autě působí jen na některé části vašeho těla, které se dotýkají auta. Na různé části vašeho těla působí různé síly a vy musíte namáhat svaly, abyste udrželi tělo v původní poloze. Další problém je s tzv. **beztížným stavem**. Mnoho lidí dole na Zemi si myslí, že beztížný stav zažíváte proto, že jste daleko od Země, kde už je vliv gravitační síly zanedbatelný a tudíž na vás nepůsobí žádná síla. To ale není pravda, neboť ve výšce 400 km nad povrchem Země je $g = 8{,}7\,\mathrm{m\,s^{-2}}$. Opět je třeba si uvědomit, že na vás působí pouze gravitační síla, a to na všechny části těla stejně. Není zde podlaha, která by působila na vaše chodidla proti gravitační síle a stlačovala tak vaše tělo. Kosmická loď se pohybuje se stejným zrychlením jako vy. Společně s lodí vlastně neustále „padáte“ k Zemi. Zároveň s tím se však pohybujete velkou rychlostí, takže na Zemi nikdy „nedopadnete“, jak ukazuje obrázek 4-17.




Obrázek 4-17.
Pohyb na oběžné dráze kolem Země. Za 1 s se kosmická loď posune o 8000 m ve vodorovném směru, mezitím vlivem gravitace „spadne“ o 4 m ve svislém směru. Výsledkem je pohyb po kružnici kolem Země.

## Příklad 4-6

Komunikační satelit byl naveden na oběžnou dráhu o výšce $h = 35\,700$ km nad povrchem Země. Gravitační zrychlení má v této vzdálenosti velikost $g = 0{,}23\,\mathrm{ms^{-2}}$.
(a) Určete, jakou rychlostí se musí satelit pohybovat, aby se udržel na kruhové oběžné dráze kolem Země,
(b) vypočtěte periodu oběhu satelitu kolem Země.

---

(a) Na satelit působí pouze gravitační síla o velikosti $F_G = mg$. Pro pohyb po kružnici o poloměru $r_Z + h$ ($r_Z = 6378$ km je poloměr Země) je potřebná dostředivá síla o velikosti

$$F_D = \frac{mv^2}{r_Z + h}.$$

Gravitace tedy musí být dostředivou silou a musí platit

$$mg = \frac{mv^2}{r_Z + h} \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{g(r_Z + h)} = \sqrt{0{,}23\,\mathrm{ms^{-2}}(6\,378 \cdot 10^3\,\mathrm{m} + 35\,700 \cdot 10^3\,\mathrm{m})} = 3{,}1 \cdot 10^3\,\mathrm{ms^{-1}}.$$

(b) Periodu $T$ určíme jako podíl uražené dráhy během jednoho oběhu a velikosti rychlosti satelitu

$$T = \frac{2\pi(r_Z + h)}{v} = \frac{2\pi\,(6\,378 . 10^3\,\mathrm{m} + 35\,700 \cdot 10^3\,\mathrm{m})}{3{,}1 . 10^3\,\mathrm{ms^{-1}}} = 24\,\mathrm{h}$$

Výsledek je zaokrouhlen na celé hodiny. Že vyšla perioda právě 1 den, není náhoda. Komunikační satelit musí zaujímat stále stejnou polohu nad Zemí, proto je jeho perioda stejná jako perioda otáčení Země. Takovým satelitům říkáme geostacionární.

## Příklad 4-7

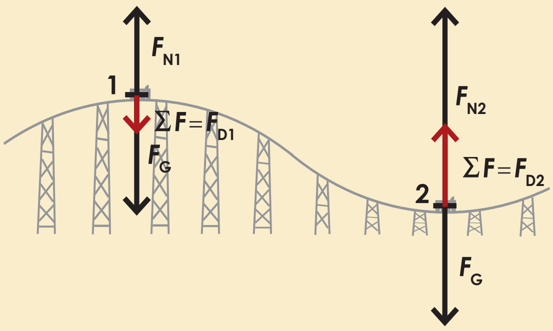
Vozík horské dráhy projíždí úsek tvořený dvěma oblouky kružnic o poloměru $r = 16$m (viz obrázek). Velikost rychlosti vozíku v bodě 1 je $5\,\mathrm{ms^{-1}}$, v bodě 2 je $11\,\mathrm{ms^{-1}}$, jeho hmotnost i s pasažéry je 950 kg. (a) Určete velikost a směr dostředivé síly, působící na vozík v obou bodech. (b) Určete, jakou silou působí na vozík koleje v obou bodech. Odpor vzduchu i tření zanedbejte.

---


Velikost dostředivého zrychlení určíme dosazením do vztahu

$$F_D = \frac{mv^2}{r}.$$

Po výpočtu dostaneme $F_{D1} = 1\,500$ N a $F_{D2} = 7\,200$ N. Síla musí směřovat vždy do středu kružnice, proto v bodě 1 má směr svisle dolů, zatímco v bodě 2 svisle vzhůru.
Nyní zbývá vyřešit, jakou silou působí koleje na vozík. Proto bude dobré nakreslit silový diagram pro obě dvě polohy. Na vozík v obou případech působí koleje kolmou tlakovou silou $\boldsymbol{F}_N$ a Země gravitační silou $\boldsymbol{F}_G$. Gravitační síla má velikost $F_G = mg = 950\,\mathrm{kg} \cdot 9.8\,\mathrm{ms^{-2}} = 9300$ N. Odporovou sílu i tření zanedbáváme. Výsledná síla $\Sigma \boldsymbol{F} = \boldsymbol{F}_N + \boldsymbol{F}_G$ má být dostředivou silou $\boldsymbol{F}_D$. Nyní už ze silových diagramů určíme, že pro velikosti bude platit $F_{N1} = F_G - F_{D1} = 9300\,\mathrm{N} - 1500\,\mathrm{N} = 7800\,\mathrm{N}$,

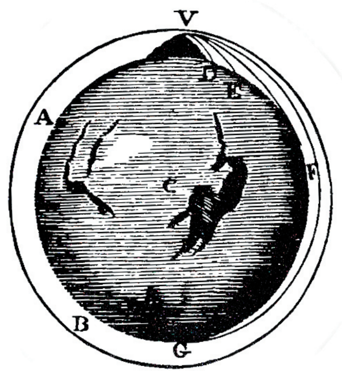



## Víte, že...

Kdybyste se postavili na vysokou horu a tam vystřelili z děla střelu správnou rychlostí, obletí střela Zemi a vrátí se zpátky z druhé strany.

Pokud se domníváte, že tento pokus nevyjde, máte samozřejmě pravdu. I kdyby se vám podařilo udělit střele tak vysokou rychlost, zabrzdil by ji velmi rychle odpor vzduchu.

Tento „myšlenkový experiment“ s dělem a vysokou horou provedl už Newton (viz obrázek). Na uskutečnění takového oběhu Země bylo nutné počkat do roku 1957, kdy byla vypuštěna první umělá družice Sputnik I.




**Obrázek 4-18.**
**Obrázek z Newtonovy práce ukazuje trajektorie těles vystřelených z vrcholu různými rychlostmi, pokud by nebylo odporu vzduchu.**

Obrázek 4-19. Na takovéto horské dráze se můžete na vlastní kůži přesvědčit, co je to dostředivá síla.

v druhé poloze pak $F_{N2}=F_G+F_{D1}=9\,300\,\mathrm{N}+7\,200\,\mathrm{N}=16\,500\,\mathrm{N}$.
Vidíme, že v horní poloze (1) by pro velkou rychlost vozíku mohla nastat situace, kdy $F_G=F_{D1}$. Pak by byla $F_{N1}=0$ a koleje by na vozík vůbec nepůsobily. Při ještě větší rychlosti by dokonce síla $F_{N1}$ musela působit směrem dolů, aby spolu s gravitací dala dohromady dostatečně velkou dostředivou sílu. Zkuste sami popsat, jak by tyto situace vnímal pasažér ve vozíku!

## 4.10. Užití Newtonových zákonů

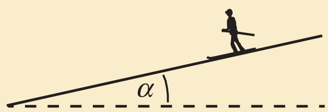
Poslední část této kapitoly věnujeme řešení příkladů. Znalost a pochopení Newtonových zákonů a některých silových zákonů nám nyní dává možnost vyřešit celou řadu situací, které známe ze světa kolem nás. Prozatím s omezením na hmotné body, rotaci ani deformaci těles jsme dosud do našich úvah nezahrnuli.

Snažte se nad každým příkladem pořádně zamyslet, pochopit, co se v dané situaci děje a proč. Měl by vám k tomu pomoci tento stručný návod, jak si lépe poradit s úlohami z dynamiky.

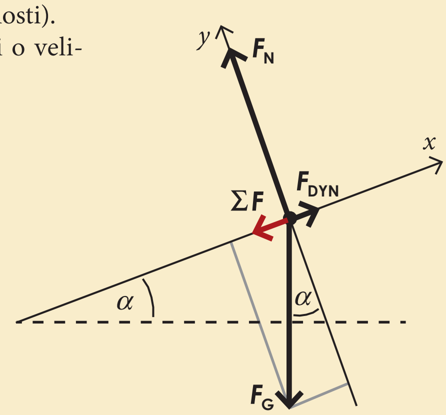
1. Sestrojte si jednoduchý náčrtek situace se všemi důležitými tělesy a údaji, vypište všechny známé veličiny. Ujasněte si, k čemu chceme dojít, jaká je otázka v zadání úlohy.
2. Ujasněte si, o které těleso, jehož pohyb máte popsat, se jedná, jaké okolní objekty a jakými silami na něj působí. Poté sestavte silový diagram (diagramy) a zvolte vhodně vztažnou soustavu.
3. Nezapomeňte, že v silovém diagramu pro určité těleso musí být zakresleny *všechny* síly, které *na dané těleso* působí.
4. Použijte správně druhý Newtonův zákon. Především mějte na paměti, že a) pokud se těleso nepohybuje nebo se pohybuje rovnoměrně přímočaře, je $\Sigma \boldsymbol{F}=\boldsymbol{0}$, b) pokud se těleso pohybuje se zrychlením $\boldsymbol{a}$, platí $\Sigma \boldsymbol{F}=m\boldsymbol{a}$.
5. Na závěr vždy ověřte, jestli jsou vypočítané výsledky „rozumné“.

### Příklad 4-8

Lyžař chce vyzkoušet své nové lyže. Postaví se proto na mírný svah se sklonem $\alpha=6^0$ a začne sjíždět dolů.
(a) Vypočtěte zrychlení lyžaře, víte-li, že koeficient dynamického tření mezi skluznicí a sněhem je $f=0{,}06$ (odpor vzduchu neuvažujeme, předpokládáme, že lyžař na mírném svahu nedosáhne velké rychlosti).
(b) Za jak dlouho dosáhne lyžař rychlosti o velikosti $5\,\mathrm{ms}^{-1}$?




(a) Na lyžaře působí Země gravitační silou $\boldsymbol{F}_G$, svah kolmou tlakovou silou $\boldsymbol{F}_N$ a třecí silou $\boldsymbol{F}_{DYN}$. Abychom mohli použít druhý Newtonův zákon pro výpočet zrychlení, potřebujeme vyjádřit výslednou působící sílu $\Sigma \boldsymbol{F}=\boldsymbol{F}_G+\boldsymbol{F}_N+\boldsymbol{F}_{DYN}$. Tu určíme pomocí silového diagramu (viz obrázek). Víme, že $y$-ová složka výsledné síly musí být nulová, protože lyžař se pohybuje rovnoběžně



s osou $x$. Proto na ose $y$ bude platit:

$$\Sigma F_y = F_N - F_G \cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad F_N = F_G \cos\alpha.$$

Na ose $x$ bude platit:

$$\Sigma F_x = F_D - F_G \sin.$$

Víme, že gravitační síla $F_G = mg$ a třecí síla $F_D = f_D F_N = f_D mg\cos\alpha$. Po dosazení dostaneme

$$\Sigma F_x = f_D mg\cos\alpha - mg\sin\alpha.$$

Výsledné zrychlení $a_x$ pak dostaneme z druhého Newtonova zákona

$$a_x = \frac{\Sigma F_x}{m} = \frac{f_D mg\cos\alpha - mg\sin\alpha}{m} = f_D g\cos\alpha - g\sin\alpha = 0{,}6\,\mathrm{ms^{-2}} - 1{,}4\,\mathrm{ms^{-2}} = -0{,}8\,\mathrm{ms^{-2}}.$$

Výsledné zrychlení lyžaře je tedy $\mathbf{a} = (-0{,}8;\ 0)\mathrm{ms^{-2}}$, lyžař se pohybuje se zrychlením o velikosti $a = 0{,}8\,\mathrm{ms^{-2}}$ směrem dolů ze svahu. Ze vztahu také vidíme, že bez tření ($f_D = 0$) by zrychlení mělo velikost $a = g\sin\alpha = 1{,}4\,\mathrm{ms^{-2}}$. Všimněte si, že výsledné zrychlení nezávisí na hmotnosti, podobně jako při volném pádu.

(b) Jedná se o ronvoměrně zrychlený pohyb, kde pro rychlost platí: $v_x(t) = a_x t$. Proto hledaný čas bude $t = v_x / a_x = -5\,\mathrm{ms^{-1}} / -0{,}8\,\mathrm{ms^{-2}} = 6\,\mathrm{s}$.

## Příklad 4-9

Automobil o hmotnosti $m = 1250\,\mathrm{kg}$ vjíždí do kruhové neklopené zatáčky o poloměru $r = 120\,\mathrm{m}$ rychlostí o velikosti $20\,\mathrm{ms^{-1}}$. Jakou nejmenší hodnotu musí mít koeficient statického tření mezi pneumatikami a silnicí, aby se auto nedostalo do smyku?

---

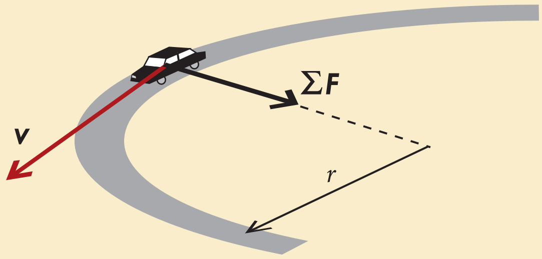
Dostředivou silou, díky níž se auto bude pohybovat rovnoměrně po kružnici, je třecí síla mezi pneumatikou a silnicí. Přestože se auto pohybuje, půjde o statickou třecí sílu. Je to proto, že mezi pneumatikou a silnicí nedochází ke smyku, ale auto se pohybuje dopředu díky otáčení kol. Situace je zachycena na obrázku, včetně silového diagramu. Na auto působí: Země gravitační silou $\mathbf{F_G} = m\mathbf{g}$ a silnice kolmou tlakovou silou $\mathbf{F_N}$ a třecí silou $\mathbf{F_S}$. Automobil se nepohybuje ve svislém směru (osa $y$), proto musí platit $F_N = F_G = mg$. Ve vodorovné rovině (konkrétně ve směru osy $x$) působí pouze statická třecí síla $\mathbf{F_S}$, která je zároveň výslednou působící silou. V našem případě jde o dostředivou sílu, jejíž velikost má být $\Sigma F = mv^2/r$. Auto se dostane do smyku v případě, kdy maximální velikost statické třecí síly nebude dostatečná k tomu, aby realizovala dostředivou sílu. V mezní situaci, která nás zajímá, bude platit

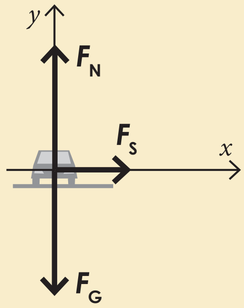
$$F_{S,\,max} = \Sigma F \quad \Rightarrow \quad f_S mg = \frac{mv^2}{r}.$$

Odtud vyjádříme hledaný koeficient $f_S$

$$f_S = \frac{v^2}{gr} = \frac{(20\,\mathrm{ms^{-1}})^2}{(9{,}8\,\mathrm{ms^{-2}})(120\,\mathrm{m})} = 0{,}34.$$

Bude-li $f_S < 0{,}34$, nebude třecí síla dost velká, aby udržela automobil na kruhové dráze a dojde ke smyku. V případě $f_S > 0{,}34$ udrží třecí síla auto na kruhové dráze. Výsledek nezáleží na hmotnosti auta.

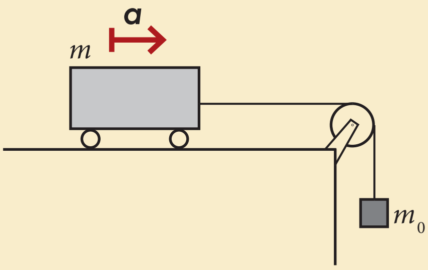



Po srovnání s tabulkou na straně 37 můžeme říci, že je-li silnice suchá, pak auto smyk nedostane, naopak na mokré silnici by ke smyku dojít mohlo, záleží na kvalitě pneumatik, teplotě, množství vody na silnici, atd.

## Příklad 4-10

V odstavci o druhém Newtonově zákoně jsme popsali jednoduchý pokus s vozíkem o hmotnosti $m$, který se může pohybovat bez tření po vodorovné podložce a je roztahován známou silou $\boldsymbol{F}$. Tuto sílu bychom v praxi mohli realizovat například zavěšením závaží o hmotnosti $m_0$ přes kladku zanedbatelné hmotnosti (viz obrázek). Vypočtěte, s jakým zrychlením se bude vozík pohybovat.



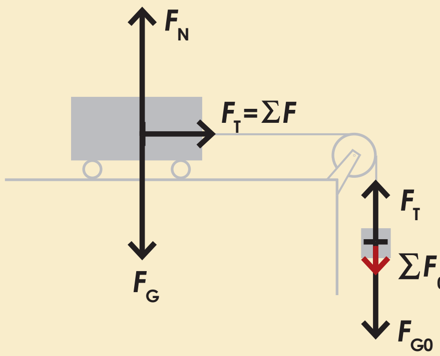

Nejprve je třeba si uvědomit, že délka závěsu (lanka) se nemění, proto zrychlení vozíku i závaží bude mít stejnou velikost $a$. Tahová síla $\boldsymbol{F}_T$, kterou působí lanko na závaží, musí být stejně velká jako tahová síla, kterou působí lanko na vozík, neboť kladka se zanedbatelnou hmotností pouze „mění směr tahové síly“, nikoliv její velikost. Toho využijeme při kreslení silového diagramu (viz obrázek). Závaží číslo se bude pohybovat dolů zrychlením o velikosti $a$, zatímco vozík směrem doprava se velkým zrychlením. Chceme určit velikost zrychlení $a$ a velikost síly $F_T$.

Napišme druhý Newtonův zákon pro závaží:

$$m_0 g - F_T = m_0 a$$

a pro vozík

$$ma = F_T.$$

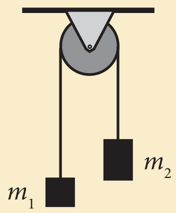



Dostali jsme dvě rovnice o neznámých $a$ a $F_T$, které vyřešíme dosazením za $F_T$ do první rovnice a následnou úpravou

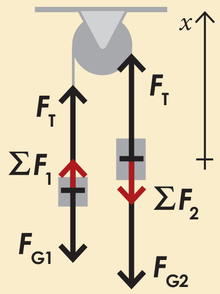
$$m_0 g - ma = m_0 a \quad => \quad a = \frac{m}{m+m_0} g.$$

## Příklad 4-11

Dvě závaží o hmotnostech $m_1 = 2{,}0\,\mathrm{kg}$ a $m_2 = 3{,}0\,\mathrm{kg}$ jsou spojena lanem přes kladku zanedbatelné hmotnosti. Kladka se může otáčet bez tření (viz obrázek). Poté, co soustavu uvolníme, dají se závaží do pohybu. Určete velikost jejich zrychlení a sílu, kterou je lano napínáno.




Nejprve je třeba si uvědomit, že délka lana se nemění, proto zrychlení obou závaží bude mít stejnou velikost $a$, přičemž těžší závaží bude klesat a lehčí stoupat. Tahová síla $\boldsymbol{F}_T$, kterou působí lano na závaží, musí být stejně velká pro obě závaží, neboť kladka se zanedbatelnou hmotností pouze „mění směr tahové síly“, nikoliv její velikost. Toho vyuižjeme při kreslení silového diagramu (viz obrázek). Závaží číslo 1 se bude pohybovat v kladném směru zvolené osy $x$ se zrychlením o velikosti $a$, závaží číslo 2 proti směru osy $x$ se stejně velkým zrychlením. Chceme určit velikost zrychlení $a$ a velikost síly $F_T$.




Napišme druhý Newtonův zákon pro první závaží (na ose $x$):

$$m_1 a = F_T - m_1 g$$

a pro druhé závaží

$$-m_2 a = F_T - m_2 g.$$

Dostali jsme dvě rovnice o neznámých $a$ a $F_T$, které vyřešíme sčítací metodou. Od první rovnice odečteme druhou rovnici a dostaneme

$$(m_1 + m_2)a = (m_2 - m_1)g \quad \Rightarrow \quad a = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} g = \frac{3\,\mathrm{kg} - 2\,\mathrm{kg}}{3\,\mathrm{kg} + 2\,\mathrm{kg}} g = \frac{1}{5} g = 2{,}0\,\mathrm{ms^{-2}}.$$

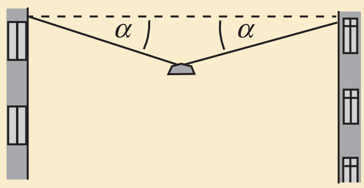
Z první rovnice pak vyjádříme i druhou neznámou $F_T$

$$F_T = m_1 (a + g) = m_1 (a + g) = 2\,\mathrm{kg}(2{,}0\,\mathrm{ms^{-2}} + 9{,}8\,\mathrm{ms^{-2}}) = 24\,\mathrm{N}.$$

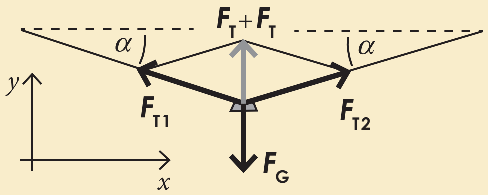
Porovnáme-li výsledek s velikostmi sil $F_{G1} = m_1 g = 20\,\mathrm{N}$ a $F_{G2} = m_2 g = 29\,\mathrm{N}$, vidíme, že velikost síly $F_T$ leží mezi těmito dvěma hodnotami, jak jsme předpokládali v silovém diagramu. Výsledné zrychlení soustavy je $g/5$.

## Příklad 4-12

Lampa nad ulicí je zavěšena pomocí dvou lan ukotvených v protějších domech (viz obrázek). Vypočtěte, jak závisí velikost síly, kterou jsou lana napínána (jakou silou lampa na každé z nich působí), na úhlu $\alpha$, který svírají s vodorovnou rovinou. Lampa visí uprostřed ulice a má hmotnost $m = 40\,\mathrm{kg}$. Hmotnost lan můžete zanedbat.



Začneme silovým diagramem pro lampu (viz obrázek). Působí na ni Země gravitační silou $\boldsymbol{F}_G = mg$ a lana tahovými silami $\boldsymbol{F}_{T1}$ a $\boldsymbol{F}_{T2}$. Směr tahové síly je dán směrem lana. Lampa je v klidu, proto je podle 2. Newtonova zákona zřejmé, že výslednice sil. které na ni působí, je nulová. Tuto silovou rovnováhu vyjádříme vztahem $\boldsymbol{F}_T + \boldsymbol{F}_T + \boldsymbol{F}_G = \boldsymbol{0}$. Po složkách:




$$x:\ F_{T1}\cos\alpha + F_{T2}\cos\alpha = 0 \quad \Rightarrow \quad F_{T1} = F_{T2}, \text{ označme } F_T$$

$$y:\ F_{T1}\sin\alpha + F_{T2}\sin\alpha - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad 2F_T\sin\alpha = mg \quad \Rightarrow \quad F_T = \frac{mg}{2\sin\alpha}.$$

Získali jsme obecný vztah pro velikost sil $F_T$, kterými působí lano na lapmu, v závislosti na úhlu $\alpha$. Podle třetího Newtonova zákona však stejně velkými silami působí i lampa na lano, to jsou hledané síly. Pro konkrétní představu teď zkusíme dosadit několik konkrétních hodnot $\alpha$ a vypočítat $F_T$:

$\alpha = 45°$ .................. $F_T = 280\,\text{N}$
$\alpha = 30°$ .................. $F_T = 390\,\text{N}$
$\alpha = 15°$ .................. $F_T = 760\,\text{N}$
$\alpha = 5°$ .................. $F_T = 2\,250\,\text{N}$
$\alpha = 1°$ ................ $F_T = 11\,230\,\text{N}$

Vidíme, že pro malé úhly $\alpha$ velikost sil, kterými je lano napínáno, velmi rychle roste.

## Otázky

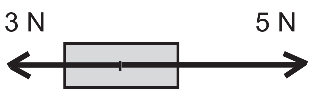
**1**
Uveďte příklady těles, která „setrvávají v rovnoměrném pohybu v daném směru",
(a) protože na ně nepůsobí žádná síla,
(b) protože se působící síly vyruší.

**2**
Experimentátor se rozhodl vyzkoušet platnost Newtonových zákonů v praxi. Vzal si s sebou všechny možné pomůcky a nastoupil do nákladního železničního vagónu bez oken, dobře odpruženého, aby nebyly cítit drobné nerovnosti na trati. Určete, jestli může poznat,
(a) zda se vlak pohybuje rovnoměrně přímočaře, nebo je v klidu,
(b) jak velkou rychlostí se vlak pohybuje,
(c) zda se vlak zrychluje,
(d) zda projíždí zatáčkou.
Určete také všechny síly, působící na experimentátora v jednotlivých případech a jejich výslednici.

**3**
Rozhodněte, které z následujících vztažných soustav můžeme považovat za inerciální:
(a) soustava spojená s vagónem vlaku, který rovnoměrně projíždí zatáčkou,
(b) soustava spojená s vagónem vlaku, který jede rovnoměrně po přímé trati rychlostí o velikosti 25 $ms^{-1}$,
(c) soustava spojená s kosmickou lodí letící přímočaře konstantní rychlostí v vzhledem ke Slunci
(d) soustava spojená s orbitální stanicí obíhající kolem Země rychlostí o stálé velikosti $v$,
(e) soustava pevně spojená s kabinou ruského kola.

**4**
(a) Jakou silou působí okolní vzduch na parašutistu o hmotnosti 90 kg, který klesá k zemi stálou rychlostí 8 $ms^{-1}$? Počítejte s $g = 10\,ms^{-2}$.
(b) Působí během pádu větší silou Země na parašutistu nebo parašutista na Zemi? Urcyhluje také parašutista Zemi?

**5**
Doplňte třetí sílu působící na krabici




(a) aby krabice byla v klidu,
(b) aby se krabice pohybovala stálou rychlostí 5 $ms^{-1}$ směrem doprava,
(c) aby se krabice pohybovala se zrychlením 1 $ms^{-2}$ směrem doprava,
(d) aby se krabice pohybovala se zrychlením 1 $ms^{-2}$ směrem doleva.

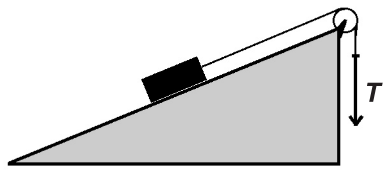
**6**
Když vynálezce vývěvy Otto von Guericke v roce 1654 předváděl slavný pokus ukazující existenci atmosférického tlaku s magdeburskými polokoulemi (dvě duté kovové polokoule, ze kterých byl vyčerpán vzduch), bylo na každé straně zapřáhnuto 8 koní, kteří se o polokoule přetahovali. Kdyby místo osmi koní z každé strany bylo všech šestnáct koní zapřaženo na jedné straně a druhý konec připevněn ke zdi, jakou silou by byly polokoule roztahovány oproti původní variantě? Svou odpověď správně zdůvodněte.

**7**
Navrhněte několik způsobů, jak zmenšit svoji „váhu" (tedy údaj, který ukáže váha), aniž byste museli skutečně zhubnout (tedy zmenšit svoji hmotnost).

**8**
Známe výslednou sílu působící na těleso o hmotnosti m. Který ze zákonů nám umožní zjistit, s jakým zrychlením se bude těleso pohybovat?
(a) první Newtonův zákon,
(b) druhý Newtonův zákon,
(c) třetí Newtonův zákon,
(d) pravidlo skládáni sil,
(e) záleží na tom, jakého původu je působící síla.

**9**
Ve kterých fázích pohybu výtahu je lano, na kterém je zavěšen, nejvíce namáháno? Svou odpověď správně zdůvodněte.

**10**
Krabice se může pohybovat po dokonale hladké nakloněné rovině. Složka tíhové síly působící na krabici měřená podél nakloněné roviny má velikost 5 N. Tahová síla provazu má velikost $T$. Hmotnost kladky je zanedbatelná, kladka se otáčí bez tření. Ve kterých z následujících případů je tahová síla $T$ rovna 5 N?



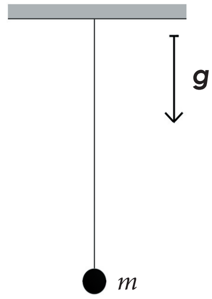

(a) krabice je v klidu
(b) krabice stoupá po nakloněné rovině konstantní rychlostí
(c) krabice klesá po nakloněné rovině konstantní rychlostí
(d) krabice stoupá po nakloněné rovině s klesající rychlostí
(e) krabice klesá po nakloněné rovině s klesající rychlostí
(f) krabice stoupá po nakloněné rovině s rostoucí rychlostí
(g) krabice klesá po nakloněné rovině s rostoucí rychlostí
(h) rovnost $T$=5N nikdy nenastane

**11**
Dvě kostky ze stejného materiálu o hmotnostech $m$ a $2m$ leží v klidu na vodorovné podložce.
(a) Na kterou kostku působí větší statická třecí síla?
(b) Která kostka se začne první pohybovat, začneme-li podložku pomalu naklánět?

**12**
Dva pingpongové míčky, z nichž jeden je dutý a druhý je vyplněný betonem, byly zároveň upuštěny z výšky $h = 40\,\text{m}$.
(a) Na který působí větší gravitační síla?
(b) Na který působí větší odporová síla?
(c) Který dopadne jako první?
(d) Který by dopadl první, nebýt odporu vzduchu?

**13**
Vysvětlete, proč astronauti na oběžné dráze pociťují stav beztíže. Můžeme zažít stav beztíže, aniž bychom museli podniknout výlet na oběžnou dráhu kolem Země? Uveďte příklady.

**14**
Malá kulička o hmotnosti $m$ visí volně na vlákně, které je připevněno ke stropu. Tíhové zrychlení je $\boldsymbol{g}$.




(a) Překreslete obrázek a vyznačte a popište všechny síly působící na kuličku a jejich výslednici. Je mezi nimi nějaká dvojice akce--reakce?
(b) Vyznačte a popište všechny síly působící na kuličku a jejich výslednici v případě, že kulička byla rozkývána na vlákně a obrázek zachycuje její průchod nejnižší polohou. Odpor vzduchu neuvažujte.

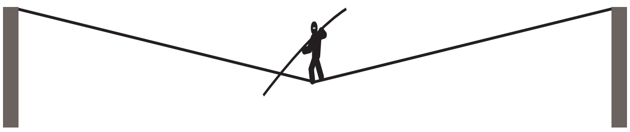
## Úlohy

**1**
Tažné lano pro automobily je navrženo tak, aby na něm mohlo být taženo auto o hmotnosti maximálně 1750 kg po rovině se zrychlením maximálně 1,35 ms$^{-2}$. Jakou sílu musí lano vydržet? Mohlo by se na toto lano bezpečně zavěsit těleso o hmotnosti 850 kg? [2360 N, ne]

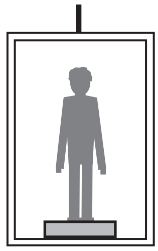
**2**
Jaká je tíha (velikost gravitační síly) astronauta o hmotnosti 75 kg
(a) ve výcvikovém středisku na Floridě, kde $g$ = 9,8 ms$^{-2}$? [735 N]
(b) na vesmírné stanici ISS, kde $g$ = 9,1 ms$^{-2}$? [683 N]
(c) na Marsu, kde $g$ = 3,2 ms$^{-2}$? [240 N]

**3**
Náboj do kanónu má hmotnost 55 kg a je vystřelen rychlostí o velikosti 770 ms$^{-1}$. Hlaveň kanónu je dlouhá 1,5 m. Jak velkou průměrnou silou působí dělo na náboj při jeho vystřelování? [$1{,}1.10^7$ N]

**4**
Vypočítejte, jak velkou silou je napínáno lano, po kterém jde provazochodec o hmotnosti 60 kg. Délka lana je 21 m, oba koncové body jsou stejně vysoko a jejich vzdálenost je 20 m. Provazochodec stojí uprostřed lana. Hmotnost lana zanedbejte. [$F = 970\,\text{N}$]



**5**
Fyzik o hmotnosti 80 kg si s sebou vzal do výtahu ve výškové budově osobní váhu. Jaké údaje bude váha ukazovat při rozjezdu a brzdění výtahu se zrychlením o velikosti 2 ms$^{-2}$?
[64 kg, 96 kg]



**6**
Vypočtěte, s jakým maximálním zrychlením může brzdit automobil na asfaltu za suchého počasí. Jaká bude jeho brzdná dráha, jede-li se rychlostí 100 kmh$^{-1}$? Předpokládáme, že kola jsou při brzdění zablokovaná.
[$a_{max} = f_S\, g,\; s = v^2/(2 f_S\, g)$]
(b) Řešte stejnou úlohu pro případ, že auto brzdí na náledí. Využijte tabulku na straně 37.

**7**
Měříme součinitel klidového tření touto metodou: Na dřevěné nakloněné desce leží hranolek, který je v klidu. Pomalu zvětšujeme úhel mezi touto deskou a vodorovnou rovinou. Při úhlu 37° se hranolek rozjede. Určete z tohoto výsledku koeficient statického tření mezi hranolkem a deskou.
Určete také statickou třecí sílu (velikost a směr) pro libovolný úhel $0° < \alpha < 37°$. [$f = \mathrm{tg}\,\alpha = 0{,}75$]

**8**
Polárník táhne po rovině naložené sáně o celkové hmotnosti 130 kg. Provaz, za který polárník táhne, svírá s vodorovnou rovinou úhel 15°. Koeficient dynamického tření je $f = 0{,}02$. Určete zrychlení sání, táhne-li polárník silou 40 N.
[$a = 0{,}1$ ms$^{-2}$]

**9**

Jak velkou sílu musíme vyvinout, abychom posunuli těžkou bednu ($m=80\,\text{kg}$) po vodorovné podlaze ($f_S=0{,}75$),

(a) táhneme-li vodorovným směrem? [590 N]

(b) táhneme-li šikmo tak, že tahová síla svírá s rovinou podlahy úhel 37°? [470 N]

**10**

Vypočtěte mezní rychlost pádu dešťové kapky. Předpokládejte, že kapka má tvar koule o poloměru $r=1{,}5$ mm. Odporový koeficient kulového tělesa je 0,6. [7,4 $\text{ms}^{-1}$]

**11**

Během cirkusového představení vjíždí cyklista do "spirály smrti" (viz obrázek). Jakou musí jet minimální rychlostí, aby neztratil kontakt s povrchem dráhy? Poloměr oblouku dráhy je $R=2{,}7$ m.


**12**

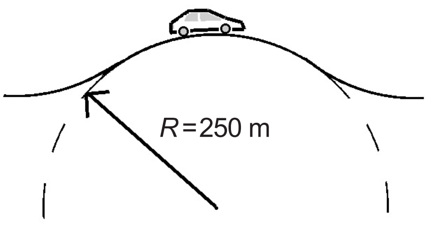
Při zkoušce v aerodynamickém tunelu bylo změřeno, že odporová síla působící na cyklistu při rychlosti 30 $\text{kmh}^{-1}$ je přibližně 40 N. Vypočtěte, jaký musí být sklon silnice, aby cyklista jel dolů stálou rychlostí 30 $\text{kmh}^{-1}$ bez šlapání a brzdění. Hmotnost cyklisty i s kolem je 90 kg.

**13**

Koeficient tření mezi pneumatikou a mokrou silnicí je 0,25. Jakou maximální rychlostí může projet automobil bez smyku vodorovnou zatáčku o poloměru 47,5 m? [$v=11\,\text{ms}^{-1}$]

**14**

Kaskadér v autì přejíždí vrcholek, jehož profil je přibližně kruhový, s poloměrem 250 m (viz obrázek). Jakou největší rychlostí může jet, aby vozidlo neztratilo kontakt se silnicí? [$v=50\ \text{ms}^{-1}$]




**15**

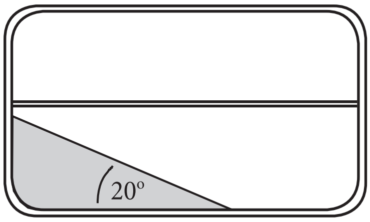
Jurij Gagarin byl v kosmické lodi Vostok, která létala na oběžné dráze kolem Země ve výšce $h=520$ km rychlostí 7,6 $\text{ms}^{-1}$. Jeho hmotnost byla 80 kg. Jaké výsledná síla působila na Gagarina? [$F=660$ N]

**16**

Vypočtěte, jak velkou rychlostí bychom museli vystřelit projektil z vysoké hory v Newtonově myšlenkovém experimentu, aby obletěl celou Zemi po kruhové dráze? Zkuste odhadnout velikost odporové síly působící na projektil při této rychlosti. [7,9 $\text{kms}^{-1}$]

**17**

Cestující ve vlaku si všiml, že když průvodčí zatáhl za záchrannou brzdu, zaujala voda v dutině mezi dvojitým sklem okna vagónu tento tvar:




Určete velikost a směr zrychlení, s jakým se vlak při zatažení záchranné brzdy pohyboval. [3,6 $\text{ms}^{-2}$]

**18**

Člověk o hmotnosti 85 kg se spouští na zem z výšky 10 m tak, že se drží lana vedeného přes kladku, na jehož druhém konci je uvázán pytel s pískem o hmotnosti 65 kg. Kladka se otáčí bez tření.

(a) Jakou rychlostí dopadne člověk na zem, jestliže byl zpočátku v klidu? [5 $\text{ms}^{-1}$]

(b) Může člověk rychlost dopadu nějak snížit?

**19**

Kostka o hmotnosti 0,50kg leží na vodorovném stole a je uváděna do pohybu závažím o hmotnosti 0,20kg, které je k němu připevněno nití vedenou přes kladku zanedbatelné hmotnosti (viz obrázek). Koeficient dynamického tření mezi stolem a kostkou je 0,2. Určete zrychlení kostky a sílu, kterou je napínána nit.
[$a=1{,}4\,\text{ms}^{-2}$, $F=1{,}7$ N]