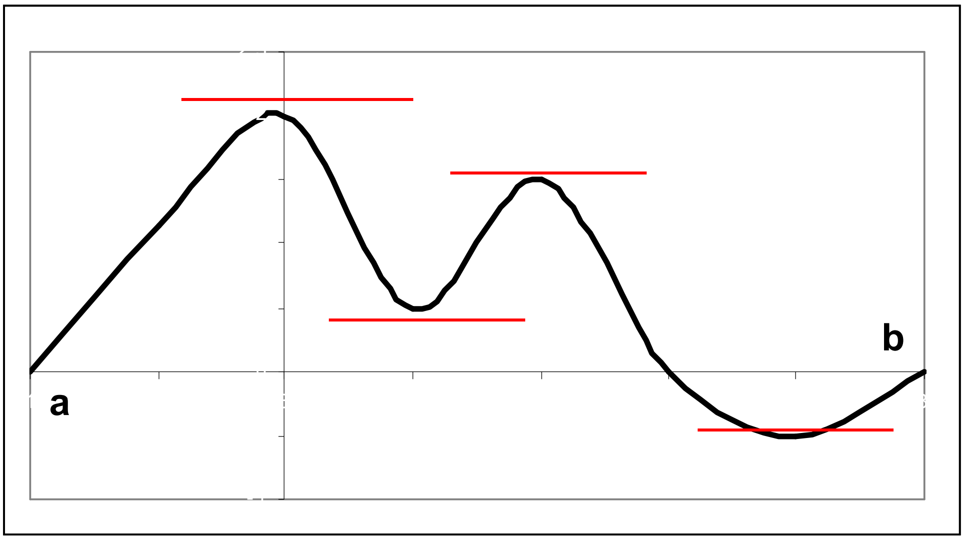
Funkce	Derivace funkce	Podmínky
k	0	k = konst
x	1	x є **R**
x^n	nx^{n-1}	x є **R**
x^{-n}	$- nx^{-n-1}$	x ? 0
a^x	$a^x \ln a$	a > 0
e^x	e^x	x є **R**
$\log_a x$	$\frac{1}{x \ln a}$	x > 0, a > 0, a ? 0
ln x	$\frac{1}{x}$	x > 0
sin x	cos x	x є **R**
cos x	- sin x	x є **R**
tg x	$\frac{1}{\cos^2 x}$	x ? (2k + 1)$\frac{\pi}{2}$ k = 0, $\pm$ 1,…
cotg x	$-\frac{1}{\sin^2 x}$	x ? 2k$\frac{\pi}{2}$
arcsin x	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	x є (-1, 1)
arccos x	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	x є (-1, 1)
arctg x	$\frac{1}{1+x^2}$	x є **R**
arccotg x	$-\frac{1}{1+x^2}$	x є **R**

Věta 2.14. Rollova věta

Nechť funkce *f* má tyto vlastnosti:

a) je spojitá na uzavřeném intervalu <a, b>
b) v každém bodě <a, b> má derivaci
c) v krajních bodech $f(a) = f(b)$

pak existuje v (a, b) aspoň jeden bod ξ, pro nějž $f'(\xi) = 0$.

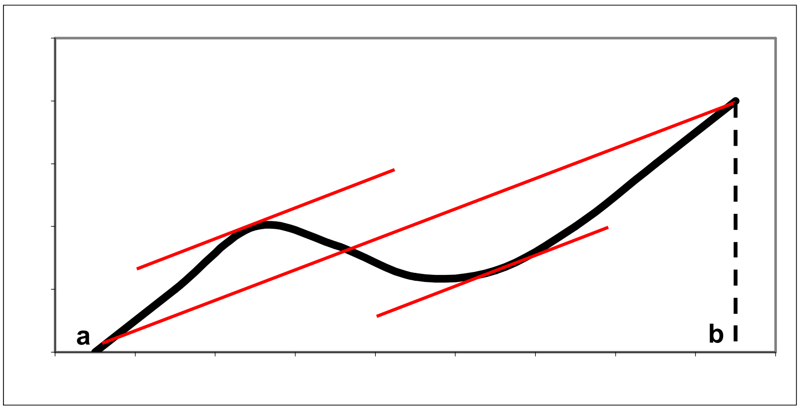


Věta 2.15. Lagrangeova věta o střední hodnotě

Nechť funkce *f* má tyto vlastnosti

a) je spojitá v <a, b>
b) v každém bodě <a, b> má derivaci

Pak v intervalu (a,b) existuje aspoň jeden bod ξ pro nějž $f'(\xi) = \dfrac{f(b) - f(a)}{b-a}$.



Věta 2.16.

Má-li funkce *f* v bodě x_0 kladnou, respektive zápornou derivaci, pak je v tomto bodě rostoucí, respektive klesající.

Def. 2.17.
Říkáme, že funkce *f* má v bodě x_0 **lokální maximum** (resp. lokální minimum), existuje takové δ – okolí bodu x_0, že pro všechny body $x \neq x_0$ z tohoto okolí platí $f(x) \leq f(x_0)$, (resp. $f(x) \geq f(x_0)$).

Pokud je splněna ostrá nerovnost, nazýváme **extrém ostrým**.

Věta 2.17.
Má-li funkce *f* v bodě x_0 lokální extrém a existuje v tomto bodě derivace, pak platí

$f'(x_0) = 0$.

Věta 2.18.
Má-li funkce *f* v bodě x_0 n-tou derivaci ($n \geq 1$) a platí-li

$f'(x_0) = f''(x_0) = \dots = f^{(n-1)}(x_0) = 0$ a $f^{(n)}(x_0) \neq 0$.

Pak je-li

a) je-li n-sudé a $f^{(n)}(x_0) > 0$ má funkce f v bodě x_0 ostré lokální minimum,
$f^{(n)}(x_0) < 0$ má funkce f v bodě x_0 ostré lokální maximum.

b) je-li n-liché a $f^{(n)}(x_0) > 0$ je funkce f v bodě x_0 rostoucí,
$f^{(n)}(x_0) < 0$ je funkce f v bodě x_0 klesající.

Def. 2.18.
Říkáme, že funkce *f* má v bodě x_0 **inflexní (sedlový) bod**, mění-li se v něm funkce z konkávní na konvexní nebo naopak.

Věta 2.19.
Je-li x_0 inflexní (sedlový) bod funkce f a má-li funkce f v tomto bodě druhou derivaci, pak $f''(x_0) = 0$.

Věta 2.20.
Jestliže na celém okolí bodu x_0 je $f''(x_0) > 0$ pak je funkce f v bodě x_0 ryze konvexní, je-li $f''(x_0) < 0$ je funkce f v bodě x_0 ryze konkávní.

Pozn.:
Přímka $y = kx + q$ je asymptotou funkce f v bodě $+\infty$ ($-\infty$), právě když existují konenčné limity $\lim\limits_{x\to+\infty} (f(x)-kx) = q$, (resp. $\lim\limits_{x\to-\infty} (f(x)-kx) = q$).

Věta 2.21. L´Hospitalovo pravidlo

a) Nechť $\lim\limits_{x\to c} f(x) = 0$, $\lim\limits_{x\to c} g(x) = 0$ *nebo* $\lim\limits_{x\to c} g(x) = \infty$.

b) Nechť existuje $\lim\limits_{x\to c} \dfrac{f'(x)}{g'(x)} = A$.

Pak platí $\lim\limits_{x\to c} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x\to c} \dfrac{f'(x)}{g'(x)} = A$.