Def.1.6.
Báze $\vec{e}_1,....,\vec{e}_n$ Eukl. vektorového prostoru nazveme ortonormální pokud platí:

$$\vec{e}_i.\vec{e}_j = 0 \quad \text{pro} \quad i \neq j$$
$$\vec{e}_i.\vec{e}_i = 1 \quad \text{pro} \quad \forall i$$

Pozn.
Vektor $\vec{u} = (u_1, u_2, u_3)$ v E_3 je možno v ortonormální bázi vyjádřit

$$\vec{u} = u_1\vec{e}_1 + u_2\vec{e}_2 + u_3\vec{e}_3$$
$$\vec{e}_1 = (1, 0, 0)$$
$$\vec{e}_2 = (0, 1, 0)$$
$$\vec{e}_3 = (0, 0, 1)$$

Vektory $\vec{e}_1$, $\vec{e}_2$, $\vec{e}_3$ obvykle značíme $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$. (v Kartézském souř. systému)

Pak $\vec{u} = u_1\vec{i} + u_2\vec{j} + u_3\vec{k}$, kde $u_1\vec{i}$, $u_2\vec{j}$, $u_3\vec{k}$ ...ozn. složky vektoru.

Koeficienty lin. kombinace u_1, u_2, u_3 ozn. jako souřadnice vektoru.

Pravotočivá (kladná), levotočivá (záporná) báze.

VEKTORY V GEOMETRII

Geom. vektor – množina všech orientovaných úseček, které mají stejnou délku a jsou souhlasně rovnoběžné.

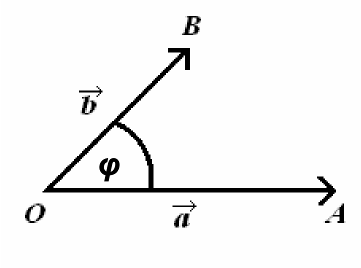
Def. 1.7.
Dva nenulové vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ se nazývají **kolineární**, jestliže jejich umístění jsou rovnoběžná.

Def. 1.8.
Tři nebo více nenulových vektorů se nazývají **koplanární**, jestliže každý z nich je rovnoběžný s touž rovinou.

Věta 1.6.
Dva nenulové vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$ jsou lineárně závislé, právě když jsou kolineární.

Věta 1.7.
Tři nenulové vektory v prostoru jsou lineárně závislé, právě když jsou koplanární.

Def. 1.9.
Úhlem φ dvou nenulových nekolineárních vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$ nazýváme dutý úhel polopřímek $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$.



Def. 1.10.

<u>Skalárním součinem</u> $\vec{a}\,.\,\vec{b}$ definujeme výraz $\vec{a}\,.\,\vec{b} = |\vec{a}|\,.\,|\vec{b}|\,.\,\cos\varphi$.

Def. 1.11.

<u>Vektorový součin</u> $\vec{a} \times \vec{b}$ je vektor $\vec{c}$, pro který platí:

a) $|\vec{a}|\,.\,|\vec{b}| = a\,.\,b\,.\,\sin\varphi$
b) $\vec{c} \perp \vec{a}$, $\vec{c} \perp \vec{b}$
c) vektor $\vec{c}$ je orientován tak, že vektory $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ tvoří kladnou (pravotočivou) bázi.

Věta 1.8.

Pro vektorový součin $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ daných souřadnicemi v ortonormální bázi platí:

$$\vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix} \vec{i} + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix} \vec{j} + \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix} \vec{k} =$$

$$= (a_2 b_3 - a_3 b_2)\,\vec{i} + (a_3 b_1 - a_1 b_3)\,\vec{j} + (a_1 b_2 - a_2 b_1)\,\vec{k}$$

Věta 1.9.

Vektorový součin má tyto vlastnosti:

$\vec{a} \times \vec{b} = -\,\vec{b}\,.\,\vec{a}$

$k\,.\,(\vec{a} \times \vec{b}) = (k\,.\,\vec{a}) \times \vec{b} = \vec{a} \times (k\,.\,\vec{b})$

$(\vec{a} + \vec{b}) \times \vec{c} = \vec{a} \times \vec{c} + \vec{b} \times \vec{c}$

Def.1.12

<u>Smíšeným součinem</u> 3 vektorů $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ nazýváme $[\vec{a}\,\vec{b}\,\vec{c}] = (\vec{a} \times \vec{b})\,.\,\vec{c}$.

Věta 1.10.

Pro smíšený součin daných vektorů v ortonormální bázi platí:

$$[\vec{a}\vec{b}\vec{c}] = \begin{vmatrix} a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \\ c_1 & c_2 & c_3 \end{vmatrix}$$

Def. 1.13.

Dvojným součinem tří vektorů $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ nazýváme vektor :

$$\vec{a} \times \vec{b} \times \vec{c} = \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{c}(\vec{a} \cdot \vec{b}) =$$
$$= \vec{b}(\vec{a} \cdot \vec{c}) - \vec{a}(\vec{b} \cdot \vec{c})$$

Pozn. *Transformace souřadnic vektoru – máme*

$\vec{v}$ = (v_1, v_2, v_3) *v bázi* $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ *(souřadnice vektoru $\vec{v}$ bázi nečárkované)*
$\vec{v}$ = (v_1', v_2', v_3') *v bázi* $(\vec{u}'_1, \vec{u}'_2, \vec{u}'_3)$ *(souřadnice toho stejného vektoru v bázi čárkované)*

Nyní souřadnice vektorů čárkované báze v nečárkované bázi:

$\vec{u}_1', \vec{u}_2', \vec{u}_3'$ *v bázi* $(\vec{u}_1, \vec{u}_2, \vec{u}_3)$ *:*
$\vec{u}_1' = (u_{11}, u_{12}, u_{13})$
$\vec{u}_2' = (u_{21}, u_{22}, u_{23})$
$\vec{u}_3' = (u_{31}, u_{32}, u_{33})$

Pak pro přechod mezi souřadnicemi nečárkovanými a čárkovanými vektoru $\vec{v}$ platí:

$$v_1 = v_1' u_{11} + v_2' u_{21} + v_3' u_{31}$$
$$v_2 = v_1' u_{12} + v_2' u_{22} + v_3' u_{32}$$
$$v_3 = v_1' u_{13} + v_2' u_{23} + v_3' u_{33}$$