ZADÁNÍ ÚLOH PRO SEMINÁRNÍ PRÁCI Z GEOMETRIE 1

II. ČÁST (úlohy 13 – 23)

Termín odevzdání ***–16.12.2011 ve výuce předmětu M5 (ev. 6.1.2012, mimo určení též 12-13h v pracovně vyučující)***

Úkoly vypracujte na listy formátu A4 včetně náčrtů a konstrukcí. Odpovědi, výsledky, požadované definice, apod. formulujte přesně, řešení ilustrujte vhodnými obrázky. Při řešení úloh využívejte studijní literaturu.

13. Je dán kosočtverec ABCD. Dokažte, že jeho úhlopříčky AC a BD jsou na sebe kolmé. (Návod: Využijte shodnost dvou vhodně vybraných trojúhelníků.)

14. Dokažte, že pro každý čtyřúhelník platí: Jsou-li dvě jeho protější strany rovnoběžné a shodné úsečky, pak se jeho úhlopříčky navzájem půlí (a tento čtyřúhelník je tedy rovnoběžníkem). (Návod: Načrtněte uvažovaný čtyřúhelník včetně jeho úhlopříček a najděte vhodné shodné trojúhelníky, z nichž plyne dokazované tvrzení. Využijte vlastnosti střídavých úhlů.)

15. Vyšetřete množinu **M** středů všech kružnic, které se dotýkají dané přímky *p* v daném bodě *A*. Načrtněte a množinu **M** zapište slovně nebo užitím symboliky.

16. V rovině je dána úsečka AB, /AB/ = 4cm. Sestrojte v této rovině všechny trojúhelníky, jejichž strana c je úsečka AB, strana a má délku 3,4cm a výška ke straně a, tj. v_a má délku 3,8cm. Proveďte rozbor (náčrt + zápis) a konstrukci včetně zápisu. Kolik neshodných trojúhelníků lze sestrojit ?

17. Sestrojte kosočtverec ABCD, jestliže je dáno: /AB/ = a, /AC/ = u. (Narýsujte pro a = 7cm, u = 10cm). Proveďte rozbor (náčrt + zápis) a konstrukci včetně zápisu. Jaká je podmínka řešitelnosti úlohy vzhledem k délkám a, u úseček AB a AC ?

18. Sestrojte kružnici k, která se dotýká dané přímky t v bodě T a další přímky p. Přímky t a p jsou různoběžné. Narýsujte všechna řešení.

19. Uvažujte čtverec o straně délky 1m. Vysvětlete, proč je jeho úhlopříčka nesouměřitelná s jeho stranou.

20. Vyznačte graficky vzdálenost bodu R

a) od přímky p,

b) od polopřímky MN,

c) od úsečky AB.

Uvažujte různé možnosti polohy bodu R vzhledem k daným útvarům (různé polohy bodu R označujte R_1, R_2, R_3, …). (Vzdáleností bodu R od uzavřeného geometrického útvaru rozumíme velikost nejmenší úsečky RX, kde bod $X \in U$.)

21. Je dán konvexní úhel AVB (A,V,B jsou nekolineární body). V rovině AVB zvolte bod R a vyznačte graficky jeho vzdálenost od konvexního úhlu AVB. Uvažujte různé možnosti polohy bodu R vzhledem k úhlu AVB (různé polohy bodu R označujte R_1, R_2, R_3, …).

22. Užitím Jordanovy teorie míry lze odvodit vzorec pro výpočet obsahu obdélníku o rozměrech a, b, tj. $S = a.b$. Užitím tohoto vzorce odvoďte vzorce pro výpočet obsahu rovnoběžníku a trojúhelníku. (Návod: Načrtněte rovnoběžník(kosodélník) ABCD a do téhož obrázku obdélník ABEF (v polorovině ABC), jehož strana BE je shodná s výškou rovnoběžníku ke straně AB. Porovnejte obsahy obou obrazců. Analogicky postupujte při vyvození vzorce pro obsah trojúhelníku.)

23. Sestrojte v rovině čtvercovou síť o rozměru 1cm. Narýsujte takový geometrický útvar U, aby jeho jádro v této síti mělo velikost $5cm^2$. Jádro vyšrafujte. Vyznačte též obal útvaru U v této síti a určete jeho velikost.