Rozpínání vesmíru

Jiří Jersák

Institut für Theoretische Physik, RWTH Aachen, D-52056 Aachen, SRN

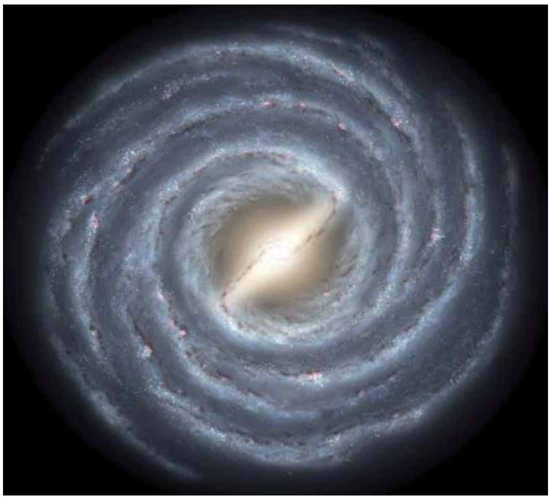
jersak@physik.rwth-aachen.de

Rozpínání vesmíru dnes patří do výuky fyziky, stejně jako oběh Země kolem Slunce. Konceptuální i technická náročnost je srovnatelná. Obojí je založeno na teorii gravitace, ale nevyžaduje hlubší pochopení této složité teorie, nýbrž jen pochopení jejích jednoduchých závěrů. Je však třeba překonat představu neměnného prostoru, jako bylo kdysi třeba překonat představu Země jako neměnného středu světa. Prostor kolem nás se rozpíná.

Soudobé představy o rozpínání vesmíru

Během necelých dvou desetiletí po Einsteinově objevu obecné teorie relativity v roce 1915 vyvinuli Alexander Friedmann, Georges Lemaître a jiní teoretikové na základě této teorie a několika tehdy odvážných zjednodušujících předpokladů představy o rozpínajícím se vesmíru. Když Edwin Hubble roku 1929 publikoval tehdy nejlepší pozorování růstu rudého posuvu ve světelných spektrech galaxií s jejich vzdáleností, bylo teoretické chápání rozpínání vesmíru na základě Einsteinovy obecné teorie relativity již dobře připravené.

Podle této teorie se vesmír rozpíná, *protože se rozpíná sám prostor.* Ten se rozpíná *všude a na všech škálách*. Projevuje se to však viditelně především na škálách velkých, při pozorování vzdálených galaxií. Galaxie jsou v podstatě nehybné vůči okolnímu prostoru a jsou jenom rozpínajícím se prostorem od pozorovatele *unášeny*. Na škálách menších, jako v jednotlivých galaxiích, je rozpínání prostoru většinou překryto přitažlivými silami. Proto nám rozpínání prostoru v pozemských podmínkách i při studiu nebeské mechaniky až do Hubbleových přesvědčivých výsledků ušlo.



Galaxie jsou nejkrásnější objekty na obloze. V kosmologii ale slouží jenom k viditelnému označení pevných bodů v prostoru. *NASA/JPL-Caltech/R. Hurt (SSC/Caltech)*

Rozpínání prostoru způsobuje prodlužování vlnové délky světla během jeho dlouhého pohybu od zdroje k pozorovateli. Také hřebeny vln, i když jejich vzájemné vzdálenosti jsou jen na škálách mikroskopických, jsou rozpínajícím se prostorem jedny od druhých unášeny. Tento *kosmologický rudý posuv* vysvětluje Hubbleovo pozorování a je dnes jedním z nejdůležitějších zdrojů informací o rozpínání prostoru.

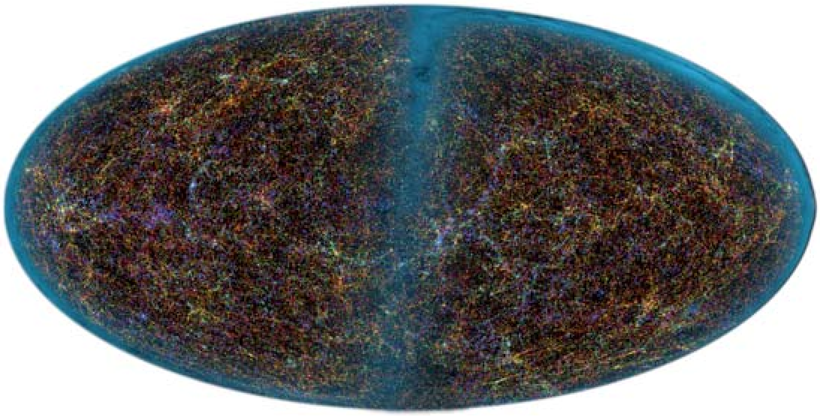
Během dalších desetiletí byla vymyšlena různá jiná rádoby „jednodušší“ vysvětlení rudého posuvu vzdálených galaxií, vyhýbající se důslednému použití *obecné* teorie relativity. Příkladem je takzvaná newtonovská kosmologie, založená na Newtonově mechanice ve statickém prostoru a na Dopplerově jevu, včetně pokusů do ní zabudovat pravidla *speciální* teorie relativity. Tyto nesprávné představy souhlasí s astronomickými pozorováními blízkých galaxií. Proto mohly dlouho přežít. Ale novější pozorování vzdálených galaxií a reliktního záření odhalují jejich nesprávnost[1]. Speciální teorie relativity je použitelná jen na poměrně malých vzdálenostech. Je to podobná historie jako s éterem. Vysvětloval mnohé vlnové vlastnosti světla, ale když se vzaly na vědomí také výsledky Michelsonových pokusů...

Původní teoretické představy o rozpínání prostoru, založené na *obecné* teorii relativity, jsou se soudobými pozorováními v plné shodě. Jejich použití (a případné zobecnění) je v soudobé kosmologii nevyhnutelné. Názvy pro kosmologický model založený na těchto představách jsou „standardní model kosmologie“ a model „všeobecného souhlasu“ (*concordance model*). Nebo prostě model ΛCDM. Každý z těchto názvů vystihuje některé z předností tohoto modelu: jeho přijetí v široké odborné veřejnosti a jeho schopnost popsat současně astronomická pozorování zcela různého druhu. Nebo prostě zachycuje jeho fyzikální podstatu: rozpínání vesmíru od doby velkého třesku je kvantitativně určeno dvěma veličinami – hodnotou kosmologické konstanty Λ a hustotou „chladné temné hmoty“ (*cold dark matter*, CDM). Pro tento článek volíme název ΛCDM. Použití výrazu *model*, a ne teorie, vyjadřuje patřičnou opatrnost z ohledu na alespoň

1 Příslušné formulky a jejich fyzikální výklad jsou při větších hodnotách rudého posuvu **podstatně** odlišné.

pět tisíc let starou historii mylných kosmologických představ.

Tento článek rozvíjí a bez odborných nároků trochu zpřesňuje nedávný autorův článek ve *Vesmíru* [1] k témuž tématu. V podrobnostech o reliktním záření přitom odkazujeme na článek J. Langera ve *Vesmíru* [2]. Ve třech doplňcích pak předvádíme základní výpočty potřebné pro plné pochopení modelu ΛCDM, ale jenom na technické úrovni dostupné pro každého studenta fyziky. Shrnutí soudobých představ o rozpínajícím se vesmíru poskytuje obrázek 3, převzatý od Ch. Lineweavera a T. Davisové [3]. Čtenáři, který se teprve začíná seznamovat s tématem rozpínání vesmíru, doporučujeme přečíst si výborný a snadno dostupný článek týchž autorů z časopisu *Scientific American* [4].



Když se manipulací pomocí počítače odstraní z oblohy hvězdy naší galaxie, je vidět, že hustota jiných dobře viditelných galaxií je ve všech směrech zhruba stejná *(http://spider.ipac.caltech.edu/staff/jarrett/papers/LSS/)*.

Kosmologický princip

Časový a prostorový rámec dnešní *nespekulativní* kosmologie, to jest kosmologie poměrně dobře ověřené pozorováními, je jednoduchý v principu, ale přesto náročný na představivost. Částečnou úlevu poskytuje zavedení vhodných jednotek a návyk na jejich užívání: Gyr, tj. miliarda (Giga-) let a Gly, tj. miliarda světelných let. Rychlost světla je pak prostě rovná jedné, $c = 1$ Gly/Gyr.

Stáří vesmíru od velkého třesku je určeno na necelých 14 Gyr. Reliktní záření vzniklo pouze necelých 0,0004 Gyr (380 tisíc let) po velkém třesku.

Typický průměr galaxií je jen asi 0,000 1 Gly. Astronomové běžně pozorují galaxie a jejich mladé stadium, kvasary, vzdálené dnes až několik desítek Gly. Poloměr pro nás pozorovatelné části vesmíru je zhruba 46 Gly. Je to vzdálenost, ve které se dnes nachází pozůstatek zdroje dnes pozorovaného reliktního záření. V celém článku se budeme zabývat *jen touto částí vesmíru*, ale pro stručnost budeme většinou psát prostě „vesmír". S výjimkou příčiny a průběhu velkého třesku (malý zlomek vteřiny) je zde kosmologie ověřitelná pozorováními.

Kosmologie se zabývá především vlastnostmi vesmíru na *kosmologických škálách*, to jest zhruba na dnešních vzdálenostech srovnatelných nebo větších než 1 Gly. Astronomická pozorování rozložení galaxií v prostoru a především pozoruhodně přesná izotropie reliktního záření podporují *hypotézu* nazývanou *kosmologický princip*, že vesmír je na kosmologických škálách homogenní a izotropní. Tedy pozorovatel kdekoliv ve vesmíru vidí na velkých škálách zhruba totéž co v tutéž dobu vidí pozemští astronomové. Tato hypotéza je však ověřena jen s určitou přesností a k jejímu vysvětlení jsou konstruovány spekulativní modely průběhu velkého třesku (například takzvaná inflace), kterými se zde blíže zabývat nechceme.

Kosmologický princip zavedli kosmologové hned po vzniku obecné teorie relativity, což bylo tenkrát velmi odvážné. Jejich hlavním důvodem bylo podstatně zjednodušit kosmologické modely. Tento důvod platí do jisté míry dodnes.

Vesmír je na kosmologických škálách velice jednoduchý

Podle této hypotézy se všechny části vesmíru vyvíjejí od velkého třesku stejně a lze v nich v každou dobu určit jejich stáří t. Tím ale zavádíme pro celý vesmír všude platný takzvaný *kosmický čas* t. Sám vývoj vesmíru, především jeho rozpínání, slouží jako kosmické hodiny, které dnes ukazují oněch $t_0 \simeq 14$ Gyr.

» *Při rozpínání vesmíru není nic periodické v čase a nic se neopakuje.* «

Všimněme si, že jsme zavedli čas platný pro celý vesmír, aniž bychom pro celý vesmír zavedli inerciální vztažný systém. Podle pravidel speciální teorie relativity by to bylo třeba. V obecné teorii relativity to ale třeba není, a to je výhoda, protože *inerciální systém platný pro celý vesmír neexistuje*.

Vztažný systém používaný v kosmologii není inerciální. Zato jsou v něm definovány všude v prostoru *pevné body*. Ty se vůči okolnímu prostoru nepohybují a *změny jejich vzájemné vzdálenosti jsou plně způsobeny rozpínáním prostoru*.

Představme si pozorovatele pohybujícího se někde ve vesmíru. Podle kosmologického principu může v libovolném místě, stejně jako my na Zemi, pomocí Lorentzových transformací najít lokální inerciální vztažný systém, ve kterém je reliktní záření izotropní. V [2] je tento postup popsán podrobně pro případ Země, která se spolu se sluneční soustavou a naší galaxií také pohybuje. Výsledný vztažný systém je nehybný vůči prostoru ve svém okolí. Počátek jeho prostorových souřadnic je pevný bod – *bod v absolutním klidu*.

Pozorování ukazují, že vzdálené galaxie se vzhledem k takovým pevným bodům v jejich okolí pohybují[2] pomalu ve srovnání s rychlostmi, kterými jsou od nás unášeny. Proto lze tyto galaxie považovat pro naše účely s dostatečnou přesností za viditelná označení pevných bodů.

Souhrn pevných bodů v celém vesmíru spolu s kosmickým časem vytváří *„absolutní" prostoročasový vztažný systém* užívaný v kosmologii. Vzdálenosti mezi galaxiemi se mohou, na rozdíl od hmotných bodů v inerciálním systému, měnit urychleně, i když na ně nepůsobí žádné síly. Zrychlování nebo zpomalování rozpínání prostoru je proto možné. Vzdálené galaxie se také mohou od sebe vzdalovat nadsvětelnou rychlostí.

Dalším vítaným důsledkem kosmologického principu je velké zjednodušení popisu vesmíru v libovolně zvoleném okamžiku t, tj. popisu trojrozměrného prostoru. Pro úvahy o rozpínání prostoru stačí brát v úvahu jen jeden údaj: relativní vzdálenost libovolného páru galaxií, které jsou v absolutním klidu vůči prostoru v jejich okolí a na které nepůsobí žádné síly.

A teď ještě jeden, tentokrát i z hlediska obecné teorie relativity překvapivý výsledek kosmologických pozorová-

2 Takový mechanický pohyb prostorem se nazývá „pekuliární". Typická pekuliární rychlost galaxií je jenom asi $0{,}003c$.

Jan Hladký:
Rozkvetlý vesmír

ní: trojrozměrný prostor v našem vesmíru je v libovolně zvoleném okamžiku t s pozoruhodnou přesností rovný, to jest euklidovský! Často se říká *plochý prostor*, myšlen je ale prostor trojrozměrný. Nemusíme tedy brát v úvahu možnost zakřiveného prostoru, která v dřívějších kosmologických modelech byla důležitá, ale komplikovala je.

Závěr je, že si vesmír na kosmologických škálách můžeme bez nepřípustně hrubého zjednodušení představit v každém okamžiku kosmického času t jako přímou úsečku znázorňující prostor v tomto okamžiku. Vzdálenosti různých bodů na této úsečce od jejího počátku odpovídají radiálním vzdálenostem galaxií od pozorovatele nacházejícího se v počátku, nezávisle na směru, ve kterém se tyto galaxie nacházejí.

Vlastní vzdálenosti a unášené souřadnice

Ve speciální teorii relativity je prostor při všech fyzikálních procesech neměnný. V obecné teorii relativity je prostor elastický, může se rozpínat nebo smršťovat[3], a to v závislosti na počátečních podmínkách a na množství a druzích hmoty a energie, které prostor obsahuje. V článku ve *Vesmíru* [1] jsme tyto vlastnosti prostoru znázornili tenkou rovnou gumovou šňůrkou, která se může natahovat (rozpínat) nebo smršťovat. Když se šňůrka rozpíná, tak rostou vzdálenosti mezi na ní přidělanými dopisními sponami. V tomto článku tento jednoduchý model prostoru zpřesníme, ale také poukážeme na jeho nedostatky.

Dopisní spony představují pevné body v prostoru. Skutečné, takzvané *vlastní vzdálenosti* pevných bodů od pozorovatele, který je v nějakém z těchto bodů, budeme značit $D(t)$. Jsou to vzdálenosti naměřené v okamžiku t. Pro jejich kvantitativní popis je třeba v prostoru zavést vhodný souřadný systém.

Pevné body, pravidelně rozložené a výhodně očíslované, vytvářejí v prostoru souřadný systém jako rysky na pravítku. Tato bezrozměrná čísla budeme značit χ. Vzájemné vlastní vzdálenosti těchto pevných bodů však při rozpínání prostoru rostou. Z hlediska pozorovatele jsou body takového souřadného systému od něj *unášeny* do dálky rozpínajícím se prostorem. Proto budeme χ nazývat *unášené*[4] *souřadnice*. Hodnoty unášených souřadnic pevných bodů se při rozpínání prostoru nemění, což umožňuje přehledný popis poloh v rozpínajícím se prostoru. Pozorovatelova unášená souřadnice je $\chi = 0$.

Pro nalezení vztahu mezi vlastními vzdálenostmi $D(t)$ a unášenými souřadnicemi je výhodné unášené souřadnice zvolit tak, aby byly úměrné vlastním vzdálenostem $D(t_0)$ právě dnes ($t = t_0$),

$$D(t_0) = R_0\chi. \tag{1}$$

Faktor této úměrnosti R_0 má rozměr vzdálenosti. Je to dnešní vlastní vzdálenost pevného bodu s unášenou souřadnicí $\chi = 1$.

Podle kosmologického principu je přírůstek vzdáleností mezi pevnými body s časem dán všude stejným faktorem, protože stejné vzdálenosti se všude prodlužují stejně. Proto se dá průběh rozpínání prostoru s časem popsat jedinou funkcí času $a(t)$. Ta vyjadřuje, jak se v kosmickém čase t vzdálenosti $D(t)$ galaxií liší od jejich vzdáleností dnes. Jsou úměrné jejich dnešním vzdálenostem, to jest jejich unášeným souřadnicím,

$$D(t) = a(t)D(t_0) = a(t)R_0\chi. \tag{2}$$

Bezrozměrná funkce $a(t)$ je faktor této úměrnosti. Dnes je $a(t_0) = 1$, v minulosti bylo $a(t)$ menší než 1 a brzy po velkém třesku bylo $a(t)$ téměř nula. V budoucnu asi $a(t)$ dále poroste. Tato funkce popisuje, jak rostou velké škály při rozpínání prostoru. Funkce $a(t)$ se proto nazývá *kosmický škálový faktor*[5]. Závislost $a(t)$ na kosmickém čase t je v podstatě historie rozpínání vesmíru.

Pomocí kosmického škálového faktoru lze každé události ve vesmíru (například výbuchu nějaké supernovy) v době t a vlastní vzdálenosti $D(t)$ přiřadit na čase nezávislou unášenou souřadnici

$$\chi = \frac{D(t)}{a(t)R_0}, \tag{3}$$

která podle vztahu (1) určuje dnešní polohu pevného bodu, kde se tato událost stala.

Rychlost unášení

V kosmologii je poučné určit rychlosti, kterými jsou vzdálené galaxie od nás unášeny. Takovou rychlost nazveme *rychlost unášení* $u(t)$ (*recession velocity*). Z výrazu (2) pro vlastní vzdálenost snadno odvodíme, jakou rychlostí jsou galaxie unášeny od pozorovatele v čase t,

$$u(t) = \dot{D}(t) = \dot{a}(t)D(t_0) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}D(t), \tag{4}$$

a tudíž

$$u(t) = H(t)D(t). \tag{5}$$

Faktor úměrnosti $H(t)$ se nazývá *Hubbleův parametr* nebo *Hubbleův faktor*, který těsně souvisí se škálovým faktorem,

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}. \tag{6}$$

Zdůrazňujeme, že $H(t)$ závisí na kosmickém čase. Proto se také rychlost unášení galaxií v určité vzdálenosti od nás mění s časem. Od velkého třesku sice klesá, ale pravděpodobně se blíží k nenulové konstantní hodnotě (to předpovídá model ΛCDM).

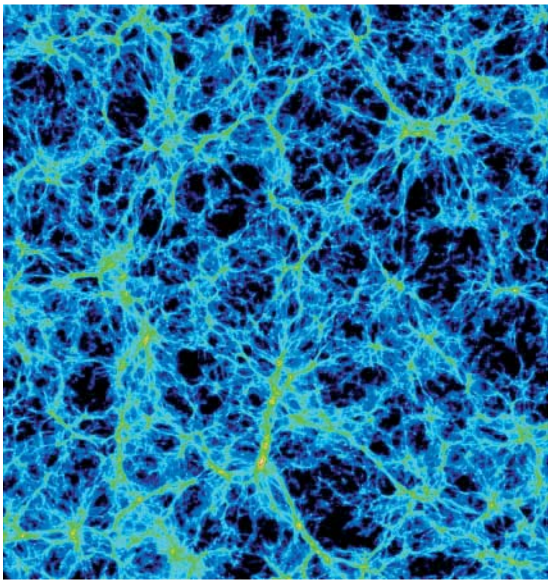
Z *přesného* vztahu (5) plyne, že vzdálenosti mezi dvěma libovolnými galaxiemi rostou tím rychleji, čím jsou tyto galaxie od sebe vzdálenější. Jinými slovy, rychlost unášení $u(t)$ jednotlivých galaxií od naší galaxie v době t závisí lineárně na vlastní vzdálenosti těchto galaxií $D(t)$ právě v tuto dobu t. To platí rigorózně v každou dobu i pro největší vzdálenosti ve vesmíru.

Přesnost vztahu (5) má ale určitou nevýhodu. Astronom, který pozoruje vzdálenou galaxii, ji vidí tako-

3 Zakřivování prostoru můžeme pro naše účely zanedbat.

4 Tento termín, odpovídající anglickému termínu *comoving coordinates* a německému *mitbewegte* nebo *mitgeführte Koordinaten*, není v české odborné literatuře ustálený. Vystihuje skutečnost, že pevné body se při rozpínání prostoru od sebe vzdalují, ačkoliv se nepohybují.

5 Mnozí autoři tak nazývají funkci $R(t) = a(t)R_0$, která má rozměr vzdálenosti.



Počítačová simulace velkoškálové struktury vesmíru. *(http://cfa-www.harvard.edu)*

vou, jaká byla a kde byla v minulosti, v době t_{em}, kdy bylo světlo, které dnes vidí, emitováno. Chce-li použít vztah (5) k určení rychlosti unášení té galaxie z její naměřené vzdálenosti, musí do něj dosadit $t = t_{em}$. Takže potřebuje hodnotu $H(t_{em})$, a tudíž informaci o historii rozpínání vesmíru.

Pro nepříliš vzdálené galaxie je tato nevýhoda zanedbatelná. Jelikož je pak $t_{em} \simeq t_0$, lze všechny pozorované veličiny aproximovat jejich hodnotami dnes, takže vztah (5) lze použít v jeho dnešní podobě

$$u(t_0) = H_0 D(t_0). \qquad (7)$$

Faktor úměrnosti $H_0 = H(t_0)$ je Hubbleova konstanta.

Vztah (7) je jedna z nejčastěji uváděných verzí slavného Hubbleova zákona. Ačkoliv je to vztah přesný, je pro interpretaci astronomických pozorování použitelný jenom přibližně, protože je třeba zanedbat závislost všech veličin na čase t. Nicméně je to vztah velice užitečný a sehrál ve vývoji moderní kosmologie klíčovou roli. Proto poznamenáváme, že byl správně odvozen a srovnán s tehdejšími daty G. Lemaîtrem dva roky před Hubblem, již v roce 1927.

Zmíněná nevýhoda přesnosti vztahu (5) se ale obrací ve velkou výhodu, jakmile jsou kosmický škálový faktor $a(t)$ a tudíž také $H(t)$ jednou známy. Pak tento vztah poskytuje spolehlivé informace o rychlostech unášení v kteroukoliv dobu.

Z přesného lineárního vztahu (5) mezi rychlostí unášení a vzdáleností plyne, že rychlost unášení vzdálených galaxií roste s jejich vzdáleností neomezeně. Můžeme si například pro každou dobu t spočítat, na které vzdálenosti dosahuje u hodnoty rychlosti světla c:

$$D_H(t) = \frac{c}{H(t)}. \qquad (8)$$

Tato vzdálenost se nazývá *Hubbleova vzdálenost* $D_H(t)$. Všimněme si, že roste s časem, jestliže $H(t)$ s časem klesá.

Dnes je $D_H(t_0) = c/H_0$. Mnoho námi pozorovaných galaxií a kvazarů se v současnosti nachází dál než $D_H(t_0)$, a jsou tedy od nás unášeny *nadsvětelnou* rychlostí. Je to příklad nepoužitelnosti pravidel speciální teorie relativity při pozorování vzdálených astronomických objektů.

Kosmologický rudý posuv

Rudý posuv, označovaný z, vyjadřuje změnu vlnové délky světla faktorem $(1 + z)$,

$$\lambda_{obs} = (1+z)\lambda_{em}. \qquad (9)$$

Zde jsou λ_{obs} a λ_{em} vlnové délky světla při jeho pozorování a jeho emisi.

V obecné teorii relativity jsou tři principiálně odlišné druhy posuvu vlnové délky světla:

- Dopplerův jev způsobený pohybem zdroje nebo pozorovatele;
- posuv způsobený rozdílem gravitačního potenciálu;
- rudý posuv způsobený rozpínáním prostoru.

Při pohybu světla rozpínajícím se prostorem narůstá jeho vlnová délka postupně a v různých dobách různě rychle, podle toho, jak rychle se zrovna prostor rozpíná. Výsledný rudý posuv tedy závisí na historii rozpínání prostoru, a zachycuje tudíž dlouhodobý vývoj vesmíru. Proto se mu říká *kosmologický rudý posuv.*

Vzdálenosti mezi hřebeny světelných vln rostou stejně jako vlastní vzdálenosti mezi galaxiemi. Kosmologický rudý posuv světla emitovaného v době $t_{em} < t_0$ a pozorovaného dnes pak plyne ze vztahu (9) a z rovnice (2), ve které dosadíme λ_{em} místo $D(t)$ a λ_{obs} místo $D(t_0)$,

$$1 + z(t_{em}) = 1/a(t_{em}). \qquad (10)$$

Vztah (10) je, podobně jako vztah (5) mezi rychlostí unášení a vzdáleností, *přesný* v každou dobu i pro největší vzdálenosti ve vesmíru. Tudíž obecně platí, že se vlnová délka prodloužila tolikrát, kolikrát se za dobu letu světla k nám zvětšila vzdálenost mezi místem jeho emise a námi. Pozorování kosmologického rudého posuvu je tak bezprostředním zdrojem informace o rozpínání prostoru v minulosti.

Celá úvaha je nezávislá na případném pohybu zdroje světla, a nejedná se tudíž o Dopplerův jev způsobený pohybem zdroje[6]. Pokud se zdroj nebo pozorovatel pohybují vzhledem k jejich okolnímu prostoru, vzniká v důsledku Dopplerova jevu *dodatečný* kladný nebo záporný příspěvek k rudému posuvu. Celkový rudý posuv je pak kombinací kosmologického a dopplerovského rudého posuvu. Při studiu vzdálených galaxií a kvasarů s kosmologickým rudým posuvem blízko jedné a větším je dopplerovský příspěvek k rudému posuvu zanedbatelný. Vzdálené galaxie lze tedy při astronomických měřeních ve velmi dobrém přiblížení považovat za pevné body.

Jak brzy vysvětlíme, je v soudobé kosmologii závislost kosmického škálového faktoru $a(t)$ na kosmickém čase t dosti dobře určená. Protože prostoru od velkého třesku stále přibývá, je $a(t)$ monotónně rostoucí funkce, a lze k ní jednoznačně zavést funkci inverzní, kterou označíme $\tilde{a}$, to jest $\tilde{a}(a(t)) = t$. Vztah (10) pak lze obrátit,

$$t_{em} = \tilde{a}\left(\frac{1}{1+z(t_{em})}\right), \qquad (11)$$

a použít k určení hodnoty t_{em} z naměřené hodnoty $z(t_{em})$.

6 Míněn je dobře známý nerelativistický nebo speciálně-relativistický Dopplerův jev.

» *Kosmologie se zabývá především vlastnostmi vesmíru na kosmologických škálách, to jest zhruba na dnešních vzdálenostech srovnatelných nebo větších než 1 Gly.* «

Uzavírání galaxií na snímku z Hubbleova teleskopu. *Zdroj: NASA*

Friedmannova-Lemaîtrova rovnice pro vývoj kosmického škálového faktoru $a(t)$

Dosud jsme se zabývali jen kinematikou rozpínání prostoru. Přitom jsme vyjádřili různé veličiny pomocí jediné neznámé funkce času – kosmického škálového faktoru $a(t)$. Pro její určení je třeba studovat dynamiku rozpínání prostoru, plynoucí z obecné teorie relativity.

Einsteinovy rovnice obecné teorie relativity popisují vzájemné dynamické působení elastického prostoročasu s hmotou a energií, které jsou v něm obsaženy. Jejich aplikace na různé fyzikální jevy vede v mnoha případech ke značným problémům matematického i výkladového charakteru. Tuto odstrašující poznámku děláme proto, abychom zdůraznili úžasnou jednoduchost diferenciální rovnice pro časový vývoj škálového faktoru $a(t)$, která z obecné teorie relativity plyne za předpokladu platnosti kosmologického principu:

$$\ddot{a}(t) = -\frac{4\pi G}{3}\rho_M(t)a(t) + \frac{c^2\Lambda}{3}a(t). \qquad (12)$$

Zde je G Newtonova gravitační konstanta a Λ je Einsteinova kosmologická konstanta. Funkce $\rho_M(t)$ je hustota hmoty (*matérie*), o níž se předpokládá, že je na kosmologických škálách homogenní. Rozpínáním prostoru se zmenšuje nepřímo úměrně objemu, takže platí

$$\rho_M(t) = \rho_M(t_0)/a^3(t). \qquad (13)$$

Zanedbali jsme tlak záření, což je oprávněné pro celou historii vesmíru až na prvních asi 0,000 1 Gyr.

Rovnice (12) je určitou kombinací dvou diferenciálních rovnic, které za předpokladu platnosti kosmologického principu z obecné teorie relativity pro užití v kosmologii odvodili a studovali Einstein, Friedmann, Lemaître, Robertson, Walker a jiní teoretikové. Název těchto rovnic je v literatuře spojován s různými podskupinami uvedených jmen. My budeme i rovnici (12) nazývat *Friedmannova-Lemaîtrova rovnice* (FL rovnice). Pro pochopení rozpínání prostoru je nejvýhodnější. Její levá strana je zrychlení rozpínání prostoru, a tato FL rovnice tudíž připomíná Newtonovu pohybovou rovnici v mechanice hmotného bodu[7]. Zdůrazňujeme, že přes svou jednoduchost, která je důsledkem jednoduchosti kosmologického principu, je to rovnice obecné teorie relativity[8]!

FL rovnice popisuje časový vývoj $a(t)$ v závislosti na hustotě hmoty obsažené ve vesmíru a na hodnotě kosmologické konstanty. Je zadána třemi parametry G, $\rho_M(t_0)$ a Λ. Stejně jako Newtonova rovnice musí být doplněná počátečními podmínkami. V důsledku znamének členů na pravé straně je zjevné, že hmota působí proti rozpínání prostoru, má tendenci je brzdit. Kladná kosmologická konstanta zato rozpínání urychluje. Podle volby členů na pravé straně a počátečních podmínek dostáváme řadu poučných a i zábavných kosmologických modelů (viz doplněk 1).

7 Tato zdánlivá podoba podpořila zavedení nesprávné „newtonovské“ kosmologie, za niž Newton nemůže.

8 Její odvození ale vůbec jednoduché není a vyžaduje dobrou znalost obecné teorie relativity.

Einstein si v roce 1917 představoval vesmír statický, $\dot{a}(t) = 0$, a tudíž $\ddot{a}(t) = 0$. Jelikož přirozeně chtěl konstantní nenulové ρ_M, musel zvolit $\Lambda = 4\pi G\rho_M \neq 0$. Tím vstoupila Einsteinova kosmologická konstanta do fyziky. Einstein se jí sice brzy vzdal, ale jiní kosmologové a fyzikové později byli a dodnes jsou rádi, že se na něj mohou odvolat, když kosmologickou konstantu pro své modely potřebují.

De Sitter už v roce 1917 zkusil, jak by vypadal vesmír s nenulovou kosmologickou konstantou, ale bez hmoty. Jak lze dnes snadno odvodit z rovnice (12), prostor v takovém vesmíru se rozpíná exponenciálně rychle. Na to ale přišel až Lemaître v roce 1927.

Friedmann a později Einstein spolu s de Sitterem a jiní teoretikové studovali opačnou situaci: vesmír s hmotou, ale bez kosmologické konstanty. Počáteční rychlé rozpínání prostoru se zde stále zpomaluje.

Lemaître již okolo roku 1930 navrhoval a studoval model rozpínajícího se vesmíru s obojím, s hmotou i s kosmologickou konstantou. Tento model je v podstatě předchůdcem dnešního standardního kosmologického modelu ΛCDM.

Soudobý kosmologický model ΛCDM

Po zhruba osmdesáti letech výzkumu dospěla většina kosmologů a astronomů k názoru, že dnes známá data z různých astronomických pozorování jsou v souhlasu s FL rovnicí (12), jestliže jsou na její pravé straně dosazeny určité hodnoty parametrů, které se najdou v nejnovějších tabulkách. My je nejprve jen pokud možno názorně popíšeme, abychom se vyhnuli detailům, které pro chápání rozpínání prostoru nejsou podstatné.

Dnešní hustota hmoty $\rho_M(t_0)$, to jest hmota obsažená v objemu velikosti nějaké kosmologické škály dělená tímto objemem, přepočítaná na škálu pozemskou, je jen o trochu více než hmota jednoho atomu vodíku na krychlový metr. Většina této hmoty je takzvaná „chladná temná hmota“, která není opticky viditelná. Název „temná“ je nešťastný (temné mraky bývají dobře vidět), ale bohužel ustálený. Výrazem „chladná“ se vyjadřuje představa hmoty pohybující se vůči okolnímu prostoru rychlostmi podstatně nižšími, než je rychlost světla.

Člen s kosmologickou konstantou Λ na pravé straně FL rovnice je, až na určité a pro naše účely nepodstatné faktory, většinou interpretován jako hustota energie v prázdném prostoru. Říká se jí energie vakua, nebo, obecněji a ještě záhadněji, „temná energie“. Její *konstantní* hodnota (nezávislá ani na čase, ani na poloze) odpovídá klidové energii (podle $E = mc^2$) necelých čtyř atomů vodíku na krychlový metr.

Spolu s naměřenou hodnotou Hubbleovy konstanty H_0 je tím model ΛCDM zadán. FL rovnici lze snadno vyřešit a určit funkci $a(t)$ (viz doplněk 1). Tím máme historii rozpínání vesmíru od 0,000 1 Gyr po velkém třesku[9] až do současnosti kvantitativně pohromadě. Několik jednoduchých údajů je uvedeno v [1] a pár z nich si spočítáme v doplňku 1. Zde jen shrnujeme, že se původně velmi rychlé rozpínání prostoru prvních asi 7 Gyr po velkém třesku vlivem hmoty zpomalovalo.

9 Přidáme-li do FL rovnice záření, lze proniknout za cenu o něco složitější dynamiky kvantitativně daleko blíže k velkému třesku. Kvalitativně ale bylo tehdy rozpínání vesmíru podobné jako později.

Doplněk 1:
Spočítejme si náš vesmír

Nejprve si přepíšeme FL rovnici (12) pomocí tří parametrů, které jsou při studiu kosmologických modelů užívány nejvíce a které nahrazují G, $\rho_M(t_0)$ a Λ:

$$H_0^2 = \frac{1}{3}\left(8\pi G\rho_M(t_0) + c^2\Lambda\right), \tag{17}$$

$$\Omega_M = \frac{8\pi G}{3H_0^2}\rho_M(t_0), \quad \Omega_\Lambda = \frac{c^2\Lambda}{3H_0^2}. \tag{18}$$

Pozorovaná plochost prostoru je možná pouze při splnění určitého vztahu mezi parametry G, $\rho_M(t_0)$ a Λ (hustota energie musí mít „kritickou" hodnotu), který má při použití nových parametrů jednoduchý tvar:

$$\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1. \tag{19}$$

Hodnoty těchto parametrů v ΛCDM modelu jsou podle posledních měření

$$H_0 = 73\frac{km}{s.Mpc} = 0.075\frac{c}{Gly}, \quad \Omega_M = 0.24, \quad \Omega_\Lambda = 0.76. \tag{20}$$

FL-rovnice (12) s použitím vztahů (13), (17) a (18) dostává tvar

$$\ddot{a}(t) = H_0^2\left(-\frac{1}{2}\Omega_M\frac{1}{a^2(t)} + \Omega_\Lambda a(t)\right) \tag{21}$$

Je snadné najít její přesné řešení s počátečním rychlým růstem nejprve malého $a(t)$ při $t \simeq 0$ (počáteční podmínky brzy po velkém třesku). Je ale poučné se nejdříve podívat na řešení přibližná.

Pro *malé* $t \ll t_0$ a tudíž malé $a(t)$ dominuje na pravé straně člen $\propto a^{-2}$, to jest člen daný hustotou hmoty. Zanedbáme-li druhý člen na pravé straně, to jest příspěvek kosmologické konstanty, dostaneme

$$a(t) \propto t^{2/3}, \quad \ddot{a}(t) \propto -t^{-4/3}, \quad H(t) \propto t^{-1}, \quad D_H(t) \propto t. \tag{22}$$

Rozpínání prostoru se zde zpomaluje, a proto $D_H(t)$ roste. Tak si představovali vesmír Einstein a de Sitter v roce 1931 a většina kosmologů až do poloviny 90. let minulého století (přičemž připouštěli dnes vyloučenou možnost podstatného zakřivení prostoru).

Pro *velké* $t \gg t_0$ a tudíž velké $a(t)$ dominuje na pravé straně (21) příspěvek kosmologické konstanty. Zanedbáme-li příspěvek hmoty úplně, dostaneme druhou nejjednodušší pohybovou rovnici ve fyzice (po $\ddot{a}(t) = 0$),

$$\ddot{a}(t) \propto a(t) \propto \exp\left(H_\infty t\right), \tag{23}$$

kde

$$H_\infty = H(t = \infty) = H_0\sqrt{\Omega_\Lambda}. \tag{24}$$

Zde je H_∞ hodnota Hubbleova parametru $H(t)$ v daleké budoucnosti. Model vesmíru s vlastnostmi (24) se nazývá de Sitterův model, jako uznání jeho práce z roku 1917. Nejenom $a(t)$, ale také $\ddot{a}(t)$ rostou exponenciálně. Rozpínání prostoru se zrychluje exponenciálně a k žádnému zpomalení rozpínání nedochází.

Nyní přesné řešení FL rovnice (21):

$$a(t) = \left(\frac{\Omega_M}{\Omega_\Lambda}\right)^{1/3}\sinh^{2/3}\left(3\sqrt{\Omega_\Lambda}H_0 t/2\right). \tag{25}$$

Je to o moc složitější než Keplerovy-Newtonovy elipsy?

Obě předchozí přiblížení se snadno odvodí. Teď však můžeme například také spočítat, kdy si zhruba vyměnila hlavní roli. Kdy se změnilo záporné znaménko zrychlení u hmotou dominovaného rozpínání prostoru na kladné znaménko zrychlení rozpínání ve vesmíru dominovaném kosmologickou konstantou? V ΛCDM modelu je $\ddot{a}(t) = 0$ pro $t \simeq 7$ Gyr. Dnes už tedy převažuje kosmologická konstanta a vesmír se rozpíná urychleně.

Zhruba[1] lze spočítat mnoho dalších zajímavých vlastností vesmíru. Například jeho stáří t_0 odhadneme vyřešením rovnice $a(t_0) = 1$. Dnešní poloměr pozorovatelné části vesmíru lze odhadnout volbou $t_{em} \simeq 0$ ve vztahu (16).

Z hodnoty H_0 pomocí Hubbleova zákona (7) snadno spočítáme rychlosti unášení u objektů vzdálených od nás dnes například 1 Gly, 14 Gly = D_H nebo 46 Gly. Mají dnes hodnotu zhruba $(1/14)c$, $1c$ nebo $3c$. Jejich rudý posuv dostaneme, známe-li $a(t)$, použitím vztahu (16), z nějž lze určit t_{em}, které pak dosadíme do (10). Příslušné hodnoty jsou zhruba z = 0,07, 1,5 nebo 1 100.

Výslednou závislost Hubbleovy vzdálenosti na čase, $D_H(t)$, je nejlépe odečíst z obr. 3 (Hubble sphere). Všimněme si přitom na obr. 3(a), že dnes je $D_H(t_0) \simeq ct_0$ ($\simeq$ 14 Gly). Jak je vidět z tvaru funkce $D_H(t)$, je to *náhodná* číselná koincidence, která neplatila ani v minulosti, ani nebude platit v budoucnosti. Hubbleova vzdálenost $D_H(t)$ *není* úměrná t.

Předpovědi do budoucnosti jsou v ΛCDM modelu také snadno spočitatelné, ale – jako u všech modelů – nejisté. Hubbleův parametr a Hubbleova vzdálenost budou v de Sitterově vesmíru na čase nezávislé. Světlo galaxií, které se od nás vzdálí téměř na Hubbleovu vzdálenost, bude od nás unášeno téměř rychlostí světla pryč. Proto mu bude trvat velmi dlouho, než k nám doletí, přičemž zeslábne a „zrudne" natolik, že tyto galaxie prakticky nebudou vidět. A všechny unášené galaxie se jednou dostanou až na Hubbleovu vzdálenost, viz obr. 3 (c). Alespoň na velkých škálách bude vesmír prázdný, a proto nudný.

1 Nesmíme zapomenout, že ΛCDM model není použitelný pro velmi malé t.

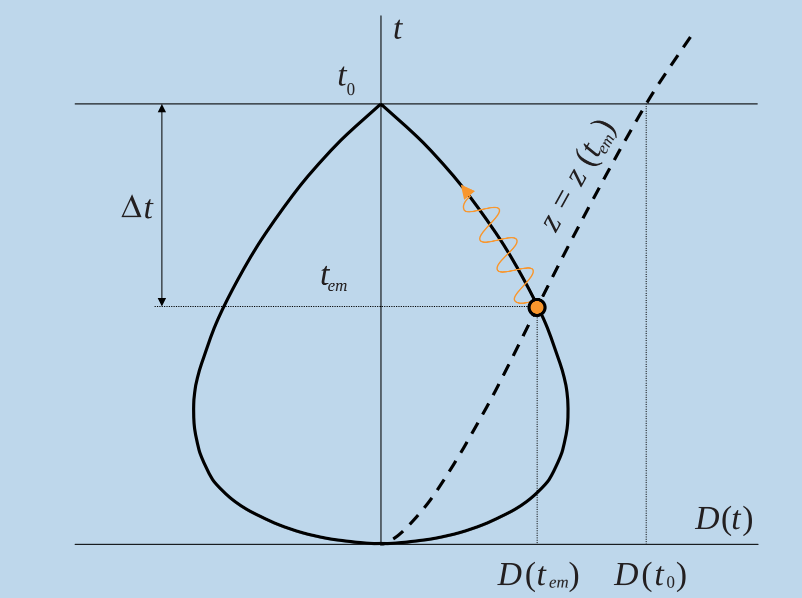
» Předpovědi do budoucnosti jsou v ΛCDM modelu také snadno spočitatelné, ale – jako u všech modelů – nejisté. «

Hodnota Hubbleova parametru (5) a (6) klesala nepřímo úměrně s časem, $H(t) \propto 1/t$. Hubbleova vzdálenost (8) proto stoupala úměrně stáří vesmíru, $D_H(t) \propto t$. Další vývoj vesmíru popíšeme později.

Pro podrobnější popis historie rozpínání vesmíru je třeba si vyjasnit, co z ní vlastně astronomové mohou pozorovat.

Světelný kužel v rozpínajícím se prostoru

Tady narážíme na základní nedostatek většiny modelů znázorňujících rozpínání prostoru, jako jsou gumová šňůrka, nafukovací balon, kynoucí těsto a podobně. Jejich uživatel může získat klamný dojem, že lze v kte-



Obr. 1
Tvar našeho světelného kuželu, připomínající slzu. Pro názornost je prostorová vzdálenost od nás $D(t)$ na vodorovné ose nanesena dvakrát, vlevo se záporným znaménkem. Na svislé ose je kosmický čas t nanesen jako součin ct. Proto v době $t \simeq t_0$ (malé $\Delta t = t_0 - t$), pro níž zhruba platí speciální teorie relativity, se kužel rozšiřuje s rostoucím Δt pod úhlem 45°. Ve vzdálenější minulosti je jeho tvar podle obecné teorie relativity dán vztahem (14) s $t_{em} = t$ nebo vztahem (29).

Ukázána je také světočára nějaké galaxie (pevného bodu), protínající světelný kužel v době t_{em} ve vzdálenosti $D(t_{em})$. Rudý posuv této galaxie je $z(t_{em})$, daný vztahem (10). Její dnešní vzdálenost $D(t_0)$ a její unášená souřadnice χ jsou dány vztahy (16) a (1). Hodnota kterékoliv z těchto veličin zadává na obrázku (při známém $a(t)$) celou světočáru galaxie. Nejspolehlivější je k tomu použít bezprostředně měřitelný rudý posuv $z(t_{em})$.

roukoliv dobu celý vesmír vidět naráz z nějakého vnějšího nadprostoru a určit vlastní vzdálenosti $D(t)$ mezi kosmickými objekty. Astronomové na tom tak dobře nejsou. Sedí uvnitř našeho trojrozměrného prostoru a jsou odkázáni na elektromagnetické vlny, především na světlo, kterým trvá dlouho, než k nim doletí. Vidí jen do minulosti vzdálených objektů. Přesněji řečeno, vidí jen události ležící v prostoročasu na našem minulém světelném kuželu.

Proto je výhodné při interpretaci astronomických pozorování měřit čas ode dneška do minulosti (*look-back time*). Dobu letu světla od jeho emise v okamžiku t_{em} až po jeho detekci dnes označíme $\Delta t = t_0 - t_{em}$. Pro správnou interpretaci pozorování je třeba mít jasnou představu o vztahu mezi Δt, vzdáleností pozorovaných objektů v okamžiku emise a jejich rudým posuvem z.

Připomínáme, že ve speciální teorii relativity se vzdálenost pozorovaných objektů v okamžiku emise rovná době, která uplynula od emise pozorovaného světla, násobené rychlostí světla c, to jest $D(t_{em}) = c\Delta t$. Diferenciální forma tohoto vztahu je $dD(t_{em}) = -cdt_{em}$. Každému pozorovateli přísluší v okamžiku pozorování v prostoročasu světelný kužel, na němž se v okamžiku emise nacházely zdroje světla, které právě pozoruje. Jeho šířka roste lineárně s dobou letu světla Δt.

V rozpínajícím se prostoru je vzdálenost pozorovaných objektů v okamžiku emise $D(t_{em})$ také funkcí doby letu světla Δt, která však není lineární, a dokonce není ani monotónní. Důvodem je, že světlo mířící k pozorovateli se k němu většinou neblíží rychlostí světla c, nýbrž rychlostmi různými, někdy se i vzdaluje. Jelikož speciální teorie relativity lokálně platí, pohybuje se světlo na každém místě ve vesmíru *rychlostí c vůči okolnímu prostoru*. Pak je ovšem *světlo tímto prostorem také unášeno*.

Například všechno světlo mířící k nám, ale nacházející se od nás v době $t < t_0$ dál, než byla v tuto dobu Hubbleova vzdálenost $D_H(t)$, bylo od nás v době t unášeno pryč. Tak tomu bylo u světla vyzářeného zdrojem, který byl v době emise od nás unášen nadsvětelnou rychlostí. Když později Hubbleova vzdálenost narostla, mohlo se toto světlo stát bližším než nová Hubbleova vzdálenost, začalo se k nám přece jen přibližovat a mohlo k nám později doletět. Tudíž díky růstu Hubbleovy vzdálenosti mohou astronomové *vidět i objekty, které byly v době emise od nás unášené nadsvětelnou rychlostí*.

Důsledkem je, že můžeme vidět i velmi staré objekty s $\Delta t \approx t_0$, které byly brzy po velkém třesku velmi blízko k nám, $D(t_{em}) \approx 0$, ale byly unášeny od nás pryč vysoce nadsvětelnou rychlostí, $u \gg c$. Jejich světlo pak bylo také dlouho unášeno od nás pryč, a teprve daleko později a ve velké dálce se díky zvětšení Hubbleovy vzdálenosti začalo blížit k nám. Takže nás dostihuje teprve dnes.

Náš světelný kužel má proto dosti složitý tvar. Ale jeho kvalitativní pochopení je pro chápání rozpínání vesmíru naprosto podstatné, a proto ho popíšeme. Pro malé $\Delta t \approx 0$ platí zhruba pravidlo speciální teorie relativity $D(t_{em}) \approx c\Delta t$, světelný kužel se s rostoucím Δt rozšiřuje. Ale pak se přestane rozšiřovat a s dále rostoucím Δt se zase zužuje. Pro velké $\Delta t \approx t_0$, tedy brzy po velkém třesku, je $D(t_{em}) \approx 0$. Pro $t_{em} \approx 4$ Gyr ($\Delta t \approx 10$ Gyr) dosáhlo $D(t_{em})$ podle modelu ΛCDM maximální hodnoty okolo 5 Gly. Je to tvar připomínající povrch slzy (*tear-drop form*)[10]. Tento tvar, který je vidět na obr. 1 a také na obr. 3(a), spočítáme v doplňku 2. Je jednoznačně zadán funkcí $a(t)$:

$$D(t_{em}) = a(t_{em})c \int_{t_{em}}^{t_0} \frac{dt'}{a(t')}. \qquad (14)$$

Zdůrazněme, že $D(t_{em})$ v předchozích úvahách je vlastní vzdálenost zdroje od nás v době emise. Řekněme, že astronomové naměří u nějakého vzdáleného zdroje hodnotu jeho rudého posuvu $z(t_{em})$, přičemž je hodnota t_{em} nejprve neznámá. Ze známé (nebo předpokládané) funkce $a(t)$ ji ale mohou pomocí vztahu (11) určit, a pak ze vztahu (14) spočítat vzdálenost zdroje v době emise. Také tehdejší rychlost unášení zdroje plyne ze vztahu (5),

$$u(t_{em}) = H(t_{em})D(t_{em}). \qquad (15)$$

Dnes je tento zdroj úplně jinde, a sice podle rovnice (2) ve vzdálenosti větší,

$$D(t_0) = \frac{D(t_{em})}{a(t_{em})} = c\int_{t_{em}}^{t_0} \frac{dt'}{a(t')}. \qquad (16)$$

10 Nazývat takový tvar „kužel“ se zdá být nevhodné, ale tak tomu není. V doplňku 3 zavedeme pomocí jednoduché transformace novou, velice užitečnou časovou souřadnici (takzvaný konformní čas), která spolu s unášenými souřadnicemi dává takovému světelnému kuželi skutečně tvar kužele.

To se hodí k určení hodnoty jeho unášené souřadnice pomocí vztahu (1). Také rychlost unášení zdroje dnes je pak dána vztahem (7).

Čtenář si pomocí rovnic (2) a (5) snadno spočítá vzdálenost a rychlost unášení zdroje v libovolnou dobu. Z naměřené hodnoty $z(t_{em})$ nějakého zdroje lze tedy na základě znalosti světelného kužele spočítat celou světočáru zdroje, která protíná kužel v bodě $(D(t_{em}), t_{em})$.

Jak se modely ověřují pozorováním

Vlastní vzdálenosti $D(t)$ jsou užitečné pro názorné zobrazení prostoročasu v našem vesmíru. Nejsou ale ze Země bezprostředně měřitelné, protože jsou založené na prakticky nerealistické představě okamžitého změření celé vzdálenosti v jednom okamžiku t. Při takovém[11] měření by rozpínání prostoru nehrálo žádnou roli.

Prakticky pro nás měřitelná je jenom vzdálenost, kterou urazilo světlo na cestě od zdroje k nám. Jeho světočára ale leží na světelném kuželu, a tato vzdálenost proto rozpínáním prostoru ovlivněna je. Nicméně pomocí $a(t)$ lze z takové vzdálenosti spočítat vzdálenost vlastní.

Astronomové měří u vzdálených zdrojů světla kromě rudého posuvu z také jejich zdánlivou světelnost. Je-li absolutní světelnost známá, jako je tomu u supernov typu Ia, lze z poměru obou světelností a s patřičným ohledem (který zde nebudeme popisovat) na rozpínání prostoru během letu světla získat například vlastní vzdálenost zdroje dnes a jeho unášenou souřadnici $D(t_0) = R_0\chi$.

Nyní je možné srovnat takto naměřenou hodnotu s hodnotou dnešní vlastní vzdálenosti vypočítanou pomocí nějaké zvolené funkce $a(t)$ z nezávisle naměřeného rudého posuvu zdroje. Astronomové a kosmologové toto dělají s mnoha zdroji a zkoušejí mnoho funkcí $a(t)$, až dosáhnou – v rámci chyb měření a statistických fluktuací – uspokojivé shody. Tak zhruba vznikl model ΛCDM. Tento postup je ilustrován na obr. 2 převzatém z [3].

Tento model je pak úspěšně používán a dále zpřesňován především při analýze reliktního záření, ale také pro studium rozložení galaxií v prostoru, procesu jejich vzniku a podobně. Odtud pochází název „model všeobecného souhlasu“.

Časté otázky k rozpínání prostoru

Je třeba zdůraznit, že rozpínání prostoru jako přírodní jev plynoucí z obecné teorie relativity a potvrzený mnoha pozorováními v astronomii není žádná hypotéza, nýbrž jistota. Poskytuje rámec, ve kterém se odehrával vznik elementárních částic a hadronů, nukleosyntéza, vznik reliktního záření, které se pak ochlazovalo, vývoj malých nehomogenit hustoty hmoty na galaxie atd. Správná teorie těchto procesů vyžaduje správné chápání rozpínání vesmíru. Až potud slouží model ΛCDM dobře. Nicméně vyvolává řadu otázek.

Jedna z nejčastějších je otázka, kam se poděla ta část energie elektromagnetických vln, která jim ubyla v důsledku přírůstku jejich vlnové délky při kosmologickém rudém posuvu. Podobně ztrácejí také hmotné částice pohybující se v rozpínajícím se prostoru svoji kinetickou energii. Ať letí kterýmkoliv směrem, dostanou se časem na místa s rychlostí unášení ve směru jejich pohybu. Vůči tamnímu lokálnímu inerciálnímu systému mají pak kinetickou energii menší než původně. Intuitivní víra v zachování energie za všech okolností vede k domněnce, že takový úbytek energie může být předán gravitačnímu poli spojenému s rozpínáním prostoru. Jenže v obecné teorii relativity neexistuje plně kovariantní definice hustoty energie gravitačního pole,[12] takže tuto domněnku nelze kovariantně zformulovat. Nechceme-li nějak oslabit princip kovariance – základní princip obecné teorie relativity – nebo tuto teorii jinak podstatně změnit, musíme se intuitivní víry vzdát a připustit, že zákon zachování energie při rozpínání prostoru není použitelný. Proto se také může prostor rozpínat při konstantní hustotě temné energie. Celková energie v rozpínajícím se objemu přitom přece roste! Podrobněji, ale ještě srozumitelně, je tato otázka diskutována například v [5].

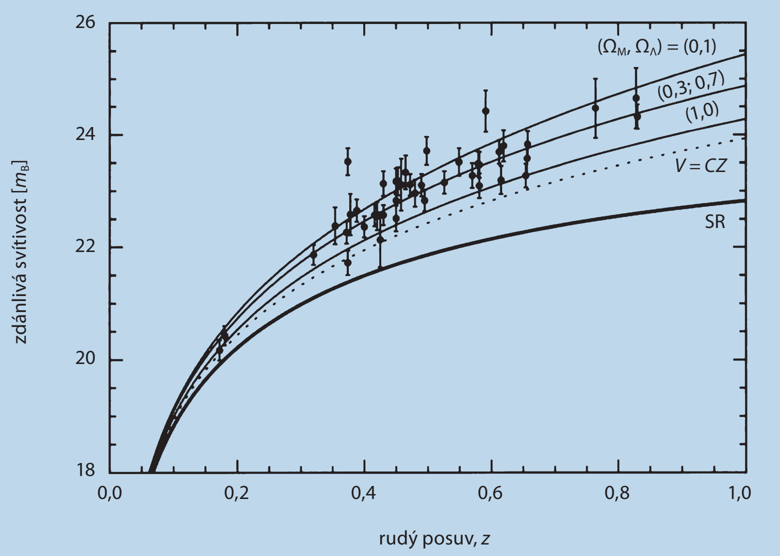
Co se při rozpínání prostoru nerozpíná? Odpověď, že různými silami vázané objekty se nerozpínají, je trochu moc jednoduchá. O podrobnější odpověď se snaží [6].

Pak ta temná energie. V dnešní kosmologii dělá kosmologická konstanta Λ dobrou službu. Je ji ale třeba zavést do FL rovnice jako novou přírodní konstantu, jejíž hodnotu je třeba vzít z pozorování. To není samo o sobě nic neobvyklého. Dnešní standardní model částicové fyziky má takových přírodních konstant asi pětadvacet. Problém je v tom, že si lze snadno vymyslet

» Zdaleka nejzáhadnější je otázka, jak vypadá vesmír tam, kam nikdy nedohlédneme. «

11 V principu je takové měření pomocí mnoha po celé dráze rozmístěných a předem domluvených pozorovatelů možné.

12 To je komplikovaná problematika, viz odbornou literaturu. Kovariance zhruba znamená neměnnost přírodních zákonů vůči libovolné změně prostoročasových souřadnic.



Obr. 2
Závislost naměřené zdánlivé svítivosti (magnitudy) galaxií na jejich rudém posuvu je srovnaná s několika modely. Nejúspěšnější je druhá křivka shora – model ΛCDM. Model založený na speciálně-relativistickém Dopplerově jevu (nejnižší křivka) je daty s větším rudým posuvem zcela vyloučen. Pro daný rudý posuv jsou galaxie podle obecné teorie relativity více vzdálené, než by mohly být podle speciální teorie relativity, v níž jsou rychlosti omezené rychlostí světla. (Podle astronomické konvence odpovídají vyšší hodnoty magnitud větším vzdálenostem.) Obrázek je převzat z [3].

» Ve vesmíru musí existovat vzdálené oblasti, ze kterých k nám v důsledku rozpínání prostoru světlo nikdy nedorazí, protože je stále unášeno od nás pryč... Může tam být něco jinak než v námi pozorovatelném vesmíru (například jiné zákony fyziky)? «

DOPLNĚK 2:
Spočítejme si náš světelný kužel

Světočáru světla, která leží na našem světelném kuželu, označíme $D_{LC}(t)$. Toto světlo bylo v době t_{em} emitované ve vlastní vzdálenosti $D(t_{em})$, takže $D_{LC}(t_{em}) = D(t_{em})$ a $D_{LC}(t_0) = 0$. Pro určení celé světočáry je výhodné použít unášenou souřadnici světla $\chi(t)$. Protože $D_{LC}(t)$ lze chápat jako posloupnost událostí, platí pro ni analogicky ke vztahu (3)

$$\chi(t) = \frac{D_{LC}(t)}{a(t)R_0}. \tag{26}$$

V malém časovém intervalu $(t, t + dt)$ se $\chi(t)$ změní o $d\chi$. V důsledku této změny unášené souřadnice se podle vztahu (2) změní vzdálenost světla od nás o $dl = a(t)R_0 d\chi$. Tuto změnu vzdálenosti můžeme ale také spočítat podle pravidel speciální teorie relativity v lokálním inerciálním systému příslušejícím k pevnému bodu s unášenou souřadnicí $\chi(t)$, kde $dl = -cdt$, a proto

$$a(t)R_0 d\chi = -cdt. \tag{27}$$

Tato rovnice popisuje pohyb světla v unášeném souřadném systému. Záporné znaménko vyjadřuje směr pohybu k nám. Z této rovnice vidíme, že $\chi(t)$ vždy ubývá s časem (to je jedna z výhod této souřadnice), i když světlo je třeba od nás unášené pryč ($D_{LC}(t)$ se s rostoucím t rozšiřuje).

Hodnota $\chi(t_{em})$ se obdrží sečtením jeho malých intervalů,

$$\chi(t_{em}) = \int_0^{\chi(t_{em})} d\chi = c\int_{t_{em}}^{t_0} \frac{dt'}{a(t')R_0}. \tag{28}$$

Výsledný vztah (14) obdržíme tak, že podle vztahu (2) $\chi(t_{em})$ vynásobíme $a(t_{em})R_0$. Tvar celého světelného kuželu dostaneme pojetím t_{em} jako proměnné veličiny, kterou označíme prostě t. Ze vztahů (14) nebo (26) a (28) pak plyne

$$D_{LC}(t) = a(t)c\int_t^{t_0} \frac{dt'}{a(t')}. \tag{29}$$

Nyní si můžeme spočítat tvar té slzy. Pro jednoduchost použijeme jenom přiblížení (22) platné pro malé t. Stejně se jedná především o dávnou minulost. Dostaneme

$$D_{LC}(t) \propto t^{2/3}c\int_t^{t_0} dt'(t')^{-2/3} \propto F(t/t_0), \tag{30}$$

kde

$$F(x) = x^{2/3}(1 - x^{1/3}). \tag{31}$$

Kdy byl náš světelný kužel nejširší? Podmínka $F'(x) = 0$ je splněna pro $x = 8/27$. Tudíž to bylo v době $(8/27)t_0 \simeq 4$ Gyr. Předtím bylo světlo, které dnes astronomové pozorují unášené od nás, ale později se k nám začalo přibližovat.

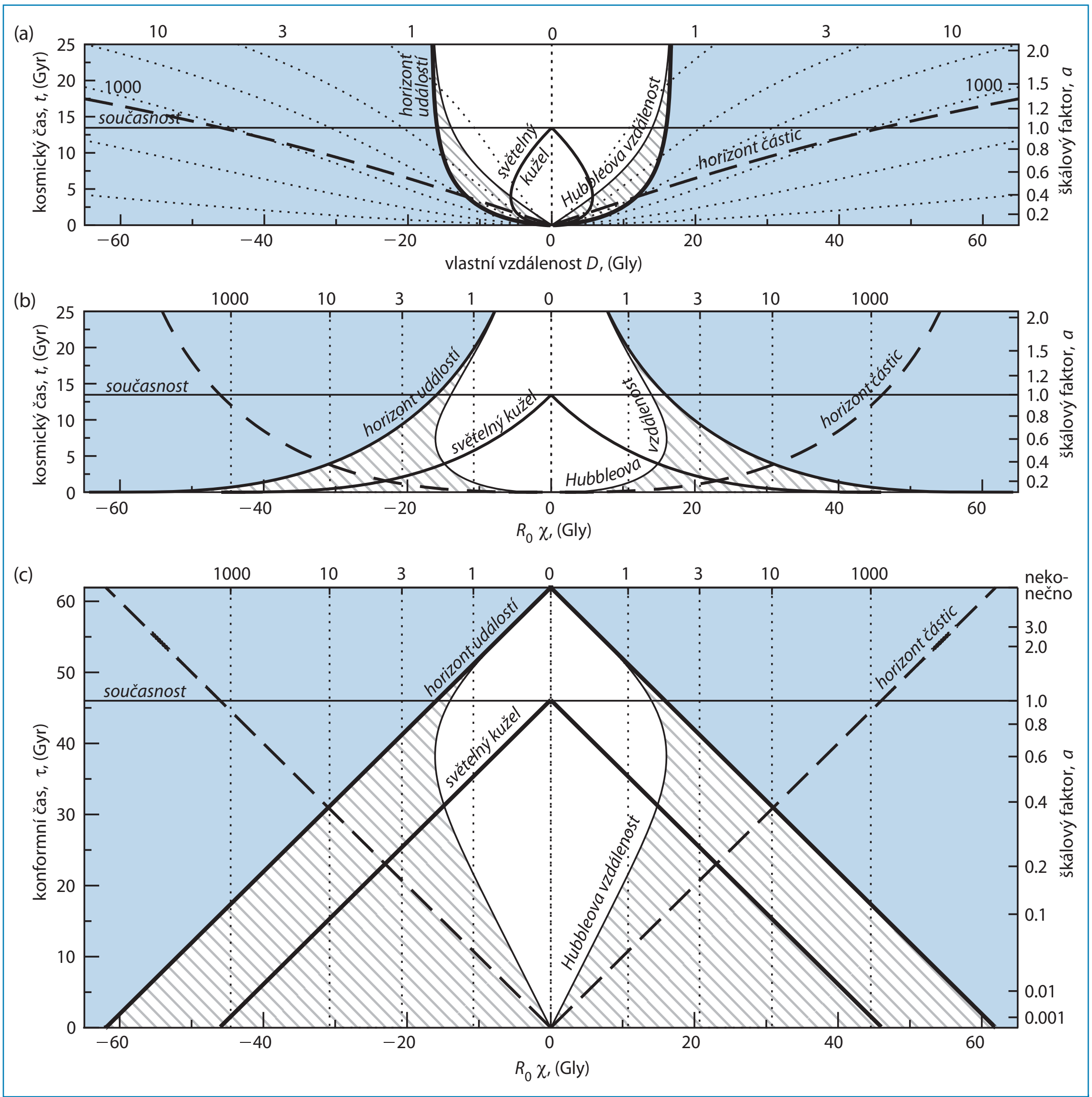
jiné plausibilní mechanismy pro zrychlování rozpínání prostoru, jako jsou energie vakua v kvantové teorii pole nebo všelijaká skalární pole (*kvintessence*) a kondenzáty. Co z toho vlastně je příčinou zrychlování? Možná že

všechno dohromady? Proto se docela hodí tuto záhadnou energii pojmenovat „temná".

Jednou ze záhadných otázek jsou také počáteční podmínky: rychlé rozpínání, homogenita a izotropie, plochý prostor. Pomoci má takzvaná „inflace" ve velice brzkém stadiu vývoje vesmíru. Jedná se v podstatě o obzvláště rychlé exponenciální rozpínání prostoru, jako v de Sitterově modelu s obrovskou hodnotou Hubbleova parametru. Toto rozpínání se ale náhle zpomalilo. Je nesprávné charakterizovat inflaci jako „rozpínání nadsvětelnou rychlostí". Jak jsme viděli, i při normálním rozpínání jako v modelu ΛCDM dosahuje rychlost unášení nadsvětelné hodnoty. Rozdíl je spíše kvantitativní: v inflačních modelech je Hubbleova vzdálenost daleko menší.

Zdaleka nejzáhadnější je otázka, jak vypadá vesmír tam, kam nikdy nedohlédneme. Ve vesmíru musí existovat vzdálené oblasti, ze kterých k nám v důsledku rozpínání prostoru světlo *nikdy* nedorazí, protože je stále unášeno od nás pryč. (Takové oblasti jsou za naším „horizontem událostí"). Může tam být něco jinak než v námi pozorovatelném vesmíru (například jiné zákony fyziky [7])? Má vůbec smysl klást tuto otázku? Nevíme, ovšem vyhnout se jí také nelze. Ale asi nemá moc smyslu propadnout na toto téma nevázaným spekulacím typu „10^{500} vesmírů" doprovázených nějakou verzí antropického principu. Při četbě příslušných publikací nám pro tu pro nás pozorovatelnou a kupodivu obyvatelnou část vesmíru napadá název „náš" vesmír.

Tím výčet zajímavých otázek nekončí. Ale článek je už příliš dlouhý. Mnohé další otázky a *správné* odpovědi lze najít také v knihách [8] a [9]. Především však na internetu [10]. Na řadu kvantitativních otázek lze najít odpověď na obr. 3. a v [3].



Spirálová galaxie na snímku z Hubbleova teleskopu. *Zdroj: NASA*

Obr. 3

Tyto tři obrázky, převzaté také z [3], znázorňují strukturu prostoročasu v pozorovatelné části vesmíru a jejím blízkém okolí podle modelu ΛCDM pomocí tří párů souřadnic výhodných pro zdůraznění různých aspektů této struktury.

(a) $(D(t), t)$: Vlastní vzdálenost a kosmický čas událostí, stejně jako na obr. 1.

(b) $(R_0\chi, t)$: Unášené souřadnice událostí násobené R_0 (viz vztah (1)) a kosmický čas událostí.

(c) $(R_0\chi, \tau)$: Vodorovná souřadnice je jako v (b), ale na svislé ose je vynesen konformní čas (viz vztah (34)). Světočáry světla jsou přímky se sklonem 45°.

Na pravém svislém okraji všech tří obrázků jsou jako alternativa k času vyneseny hodnoty $a(t)$.

Pevné body (galaxie) jsou znázorněny jejich tečkovanými světočárami. Naše světočára je uprostřed. Na obr. (a) je to jediná svislá světočára, protože jiné galaxie jsou od nás unášené. Na obr. (b) a (c) jsou ale světočáry všech galaxií svislé, neboť jejich unášená souřadnice se s časem nemění. Světočáry jsou také označeny hodnotou rudého posuvu světla, které k nám doráží dnes z jejich průsečíku se světelným kuželem.

Hubbleova vzdálenost (*Hubble sphere*) na obr. (a) roste, ale pro $t \to \infty$ se blíží ke konstantě. Na obr. (b) a (c) je vidět, že její unášená souřadnice pak klesá k nule. Stále více pevných bodů bude od nás unášeno nadsvětelnou rychlostí. Nicméně z obr. (c) je zřejmé, že světlo vyzářené v jejich dávné minulosti k nám bude stále ještě v principu dopadat. Jenom bude tak slabé, že už asi prakticky vidět nebudou.

Světelný kužel (*light cone*), na němž leží světočáry pozorovaného světla, má na obr. (a) tvar slzy, což znamená, že světlo emitované v době $t_{em} < 4$ Gyr se od nás nejprve vzdalovalo. Teprve když rostoucí Hubbleova vzdálenost protnula světelný kužel, začalo se k nám přibližovat. Na obr. (b) a (c) je vidět monotonní pokles unášené souřadnice světla. Na obr. (c) ma světelný kužel stejný kuželový tvar jako ve speciální teorii relativity.

V modře plně vybarvené části prostoročasu se nacházejí události, které nikdy neuvidíme, neboť jimi vyzářené světlo je od nás unášeno příliš vysokou nadsvětelnou rychlostí. Jsou za naším horizontem událostí (*event horizon*). Ale také v modře proužkované části je světlo mířící k nám unášeno od nás až do okamžiku, kdy je zastihne rostoucí Hubbleova vzdálenost. Pak se k nám začne přibližovat a jednou nás dostihne.

Podrobným studiem těchto obrázků lze získat mnoho kvantitativních informací o vývoji vesmíru zhruba od 0,000 1 Gyr po velkém třesku po dnešní dobu, a také o vyhlídkách do vzdálené budoucnosti.

Detaily: http://de.arxiv.org/abs/astro-ph/0310808.

DOPLNĚK 3:
Konformní čas τ

Naše měření času je založeno na existenci periodických fyzikálních procesů, jako je oběh Země kolem Slunce, a je výhodné pro popis periodických nebo alespoň vícekrát se opakujících jevů, jejichž časový průběh lze pak jednoduše srovnávat. Při rozpínání vesmíru ale není nic periodické v čase a nic se neopakuje. Děje se vždy něco nového. Je proto přirozené časovou proměnnou pro popis rozpínání vesmíru přizpůsobit tak, aby tento popis byl co nejjednodušší a nejpřehlednější. Podobně jako unášené souřadnice zpřehledňují pojem vzdálenosti.

Pohybová rovnice světla (27) v unášeném souřadném systému vhodné přizpůsobení časové proměnné přímo nabízí. Zavedeme-li nový čas $\tau(t)$ tak, aby jeho přírůstek $d\tau$ při přírůstku obvyklého času dt byl

$$d\tau = \frac{dt}{a(t)}, \tag{32}$$

nabude tato rovnice tvar

$$R_0 d\chi = -c d\tau, \tag{33}$$

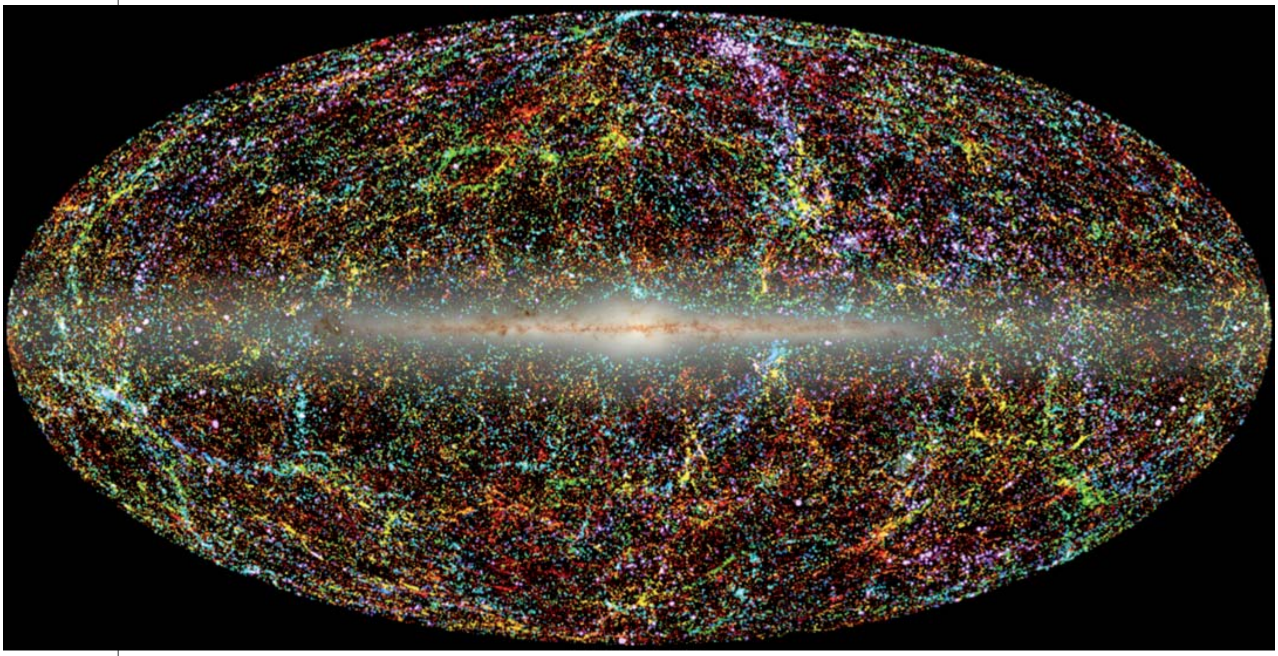
což je diferenciální rovnice kuželu, který má v souřadném systému $(R_0\chi, \tau)$ stejnou jednoduchou formu jako ve speciální teorii relativity. Proto se $\tau(t)$ nazývá *konformní čas*. Světočáry světla jsou přímky se sklonem 45°. Přirozená volba $\tau(t)$ splňující (32) je

$$\tau(t) = \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}. \tag{34}$$

Zde se pro jednoduchost dopouštíme malého přestupku tím, že předpokládáme použitelnost $a(t)$ až k $t = 0$.

Konformní čas má další výhody. Jednou z nich je podstatné zvětšení intervalů $d\tau$ v (32) proti dt brzy po velkém třesku, protože hodnoty $a(t)$ jsou malé. Je to jako časová lupa. Protože brzy po velkém třesku se toho ve vesmíru těsně po sobě hodně dělo („první tři minuty“), je takové zrychlení časové proměnné vítané. Například se dají zajímavé vesmírné události v jejich časové posloupnosti lépe zobrazit. Naopak, stane-li se vesmír v daleké budoucnosti de Sitterovským (24), a tudíž nudným, poběží konformní čas pomalu. Při $t \to \infty$ zůstává dokonce konformní čas konečný, protože integrál (34) konverguje.

Čas je tedy časová proměnná přizpůsobená dění ve vesmíru a ne dění ve sluneční soustavě. To má velké výhody teoretické i praktické. Poskytuje nejlepší pohled na náš vesmír a také jeho okolí blízko za horizontem událostí (*event horizon*), který odpovídá „našemu“ světelnému kuželu v $t = \infty$, viz obr. 3(c).



Panoramatický pohled na velkoškálovou strukturu v infračervené oblasti z přehlídky 2MASS:
http://spider.ipac.caltech.edu/staff/jarrett/papers/LSS/XSCz_allsky.html

LITERATURA

[1] J. Jersák: „Rozpínání vesmíru podle soudobých poznatků“, Vesmír **87**, 40 (2008).
[2] J. Langer: „Pohled na okraj nedohledna“, Vesmír **85**, 658 (2006).
[3] T. M. Davis, Ch. H. Lineweaver: „Expanding Confusion: common misconceptions of cosmological horizons and the superluminal expansion of the universe“, astro-ph/0310808, Publ. Astronom. Soc. Australia **21**, 97 (2004).
[4] Ch. H. Lineweaver, T. M. Davis: „Misconceptions about the big bang“, Sci. Am. **292**(3), 36 (2005). Tento článek lze zdarma stáhnout na internetu z adresy http://www.mso.anu.edu.au/~charley/papers/LineweaverDavisSciAm.pdf.
[5] E. R. Harrison: „Mining energy in an expanding universe“, Astrophys. J. **446**, 63 (1995).
[6] R. H. Price: „In an expanding universe, what doesn't expand?“, gr-qc/0508052 (nevyšlo v žádné jiné formě).
[7] J. Jersák: „Mohou být základní konstanty fyziky proměnlivé?“, Vesmír **83**, 13 (2004).
[8] E. R. Harrison: *Cosmology: The Science of The Universe*, Cambridge Univ. Press, 2nd ed. (2000).
[9] B. W. Carroll, D. A. Ostlie: *An Introduction to Modern Astrophysics*, Pearson Addison Wesley, 2nd ed. (2006).
[10] Užitečné internetové adresy jsou uvedeny například na autorově webové stránce http://tpe.physik.rwth-aachen.de/jersak/expansion.html.

Poděkování

Autor děkuje prof. J. Hořejšímu za cenné připomínky k textu tohoto článku.