

ZÁKLADY FINANČNÍ MATEMATIKY

Růžena Blažková

1. Úvod

V současné době se většina obyvatel zamýšlí nad tím, jak nakládat s finančními prostředky, které má k dispozici. Zpravidla se seznamuje s nabídkami peněžních ústavů (spořitelna, banka) a buď své prostředky ukládá, nebo si peníze půjčuje. V každém případě je třeba velmi podrobně zvažovat všechna úskalí, která jsou s jednotlivými nabídkami a transakcemi spojena. Za posledních patnácti let se snížily úrokové sazby asi na desetinu a v některých případech jsou úroky z uložených peněz velmi nízké, úroky z úvěrů mnohem vyšší. Je třeba vést žáky k tomu, aby se řádně seznamovali s nabídkami, zejména v případě půjček a byli schopni předem zjistit všechny podmínky, za kterých je půjčka poskytována (velmi dobře číst smlouvy, než se podepíší).

2. Rámcový vzdělávací program

Cíle:

Osvojení strategie učení, motivace pro celoživotní vzdělávání.

Tvořivé myšlení, logické uvažování, řešení problémů.

Řešení aplikačních úloh

Zodpovědnost, uplatňování práv, plnění povinností.

Klíčové kompetence

Kompetence k učení:

Na konci základního vzdělávání žák:

- využívá vhodné způsoby, metody strategie, řídí vlastní učení, připravuje se pro další studium i pro celoživotní vzdělávání
- vyhledává a třídí informace, efektivně je využívá v procesu učení i v praktickém životě
- samostatně pozoruje a experimentuje, z výsledků vyvozuje závěry pro využití v budoucnosti

Kompetence k řešení problémů:

- vnímá problémové situace, plánuje způsob řešení problémů, využívá vlastního úsudku a zkušenosti
- vyhledává informace k řešení problémů, využívá vědomosti k objevování různých variant řešení
- samostatně řeší problémy, volí vhodné způsoby řešení, k řešení využívá logické, matematické a empirické postupy
- myslí kriticky, činí uvážlivá rozhodnutí, uvědomuje si zodpovědnost za svá rozhodnutí

Kompetence komunikativní

- rozumí různým typům textů a záznamů, informačních a komunikačních prostředků
- využívá informační a komunikační prostředky a technologie pro kvalitní komunikaci s okolním světem
- dokáže vyhodnocovat texty podmínek, za kterých poskytují své produkty finanční ústavy vzhledem ke svým možnostem

Kompetence občanské

- chápe základní principy, na nichž spočívají zákony a společenské normy, je si vědom svých práv a povinností
- rozhoduje se zodpovědně podle dané situace

Kompetence pracovní

- orientuje se v základních aktivitách potřebných k uskutečnění podnikatelského záměru a k jeho realizaci, chápe podstatu, cíl a riziko podnikání, rozvíjí své podnikatelské myšlení.

Očekávané výstupy:

Žák řeší aplikační úlohy na procenta, matematizuje jednoduché reálné situace, využívá funkčních vztahů. Analyzuje a řeší jednoduché problémy, modeluje konkrétní situace, v nichž využívá matematický aparát v oboru celých a racionálních čísel. Pracuje s číselnými výrazy a s výrazy s proměnnými. Vyhledává, vyhodnocuje a zpracovává data. Matematizuje jednoduché reálné situace s využitím funkčních vztahů.

Téma Základy finanční matematiky je výrazně aplikační, pro každého žáka jako budoucího občana naprosto nezbytné. Vzhledem k tomu, že peněžní ústavy reagují pružně na ekonomické dění v souvislosti s vývojem hospodářské situace ve státě, mění výši úrokové míra a je třeba pravidelně se informovat o změnách úrokových měr. Neustále je třeba pracovat s aktuálními informacemi a aktualizovanými údaji.

Užitečnost tématu se prokazuje v mnoha oblastech života občana:

- peněžní transakce – ukládání peněz, výběry peněz, různé typy účtů, půjčky, různé typy spoření, úvěry, hypotéky – vkladové a úvěrové produkty peněžních ústavů
- cenné papíry, akcie, dividendy
- pojišťovnictví
- placení daní
- kurzovní lístky
- ekonomika domácnosti
- nákup na leasing aj.

3. Základní pojmy:

Jistina – částka, která byla vložena do peněžního ústavu nebo byla půjčena občanu – značí se **J** a odpovídá základu.

Úroková míra – udává výši úroku za určité období – značí se **p** a odpovídá počtu procent.

Úroková sazba – je počet procent úrokové míry vyjádřený desetinným číslem nebo desetinným zlomkem, značí se **i**.

Úrok – je částka v korunách, kterou obdrží věřitel po uplynutí určité doby, značí se **ú** a odpovídá procentové části.

Úrokovací doba – je časový úsek, po který je jistina uložena v peněžním ústavu, značí se **t**. Může být vyjádřena počtem roků nebo počtem měsíců (**m**) nebo počtem dnů (**d**). Dle dohody má úrokovací měsíc 30 dnů, úrokovací rok 360 dnů.

Úrokovací období – je časový úsek, na který je vázána úroková míra. Je to doba, za kterou vzroste jistina o předem stanovený úrok. Úrokovací období může být roční (**p.a.**), pololetní (**p.s.**), čtvrtletní (**p.q.**) nebo měsíční (**p.m.**).

V současné době používají naše peněžní ústavy většinou roční úrokovací období.

Úrokovací doba a úrokovací období jsou dva různé pojmy, které nelze zaměňovat. Úrokovací doba může být 1 rok, ale i menší nebo větší než jeden rok. Pokud se částky vkládají nebo

vybírají v průběhu roku, počítají se ze dvou význačných dnů, kterými jsou den vkladu a den výběru peněz, vždy jen den vložení peněz.

Daň z úroků – platí občané ve výši 15% jejich hodnoty (od 1.1.1993). daně se zaokrouhlují na celé koruny vždy nahoru. Daně z úroků plynou do státního rozpočtu jako daně z příjmů.

Poplatky za vedení účtu a za transakce – stanoví peněžní ústavy podle svých podmínek.

Vzájemné souvislosti:

Procentový počet, statistika, funkce, posloupnosti, řady, sledování zákonitostí aj.

V 9. ročníku má žák možnost využít různých způsobů k výpočtům úloh:

- výpočet přechodem před 1% základu
- vyjádření počtu procent desetinným číslem
- vyjádření počtu procent zlomkem
- využití rovnic
- využití trojčlenky
- využití kalkulátoru s tlačítkem %
- využití počítače, internetu.

Metody práce:

- práce s daty a s informacemi
- samostatné získávání aktuálních údajů
- projektová metoda
- tvorba úloh.

4. Jednoduché úrokování

Při jednoduchém úrokování se úrok počítá v každém roce z vložené konstantní částky. Při výpočtech žáci vystačí se znalostmi procentového počtu.

$$u = J_0 \cdot i \cdot t$$

Typy příkladů:

1. Jaký úrok bude připsán po jednom roce na obyčejné vkladní knížce na jméno s výpovědní lhůtou. Vložená částka je 50 000 Kč, úroková míra je 0,50%, daň z úroku je 15%.

2. Z jaké jistiny získáme za jeden rok čistý úrok 2 000 Kč, jestliže úroková míra je 0,90%, daň z úroku je 15%.

3. Na dětskou vkladní knížku byl za jeden rok připsán čistý úrok 510 Kč, jistina byla 40 000 Kč. Jaká je úroková míra?

5. Složené úrokování

Při složeném úrokování se na konci prvního úrokovacího období počítá úrok z vložené částky a na konci dalších úrokovacích období se úrok počítá z částky, která je součtem původního vkladu a již dříve připsaných úroků. Úrokovací doba je rovna alespoň dvěma celým úrokovacím obdobím.

$$\text{Bez daně: } J_n = J_0 \cdot r^n$$

$$\text{S daní 15\%: } J_n = J_0 \cdot (0,15 + 0,85 r)^n$$

Typy příkladů:

1. Do spořitelny uložíme 150 000 Kč na vkladový účet. Jaký úrok obdržíme za tři roky při úrokové míře 1,9% a dani z úroků 15%.

2. Poštovní spořitelna nabízí spotřebitelské úvěry a orientační splátky:

Počet let	Počet měs. splátek	Výše půjčky	20 000	50 000	80 000	100 000
1 rok	12	výše	1 781	4 452	7 123	8 904
2 roky	24	měsíčních	955	2 386	3 818	4 773
3 roky	36	splátek	678	1 694	2 711	3 389
4 roky	48		541	1 351	2 162	2 703
5 roků	60		459	1 148	1 837	2 296

6. Kombinované úrokování

Kombinované úrokování počítá s tím, že úrokovácí doba není celistvým násobkem úrokovacího období, tj. že vkladatelé ukládají a vybírají finanční prostředky kterýkoliv den v průběhu roku. Počítá se den vkladu, nikoliv den výběru peněz.

Úrokovácí doba se počítá podle vztahu: $t = 30(m_1 - m_2) + (d_1 - d_2)$

Př. Částka 180 000 Kč byla uložena od 8. 2. 2006 do 3. 11. 2006 na běžném účtu s roční úrokovou mírou 1,3%. Jaký úrok byl připsán?

7. Které oblasti patří do finanční matematiky:

- úrokování jednoduché
- úrokování složené
- podílové listy
- akcie
- kurzovní lístky – převody měn
- daně (z příjmu fyzických osob, z příjmu právnických osob, z motorových vozidel, z nemovitostí, dědické, darovací aj.)
- pojištění (havarijní, domácnosti, cestovní, zdravotní, penzijní, životní aj.)
- nákup na leasing
- spoření (např. stavební)
- trhy a ekonomika
- hospodaření domácnosti

Literatura

Cipra, T.: Praktický průvodce finanční a pojišťovací matematikou. Praha: Edice HZ, 1995.

Eichler, : Úvod do Finanční matematiky.

Liška, P.: Jak chránit své úspory a vklady. Praha: Prospektrum 1004.

Macháček, O.: Finanční a pojistná matematika. Praha: Prospektrum 1996.

Melcer, M.: Možnost uložení a získání finančních prostředků. In: Učitel matematiky, roč. 15, č. 1 (říjen 2006), s.47 – 53.

Müller, P.: Procenta v každodenní praxi. Praha: Fortuna 1995.
Müllerová, J.: Finanční matematika, statistika.
Odvárko, O.: Matematika pro každý den. Praha: Prospektrum 1995.
Opava, Z.: Matematika kolem nás. Praha: Albatros, 1989.
Radová, J., Dvořák, P.: Finanční matematika pro každého. Praha: Grada 2001.
Smékalová, D.: Finanční a pojistná matematika. Praha: Monatanex, a.s. 199.
Učebnice matematiky pro základní školu
Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

Informace

Česká spořitelna [online]
Dostupné z <http://www.csas.cz>
Komerční banka[online]
Dostupné z <http://www.kb.cz>
Poštovní spořitelna [online]
Dostupné z <http://www.postovnisporitelna.cz>

RNDr. Růžena Blažková, CSc.
Pedagogická fakulta MU
Poříčí 31, Brno, 603 00
Tel. 549491678
e-mail: blazkova@ped.muni.cz

ZÁKLADY FINANČNÍ MATEMATIKY

Aplikační úlohy

Růžena Blažková

1. Sporožirový účet v České spořitelně (od 8.1.2007)

Sporožirový účet Exclusive konto

1. pásmo do 49 999,99 Kč	2.pásmo od 50 000 Kč do 99 999,99 Kč	3.pásmo od 100 000 Kč do 249 999,99 Kč	4. pásmo od 250 000 Kč do 499 999,99 Kč	5. pásmo od 500 000 Kč a více
0,70%	0,90%	1,10 %	1,20%	2,10%

Komplexní program

0,20%

0,35%

0,55%

0,65%

0,75%

Jaký úrok získá klient, jestliže uloží 200 000 Kč na dobu jednoho roku

- na sporožirový účet Exclusive konto
- na sporožirový účet Komplexní program
- na vkladový účet s úrokovou sazbou 1,60% ?

Daň z úroku je 15%.

2. Pan Adam si vypůjčil na renovaci a modernizaci bytu 250 000 Kč. Úroková sazba je 14%. Kolik Kč pro roce vrátil?

3. Vložíme do České spořitelny částky 150 000 Kč a 50 000Kč na 1 rok. Porovnejte možnosti uložení a výši úroku v jednotlivých případech:

	150 000 Kč	50 000 Kč
a) vkladový účet	p = 1,60%	p = 1,50%
b) vkladní knížka obyč. s výpověď. lhůtou	p = 0,60%	p = 0,50%
c) dětská vkladní knížka	p = 1,50%	p = 1,50%
d) vklad. knížka bez výpověď. lhůty	p = 0,10%	p = 0,10%
e) sporožirový účet Exclusive konto	p = 0,90%	p = 0,70%
f) běžný účet	p = 0,20%	p = 0,10%
g) sporožirový Program Student	p = 0,85%	p = 0,85%

4. Rodiče spoří pro své dítě. Každý rok uloží 3 600 Kč. Garantovaný úrok v Komerční bance je 2,4%. Kolik korun bude na účtu za 1 rok ? Kolik Kč za 5 roků? (Neuvažujeme podíl na výnosech). Daň z úroku je 15%.

5. Kolik korun připíše spořitelna za k jistinu 25 000 Kč při roční úrokové míře 1,50%

- za 1 rok
- za půl roku
- za čtvrt roku

d) za 8 měsíců?

6. Vložili jsme 30 000 Kč na stavební spoření. Úroková míra činí 3,7%. Kolik Kč bude úrok za 1 rok? Státní příspěvek za 1 rok je 3 000 Kč.

7. Z jaké jistiny obdržíme při 1,50% úrokové míře za 1 rok 1 000 Kč?

8. Chci si vybírat měsíčně 500 Kč z úroků. Jakou částku musím mít vloženou, jestliže úroková míra je 1,50% a daň z úroků je 15%?

9. Jaký měsíční příjem bychom získali z úroků z jistiny 1 000 000 Kč při různých úrokových mírách:

úroková míra	Úrok (Kč)	Daň (Kč)	čistý úrok (Kč)	měsíčně (Kč)
1,50%	15 000	2 250	12 750	1 062,50
4,00%	40 000	6 000	34 000	2 833,30
7,50%	75 000	11 250	63 750	5 312,50
10,00%	100 000	15 000	85 000	7 083,30
12,50%	125 000	18 750	106 250	8 854,10

10. Vypočítejte úrokovou míru, jestliže a 48 dní byl k částce 180 000 připsán čistý úrok 714 Kč.

11. Jaké jsou úrokové náklady úvěru ve výši 300 000 Kč jednorázově splatného za 240 dní (8 měsíců) včetně úroku, je-li úroková sazba 9%?

12. Měli jsme uloženou částku 30 000 Kč v době od 8.4.2006 do 3.8.2006 na 8% úrokovou míru. Kolik Kč jsme dostali při výběru peněz?

13. Pan Brzobohatý si vypůjčil 250 000 Kč na 1 rok s roční úrokovou mírou 13,25%. Jaký úrok po roce bance zaplatil?

14. Jedna banka nabízí podnikateli úvěr 500 000 Kč na jeden rok s roční úrokovou mírou 14,5 %, druhá banka s roční úrokovou mírou 14,8%. Vypočítejte rozdíl úroků v obou bankách.

15. Paní Cibulková si uložila 37 000 termínovaný vklad na 2 roky, úroková míra je 1,2% p.a. Kolik Kč činila jistina za 2 roky, jestliže daň z úroků je 15%?

16. Vypočítejte úrokovou míru, když byl za 12 měsíců na dětskou vkladní knížku, na které byl vklad 15 000 Kč, připsán po zdanění úrok 190 Kč?

17. Pan Veselý vložil do banky 50 000 Kč na termínovaný vklad. Vklad je splatný za 1 rok a roční úroková míra je 0,95%. Daň z úroku je 15%. Jakou částku pan Veselý po roce obdrží? Další banky nabízejí roční úrokovou míru 0,90%, respektive 0,85%. O kolik Kč by dostal pan Veselý méně než v první bance?

18. Odběratel nezaplatil včas fakturu znějící na částku 193 000 Kč splatnou 7.ledna 2006. Podle smlouvy se účtuje penále ve výši 0,05% za každý den z prodlení. Jak velké bude penále 9. března, kdy částku uhradil?