Rozpis výstupů – zima 2008
Geometrie

20. 10.	porovnávání úseček	
	grafický součet úseček	
	grafický rozdíl úseček	....
	porovnávání úhlů	
	grafický součet úhlů	
	grafický rozdíl úhlů	....
	osa úhlu	
	úhly vedlejší a vrcholové	....
	úhly souhlasné a střídavé	
	rýsování úhlu dané velikosti kružítkem	....
27. 10.	řešení úloh o úhlu a trojúhelníku	
	úlohy 1, 2, 3	....
	úlohy 4, 5	....
	úlohy 6, 7	....
	úlohy 8, 9	....
	úlohy 10, 11	....
	úlohy 12, 13	....
3. 11.	Pythagorova věta a její důkaz	....
	(alespoň tři různé důkazy)	
	Eukleidova věta o výšce	....
	(a její využití v příkladech)	
	Eukleidova věta o odvěsně	....
	(a její využití v příkladech)	
10. 11.	řešení úloh o čtyřúhelníku	
	úlohy 7, 8, 9	....
	úlohy 10, 11, 12	....
	úlohy 13, 14, 15	....
	úlohy 16, 17, 18	....
24. 11.	Thaletova věta	....
	osová souměrnost	....
	středová souměrnost	....
	podobnost	....
1. 12.	povrch a objem kvádru a krychle	
	(pomůcka – sítě těles z papíru)	
	povrch a objem prav. n-bok. kolmého hranolu	
	(vyvodit; pomůcka – sítě těles z papíru)	....
	povrch a objem válce (i integrálním počtem)	....
	povrch a objem jehlanu	....
	(pomůcka – sítě těles z papíru)	
	povrch a objem kužele (i integrálním počtem)	....
8. 12.	povrch a objem komolého jehlanu	....
	povrch a objem komolého kužele (i int. počtem)	....
	povrch a objem koule (i integrálním počtem)	....
15. 12.	příklady ze stereometrie, zápočet	

GEOMETRIE – PLANIMETRIE
Úlohy k rozvoji geometrické představivosti
Úlohy početní

Růžena Blažková

Úlohy o trojúhelníku

1. Ověřte a zdůvodněte, proč platí:
   Osy dvou vedlejších úhlů jsou polopřímky na sebe kolmé.
   Osy dvou vrcholových úhlů jsou polopřímky navzájem opačné.

2. Na ose konvexního úhlu EFG leží bod H tak, že přímky EH a FG jsou rovnoběžné. Ověřte (dokažte), že úsečky EF a EH jsou shodné.

3. Jeden vnitřní úhel rovnoramenného trojúhelníku má velikost 76°. Vypočítejte velikosti ostatních vnitřních úhlů a velikosti vnějších úhlů trojúhelníků.

4. Zdůvodněte, zda a proč se osy dvou vnějších úhlů trojúhelníku a osa vnitřního úhlu při zbývajícím vrchol protínají v jednom bodě.

5. Vnitřní úhly α, β, γ v trojúhelníku ABC jsou v poměru 2 : 3 : 5. V jakém poměru jsou příslušné vnější úly tohoto trojúhelníku?

6. Vnější úhly α', β', γ' trojúhelníku ABC jsou v poměru 3 : 4 : 5. V jakém poměru jsou příslušné vnitřní úhly tohoto trojúhelníku?

7. Můžete najít trojúhelník, ve kterém by součet dvou jeho vnitřních úhlů byl roven velikosti úhlu třetího?

8. Je dán tupoúhlý trojúhelník ABC a tupým úhlem při vrcholu C. Narýsujte výšky k jeho ramenům AC a BC. Stačilo by vám k určení velikostí všech vnitřních úhlů trojúhelníku ABC, kdybyste věděli, že narýsované výšky svírají úhel 48°?

9. Narýsujte pravoúhlý trojúhelník FGH s pravým úhlem při vrcholu F. Sestrojte kolmici bodu F na přímku GH, její patu označte K. Který úhel je shodný a úhlem HFK?

10. Narýsujte ostroúhlý trojúhelník RST. Sestrojte kolmici z bodu R na přímku ST, její patu označte P. Sestrojte kolmici z bodu S na přímku RT, její patu označte U. Zdůvodněte, proč úhel PRT je shodný s úhlem UST.

11. V trojúhelníku ABC je úhel $\alpha > \beta$. Osa úhlu γ svírá s výškou na stranu c úhel
    $\omega = \frac{1}{2}(\alpha - \beta)$. Ověřte.

12. V trojúhelníku ABC svírají osy úhlů α a β úhel $\varphi = R + \frac{\gamma}{2}$. Ověřte.

13. Ve čtverci ABCD o straně délky *a je* narýsován rovnostranný trojúhelník ABK. Určete velikost úhlu CKB.

14. Je dán trojúhelník KLM. Jeho vrcholy veďte rovnoběžky s protějšími stranami. Průsečíky těchto přímek – body T,U,V určí vrcholy trojúhelníku TUV. Tento trojúhelník je sjednocením čtyř trojúhelníků a každý z nich je shodný s trojúhelníkem KLM. Zdůvodněte proč.

15. Narýsujte rovnostranný trojúhelník ABC a zvolte libovolný jeho vnitřní bod, např. K. Sestrojte kolmice z bod K na strany trojúhelníku. Paty kolmic označte postupně L, M, N. Porovnejte úsečku KL + KM + KN s výškou trojúhelníku ABC.

16. Je dán ostroúhlý trojúhelník ABC s vnitřními úhly α, β, γ. Sestrojte výšky na strany AC a BC, jejich paty označte E, F. Narýsujte trojúhelník EFC a vyjádřete jeho vnitřní úhly pomocí úhlů α, β, γ.

17. Narýsujte libovolný trojúhelník ABC a opište tomuto trojúhelníku kružnici. Zvolte si libovolný bod K této kružnice a sestrojte z bodu K kolmice k přímkám AB, AC, BC. Ověřte, že paty těchto kolmic leží v jedné přímce.

18. Uměli byste vypočítat obvod rovnostranného trojúhelníku, kdybyste znali:
velikost jeho výšky,
velikost jeho těžnice,
délku poloměru kružnice trojúhelníku opsané,
délku poloměru kružnice trojúhelníku vepsané?

19. Dokažte, že součet všech tří těžnic daného trojúhelníku je menší než obvod tohoto trojúhelníku.

20. Těžnice trojúhelníku rozdělí tento trojúhelník na šest trojúhelníků. Jaký je vztah mezi obsahy jednotlivých trojúhelníků a obsahem původního trojúhelníku.

21. Narýsujte libovolný trojúhelník ABC a sestrojte jeho těžnici BD. Narýsujte střed F této těžnice a sestrojte úsečky AF a CF. V jakém vztahu jsou obsahy trojúhelníků AFD, CFD, BCF a ABF a obsahu trojúhelníku ABC.

22. Nakreslete trojúhelník, jehož obsah je $\frac{1}{2}\ \mathrm{cm}^2$.

23. Je dán rovnostranný trojúhelník ABC a body M, N, P, které dělí jeho strany BC, CA, AB postupně v poměru 2 : 1. Jakou část trojúhelníku ABC zaujímá trojúhelník XYZ, jehož vrcholy X, Y, Z jsou průsečíky přímek AM, BN, CP.

Úlohy o čtyřúhelnících

1. Narýsujte obdélník ABCD. Na straně AD zvolte bod K a na straně BC zvolte bod L tak, aby platilo AK ≅ CL. Dokažte, že trojúhelníky ALD a BKC jsou shodné.

2. Narýsujte rovnoběžník KLMN a sestrojte středy jeho stran. Dokažte, že tyto středy jsou vrcholy nového rovnoběžníku. Budete-li pokračovat dále v sestrojování středů stran nového rovnoběžníku, zjistíte, že vždy středy stran jsou vrcholy nových rovnoběžníků.

3. Jak byste rozdělili (rozstřihli) pravidelný šestiúhelník na co nejmenší počet částí, ze kterých byste složili rovnoběžník?

4. Obdélník má obsah 36 cm^2. Jaké mohou být délky jeho stran? Který z obdélníků má nejmenší obvod?

5. Obdélník má obvod 48 cm. Jaké mohou být délky jeho stran? Který z obdélníků má největší obsah?

6. Určete obsah jednotlivých částí praporu, jestliže prapor má tvar obdélníku, jehož délky stran jsou 30 cm a 20 cm, je rozdělen na modrý klín tvaru trojúhelníku (strana 20 cm, výška 15 cm) a dva shodné lichoběžníky - bílý a červený.

7. Je dán rovnoběžník ABCD. Úhlopříčky tohoto rovnoběžníku jej rozdělí na čtyři trojúhelníky, které jsou po dvou shodné. Dokažte. Jaké budou tyto trojúhelníky, jestliže rovnoběžníkem bude kosočtverec?

8. Je dán rovnoběžník ABCD, délka jeho jedné úhlopříčky je rovna délce jeho jedné strany. Jakou velikost mají vnitřní úhly tohoto rovnoběžníku?

9. Nakreslete několik různých čtyřúhelníků, jejichž úhlopříčky jsou na sebe kolmé.

10. Velikost jednoho vnitřních úhlů rovnoběžníku je 58°. Vypočtěte velikosti zbývajících vnitřních úhlů rovnoběžníku.

11. Součet velikostí dvou vnitřních úhlů rovnoběžníku je 100°. Rozhodněte, zda tyto úhly jsou
    - úhly sousední
    - úhly protější
    - libovolná dvojice vnitřních úhlů rovnoběžníku.

12. V rovnoběžníku ABCD je bod K střed strany BC a bod L střed strany CD. Určete, v jakém poměru dělí úsečky AK a AL úhlopříčku BD.

13. Narýsujte libovolný konvexní čtyřúhelník ABCD a sestrojte středy všech jeho stran. Ověřte (dokažte) že platí: Úsečky spojující středy sousedních stran konvexního čtyřúhelníku rozdělují tento čtyřúhelník na rovnoběžník a čtyři trojúhelníky.

14. Narýsujte libovolný konvexní čtyřúhelník ABCD, středy jeho stran označte K, L, M, N. Ověřte, že čtyřúhelník KLMN je rovnoběžník.

15. V lichoběžníku ABCD pro jeho základny platí: AB = 2 CD. Dokažte, že úhlopříčky tohoto lichoběžníku dělí střední příčku na tři shodné úsečky.

16. Dokažte, že část střední příčky lichoběžníku vymezená jeho úhlopříčkami (tj. úsečka, jejímiž krajními body jsou body úhlopříček), je rovna polovině rozdílu jeho základen.

17. Lichoběžník je svými úhlopříčkami rozdělen na čtyři trojúhelníky. V jakém vztahu jsou obsahy těchto trojúhelníků?

18. Je dán lichoběžník ABCD, narýsujte jeho úhlopříčky AC, BD. Kolik dvojic geometrických útvarů, které mají sobě rovné obsahy, můžete najít?

19. Kružnici se středem S je opsán rovnoramenný lichoběžník ABCD. Vzdálenost jednoho vrcholu od středu S je 7 cm, vzdálenost druhého vrcholu je 4 cm. Vypočítejte obsah lichoběžníku ABCD.

20. Vypočítejte poloměr kružnice vepsané do kosočtverce, jehož strana je bodem dotyku rozdělena na úsečky dlouhé 6 cm a 4 cm.

21. Daný trojúhelník ABC doplňte bodem D na tětivový čtyřúhelník, kterému je možno vepsat kružnici.

22. Čtverec je rozdělen na 12 shodných trojúhelníků a 4 shodné čtverce (obr.)
    - Vypočítejte jakou částí obsahu původního čtverce je obsah trojúhelníku
    - a jakou částí je obsah čtverce.

23. Ověřte, že platí:
    - Čtyřúhelníku můžeme opsat kružnici (čtyřúhelník tětivový), právě když součet velikostí libovolných dvou protějších úhlů je 180°.
    - Čtyřúhelníku můžeme vepsat kružnici (čtyřúhelník tečnový), právě když se součty dvou protějších stran sobě rovnají.
    - V každém tětivovém čtyřúhelníku je součin délek úhlopříček roven součtu součinů délek protějších stran (Ptolemaiova věta).