

## Axiomatická výstavba geometrie

**Axiom** – základní tvrzení, věta, která se přijímá bez důkazu a považuje se za pravdivou.

**Axiomatizace** – způsob výstavby vědecké teorie.

**Soustava axiomů eukleidovské geometrie** (David Hilbert (1862 – 1943))

❖ 5.skupin:

- axiomy incidence
- axiomy uspořádání
- axiomy shodnosti
- axiomy spojitosti
- axiom rovnoběžnosti

**Axiomatické pojmy** – pojmy, jejichž pojmenování, vlastnosti a vztahy jsou uvedeny v axiomech. Jsou zavedeny pouze užitím axiomů, nedefinujeme je obvyklým způsobem.

Axiomatické pojmy jsou dvojího druhu

Základní - axiomatické objekty (bod, přímka, rovina)

Základní – axiomatické vztahy

- incidence
- uspořádání
- shodnosti
- spojitosti
- rovnoběžnosti

Požadavky na soustavu axiomů : bezespornost, nezávislost, úplnost

## AXIOMY INCIDENCE

Axiomy incidence zavádějí vzájemné vztahy bodů, přímek a rovin, které obvykle vyjadřujeme slovy „bod leží na přímce (v rovině), přímka (rovina) prochází bodem apod.

- I<sub>1</sub>** : Dvěma navzájem různými body prochází jediná přímka.
- I<sub>2</sub>** : Na každé přímce leží alespoň dva různé body.
- I<sub>3</sub>** : Existuje alespoň jedna trojice bodů, které neleží na téže přímce.
- I<sub>4</sub>** : Třemi body, které neleží v téže přímce, prochází jediná rovina.
- I<sub>5</sub>** : V každé rovině leží alespoň jeden bod.
- I<sub>6</sub>** : Jestliže dva různé body přímky leží v rovině, pak v této rovině leží všechny body této přímky.
- I<sub>7</sub>** : Mají-li dvě různé roviny společný bod, pak mají společný ještě alespoň jeden další bod.
- I<sub>8</sub>** : Existuje aspoň jedna čtveřice bodů, které neleží v žádné rovině.

## AXIOMY USPOŘÁDÁNÍ

Uspořádání tří bodů na přímce se zakládá na vztahu „bod leží mezi jinými dvěma“. Vlastnosti tohoto vztahu vyjadřují axiomy incidence.

- U<sub>1</sub>** : Leží-li bod B mezi body A, C, jsou A, B, C tři různé body přímky a platí též, že bod B leží mezi body C, A.

- U<sub>2</sub>** : Jsou-li A, B dva různé body, pak na přímce procházející body A, B existuje aspoň jeden bod C takový, že bod B leží mezi body A, C.
- U<sub>3</sub>** : Ze tří různých bodů přímky leží nejvýše jeden mezi zbývajícími dvěma.
- U<sub>4</sub>** : (Paschův axiom) Jsou-li A, B, C tři body, které neleží v přímce, p přímka roviny určené body A, B, C, která neprochází žádným z bodů A, B, C a obsahuje jistý bod D ležící mezi body A, B, potom přímka p obsahuje buď jistý bod E ležící mezi body B, C, nebo jistý bod F ležící mezi body A, C.