Metodický materiál pro seminář Brno 11. 5. 2005

APLIKAČNÍ ÚLOHY V GEOMETRII

Růžena Blažková

Jedním z cílů vyučování matematice je, aby matematika poskytla žákům vědomosti a dovednosti potřebné pro orientaci v praktickém životě a vytvářela předpoklady pro úspěšné uplatnění ve většině oborů profesionální přípravy (viz Učební osnovy pro 1. až 9. ročník ZŠ, MSMT, Praha, 1996).

Rámcový vzdělávací program k tématickému okruhu Geometrie v rovině a v prostoru uvádí: „Žáci určují a znázorňují geometrické útvary a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si vzájemné polohy objektů v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, měřit délku, velikost úhlu, obvod a obsah (resp. povrch a objem), zdokonalovat svůj grafický projev. Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací.“ (viz RVP pro základní vzdělávání, VUP, Praha, 2004). V rámci utváření a rozvíjení klíčových kompetencí se mimo jiné zdůrazňuje:

- využívání matematických poznatků a dovedností v praktických činnostech,
- rozvoj kombinatorického a logického myšlení ke kritickému usuzování a srozumitelné a věcné argumentaci prostřednictvím řešení matematických problémů,
- vytváření zásoby matematických nástrojů k efektivnímu využívání osvojeného matematického aparátu,
- vnímání složitosti reálného světa (posouzení matematického modelu a reálné situace),
- využívání matematického jazyka a jeho symboliky,
- rozvíjení spolupráce při řešen problémových a aplikovaných úloh vyjadřujících situace z běžného života a následně k využití získaného řešení v praxi,
- systematičnost, vytrvalost, přesnost a soustavná sebekontrola při řešení úloh.

Řešení aplikačních úloh je ve výuce matematiky velmi důležité, avšak neméně důležitá je matematická podstata řešení úloh. Potřebu vyváženosti matematiky a jejích aplikací výstižně ilustruje úryvek z Dialogů o matematice A. Rényiho, který v Archimédovském dialogu uvádí rozhovor Archiméda s králem Hieronem (s. 82):

„… nemyslím, že Euklides považoval využívání matematických vědomostí za nedůstojné filozofa a že o ně z tohoto důvodu vůbec neusiloval. To je omyl. … Euklides chtěl zdůraznit, že skutečným matematikem může být pouze ten, kdo se o matematiku zajímá zcela nezištně. Matematika se v mnohém podobá tvé dceři Heleně. Každého ze svých nápadníků podezřívá, že mu nejde ani o ni, ani o její lásku, ale jen o to, aby se stal královým zetěm. O takové ženich tvoje dcera pochopitelně nestojí. Chce manžela, který by ji miloval pro její krásu, vtip a půvab, ne pro bohatství a slávu, které by získal s ní zároveň. Podobně i matematika odhaluje svá tajemství jen tomu, kdo k ní přistupuje s opravdovým zájmem o její vlastní krásu. Ti, kdo to dokážou, jsou samozřejmě obdarování výsledky praktického významu, ale jestliže se někdo bude na každém kroku ptát, co s tím může získat, k čemu to je, daleko do matematiky nepronikne. Jistě si vzpomínáš, že jsem ti řekl, že Římané nikdy nemohou dosáhnout v aplikování matematiky výrazného úspěchu. Teď vidíš proč. Jsou příliš prakticky založeni.“

Kvádr, krychle

1. Vypočítejte objem krychle, jejíž povrch je 96 cm^2.

2. Vypočítejte povrch krychle, jejíž objem je 512 cm^3.

3. Jedna stěna krychle má obsah 144 cm^2. Vypočítejte objem krychle.

4. Vypočítejte objem dané krychle, jestliže víte, že objem krychle s hranou poloviční délky má objem 512 m^3.

5. Je dána krychle o délce hrany 5 cm a kvádr o rozměrech 4 cm, 5 cm a 6 cm. Nejprve odhadněte a potom vypočítejte, které z těles má větší objem. Dále porovnejte povrchy obou těles.

6. Z pěti shodných krychlí sestavujeme různá tělesa. Objemy všech těles se sobě rovnají. Vypočítejte povrchy sestavených těles.

7. Dřevěnou krychli o délce hrany 3 cm obarvíme tak, že tři stěny budou modré, tři stěny budou červené a žádné dvě protilehlé strany nebudou mít stejnou barvu. Krychli rozřežeme na krychličky 1 cm^3 Kolik krychliček bude mít alespoň jednu stěnu červenou a zároveň alespoň jednu stěnu modrou?

8. Z krychle o hraně délky 6 dm bylo vyříznuto těleso tvaru kříže (z každé stěny byla vyříznuta středová krychle a krychle uvnitř tělesa).
   a) Jakou částí objemu krychle je objem vyříznutého tělesa?
   b) Jaký je povrch vyříznutého tělesa?

9. Rozměry kvádru jsou v poměru 1 : 2 : 3. Jeho povrch má velikost 198 cm^2. Určete rozměry kvádru a vypočítejte jeho objem.

10. Objem kvádru je 300 cm^3, obsah dolní podstavy je 50 cm^2, hrana AB má délku 5 cm. Vypočítejte rozměry kvádru a jeho povrch.

11. Pro rozměry plaveckého bazénu platí: d : š : h = 10 : 4 : 1. Do bazénu se vejde 625 m^3 vody. Vypočítejte, kolik m^2 obkladů je třeba zakoupit na obložení stěn bazénu, přidáme-li 5% na odpad.

12. Dřevěný kvádr o rozměrech a = 4 cm, b = 3 cm, c = 2 cm obarvíme a potom rozřežeme na krychličky 1 cm^3. Kolik krychliček bude mít
   a) právě jednu stěnu obarvenou
   b) právě dvě stěny obarvené
   c) právě tři stěny obarvené
   d) žádnou stěnu obarvenou?

13. Výroky se prodávají v kartonových krabicích – např. krabice na mikrovlnnou troubu má rozměry 52 cm, 32 cm a 40 cm a na záhyby se přidává 0,4 m^2 kartonu. Kolik m^2 kartonu je třeba na 1 000 krabic?

14. Změřte vnější rozměry chladničky a její vnitřní rozměry. Porovnejte objemy obou těles. Vnější rozměry chladničky jsou např. výška 85 cm, šířka 55 cm, hloubka 61 cm, objem chladničky 138 l, objem mraz. prostoru 14 l. Kombinovaná chladnička má např. výšku 180 cm, šířku 54 cm , hloubku 58 cm a uvádí se objem chladničky 176 l a objem mrazničky 69 l. Jiný typ kombinované chladničky má rozměry: výška 160 cm, šířka 55 cm a hloubka 60 cm a objem chladničky 216 l a objem mrazničky 61 l.

15. Jaký prostor v koupelně zabírá automatická pračka s výškou 85 cm, šířkou 60 cm a hloubkou 60 cm?

16. Skříňky kuchyňské linky se prodávají v šířkách 80 cm, 60 cm a 40 cm. Jakou sestavu můžeme zvolit, máme-li stěnu 3,5 m dlouhou a chceme ji zcela zaplnit sestavou, ve které je také myčka, jejíž šířka je 60 cm a sporák široký 55 cm.

17. Benzínová nádrž je tvaru kvádru a má rozměry 70 cm, 30 cm a 25 cm. Kolik litrů benzínu obsahuje, jestliže benzín sahá 5 cm pod horní okraj nádrže? Na kolik procent je nádrž naplněna? (Uvažujte různé polohy nádrže.)

18. Pavel má akvárium tvaru kvádru o objemu 240 litrů. Tomáš má akvárium, jehož všechny rozměry jsou polovina rozměrů Pavlova akvária. Jaký objem má Tomášovo akvárium?

Hranoly

19. Vypočítejte objem pravidelného trojbokého hranolu, jehož výška je rovna délce podstavné hrany. Objem vypočítejte pro délku hrany a = 6 cm.

20. Vypočítejte, kolik hl vody se vejde do padesátimetrového zkoseného bazénu, jestliže nejmenší hloubka je 1,2 m a největší hloubka je 3 m, šířka bazénu je 20 m. Dle vypočítejte, kolik kachlíčků tvaru čtverce o délce strany 15 cm je třeba k vykachlíčkování stěn bazénu.

21. Skleník má tvar hranolu položeného na boční stěně. Podstavu tvoří lichoběžník a trojúhelník (viz obr.). Dolní základna lichoběžníku má délku 3 m, horní základna (a strana trojúhelníku) má délku 2 m, výška lichoběžníku je 1,8 m a výška trojúhelníku je 0,6 m. Výška hranolu je 5 m. Vypočítejte

a) kolik m^2 skla je třeba na jeho výrobu, jestliže 10 % povrchu tvoří kovová konstrukce.
b) Jaký je objem skleníku.

Válce

22. Malý Jirka chtěl vědět, kolik zubní pasty je v tubě a tak ji postupně všechnu vytlačil a v pokoji byl válec pasty. Dokážete odhadnout, jakou mohl mít délku? Počítejte pro hodnoty: vnitřní průměr hrdla pasty je 6 mm a objem pasty je 75 ml.

23. Kruhový bazén má průměr 4,58 m a výšku 0,91 m. Kolik hl vody se do něj musí načerpat, je –li naplněn do výšky 10 cm pod horní okraj? Kolik hl vody se vejde do menšího bazénu, který má průměr 3,6 m, a výšku 0,9 m?

24. Tyčinka čokolády má tvar válce a hmotnost 2 g. Byla vyrobena reklamní tyčinka tak, že se dvacetkrát zvětšil poloměr válce a dvacetkrát se zvětšila výška válce. Kolik kilogramů čokolády bylo potřeba k jejímu vyrobení?

25. Silo tvaru válce má vnější obvod 31 m, tloušťku zdi 45 cm a vnitřní skladovací výšku 8 m, Kolik m^3 prostoru je v něm k uskladnění?

26. Foliovník na zahradě má tvar poloviny válce, přední a zadní stěnu tvoří půlkruhy, jejich poloměr je 2,5 m a délka foliovníku (výška válce) je 5 m. Kolik m^3 vzduchu je ve foliovníku? Kolik m^2 fólie je třeba ke zhotovení foliovníku, přidá-li se na spoje o 20% fólie více, než je povrch foliovníku?

27. Studna má tvar válce průměru 1,2 m. Od povrchu k hladině vody je 4 m, hloubka vody ve studni je 3,5 m. Vypočítejte:

a) Kolik m^3 zeminy bylo vykopáno?
b) Kolik hl vody je ve studni?

Jehlan

28. Zásobník na vápno má tvar pravidelného čtyřbokého jehlanu postaveného na hlavní vrchol a je do poloviny své výšky zaplněn vápnem. Jako část objemu jehlanu vápno zaujímá?

29. Vypočítejte objem prostoru pod střechou tvaru pravidelného čtyřbokého jehlanu, jestliže délka podstavné hrany je 4,5 m a výška je 3,5 m.

30. Vypočítejte objem pravidelného osmistěnu.

Kužel

31. Písek je nasypán na hromadě, která má tvar kužele (přibližně). Obvod hromady na zemi je 12,7 m, strana kužele má délku 2,2 m.

a) Odhadněte, kolik m^3 písku je na hromadě?
b) Vypočítejte, kolik m^3 písku je na hromadě.

32. Pravoúhlý trojúhelník se stranami 3 cm, 4 cm, 5 cm se otáčel nejprve kolem kratší odvěsny a potom kolem delší odvěsny. Vypočítejte objemy obou takto vzniklých kuželů.

33. Střecha tvaru kužele má průměr 5 m a výšku 7 m. Kolik procent plechu připadlo na záhyby, jestliže se na pokrytí střechy spotřebovalo 62 m^2 plechu?

34. V jakém poměru jsou podstava kužele a jeho plášť a povrch, je-li strana kužele rovna průměru podstavy?

35. Z kuželovité nálevky s průměrem 36 cm a výškou 48 cm přelijeme vodu do válcové nádoby o průměru 24 cm. Do jaké výšky bude sahat voda ve válci?

Literatura

KRUPKA, P.: *Sbírka úloh z matematiky pro 2. stupeň základních škol a nižší ročníky víceletých gymnázií, 2. díl.* Praha: Prometheus 1995.
MALÁČ, J.: *Sbírka náročnějších úloh z matematiky pro 6. – 9. ročník ZDŠ.* Praha: SPN 1967
RÉNYI, A.:*Dialogy o matematice.* Praha: Mladá fronta 1980.