



Počítání s decibely (není třináctá komnata matematiky)

Hlavním úkolem decibelů je zjednodušit a zpřehlednit výpočty s nimi prováděné a ne prožívat studentské útrapy u tabule, při písemných pracích a u maturitních zkoušek. K tomu slouží následující dokument, jehož cílem je přispět k osvojení tak jednoduché matematicko - elektronické operace, jako je počítání s decibely.

Rozsah zpracovávaných výkonů ve sdělovací technice je obrovský – od výkonů řádu **pW** dodaných anténou na vstup přijímače, až po **MW** vyzářeného výkonu u velkých vysílačů. Použití prostých poměrů výkonů nebo napětí vede k nepřehledným výpočtům s velkými čísly. Proto je výhodné použít **logaritmického vyjádření v decibelech**.

Decibel je bezrozměrná jednotka, zlogaritmovaného poměru dvou hodnot.¹ Bel je příliš velký, proto používáme decibel. Jedná se o desetinu jednotky bel, nazvané po Alexandru Grahamu Bellovi. Její měřítko kopíruje logaritmickou závislost, směrem k větším hodnotám se tedy zhušťuje. Původně byl decibel použit v akustice, neboť vnímání intenzity zvuku lidským uchem má také logaritmickou závislost. Jednotka byla poprvé použita techniky v Bellových laboratořích v roce 1923.

Při počítání v decibelech je postup následující:

1. vypočítáme podíl dvou stejných veličin - veličina výstupní / veličina vstupní
2. tento poměr zlogaritmujeme (dekadický logaritmus)
3. vynásobíme číslem 10 (pro výkon) případně 20 (pro napětí nebo proud)
4. decibel (dB) je na světě - jak snadné!

Podle velikosti vypočteného poměru ihned usuzujeme na **zisk** nebo **ztrátu**. Teoreticky mohou vyjít 3 možnosti:

- ⇒ **poměr** > 1 - jedná se o **zisk** a ten v dB má kladné znaménko
- ⇒ **poměr** = 1 - zisk je nulový (0dB)
- ⇒ **poměr** < 1 - jedná se o **útlum** (ztrátu) a ten v dB má záporné znaménko

¹ Např. vyjádříme číslo 1000. Dá se napsat jako $10 \cdot 10 \cdot 10 = 10^3$. Jinak řečeno, při základu 10 je logaritmus 1 000 roven 3. To předurčuje decibely pro snadné počítání s velkými číselnými rozsahy.

Platí v orámovaném poli 3 základní vzorce výpočtu:

VÝKON

- $G_{(dB)} = 10 \cdot \log \frac{P_2}{P_1}$ [dB;W,W] P_1 - vstupní výkon P_2 - výstupní výkon

NAPĚTÍ a PROUD

Vypočítáme vztah pro napětí pomocí známého vzorce $P = \frac{U^2}{R}$

$$G_{(dB)} = 10 \cdot \log \frac{P_2}{P_1} = 10 \cdot \log \frac{\frac{U_2^2}{R}}{\frac{U_1^2}{R}} = 10 \cdot \log \frac{U_2^2}{U_1^2} = 10 \cdot \log .2. \frac{U_2}{U_1} = \underline{\underline{20 \cdot \log \frac{U_2}{U_1}}}$$

Obdobně lze odvodit vztah pro proud. Pro **napětí** a **proud** tedy počítáme podle vzorců:

- $G_{(dB)} = 20 \cdot \log \frac{U_2}{U_1}$ [dB;V,V] U_1 - vstupní napětí U_2 - výstupní napětí

- $G_{(dB)} = 20 \cdot \log \frac{I_2}{I_1}$ [dB;A,A] I_1 - vstupní proud I_2 - výstupní proud

Pro **zpětný výpočet** u výkonu použijeme (odlogaritmování) ve kterém žáci nejvíce chybují, častěji vůbec nereagují a proto je vzorec uveden v „NADŽIVOTNÍ VELIKOSTI“.

$$\frac{P_2}{P_1} = 10^{\frac{G_{(dB)}}{10}}$$

Pokud odlogaritmuje z poměru napětí, pak vzorec je úplně stejný, jen ve jmenovateli exponentu u základu **10** je místo čísla 10 číslo **20**.

JAK PROSTÉ JE POČÍTÁNÍ S DECIBELY!

Decibely se však kromě srovnání dvou výkonů často využívají i k vyjádření zisku a útlumu vzhledem k referenční veličině P_1 . V elektronice je nejběžnější vztahnou hodnotou **1mW** a takto získaná hodnota se označuje **dBm** (decibel nad miliwattem) a platí:

$$1\text{W} = 0\text{dBW} = 30\text{dBm} = 60\text{dB}\mu\text{W}$$

Obdobně se používají decibely pro porovnávání zisku antén. Za vztažnou se uvažuje buď izotropní anténa (dBi) nebo půlvlnný dipól (dBd) a platí:

$$\text{dBi} = 2,16 + \text{dBd}$$

Stejně jako u výkonu můžeme pro decibel nad voltem napsat:

$$1\text{V} = 0\text{dBV} = 60\text{dBmV} = 120\text{dB}\mu\text{V}$$

Praktický výpočet

Příklad č. 1

Zesilovač má na vstupu 20mW a jeho výstupní výkon je 3,5 W. Jaký má zisk v dB?

$$G = 10 \cdot \log \frac{3,5}{20 \cdot 10^{-3}} = 10 \cdot \log 175 = 10 \cdot 2,24 = \underline{\underline{22,4\text{dB}}}$$

Pokud je logaritmus kladné číslo a tedy výsledek v dB je kladný, mluvíme o **zisku** nebo **zesílení**.

Příklad č. 2

Na vstup koaxiálního kabelu je přiveden od vysílače výkon 150 W a na výstupu byl naměřený výkon pouze 112 W. Jaké ztráty v dB má koaxiální kabel?

$$G = 10 \cdot \log \frac{112}{150} = 10 \cdot \log 0,747 = 10 \cdot (-0,127) = \underline{\underline{-1,27\text{dB}^2}}$$

Pokud je logaritmus záporné číslo a tedy výsledek v dB je záporný, pak se jedná o **útlum** (negativní zisk) nebo-li o **ztráty** např. na vedení.

Pokud nemáme po ruce kalkulačku je dobré si pamatovat:

Výkon:

² Logaritmus čísla menšího jak 1 je záporné číslo! Pro nulovou a zápornou hodnotu není logaritmus definován!

- pokud je poměr roven **2**, pak zesílení je **3 dB**
- pokud je poměr roven $\frac{1}{2}$, pak ztráty jsou **-3 dB³**
- pokud je poměr roven **10**, pak zesílení je **10 dB**
- pokud je poměr roven **1/10**, pak ztráty jsou **-10 dB**

Napětí a proud:

- pokud je poměr roven **2**, pak zesílení je **6 dB**
- pokud je poměr roven $\frac{1}{2}$, pak ztráty jsou **-6dB**
- pokud je poměr roven **10**, pak zesílení je **20 dB**
- pokud je poměr roven **1/10**, pak ztráty jsou **-20 dB**

Příklad č. 3

Máme komunikační řetězec s vysílačem o výkonu 10W, koaxiálním kabelem s útlumem 0,7dB a anténou se ziskem 13dB. Přijímací anténu se ziskem 11dB a kabel se ztrátami 1,4dB. Jaký bude přijímaný výkon, když ztráty v atmosféře budou činit 137dB?

a) Převédeme watty na decibely (vztaženo k 1W):

$$10 \cdot \log \frac{10}{1} = 10 \cdot \log 10 = 10 \cdot 1 = 10 \text{ dB}$$

b) Sečteme jednotlivé zisky a ztráty:

$$10 \text{ dB} - 0,7 \text{ dB} + 13 \text{ dB} - 137 \text{ dB} + 11 \text{ dB} - 1,4 \text{ dB} = -105,1 \text{ dB}$$

c) Výsledek převedeme zpět na výkon (odlogaritmujeme):

$$P = 10^{\frac{-105,1}{10}} = 3,09 \cdot 10^{-11} = \underline{\underline{30,9 \text{ pW}}}$$

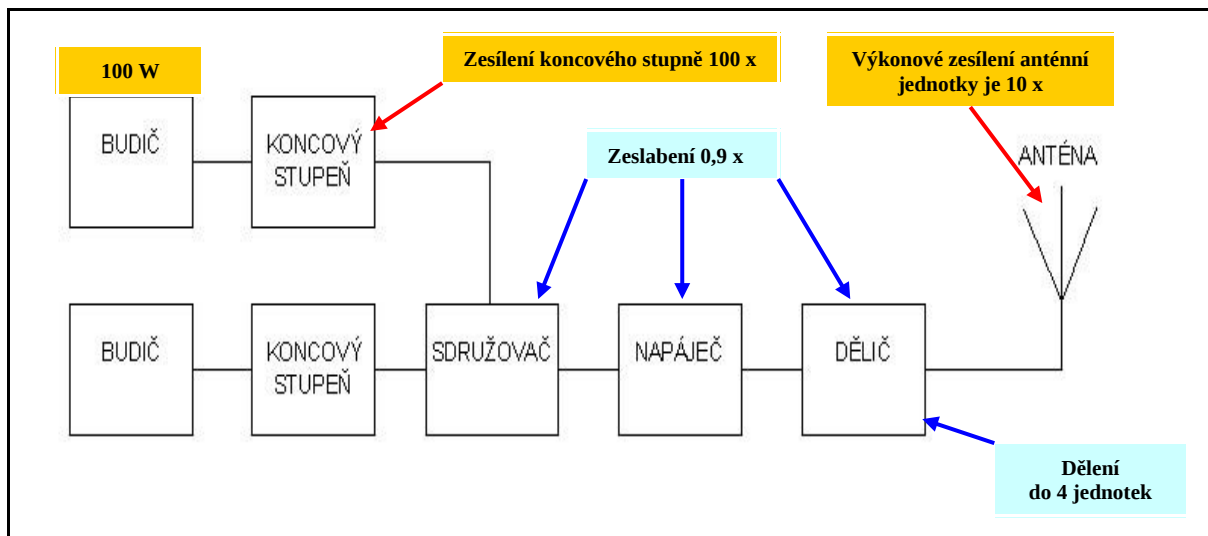
Kdybychom namísto decibelů použili k výpočtu zisky a útlumy, bylo by zapotřebí jednotlivé veličiny násobit pomocí kalkulačky. Při počítání s decibely stačí jen sčítání a navíc vyjádření velmi velkých a velmi malých hodnot je přehlednější a pohodlnější.

Příklad č. 4

Vysílací řetězec podle obrázku obsahuje:

³ Označení „**half - Power Point**“ při popisu frekvenční charakteristiky.

BUDIČ → KONCOVÝ STUPEŇ → SDRUŽOVAČ → NAPÁJEČ → DĚLIČ → ANTÉNU



A - počítání klasické

- původních 100W (budič) x 100 (zesilovač) = 10 000 W
- útlum sdrůžovače ubere desetinu výkonu = 9 000 W
- napáječ ubere desetinu výkonu = 8 100 W
- dělič ubere desetinu výkonu = 7 290 W
- dělič dělí výkon na čtvrtiny $7\,290 / 4 = 1\,822,5$ W
- anténní jednotka má zesílení 10 x = $18\,225$ W = 18,225 kW

B - počítání s decibely

- budič = 100W = 20dBW
- koncový stupeň = 20dB → 40 dBW
- sdrůžovač + napáječ + dělič = $3 \times 0,45\text{dB}$ → $40 - (3 \times 0,45) = 38,6$ dBW
- dělič bude dělit výkon do 4 jednotek → $38,6 - 6 = 32,6$ dBW
- anténní jednotka 10dB → 42,6dBW

Kontrola:

18 225 W převedeme na dBW → $10 \cdot \log 18\,225 = 42,6$ dBW

Příklad č. 5

Nízkofrekvenční zesilovač má zisk 60 dB a jmenovitý výstupní výkon 2W na odporu 8 Ω. Jak velké napětí musíme přivést na jeho vstup pro jmenovitý výstupní výkon?

$$\text{Výstupní napětí } U_2 = \sqrt{P \cdot R} = \sqrt{2 \cdot 8} = \sqrt{16} = 4V$$

$$\frac{4}{U_1} = 10^{\frac{60}{20}} = 10^3 = 1000 \Rightarrow U_1 = \frac{4}{1000} = 4 \cdot 10^{-3} = \underline{\underline{4mV}}$$

Příklady k řešení

Příklad č. 1

Výkonový VF zesilovač má tři stupně o zisku 10 dB, 6 dB a 5 dB. Výstupní dolní propust má útlum 1 dB. Na vstup zesilovače přivádíme výkon 100 mW. Jaký výkon zesilovač odevzdá do antény?

Příklad č. 2

Návrh radiové trasy. Výkon na výstupu WiFi karty je 10 dBm, citlivost přijímače je -90 dBm. Na obou stranách spoje jsou použity směrové antény se ziskem 8 dB, útlum v kabelech a konektorech je na každé straně 1,5 dB. Spoj je veden na přímou viditelnost, první Fresnelova zóna je volná. Vzdálenost stanic je 3,5 km, kmitočet 2,4 GHz.

Útlum ve volném prostoru vypočítejte podle vzorce:

$$L_p = 92,45 + 20 \cdot \log_{10} f + 20 \cdot \log_{10} d \quad [\text{dB}; \text{GHz}, \text{km}]$$

- 1) Vypočítejte vyzářený výkon na vysílací straně a určete, zda nebyl překročen maximální výkon určený generálním povolením ČTÚ (100 mW).
- 2) Jaká bude výkonová úroveň na vstupu přijímače a určete, zda je dostatečná pro spolehlivý spoj při uvedené citlivosti přijímače WiFi karty.

Příklad č. 3

Linkový zesilovač má vstupní i výstupní impedanci 600 Ω. Na vstup přivádíme napětí 100 mV, na výstupu jsme naměřili napětí 1,55 V. Vypočítejte zisk zesilovače v decibelech.

Příklad č. 4

UTP kabel má impedanci 100 Ω a útlum 15 dB. Na vstup přivádíme napětí 1V. Jaké napětí naměříme na výstupu?

Závěr:

Pomocí decibelů se počítá velmi jednoduše. Pokud známe útlum kabelu v dB, zesílení zesilovače v dB nebo útlumy slučovačů také v dB, jednoduše hodnoty pouze sčítáme nebo odčítáme.

- použití decibelů zjednodušuje a zpřehledňuje výpočty
- decibelová stupnice má jemné rozlišení u malých hodnot, směrem k větším hodnotám se zhušťuje
- kladná hodnota údaje v decibelech znamená zisk, záporná útlum
- zisk vícestupňového zesilovače určíme jako součet zisku jednotlivých stupňů

Otázka na závěr: „Co to je *neper*?“

Jednotka **neper**⁴ (Np) je analogická k jednotce bel. Jednotka **bel** je odvozena od základu **10** a **neper** používá základ **e** (2,71828). Převod lze uskutečnit následovně.

$$1 \text{ Np} = \frac{20}{\ln 10} = 20 \cdot \log e = \mathbf{8,685\ 889\ dB}$$

$$1 \text{ dB} = \frac{\ln 10}{20} = \frac{1}{20 \log e} = \mathbf{0,115\ 129\ Np}$$

⁴ Neper je bezrozměrná jednotka, která se používá pro vyjádření poměru dvou hodnot. Rovná se přirozenému logaritmu podílu dvou porovnávaných hodnot jedné veličiny. Byla pojmenována po Johnu Napierovi, objeviteli logaritmu. Jednotka má symbol Np. Neper byl často používán k vyjádření poměrů napětí a proudů, zatímco bel pro vyjádření výkonu. Nyní je tato jednotka nahrazována jednotkou decibel (dB), která však využívá logaritmus dekadický.