

8. ODČÍTÁNÍ PŘIROZENÝCH ČÍSEL

8. 1. Pamětné odčítání

Odčítání přirozených čísel je definována jako operace inverzní ke sčítání, tj. jestliže pro přirozená čísla a, b, c platí $a + b = c$, pak $c - a = b$, $c - b = a$.
(např. $1 + 2 = 3$, $3 - 2 = 1$, $3 - 1 = 2$).

Ve školské matematice je odčítání vyvozováno jako operace dynamická, která souvisí s ubíráním, zmenšováním, oddělováním apod. Děti by měly být dostatečně motivovány, aby pochopily význam operace odčítání i význam znaménka „-“.

Postup vyvození operace odčítání by měl respektovat několik zásad:

1. Vycházíme z manipulativní činnosti s konkrétními předměty, např.
Na misce je 5 ořechů, 2 ořechy Jirka snědl. Kolik ořechů zbylo na misce?
2. Situaci znázorníme pomocí obrázků (např. na tabuli nebo na papíře).
3. Znázorníme pomocí symbolů (puntíků, úseček apod.).

```

O      O                          O O O O O
  O    O
      O

```

Při práci s konkrétními předměty dva z nich oddělíme, na obrázku je škrtneme. Předměty mohou být znázorněny buď v řádku uspořádaně, nebo i volně jako na hromádce. Ponecháme na dítěti, které dva předměty škrtně nebo odstraní.

4. Zapišeme příklad (s bohatým slovním komentářem – kolik jsme měli ořechů, kolik jsme jich snědli, jak zapišeme, že ubylo, kolik ořechů zbylo, ..., aby dítě za každým napsaným číslem i znakem vidělo jeho význam):

$$5 - 2 = 3$$

5. Příklad se zapiše, přečte nahlas a provede se zkouška správnosti. Protože v této době ještě děti neznají souvislost mezi sčítáním a odčítáním, je vhodné přesvědčit se o správnosti tzv. krokem zpět – znovu situaci zopakovat.

Pozor: Vyvarujeme se chybného grafického znázornění typu:

$$\begin{array}{r} \text{OOOOO} - \text{OO} = \text{OOO} \\ 5 \quad - \quad 2 \quad = \quad 3 \end{array}$$

kdy dítě musí naskládat 10 předmětů, aby mohlo odečíst $5 - 2$. Takovýmto způsobem se v běžném životě neodčítá.

Podobně jako u sčítání sledujeme, co pod zápisem $5 - 2 = 3$ může dítě vidět:

- Pět bez dvou jsou tři.
- Pět minus dva jsou tři.
- Když od pěti oddělím dvě, dostanu tři.
- Pět mohu rozdělit na dvě a tři.

Ale také:

- Pět je o dvě více než tři.
- Pět je o tři více než dvě.
- Pět je dvě a tři.

Odčítání v oboru do pěti obsahuje deset spojů, které se děti učí z paměti, ale až po pochopení (umí znázornit příslušný příklad pomocí předmětů nebo obrázků):

5 - 4, 5 - 3, 5 - 2, 5 - 1,
 4 - 3, 4 - 2, 4 - 1,
 3 - 2, 3 - 1,
 2 - 1.

Dále se děti naučí odčítat čísla v oboru do deseti. Je třeba si uvědomit, že příklady jsou nesterjně obtížné, např. 8 - 2 je snadnější než 8 - 6, nebo 10 - 3 je snadnější než 10 - 8. Častěji tedy opakujeme ty spoje odčítání, které jsou pro děti obtížné a vždy vyžadujeme znázornění pomocí konkrétních předmětů. Není možné opírat se o pouhé pamětné naučení, neboť děti s poruchou učení mívají s pamětí problémy a velice rychle zapomínají.

Děti se také naučí počítat příklady, kdy menšenec je 0, příklady typu 7 - 0 = 7.

Dále se děti učí vždy příslušné odčítání v období, kdy probírají sčítání, avšak zde uvádíme jednotlivé operace zvlášť, aby byla patrna návaznost jednotlivých částí učiva při vyvozování téže operace.

Postup pamětného odčítání

1. Odčítání v oboru do pěti
2. Odčítání v obor do deseti
3. Odčítání v oboru do dvaceti bez přechodu přes základ deset, úlohy typu 17 - 4 .

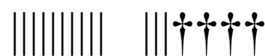
Menšence rozložíme na desítku a jednotky

$$\begin{array}{r} 17 - 4 \\ \wedge \\ 10 \quad 7 \end{array}$$

Počítáme: 7 - 4 = 3, 10 + 3 = 13, tedy 17 - 4 = 13

Názorně můžeme situaci modelovat na mřížkách nebo pomocí svazků brček:

o	o	o	o	o	o	o	o	o	o	o
o	o	o	ó	ó	ó	ó				



4. Odčítání s přechodem přes základ deset, úlohy typu 12 - 5.

Menšence rozložíme tak, abychom od menšítele odečetli jednotky:

$$\begin{array}{r} 12 - 5 = \\ \wedge \\ 2 \quad 3 \end{array}$$

Počítáme: 12 - 2 = 10, 10 - 3 = 7, tedy 12 - 5 = 7

o	o	o	o	o	o	o	ó	ó	ó
ó	ó								

Při řešení příkladů tohoto typu je třeba respektovat:

- Děti potřebují neustále opakovat rozklady čísel

- Může se stát, že si dítě vytvoří svůj postup odčítání a ten, pokud je správný a může se použít i v dalších příkladech v oboru do sta, atd., dítěti ponecháme. Jde např. o počítání typu:

$$\begin{array}{r} 12 - 4 = \\ \wedge \\ 10 \quad 2 \end{array}$$

Počítáme: $10 - 4 = 6$, $2 + 6 = 8$, tedy $12 - 4 = 8$.

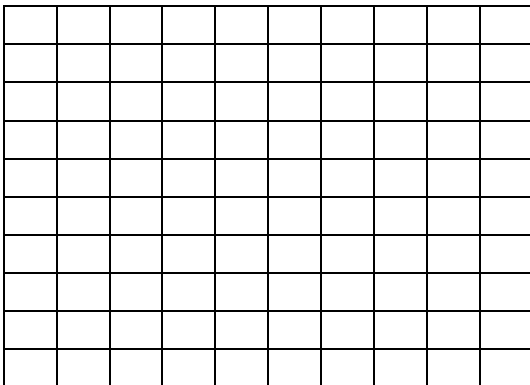
- Není nejvhodnější, když děti odčítají „po jedné“ s ukazováním si na prstech, protože počítají např. $12 - 4$ takto: dvanáct, jedenáct, deset, devět, $12 - 4 = 9$

5. Odčítání v oboru do sta

Ve všech následujících typech příkladů využíváme vždy aplikačních úloh, které ilustrují použití v praxi, grafického znázornění a dále respektujeme jemnou metodickou řadu, kdy s každým novým příkladem zařadíme vždy jen jeden nový jev.

a) Nejprve se odčítají násobky deseti, příklady typu $60 - 20$.

Můžeme využít grafického znázornění pomocí čtvercové sítě, kdy děti vyznačují příslušné desítky a ty, které odčítají pak škrtnou.



Dále je možné používat svazky brček a pítí svázaných po deseti, modelů peněz, předmětů, které jsou baleny po deseti (např. hygienické kapesníčky, obaly od vajíček aj.).

Také je možné využít analogie, kdy děti využívají dříve naučeného učiva:

$$6 - 2 = 4$$

$$6 \text{ desítek} - 2 \text{ desítky} = 4 \text{ desítky}$$

$$60 - 20 = 40$$

b) Odčítání jednociferného čísla od dvojciferného

Vycházíme od nejsnadnějšího typu úloh: $64 - 4$,

pak následují postupně úlohy typu: $68 - 3$, $60 - 3$, $64 - 8$.

Děti mohou využívat rozkladů, nebo analogie z odčítání v oboru do 20:

$$\begin{array}{r} 68 - 3 \\ \wedge \\ 60 \quad 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 60 - 3 \\ \wedge \\ 50 \quad 10 \end{array} \quad \begin{array}{r} 64 - 8 \\ \wedge \\ 4 \quad 4 \end{array}$$

Pokud rozklady děti nepotřebují, nevyžadujeme je. Pokud si zvolí vlastní postupy a jsou matematicky správné, ponecháme jim je.

c) Odčítání dvojciferných čísel

Počítají se příklady typu $64 - 20$, $65 - 25$, $65 - 23$, $63 - 28$

Pokud počítají děti tyto typy příkladů s rozkladem, je dobrým pravidlem naučit je rozkládat pouze menšence, protože kdyby rozkládaly menšence i menšitele, mohlo by to u odčítání s přechodem před základ deset vést k chybám typu $60 - 20 = 40$, $3 - 8$ nejde, tak odečítají $8 - 3 = 5$, jako by řešily příklad $68 - 23$.

Počítáme: $65 - 23$: $65 - 20 = 45$, $45 - 3 = 42$
 $63 - 28$: $63 - 20 = 43$, $43 - 8 = 35$.

Víceciferná čísla odčítáme z paměti pouze v případě, obsahují-li v zápisu pouze jednu nebo dvě nenulové číslice, např. $30\ 000 - 20\ 000$, $1\ 500 - 300$ apod. Pokud se dětem nedaří pamětné odčítání, využijeme odčítání písemného.

8. 2. Problémy dětí při pamětném odčítání

1. Dítě vůbec nepochopí operaci odčítání a buď čísla sčítá, nebo je libovolně zaměňuje, je mu jedno, zda napíše $5 - 3$ nebo $3 - 5$.

2. Při odčítání po jedné je rozdíl vždy o jednu větší než správný výsledek, např. $16 - 5$ počítají a ukazují na prstech, až mají 5 prstů: šestnáct, patnáct, čtrnáct, třináct, dvanáct, tedy $16 - 5 = 12$.

3. Pokud odčítají po jedné a neumí bezpečně vyjmenovat řadu čísel sestupně, některé čísla vynechají, např. $15 - 6$ počítají: čtrnáct, dvanáct, jedenáct, deset, devět, osm, tedy $15 - 6 = 8$.

4. Nepochopí postup pamětného odčítání, počítají např. $44 - 5 = 11$ jako $5 - 4 = 1$, $5 - 4 = 1$.

5. Počítají s čísly různých řádů, např.

$80 - 6 = 20$ počítá jako $8 - 6 = 2$ a připiše nulu,

$64 - 40 = 60$ počítá jako $4 - 4 = 0$ a 6 opíše,

$45 - 3 = 12$, počítá jako $4 - 3 = 1$, $5 - 3 = 2$,

$56 - 2 = 36$ jako $5 - 2 = 3$, 6 opíše,

$93 - 3 = 60$ jako $9 - 3 = 6$, $3 - 3 = 0$

$300 - 50 = 200$.

6. Zaměňují čísla v menšenci a menšiteli, zásadně odčítají od většího čísla menší, i když je v menšiteli.

$62 - 28 = 46$, protože $6 - 2 = 4$, $8 - 2 = 6$,

$640 - 350 = 310$, protože $600 - 300 = 300$, $50 - 40 = 10$.

7. Při odčítání dvojciferných čísel s přechodem neustále rozkládají menšence i menšitele a odčítají vždy od většího čísla menší:

$82 - 57$ počítají $80 - 50 = 30$, $2 - 7$ nejde, tak $7 - 2 = 5$, $82 - 57 = 35$.

8. Velké problémy dětem dělají příklady typu $70 - 8$, kdy se obtížně orientují v desítkách.

9. Při nepochopení operace odčítání část menšence odčítají, část přičítají, např. $45 - 12$ počítají: $5 - 10 = 35$, $35 + 2 = 37$

10. Nedokáží vidět odčítání v úlohách formulovaných s tzv. antisignálem, kdy odčítání není formulováno přímo, např. úlohu „Na drátě sedělo 8 vlaštovek, několik odletělo a zůstalo jich na drátě 5. Kolik vlaštovek odletělo?“ počítají $8 + 5 = 13$.