

1. ÚVOD

I. Co rozumíme pod pojem „didaktika matematiky“

Nelze použít výstižnějšího vyjádření, než to, které uvedl J.A.Komenský ve své Didaktice (Didaktika analytická (7)): „Didaktika jest umění jak dobře učit. Učiti značí působiti, aby tomu, kdo něco zná, se naučil také někdo jiný a znal to“. Vymezení pojmu „didaktika matematiky“ se objevuje v různých publikacích většinou se snahou vyjádřit její postavení mezi vědními obory, kterými jsou matematika, pedagogika a obecná didaktika.

Např. Slovník školské matematiky (14) pod heslem „didaktika matematiky“ uvádí: „didaktika matematiky – mezní vědní disciplína mezi matematikou a pedagogikou, která se zabývá různými otázkami školské matematiky na všech typech škol, tj. jejím obsahem i metodami jak vyučovat a jak se učit matematice“.

P. Květoň v (8) chápe didaktiku matematiky takto: „Didaktika matematiky je vědecká disciplína zkoumající zákonitosti vyučování matematice v souladu s cíli vyučování určenými společností“.

B. Novák v (12) uvádí: „Didaktika matematiky se považuje obvykle za speciální didaktiku (předmětovou, příp. oborovou didaktiku) ve smyslu teorie vzdělávání v matematice. Je vědou se svou vlastní strukturou, logikou a způsobem myšlení. Lze v ní rozlišit čtyři dimenze: obsahovou, pedagogickou, psychologickou a konstruktivní.“

Didaktika matematiky je vědecká disciplína, která řeší speciální otázky výuky matematiky na jednotlivých stupních a typech škol. Vymezuje cíle a obsah učiva matematiky, doporučuje vhodné metody a postupy vyučování, organizační formy vyučování, respektuje psychologické zákonitosti učení a zajišťuje technologii vyučování.

Vymezují se také názvy jako Teorie vyučování matematice, Metodika matematiky, Pedagogika matematiky. Např. J. Mikulčák v (11) uvádí: „Předmětem Pedagogiky matematiky je komplexní zkoumání systému matematického vzdělání, všech jeho prvků, vzájemných vztahů a vztahů k didaktickému a mimodidaktickému okolí systému.“

Úvahu o vztahu matematiky a didaktiky uvádí M. Hejný v (2):

„Termín – vyučovanie matematiky – sa skladá z dvoch slov. Prve vyjadruje obsah toho, čo sa učí, druhé činnosť, ktorú učiteľ vykonáva. Matematika, rovnako jako vyučovanie, má svoju štruktúru, logiku, spôsob myslenia. Medzi oboma oblasťami je značný rozdiel. Matematika pracuje s idealizovanými objektmi, axiomatically presne, s úplnou argumenáciou. Vyučovanie sa týka ľudí a každá snaha o axiomatizáciu štruktúry metodiky matematiky vedie nevyhnutne k znásilneniu skutočnosti. V metodike matematiky, jako konečne v každej „reálnej“ vedeckej disciplíne, existujú javy, objekty, situácie, príklady, ktoré sú typické, kryštalické, ale existujú aj také, ktoré sú hmlisté, hraničné, nejasné. Nie je to nedostatkom našich vedomostí, ale podstatou vecí.“

Řešení hlavního problému:

„učit se sám něčemu“

„učit někoho“

„naučit někoho něčemu“

je jedním ze základních pilířů didaktiky oborové.

II. Didaktika matematiky a matematika jako vyučovací předmět mají svá výrazná specifika, která je poněkud odlišují od ostatních oborových didaktik a vyučovacích předmětů.

Jde zejména tato specifika:

1. Vysoká abstraktnost matematiky. Matematické pojmy vznikly na základě abstrakcí z reálných situací (nikdo nikdy nemůže vidět přímku, rovinu či číslo, ale jejich představy v mozku téměř u každého existují). Pojmy se nejprve budují na základě intuice a teprve mnohem později je možné budovat systém vycházející z deduktivních přístupů.
2. Matematika je předmět, ve kterém je znalost a pochopení prvků vyšší úrovně podmíněna pochopením a znalostí prvků nižší úrovně.
3. V některých případech je problematická motivace matematického učiva, neboť buď je obtížné nalézt reálný model v praxi (např. pro násobení dvou záporných čísel), nebo je praktické využití hodně daleko (např. úpravy lomených algebraických výrazů).
4. Výuku matematiky nelze opírat jen o formulování vztahů, pouček a vzorců, které si mají studenti a žáci zapamatovat.
5. Přístupy typu: „já jim to řeknu“ (rozuměj – učitel žákům) nebo „já jim to ukážu“ nepřinášejí potřebný výukový efekt. Poznatky jsou nepřenosné. K matematickým poznatkům by se žák měl dobrat vlastní konkrétní i myšlenkovou činností.

Didaktika matematiky nemůže naučit studenty všemu, co by bylo třeba k tomu, aby uměli učit a naučit matematice. To nemůže být ani jejím cílem, a to nejen vzhledem k rozsahu matematiky na školách všech typů. Ale může je naučit cennější hodnoty, kterými jsou metody práce a schopnost nazírání, aby se učitelé snažili vést své žáky po cestě poznání. Může jim doporučit některé postupy, které se v praxi osvědčily, ale měla by jim ponechat dostatek prostoru pro jejich vlastní tvořivou práci. V didaktice matematiky je třeba vyvarovat se dvou extrémů: přístupů, které vycházejí jen z matematiky, předkládají krásu její logické výstavby a jejich výsledků, avšak předpokládají žáka, který se matematiku učit chce a má zájem řešit problémy a přemýšlet, a nebo přístupů, které vycházejí z podrobných návodů, silně prakticistických, ovlivněných třeba jen jedinou zkušeností bez opory o zákonitosti vytváření matematických pojmů v hlavičkách dětí a někdy i s chybami .

Vztah matematiky a didaktiky matematiky

Vztah obecné didaktiky a didaktiky matematiky

III. Co by měla Didaktika matematiky zvládnout:

Nelze dávat přednost jednomu z dále uvedených požadavků, ale je třeba realizovat „a zároveň“, vše dále uvedené:

a) Didaktika matematiky zaměřená na obsah učiva

Matematika jako vědní disciplína obsahuje obrovské množství poznatků a jen malá část tvoří obsah učiva matematiky jako vyučovacího předmětu na základních školách. Avšak vědecké matematické poznatky nemohou být ve většině případů zprostředkovávány ve své abstraktní a teoretické podobě ani v axiomatickém systému, jak jsou v matematice budovány. Pro výuku matematiky je nezbytné provést tzv. didaktickou transformaci teoretického matematického základu do učiva matematiky tak, aby učivo bylo přiměřené žákům příslušného věku a bylo podáno jazykem jim srozumitelným a s využitím matematického aparátu, který mají žáci právě k dispozici a zároveň aby nebylo v rozporu s matematickou správností. To, co se žák naučí na nižším stupni, by se měl naučit tak, aby se v budoucnu

nemusel jisté poznatky učit jinak (tzv. „přeučovat“). Např. vysvětlení skutečnosti, že „nelze dělit nulou“ je možné zdůvodnit určitým způsobem ve 2. -3. ročníku základní školy, jiným způsobem v 7. ročníku ZŠ, dalším na gymnáziu a ještě jiným na škole vysoké s využitím pojmu limita, ve všech případech však matematicky správně.

Studenti, budoucí učitelé matematiky, by měli mít jasno v matematických pojmech a vztazích, měli by si ujasnit, co o pojmech vědí sami z odborné přípravy, co z toho je v učivu matematiky příslušného stupně školy a jakým způsobem jsou pojmy a vztahy mezi nimi zavedeny.

Lze si klást otázku, do jaké míry jsou studenti schopni sami provádět didaktickou transformaci matematického učiva a do jaké míry vidí ve své odborné přípravě matematickou podstatu svého budoucího učitelského působení. Vzhledem k tomu, že studenti, kteří mají hlubší zájem o matematiku, studují také na mnoha jiných vysokých školách nejen přírodovědného a technického zaměření, je třeba všechny studenty, kteří mají zájem být učiteli matematiky, na toto poslání připravovat. Pokud někteří pociťují propast mezi odbornou přípravou a přípravou didaktickou, je třeba jim ukázat, že všechno to, co se učí v teoretických předmětech se v určité podobě uplatní v učivu matematiky na školách. Jako příklad lze uvést téma funkce a funkce inverzní, které jsou základními pojmy v matematické analýze již v prvním ročníku na vysoké škole a učivo Druhá mocnina a odmocnina v 8. ročníku základní školy. Při probírání druhé odmocniny ji studenti správně zavedou, uvedou příklad $\sqrt{64} = 8$, ale na otázku žáka proč také $\sqrt{64} = (-8)$, když $(-8) \cdot (-8) = 64$ odpovědět uspokojivě nedovedou. Studenti by si také měli uvědomit význam metod práce v matematice, který se uplatňuje v mnoha dalších vědních oborech a zejména pak výrazný formativní potenciál matematiky.

b) Didaktika matematiky zaměřená na poznávací procesy žáka

Hlavním kritériem pro úspěšnou práci učitele matematiky je jeho vztah k dětem. Student, který má zájem pracovat s dětmi na základní škole, zejména na jejím druhém stupni, je velmi cennou devizou. Pokud se chce skutečně stát učitelem, zpravidla vyvine hodně úsilí, aby se jím stal.

Pro úspěšnou výuku matematiky je nezbytné sledovat, jak vnímá žák to, co je mu předkládáno, jak se umí vyrovnat s abstraktními matematickými pojmy, jaké postupy jsou pro žáky optimální, zda žák vidí v poznávacím procesu to, co jeho učitel. Každé dítě je výrazná individualita, má svůj vlastní matematický model, který je třeba odhalit a rozvíjet. Přitom je nutné respektovat skutečnost, že vytváření matematických poznatků je nepřenosné (přenositelné jsou pouze informace). Při konkrétní práci s dětmi si vnímavý učitel všimá myšlenkových pochodů žáka a vhodně je využívá, eventuálně citlivě usměrňuje. Výzkum zaměřený na poznávací procesy žáka obohatí učitele matematiky i učitele didaktiky matematiky o někdy neočekávané výsledky, které pak napomohou volbě strategie vyučovacího procesu. Názory některých matematiků „přece když žák spočítá 200 příkladů na sčítání zlomků, tak se to musí naučit“ svědčí o malé snaze o pochopení individuality žáka a jeho vlastních komunikačních cest pro pochopení určitého tématu matematiky. Mnoho cenných zkušeností může získat student – budoucí učitel matematiky, při práci s dětmi se specifickými vzdělávacími potřebami – ať již se žáky talentovanými pro matematiku nebo se žáky s problémy v matematice. Také zvládnutí problematiky komunikace se žáky v matematice vyžaduje mnoho znalostí a hlavně mnoho přemýšlení. Presentaci výsledků výzkumných prací v oblasti vyučování matematice a didaktiky matematiky přináší např. (4).

c) Didaktika matematiky zaměřená na metody práce

Učitel matematiky ve své práci využívá jednak metod práce v matematice (analýza, syntéza, indukce, dedukce, zobecňování, abstrakce apod.), a samozřejmě výukových metod práce, včetně všech dostupných prostředků moderních informačních a sdělovacích technologií. Podrobné informace o výukových metodách lze nalézt např. v (10), (13).

Mezi učiteli z praxe i studenty stále ještě převládá názor, že transmisivní přístup k vyučování matematice, kdy učitel předvede potřebné postupy a žáci je reprodukují, je časově neoptimálnější a nejspolehlivější. Snaha přesvědčit je o možnostech jiných přístupů se setkává s nedůvěrou. Avšak až sami na sobě poznají postupy některých jiných přístupů, např. konstruktivistických, uznají jejich přednosti. Opět existuje propast mezi teoretickým zvládnutím výukových metod a jejich uplatňováním ve vyučovacím procesu. Navíc, když studenti sami na žádném typu školy jiné přístupy, než transmisivní, sami nezažili, nemůžeme se divit, že je opět kopírují.

d) Sledování změn – buď změn v obsahu předmětu matematika nebo kurikulárních změn

V průběhu posledních 50 – 60 let nastalo mnoho změn v oblasti školního vzdělávání. Připomeňme jen např. změny v obsahu matematiky z poválečných let, kdy byla zavedena jedenáctiletá střední škola a obsah matematiky doznal změn, následně zavedení devítileté školní docházky a SVVŠ, změny v souvislosti se zaváděním množinově logického pojetí výuky matematiky, změny po roce 1990, v současnosti příprava na výuku podle Školních vzdělávacích programů a mnoho dalších. To vyžaduje mnoho úsilí učitelů matematiky, neustálé sebevzdělávání a schopnost změny realizovat.

Závěrem

Mnoho vysokoškolských učitelů získalo vědecko pedagogické hodnosti ve vědním oboru Teorie vyučování matematice a přitom se výuce didaktiky matematiky se nevěnují. To však neznamená, že nejsou dobrými didaktiky matematiky – uplatňují ji v plné míře ve výuce odborných matematických předmětů a jsou pro studenty vzorem, jak při výuce matematiky postupovat.

Didaktika matematiky asi není spící Růženkou (6), neboť aktivit v didaktice matematiky je neustále mnoho. Jednota Českých matematiků a fyziků má svoji Matematickou pedagogickou sekci, která pořádá a zaštiťuje konání konferencí, didaktických seminářů, podílí se na vydávání učebnic, metodických publikací, didaktických časopisů, organizuje matematické soutěže žáků a studentů apod. Na mnoha fakultách vzdělávajících učitele jsou pravidelně pořádány didaktické semináře, o jejichž obsahu je možné dozvědět se více na www stránkách příslušných fakult a kateder matematiky. Didaktické fakult působí v hojně míře v dalším vzdělávání učitelů matematiky, pořádají se semináře pro přípravu žáků a studentů v matematických soutěžích, korespondenční semináře, v Praze se pořádají semináře pro doktorandy, realizuje se SVOČ apod. Vysokoškolští učitelé didaktiky matematiky se zúčastňují zahraničních konferencí, jsou zapojeni do výzkumů v rámci ČR i do mezinárodních výzkumů.

Stálo by za úvahu prozkoumat, zda je didaktika matematiky Popelkou, ale v tom případě by se mohla dočkat svého uznání, pokud by se našel ten pravý princ.

Je obtížné formulovat, co chybí k tomu, aby didaktika matematiky, i přes svoje aktivity a úsilí učitelů, kteří se didaktice matematiky věnují, byla plně doceněna jako vědecká disciplína jak v obci matematické, tak v obci pedagogické i společenské. Zřejmě by bylo třeba výrazných osobností, které by byly uznávány jak matematiky, tak pedagogy a které by byly schopny didaktiku matematiky jako vědeckou disciplínu prezentovat. I když článků

věnujících se v určité míře didaktickým problémům výuky matematiky lze nalézt mnoho, zřejmě chybí analytické studie vymezující tuto disciplínu. Nositel Nobelovy ceny za chemii, polarograf akademik Heyrovský vyslovil heslo: „Pracuj, dokončuj a publikuj“. Didaktikové matematiky pracují (usilovně), ve většině případů svoji práci dokončují, ale mnoho z nich své výsledky potřebným způsobem nepublikuje. A jistě se najdou i další důvody, proč je stále pohlíženo na didaktiku matematiky jako na něco, co není ani ryba, ani rak.

Literatura

1. BROCKMAYEROVÁ-FENCLOVÁ, J., ČAPEK, V., KOTÁSEK, J.: *Oborové didaktiky jako samostatné vědecké disciplíny*. In: *Pedagogika* roč. XLX, 2000, s. 23 – 37.
2. HEJNÝ, M. a kol. *Teória vyučovania matematiky*. Bratislava: SPN, 1990.
3. HEJNÝ, M., KUŘINA, F.: *Dítě, škola a matematika*. Praha: Portál 2001.
4. HEJNÝ, M., NOVOTNÁ, J., STEHLÍKOVÁ, N. (editoři): *Dvacet pět kapitol z didaktiky matematiky, 1. a 2. díl*. Praha: PdF UK, 2004.
5. JANÍK, T.: *Proměny obsahu vzdělávání v souvislosti s proměnami kurikula*. In: *Bulletin CPV* 2005, č. 4.
6. KNECHT, P.: *Oborová didaktika není Popelkou, ale spící Růženkou*. In: *Bulletin CPV*, 2005, č. 6.
7. KOMENSKÝ, J. A.: *Didaktika analytická*. Praha 1947.
8. KVĚTOŇ, P.: *Kapitoly z didaktiky matematiky*. Ostrava, PdF, 1982.
9. MAŇÁK, J.: *K problematice výzkumu kurikula*. In: *Bulletin CPV* 2005, č. 4
10. MAŇÁK, J., ŠVEC, V.: *Výukové metody*. Brno: Paido, 2003.
11. MIKULČÁK, J.: *Didaktika matematiky*. Praha: SPN, 1982.
12. NOVÁK, B.: *Vybrané kapitoly z didaktiky matematiky*. Olomouc, PdF, 2003.
13. OBST, O.: *Metody práce učitele matematiky z hlediska obecné didaktiky*. Příspěvek na konferenci: *Jak vzdělávat žáky ve věku 11 – 15 let v matematice*. Hradec Králové, 2005.
14. SLAVÍK, J.: *Současnost oborových didaktik: pokus o analýzu nového paradigmatu*. Příspěvek na konferenci *Proměny pedagogiky* 3. – 4. 2. 2005.
15. Kolektiv: *Slovník školské matematiky*. Praha: SPN, 1981.
16. Rámcový vzdělávací program. www.vuppraha.cz