1. Souřadnice, vektory

Def. 1.1.

Uspořádané n-tice reálných čísel ($a_1,\dots,a_n$) se nazývají **n-rozměrné vektory** $\vec{a} = (a_1,...,a_n)$,když jsou pro ně definovány právě:

a) rovnost $\vec{a} = \vec{b}$
   je právě když $a_i = b_i$ pro každé i = 1, …, n

b) součet $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$
   pak $c_i = a_i + b_i$ pro každé i = 1, …, n

c) násobení skalárem $\vec{d} = k.\vec{a}$
   pak $d_i = k.a_i$ pro každé i = 1, …, n

d) nulový vektor $\vec{0} = (0,0,\dots,0)$
   opačný vektor $-\vec{a} = (-1).\vec{a}$

Čísla a_i se nazývají **souřadnicemi vektoru $\vec{a}$.**

Věta 1.1.
Pro počítání s n-rozměrnými vektory platí tato pravidla.

$\vec{a}+\vec{b} = \vec{b}+\vec{a}$		komutativnost	
$\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c}) = (\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}$		asociativnost	
$\vec{a}+\vec{0} = \vec{a}$			
$k_1.(k_2\,\vec{a}) = (k_1.k_2).\vec{a}$		asociativnost násobení skalárem	
$k.(\vec{a}+\vec{b}) = k.\vec{a}+k.\vec{b}$		distributivnost	
$(k_1+k_2).\vec{a} = k_1.\vec{a}+k_2.\vec{a}$		distributivnost	
$k.\vec{a} = \vec{0}$	platí když	1. $k = 0$	$\vec{a} \neq \vec{0}$
		2. $k \neq 0$	$\vec{a} = \vec{0}$
		3. $k = 0$	$\vec{a} = \vec{0}$

Def. 1.2.

Množina všech n-rozměrných vektorů s operacemi sčítání vektorů a násobením vektoru se skalárem se nazývá **n-rozměrný vektorový prostor V_n** .

Def. 1.3.

Řekneme , že vektor $\vec{b} \in V_n$ je **lineární kombinací** vektorů $\vec{a}_1,\dots,\vec{a}_p$, když jej lze vyjádřit ve tvaru : $\vec{b} = k_1.\vec{a}_1 + \dots + k_p.\vec{a}_p$

kde k_i jsou vhodná čísla, tzv. koeficienty lineární kombinace.

Není-li možno žádný z vektorů $\vec{a}_1,\dots,\vec{a}_p \in V_n$ vyjádřit jako lineární kombinaci ostatních vektorů, říkáme, že tyto vektory jsou **lineárně nezávislé**.

Věta 1.2.

Je-li v soustavě n-dim. vektorů i vektor $\vec{0}$, pak je tato soustava lineárně závislá.

Věta 1.3.

Soustava vektorů $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_p \in V_n$ je lineárně závislá právě tehdy když

$k_1.\vec{a}_1 + k_2.\vec{a}_2 + \dots + k_p.\vec{a}_p = \vec{0}$; a alespoň jeden z koeficientů k_i je různé od nuly.

Def. 1.4.

Každá soustava <u>n</u> lineárně nezávislých vektorů $\vec{a}_1, \dots, \vec{a}_n \in V_n$ se nazývá **<u>báze</u>** vektorového prostoru V_n.

Věta 1.4.

Každý vektorový prostor má aspoň jednu bázi.

Každý vektor $\vec{a} \in V_n$ lze vyjádřit jako lineární kombinací vektorů báze. Každá soustava n + 1 vektorů v prostoru V_n je lineárně závislá.

Příklad: *báze*

$$\vec{e}_1 = (1,0,0,\dots,0,0)$$

$$\vec{e}_2 = (0,1,0,\dots,0,0)$$

.

.

.

$$\vec{e}_{n-1} = (0,0,0,\dots,1,0)$$

$$\vec{e}_n = (0,0,0,\dots,0,1)$$

kde $\vec{e}_i$ *jsou tzv. základní jednotkové vektory.*

Def. 1.5.

Vektorový prostor E_n. nazveme **<u>Euklidovským</u>** je-li navíc definována operace skalárního násobení vektorů $\vec{u}.\vec{v} = \alpha$, $\alpha \in R$ a platí

$\vec{u}.\vec{v} = \vec{v}.\vec{u}$ komutativnost

$(k.\vec{u}).\vec{v} = \vec{v}.(k.\vec{u}) = (\vec{u}.\vec{v}).k$ asociativnost

$(\vec{u} + \vec{v}).\vec{z} = \vec{u}.\vec{z} + \vec{v}.\vec{z}$ distributivnost

$\vec{v}.\vec{v} \geq 0$ $\quad \vec{v}^2$

Velikost vektoru $u = |\vec{u}| = \sqrt{\vec{u}.\vec{u}}$

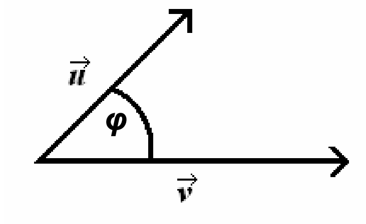
Pokud $|\vec{u}| = 1$, nazveme vektor $\vec{u}$ **<u>jednotkový</u>**.

Vektory $\vec{u}$ a $\vec{v}$ jsou navzájem **kolmé (ortogonální)**, je-li $\vec{u} . \vec{v} = 0$.

Operaci $\vec{u} . \vec{v}$ definujeme vztahem

$$\vec{u} \,.\, \vec{v} = \sum_{i=1}^{n} u_i \, v_i$$

Pozn. geometrický popis



$$\vec{u} . \vec{v} = u \,.\, v \,.\, \cos\varphi$$