

K1

ZÁKLADNÍ POJMY VÝROKOVÉ LOGIKY

Výrok je každé sdělení, o němž má smysl říci, že je buď pravdivé nebo nepravdivé.

Pozn. Není důležité, zda o pravdivosti či nepravdivosti výroku umíme rozhodnout. Podstatné je, zda má smysl o pravdivosti uvažovat, zda má smysl položit si otázku: „Je pravda, že...?“

Úkol:

Rozhodněte, které z následujících vět jsou výroky:

1. Právě začalo pršet.
2. Na Marsu existují živé organismy.
3. Karel IV. byl v Praze r. 1348.
4. Rozvoj matematických představ.
5. Pojď k tabuli.
6. Číslo 4 je dělitelem čísla 134.
7. $100 : 5 = 20$
8. $4 + x = 9$

Ve výrokové logice nás nezajímá konkrétní obsah výroků, ale jejich pravdivost (pravdivostní hodnota).

Každému výroku je možné přiřadit pravdivostní hodnotu:

Je-li výrok pravdivý, je jeho pravdivostní hodnota 1.

Je-li výrok nepravdivý, jeho pravdivostní hodnota je 0.

Výroky budeme dále označovat velkými písmeny (A, B, C, P, Q, \dots)

Negace výroku A je výrok $\neg A$, který je pravdivý v případě, že výrok A je nepravdivý.

Př. A : Dnes je úterý.

$\neg B$: Dnes není úterý. (Není pravda, že je dnes úterý.)

Úkol:

Vyslovte několik výroků a vytvořte jejich negace:

Složené výroky

Z jednoduchých výroků můžeme tvořit složené výroky pomocí tzv. výrokovtvořných spojek:

- „a“, „a současně“, „a zároveň“ (\wedge)
- „nebo“ (\vee)
- „buď, nebo“ ($\underline{\vee}$)
- „jestliže, pak“; „ A implikuje B “ (\implies)
- „právě tehdy, když“ (\iff)

Konjunkce výroků A, B je výrok $A \wedge B$, který je pravdivý v případě, že jsou oba výroky pravdivé.

Disjunkce (alternativa) výroků A, B je výrok $A \vee B$, který je pravdivý v případě, že je alespoň jeden z výroků A, B pravdivý.

Ostrá disjunkce výroků A, B je výrok $A \vee B$, který je pravdivý v případě, že je právě jeden z výroků A, B pravdivý.

Implikace výroků A, B je výrok $A \supset B$, který je **nepravdivý** jen v případě, že první výrok je pravdivý a druhý výrok je nepravdivý. Ve všech ostatních případech je implikace pravdivá.

Ekvivalence výroků A, B je výrok $A \Leftrightarrow B$, který je pravdivý v případě, že oba výroky mají stejnou pravdivostní hodnotu.

Někdy se v běžném jazyce nevyjadřujeme přesně - je potřeba logické spojky odhalit:

Úkol:

1. Zapište symbolicky, nebo vyslovte pomocí logických spojek:

- a) Petr přijde s Evou.
- b) Pokud přijde Petr, přijde i Eva.
- c) Přijde Petr, ale Eva ne.
- d) Ze dvojice Petr a Eva přijde nejvýš jeden.
- e) Buď přijde Eva, nebo Petr.
- f) Eva přijde jen tehdy, když přijde Petr.

2. Tatínek řekl Ondrovi: Budeš-li mít samé jedničky, dostaneš nové kolo. Co se týká vysvědčení (Ondra bude/nebude mít samé jedničky) a kola (Ondra dostane/nedostane kolo), mohly by nastat 4 různé situace. Rozhodněte, která z nich by neměla nastat, má-li být pravda, co tatínek řekl.

3. Maminka říká: Když si nenapišeš úlohu, nebudeš se dívat na televizi. Rozhodněte, která z možností nemůže nastat, má-li být pravda, co maminka říká.

4. Předpověď počasí na dnešek se nevyplnila. Jak můžete charakterizovat dnešní počasí, zněla-li předpověď takto:

- a) Bude jasno, teploty kolem nuly, klidno.
- b) Bude-li v místě jasno, poklesnou teploty pod -10°C .

Pomocí výrokotvorných spojek můžeme výroky různě skládat a uvažovat pak o jejich pravdivosti (obsah jednotlivých výroků nás nezajímá):

Mluvíme pak o **výrokových formulích**. Jsou to zápisy, ve kterých se objevují výrokové proměnné A, B, P, Q, \dots log. spojky, závorky a to tak, že když dosadíme za výrokové proměnné konkrétní výroky, dostaneme výrok: Např. $\neg(A \wedge B) \Leftrightarrow (\neg A \vee \neg B)$.

Pak nás zajímá, jaké pravdivostní hodnoty nabývá výsledný výrok v závislosti na pravdivosti výroků A, B .

