



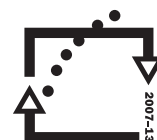
evropský  
sociální  
fond v ČR



EVROPSKÁ UNIE



MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

## INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Modularizace a modernizace studijního programu počáteční přípravy učitele fyziky

Studijní modul

# Teorie relativity a astronomie

Lukáš Richterek



Olomouc 2013

Oponenti: RNDr. Josef Tillich, CSc.  
Prof. RNDr. Jan Novotný, CSc.

Publikace byla připravena v rámci projektu „Modularizace a modernizace studijního programu počáteční přípravy učitele fyziky“, reg. č. CZ.1.07/2.2.00/18.0018. Tento projekt je spolufinancován Evropským sociálním fondem a státním rozpočtem České republiky.

1. vydání

© Lukáš Richterek, 2012

**ISBN 978-80-244-3335-6**

# Obsah

---

Úvod . . . . .	5
<b>1 Základy speciální teorie relativity . . . . .</b>	<b>7</b>
1.1 Vznik speciální teorie relativity a její postuláty . . . . .	7
1.1.1 Prostor a čas v nerelativistické fyzice . . . . .	7
1.1.2 Éter a základní experimenty na jeho zjištění . . . . .	8
1.1.3 Einsteinovy postuláty . . . . .	11
1.2 Lorentzova transformace . . . . .	12
1.2.1 Odvození Lorentzovy transformace . . . . .	12
1.2.2 Důsledky Lorentzovy transformace . . . . .	16
1.3 Minkowského prostoročas, čtyřvektory . . . . .	19
1.3.1 Minkowského diagramy . . . . .	19
1.3.2 Geometrie Minkowského prostoročasu . . . . .	20
1.3.3 Čtyřvektory . . . . .	24
1.3.4 Kauzální struktura prostoročasu . . . . .	27
1.3.5 Pohyb s konstantním zrychlením . . . . .	29
1.4 Relativistická mechanika . . . . .	30
1.4.1 Princip kovariance . . . . .	30
1.4.2 Dynamika částice . . . . .	30
1.4.3 Síla, její směr a transformace složek . . . . .	33
1.5 Relativistická elektrodynamika . . . . .	35
1.5.1 Maxwellovy rovnice, čtyřpotenciál a čtyřproud . . . . .	35
1.5.2 Invariantní zápis Maxwellových rovnic . . . . .	37
1.6 Variační princip v teorii relativity . . . . .	41
<b>2 Základy astronomie . . . . .</b>	<b>43</b>
2.1 Naše Slunce . . . . .	44
2.1.1 Základní údaje o Slunci . . . . .	44
2.1.2 Pohyb Slunce po obloze . . . . .	45
2.2 Měsíc a planety . . . . .	50
2.2.1 Měsíc – bratr, vetřelec či souputník? . . . . .	50
2.2.2 Planety na hvězdném nebi . . . . .	52
2.3 Hvězdy a souhvězdí . . . . .	54
2.3.1 Dvojhvězdy . . . . .	57
2.3.2 Proměnné hvězdy . . . . .	57
2.3.3 Hvězdokupy . . . . .	57
2.4 Galaxie . . . . .	63
2.5 Meteory a komety . . . . .	65
2.6 Pozorování oblohy . . . . .	67
2.6.1 Obloha a hvězdná obloha . . . . .	67
2.6.2 Sférické soustavy souřadnic . . . . .	69
2.6.3 Časy v astronomii . . . . .	71
2.6.4 Odhady vzdáleností . . . . .	74

2.7	Hertzsprungův-Russellův diagram . . . . .	80
<b>3</b>	<b>Základy relativistické kosmologie . . . . .</b>	<b>83</b>
3.1	Základní východiska a principy relativistické kosmologie . . . . .	84
3.2	Friedmannova rovnice . . . . .	85
3.3	Robertsonova-Walkerova metrika . . . . .	91
3.4	Hustota a tlak . . . . .	92
3.5	Hubbleův zákon . . . . .	96
3.6	Šíření světla ve Friedmannových modelech . . . . .	97
3.7	Observační parametry vesmíru . . . . .	99
3.8	Budoucnost vesmíru . . . . .	101
3.9	Stáří pozorovaných objektů . . . . .	103
3.10	Fotometrická vzdálenost a Hubbleovy diagramy . . . . .	105
	<b>Literatura . . . . .</b>	<b>113</b>
	Základní doporučená literatura . . . . .	113
	Učebnice a monografie . . . . .	113
	Časopisecké a internetové zdroje . . . . .	115
	Populárně naučná literatura . . . . .	118
	<b>Rejstřík . . . . .</b>	<b>120</b>

# Úvod

---

*Je nemožné pohybovat se rychleji než světlo a určitě to není žádoucí, jelikož vítr člověku neustále strhává klobouk.*

*Woody Allen (\*1. 12. 1935)*

*Malá definice relativity: Pokud víme, ve Vesmíru neexistuje nic, na co bychom se mohli zavěsit.*

*Anonym, s nímž by Einstein asi souhlasil*

*Teorie se hroutí, ale dobrá pozorování nezapadnou nikdy.*

*Harlow Shapley (2. 11. 1885 – 20. 10. 1972)*

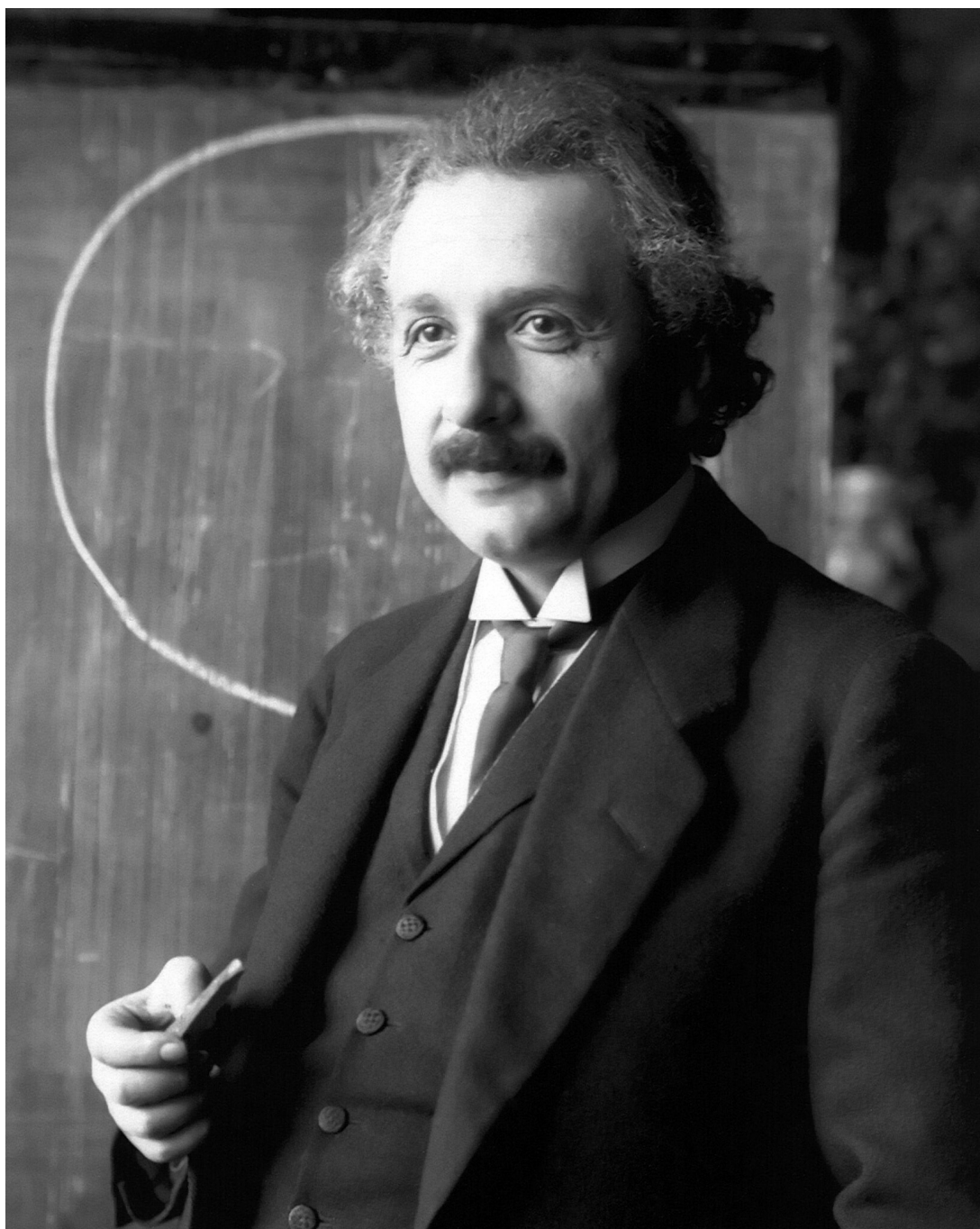
*Život na Zemi je možná nákladný, ale zahrnuje každoroční cestu kolem Slunce zdarma.*

*Anonym*

Tento text si klade za cíl ve stručném přehledu shrnout nejdůležitější pojmy ze speciální teorie relativity, astronomie a kosmologie pro potřeby studentů učitelských kombinací s fyzikou. V čase vymezeném na jeho zpracování nebylo možné pokrýt všechna témata vyčerpávajícím a uspokojujícím způsobem, na řadu z nich se nedostane vůbec. Naštěstí existuje řada kvalitních a dostupných učebnic a dalších pramenů, jejichž seznam je uveden v závěru. Podle dosavadních zkušeností jde o témata, o která projevují žáci na školách velký zájem a budoucí učitel fyziky by měl mít základní představu o těchto disciplínách. Na druhé straně se tyto obory stále vyvíjejí, upřesňují se experimenty a naše představy o vesmíru musíme neustále doplňovat, někdy i významně upřesňovat. I proto by měl být tento materiál chápán pouze jako východisko k samostudiu, samostatnému vyhledávání dalších informací a sledování dalších objevů. Pro případné použití ve výuce lze doporučit vtipné a názorné animace vytvořené kolegy na PřF MU v Brně [12].

Materiál vychází z řady pramenů. V případě speciální teorie relativity čerpá hlavně z lety prověřeného studijního textu [16] používaného na PřF UP a ze studijního textu pro řešitele Fyzikální olympiády [119], kapitola zabývající se základy astronomie vychází z elektronického materiálu PřF MU v Brně [113], základem kapitoly zabývající se kosmologií byl aktualizovaný elektronický zdroj [108].

Rád bych poděkoval oběma recenzentům za cenné připomínky a podněty k vylepšení textu. Po vytištění bude volně dostupný v elektronické podobě na stránkách projektu <http://mofy.upol.cz>. Velkou výhodou elektronických materiálů je, že mohou být průběžně doplňovány a vylepšovány. Budu proto čtenářům vděčný za jejich komentáře a upozornění na případné chyby.



*Albert Einstein* (14. 3. 1879 – 18. 4. 1955), tvůrce teorie relativity, na přednášce ve Vídni v roce 1921, v témže roce, kdy se stal laureátem Nobelovy ceny (zdroj: Wikipedie). Einsteinovu obecnou teorii relativity označil nositel Nobelovy ceny a průkopník kvantové mechaniky Paul Dirac za „...pravděpodobně největší objev v dějinách“ a Max Born, jiný z gigantů fyziky 20. století, ji nazval „...nejúžasnějším výkonem lidského uvažování o přírodě, nejobdivuhodnější kombinací filozofické pronikavosti, fyzikální intuice a matematických dovedností“ [150]

# Kapitola 1

---

## Základy speciální teorie relativity

### 1.1 Vznik speciální teorie relativity a její postuláty

#### 1.1.1 Prostor a čas v nerelativistické fyzice

Fyzikální zákony popisují souvislosti a jevy, které jsou v přírodě stálé a nezávisejí na volbě vztažné soustavy ani na použité soustavě souřadnic, v níž jsou formulovány. Fyzikální proces musí nastat bez ohledu na to, kterou soustavu souřadnic si k jeho pozorování a popisu zvolíme. Libovolnost volby soustavy souřadnic musí být proto dána formulací zákonů – jejich obsah i forma musí být stejné pro určitou třídu pozorovatelů. Pro každou objektivně identickou situaci se pro různé pozorovatele z této třídy mohou lišit jen numerické hodnoty pozorovaných veličin, ne však vztahy mezi nimi.

Vztažné soustavy, vzhledem k nimž se volná částice pohybuje přímočaře a rovnoměrně nazýváme *inerciálními vztažnými soustavami*, souřadnicové soustavy na nich definované nazýváme inerciálními souřadnicovými soustavami. Tyto pojmy jsou stejné v relativistické i nerelativistické fyzice.

V nerelativistické mechanice je vztah mezi různými inerciálními souřadnicovými soustavami vyjádřen tzv. *Galileovou transformací*

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r} - \mathbf{v}t, \quad t' = t, \quad (1.1)$$

Tato transformace je spojena s Newtonovými pohybovými zákony a definuje třídu *inerciálních pozorovatelů*. Newtonovy zákony jsou stejné pro všechny inerciální pozorovatele,

$$\mathbf{F} = m\mathbf{a}, \implies \mathbf{F}' = m\mathbf{a}'$$

i když numerické hodnoty, např. souřadnic částice, se pro jednotlivé pozorovatele liší.

Z definice inerciální soustavy je patrné, že k její realizaci potřebujeme mít k dispozici volné hmotné body. Za takové můžeme přibližně považovat navzájem velmi vzdálené objekty, např. hvězdy. Tak můžeme střed inerciální soustavy ztotožnit se středem Galaxie nebo středem Slunce, pro krátké časové intervaly můžeme za počátek inerciální vztažné soustavy zvolit střed Země.

Ukázalo se však, že zákony šíření elektromagnetických vln pro takto definovanou třídu inerciálních pozorovatelů neplatí. Bylo zjištěno, že rychlost šíření světelných signálů je ve vakuu konstantní v rozporu se zákonem skládání rychlostí, jež plyne z Galileovy transformace. Teorii šíření elektromagnetických vln přitom popisují Maxwellovy rovnice, které proto nemohou platit ve všech inerciálních soustavách definovaných Galileovou transformací. Jak uvidíme, speciální teorie relativity nahrazuje tyto transformace Lorentzovou transformací, rozšiřující třídu inerciálních pozorovatelů tak, že jsou pro ně invariantní všechny známé fyzikální zákony a jevy (pokud se v dalším zpřesňování fyzikálního obrazu světa nesetkáme s jevy, které by do této třídy nezapadaly).

*Každá fyzikální teorie je tedy spojena s určitou třídou transformačních zákonů definujících třídu pozorovatelů, pro něž teorie platí.* Nerelativistická mechanika byla vybudována na Newtonových zákonech a platila pro inerciální pozorovatele definované Galileovou transformací. Z hlediska studovaných objektů bylo třeba vyloučit z úvah částice pohybující se rychlostí blízkou rychlosti světla,

neboť takové částice, podobně jako světelné jevy, nesplňují zákony, které jsou důsledkem definice třídy galileovských inerciálních pozorovatelů. V tomto smyslu je relativistická mechanika zobecněním nerelativistické teorie.

Dodejme, že Newtonova mechanika je úzce spjata s pojmy *absolutního prostoru* a *absolutního času*, které jsou neměnné a existují samy o sobě nezávisle na hmotných objektech. V neinerciálních vztažných soustavách pak působí tzv. zdánlivé (fiktivní, setrvačné) síly, jež jsou způsobeny pohybem těchto soustav vzhledem k absolutnímu prostoru. S touto koncepcí však nesouhlasili všichni fyzikové, nejznámějším z odpůrců byl i profesor pražské a později vídeňské univerzity Ernst Mach (18. 2. 1838, Chrlice – 19. 2. 1916 Vaterstetten). Podle jeho koncepce mají setrvačné síly původ v působení ostatních těles. Machovy myšlenky a názory – podle vlastních slov Alberta Einsteina – jej významně ovlivnily, zejména při práci na obecné teorii relativity.

### 1.1.2 Éter a základní experimenty na jeho zjištění

V souvislosti s hledáním absolutně klidné soustavy byla v 2. polovině 19. století získána řada experimentálních výsledků. Hledanou absolutně klidnou soustavou měl být éter vyplňující celý prostor; tímto éterem mělo být přenášeno i elektromagnetické vlnění. Protože Maxwellovy rovnice nezachovávají svůj tvar při přechodu od jedné inerciální soustavy ke druhé Galileovou transformací, zcela přirozeně se čekalo, že zkoumání elektromagnetických (optických) jevů přinese důkazy o pohybu zvolené soustavy vzhledem k tomuto éteru, tedy vlastně důkaz o existenci „absolutního pohybu“. Zmíněná měření se vesměs redukovala na co nejpřesnější měření rychlosti světla na Zemi pohybující se éterem, tj. na ověření Galileova zákona skládání rychlostí pro světlo.

Výsledky měření byly často protichůdné a pro jejich vysvětlení byly vyslovovány různé hypotézy, jež si navzájem odporovaly:

- *Stokesova-Hertzova hypotéza dokonalého strhávání éteru*, podle níž je pohybujícími se tělesy éter dokonale strháván, takže v blízkosti pohybujícího se tělesa je rychlost éteru vůči němu nulová; tuto hypotézu vyvracely např. výsledky Hoekova pokusu.
- *Frenelova-Fizeauova hypotéza částečně strhávaného éteru*, podle níž je pohybujícími se tělesy éter strháván pouze částečně, takže v blízkosti pohybujícího se tělesa je rychlost éteru vůči němu menší, než by byla v případě, že by byl éter absolutně nepohyblivý; proti této hypotéze svědčily např. výsledky měření aberace hvězd.
- *Lorentzova hypotéza absolutně klidného éteru*, podle níž není éter pohybujícími se tělesy strháván vůbec. Známý Michelsonův pokus (podrobněji v části 1.1.2) byl uspořádán tak, aby umožnil zjistit pohyb Země vzhledem k tomuto klidnému éteru. Vzhledem k zápornému výsledku tohoto pokusu neobstála ani tato hypotéza.

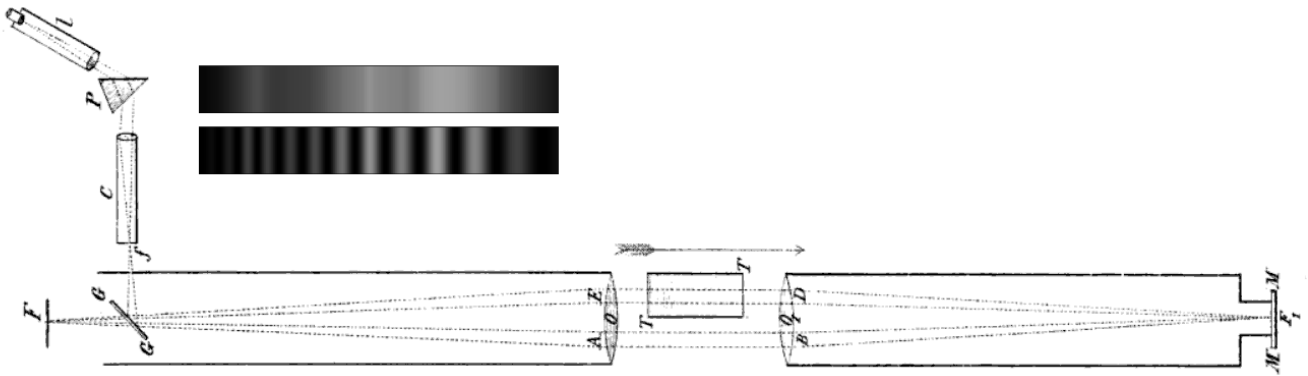
Holandský fyzik Hoek provedl r. 1868 následující interferenční experiment (viz obr. 1.1). Monochromatický světelný paprsek je polopropustným zrcadlem rozdělen na dva paprsky procházející opačným směrem stejnou optickou dráhu, přičemž v jednom rameni je válec délky  $L$  naplněný vodou o indexu lomu  $n$ . Pokud bude přístroj v klidu vůči éteru, objeví se interferenční proužky, neboť optické dráhy nikdy nebudou úplně shodné. Pokud by se měřicí aparatura vůči éteru pohybovala, a válec bychom přemístili do ramene  $AB$ , popř. přístroj otočíme o  $180^\circ$ , měl by se objevit posun interferenčních proužků, neboť pro časový posun mezi oběma paprsky vychází

$$\Delta t = \frac{L}{\frac{c}{n} + \alpha v - v} + \frac{l}{c+v} - \frac{l}{c-v} - \frac{L}{\frac{c}{n} - \alpha v + v} \approx \frac{2l}{v} \left( 1 - \frac{1}{n^2} - \alpha \right) n^2 \beta^2,$$

kde  $\alpha$  je strhávací koeficient, a pro posun interferenčních proužků

$$\Delta = \frac{c}{\lambda} \Delta t \approx \frac{2ln^2}{\lambda} \left( 1 - \frac{1}{n^2} - \alpha \right) \beta$$



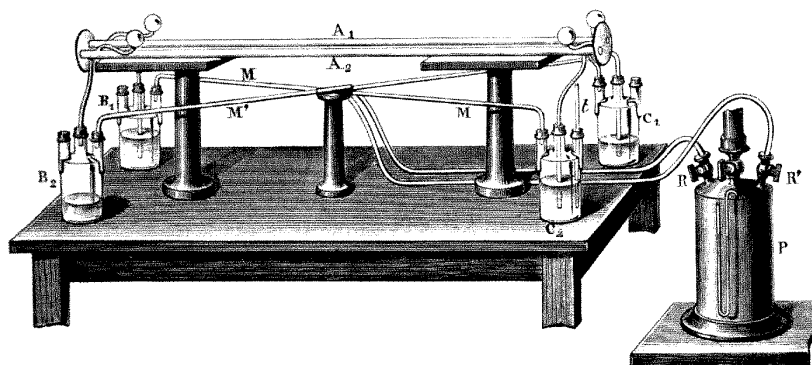


Obr. 1.1: Schéma Hoekova experimentu s očekávaným posunutím proužků (zdroj: Wikipedie)

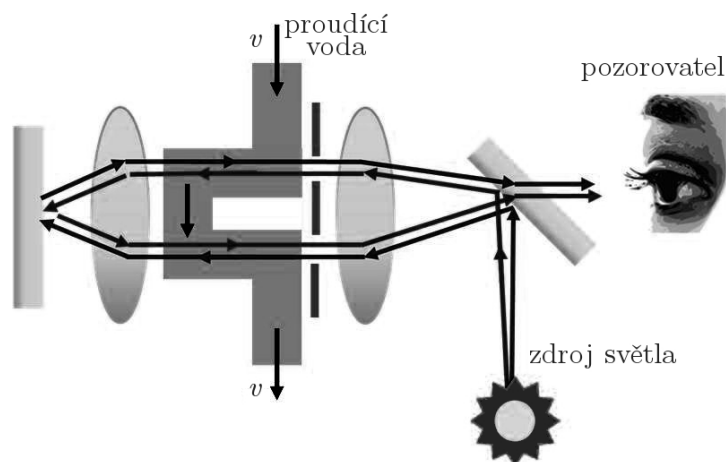
Pokus patří mezi tzv. pokusy 1. řádu, tj. měl by zaznamenat vliv členů  $\beta = v/c$ .

Už v roce 1851 francouzský fyzik Fizeau provedl podobné měření (viz obr. 1.2), v němž předpokládal částečné strhávání éteru. Pro rozdíl času mezi protiběžnými paprsky vychází

$$\Delta t = \frac{L}{\frac{c}{n} - \alpha v} - \frac{L}{\frac{c}{n} + \alpha v} = \frac{2\alpha Lv}{c^2 - v^2} \approx \frac{2\alpha Lvn^2}{c^2}; \quad \frac{c}{n} \gg \alpha v.$$



(a)



(b)

Obr. 1.2: (a) Historický obrázek Fizeauova experimentu  
(b) Schéma Fizeauova experimentu (zdroj: Wikipedie, upraveno)

Měřením zjistil  $\alpha \approx 0,48$ , což u použité vody s indexem lomu  $n = 1,33$  přibližně odpovídá výrazu  $1 - 1/n^2 \approx 0,435$ . Závislost na indexu lomu však v sobě skrývá problém – museli bychom zavést ne jeden, ale nekonečně mnoho strhávaných éterů pro každou barvu. Lze ukázat, že Fizeau byl vlastně prvním, kdo naměřil relativistické skládání rychlostí a že Fizeauův strhávací koeficient skutečně dává nulové výsledky Hoekova pokusu v souladu s pozorováním.

Už roku 1727 anglický astronom Bradley zjistil, že v důsledku pohybu Země okolo Slunce se viděné rozložení hvězd na obloze mění. Pozorujeme-li hvězdu v pólu ekliptiky, musíme dalekohled natočit pod úhlem  $\varepsilon = \arctan v/c \approx 20,5''$  v souladu s Bradleyovými měřeními, ovšem za předpokladu dokonale klidného éteru.

### Michelsonův-Morleyův pokus

Jak již bylo naznačeno, *Michelsonův-Morleyův pokus* (nebo spíše série pokusů) mají mezi experimenty na důkaz absolutního pohybu Země vůči éteru zvláštní postavení a jeho záporný výsledek byl předznamenáním STR, i když formálně jej bylo možné vysvětlit pomocí Lorentzovy elektronové teorie.

První pokus provedl Albert Abraham Michelson v Postupimi, opakován byl r. 1887 s Edwardem Morleyem v Cleavelandu. Jde opět o interferenční pokus (viz obr. 1.4). Pro čas prvního paprsku vychází

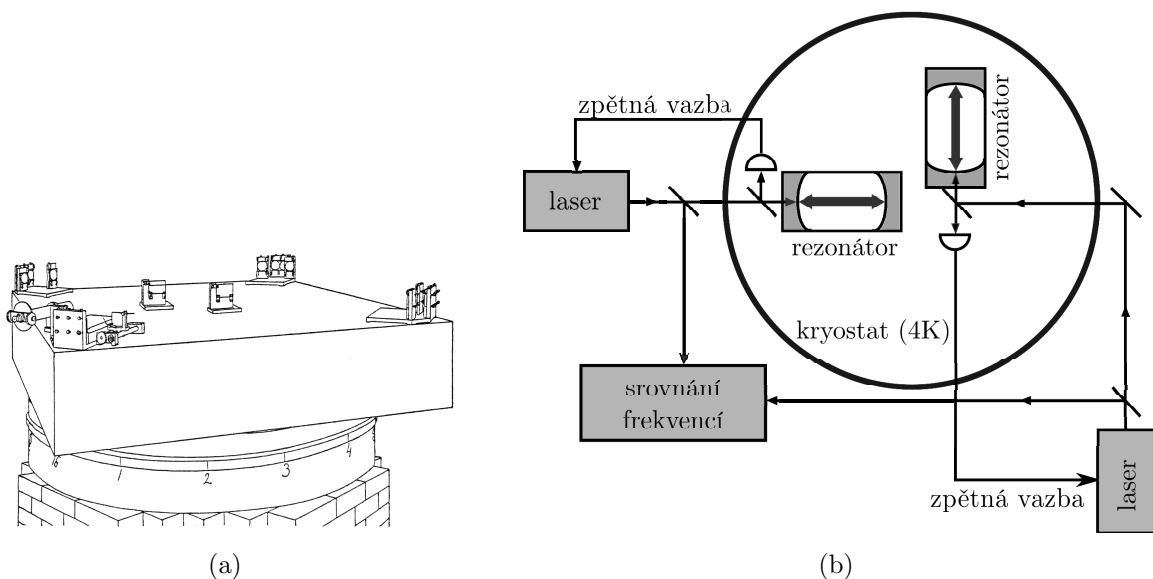
$$t_1 = \frac{l_1}{c-v} + \frac{l_1}{c+v} = \frac{2l_1}{c} \frac{1}{1-\beta^2},$$

pro čas druhého paprsku vychází

$$t_2 = \frac{2l_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}}.$$

Rozdíl mezi oběma paprsky bude

$$(\Delta t)_1 = t_2 - t_1 = \frac{2}{c} \left( \frac{l_2}{\sqrt{1-\beta^2}} - \frac{l_1}{1-\beta^2} \right).$$



Obr. 1.3: (a) Historické schéma Michelsonova experimentu (b) Moderní varianta Michelsonova experimentu použitá při jednom z posledních zpřesnění [106]; použity jsou dva optické rezonátory v navzájem kolmých směrech chlazené na teplotu kapalného helia (zdroj: Wikipedie, upraveno)

Po otočení o 90° analogicky vychází

$$(\Delta t)_2 = \frac{2}{c} \left( \frac{l_2}{1 - \beta^2} - \frac{l_1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right),$$

oba případy se tak liší o

$$\Delta t = (\Delta t)_2 - (\Delta t)_1 = \frac{2}{c} (l_1 + l_2) \left( \frac{1}{1 - \beta^2} - \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}} \right) \approx \frac{l_1 + l_2}{c} \beta^2.$$

Dráhový rozdíl mezi paprsky je potom dán součinem  $c\Delta t w$ . Je-li  $\lambda$  vlnová délka použitého světla, posune se obrazec o  $m$  proužků

$$m = \frac{c\Delta t}{\lambda} = \frac{l_1 + l_2}{\lambda} \beta^2.$$

Žádný posun však naměřen nebyl, přestože experiment byl od té doby mnohokrát opakován s moderními přístroji (viz např. [79, 106]), přičemž konstantní rychlost světla v různých směrech byla ověřena s relativní přesností  $\Delta c/c \approx 10^{-15}$ .

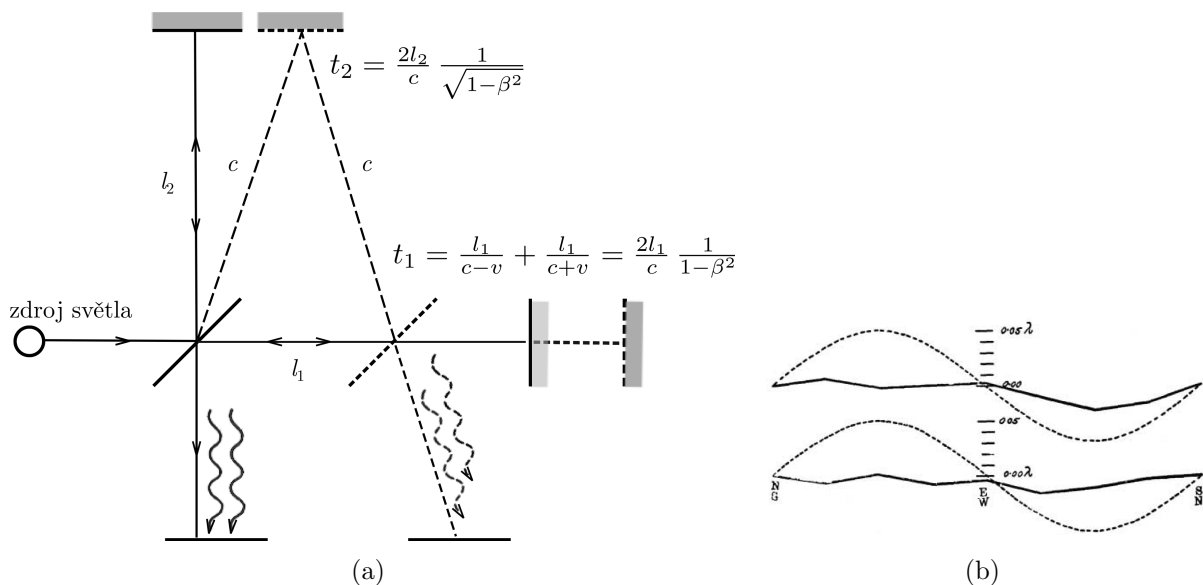
### 1.1.3 Einsteinovy postuláty

Základem speciální teorie relativity (dále STR) jsou dva axiomy (principy, postuláty) formulované Albertem Einsteinem.

**Princip relativity:** Všechny fyzikální děje probíhají ve všech inerciálních soustavách stejně, ve všech inerciálních vztažných soustavách platí stejné fyzikální zákony.

**Princip konstantní rychlosti světla:** Světlo se ve vakuu šíří konstantní rychlostí  $c$  stejnou pro všechny pozorovatele a nezávislou na pohybu zdroje.

Z těchto postulátů je možné vybudovat celou STR. Prvním krokem bude specifikace třídy inerciálních pozorovatelů, pro něž bude tato teorie platit, tj. nalezení transformací, definujících přechod od jedné inerciální vztažné soustavy k jiné, tj. nalezení Lorentzovy transformace v následující části.



Obr. 1.4: (a) Schéma Michelsonova experimentu (b) Očekávaný a skutečný výsledek Michelsonova historického experimentu v roce 1887 (zdroj: Wikipedie, upraveno)

## 1.2 Lorentzova transformace

### 1.2.1 Odvození Lorentzovy transformace

Důsledkem Einsteinových postulátů je nalezení transformace souřadnicové soustavy, která má tu vlastnost, že ponechává nezměněnu rovnici kulové vlnoplochy světelné vlny vyslané z bodového zdroje. Je-li z počátku souřadnicové soustavy  $x^1, x^2, x^3$  vyslán v okamžiku  $t = 0$  světelný signál, pak v okamžiku  $t$  je jeho vlnoplocha určena rovnicí<sup>1</sup>

$$(x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = c^2 t^2. \quad (1.2)$$

Vzhledem k druhému Einsteinovu postulátu musí v jiné inerciální soustavě  $x'^1, x'^2, x'^3$  být rovnice téže vlnoplochy

$$(x'^1)^2 + (x'^2)^2 + (x'^3)^2 = c^2 t'^2, \quad (1.3)$$

přičemž čas už nepokládáme za veličinu absolutní, plynoucí ve všech inerciálních soustavách stejně a v nové soustavě jej značíme  $t'$ . Z matematického hlediska tak čas hraje úlohu dalšího rozměru. Zavedeme-li časovou souřadnici

$$x^0 = ct, \quad (1.4)$$

přecházejí rovnice (1.2) a (1.3) na

$$\begin{aligned} s^2 &= -(x^0)^2 + (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = 0 \\ s'^2 &= -(x'^0)^2 + (x'^1)^2 + (x'^2)^2 + (x'^3)^2 = 0. \end{aligned} \quad (1.5a)$$

Z matematického hlediska začínáme tak pracovat s čtyřrozměrným prostorem se třemi prostorovými a jednou časovou souřadnicí, tzv. *prostorčasem*, jeho jednotlivé body označujeme jako *události*. Výraz  $s$  nazýváme *intervalem mezi dvěma událostmi*, v tomto případě mezi událostí v počátku souřadnicové soustavy v okamžiku  $t = 0$  (vyslání světelného signálu) a událostí v bodě vlnoplochy v okamžiku  $t$  (příchod světelného signálu). Interval může být zaveden pro libovolné události, jež nemusí být nutně spojeny světelným signálem. Platí

$$s_{AB}^2 = -(x_B^0 - x_A^0)^2 + (x_B^1 - x_A^1)^2 + (x_B^2 - x_A^2)^2 + (x_B^3 - x_A^3)^2$$

a pro dvě blízké události

$$ds^2 = -(dx^0)^2 + (dx^1)^2 + (dx^2)^2 + (dx^3)^2 \quad (1.6)$$

Pro libovolné dvě události  $A$  a  $B$  však obecně neplatí, že  $s_{AB}^2 = 0$  nebo  $s'_{AB}{}^2 = 0$ , jak tomu je pro dvě události spojené světelným signálem. Základní vlastností každého intervalu však je, že zůstává invariantní při přechodu od jedné inerciální soustavy ke druhé. Ukažme to nyní pro  $ds$ .

Z anulování intervalu v jedné inerciální soustavě vyplývá vzhledem k (1.5a) nutnost jeho anulování v každé jiné inerciální soustavě. Tento požadavek bude splněn, jestliže bude platit

$$ds^2 = a ds'^2,$$

kde koeficient úměrnosti  $a$  nemůže záviset na souřadnicích ani na čase, neboť by různé body prostoru a různé časové okamžiky nebyly rovnocenné (prostor a čas by nebyly homogenní) a nemůže záviset ani na směru relativní rychlosti obou inerciálních soustav, neboť by byla narušena izotropnost prostoru; může proto záviset jen na *velikosti* relativní rychlosti obou inerciálních soustav.

<sup>1</sup>Z důvodů, které budou zřejmé později budeme souřadnice číslovat pomocí horních indexů

Uvažujme nyní tři inerciální vztažné soustavy  $S$ ,  $S'$  a  $S''$  takové, že relativní rychlost  $S'$  vůči  $S$  je  $\mathbf{v}_1$ ,  $S''$  vůči  $S$  je  $\mathbf{v}_2$  a  $S''$  vůči  $S'$  je  $\mathbf{v}_{12}$ . Pak můžeme psát

$$\begin{aligned} ds^2 &= a(v_1) ds'^2, \\ ds^2 &= a(v_2) ds''^2, \\ ds'^2 &= a(v_{12}) ds''^2. \end{aligned}$$

Dosazením z poslední rovnice a porovnáním předchozích dvou plyne

$$\frac{a(v_2)}{a(v_1)} = a(v_{12}).$$

Protože  $v_{12}$  nezávisí jen na velikostech, ale i na vzájemných směrech rychlostí  $\mathbf{v}_1$  a  $\mathbf{v}_2$ , může být tento vztah splněn, jedině když se  $a$  redukuje na konstantu a má-li platit poslední rovnice, musí být tato konstanta rovna 1. Platí tedy

$$ds^2 = ds'^2 \quad (1.7)$$

a přejdeme-li k intervalům mezi událostmi konečně vzdálenými, musí také

$$s_{AB}^2 = s'_{AB}{}^2 \quad (1.8)$$

nebo, vzhledem k (1.5a) také

$$s^2 = -(x^0)^2 + (x^1)^2 + (x^2)^2 + (x^3)^2 = s'^2 = -(x'^0)^2 + (x'^1)^2 + (x'^2)^2 + (x'^3)^2. \quad (1.9)$$

Vidíme, že čas i prostorové souřadnice jsou v definici intervalu úzce propojeny. Lze na ně nahlížet jako na souřadnice v 4-rozměrném metrickém prostoru, kde interval hraje obdobnou roli jako vzdálenost v trojrozměrném prostoru.

Další vlastností hledané transformace musí být *jednoznačnost* a *linearita*. Pak i vztahy mezi souřadnicemi  $(x^0, x^1, x^2, x^3)$  událostí v jedné soustavě  $S$  a souřadnicemi  $(x'^0, x'^1, x'^2, x'^3)$  těchto událostí v druhé soustavě musí být rovněž jednoznačné. Ukažme, že požadavek linearity vyplývá opět z homogenity prostoru a času. Obecně můžeme transformační rovnice psát ve tvaru

$$x'^0 = f_0(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad (1.10a)$$

$$x'^1 = f_1(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad (1.10b)$$

$$x'^2 = f_2(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad (1.10c)$$

$$x'^3 = f_3(x^0, x^1, x^2, x^3), \quad (1.10d)$$

kde funkce  $f_0, f_1, f_2, f_3$  jsou zatím blíže neurčené jednoznačné funkce prostoročasových proměnných. Uvažujme dvě události  $A$  a  $B$ , jejichž prostoročasové souřadnice v klidové resp. pohybující se vztažné soustavě jsou  $\{x_A^\mu\}$  a  $\{x_B^\mu\}$ , přičemž index  $\mu$  nabývá hodnot  $0, 1, \dots, 3$ . V soustavě  $S'$  jsou souřadnice těchto událostí  $\{x_A'^\mu\}$  a  $\{x_B'^\mu\}$ . Kdyby neznámé funkce  $f_\mu$  nebyly lineární v proměnných  $\{x^\mu\}$ , pak by rozdíly  $(x_B'^\nu - x_A'^\nu)$  závisely nejen na odpovídajících rozdílech  $(x_B^\mu - x_A^\mu)$ , ale i na konkrétních (číselných) hodnotách souřadnic  $\{x_A^\mu\}$  daných událostí, což by bylo v rozporu s druhým předpokladem. Předpokládejme pro jednoduchost, že v klidové soustavě se události  $A$  a  $B$  liší pouze v souřadnici  $x^1$  a zavedme označení  $\xi = x_B^1 - x_A^1$ . Zaměřme se např. na funkci  $f_1$ . Jestliže požadujeme, aby  $\xi' = x_B'^1 - x_A'^1$  záviselo pouze na  $\xi$  a nezáviselo např. na souřadnici  $x_A^1$ , můžeme psát

$$\frac{\partial \xi'}{\partial x_A^1} = 0 \quad \text{při} \quad \xi = \text{konst.}$$

Dosadíme-li zde z (1.10d), dostáváme

$$\frac{\partial}{\partial x_A^1} [f_1(x_A^0, x_A^1 + \xi, x_A^2, x_A^3) - f_1(x_A^0, x_A^1, x_A^2, x_A^3)] = 0$$

Po provedení Taylorova rozvoje první funkce  $f_1$  získáme rovnici

$$\frac{\partial}{\partial x_A^1} \left[ \left( \frac{\partial f_1}{\partial x_A^1} \right)_{x_A^1} \xi + \dots \right] = 0$$

Je zřejmé, že rovnost bude splněna pouze tehdy, když se výraz v hranaté závorce nebude měnit s  $x_A^1$ , tj. bude-li

$$\frac{\partial f_1}{\partial x_A^1} = \text{konst.}$$

To ale znamená, že funkce  $f_1$  je funkcí lineární v proměnné  $x^1$ . Analogickým způsobem by se dokázala linearita funkce  $f_1$  ve zbývajících proměnných  $x^0$ ,  $x^2$  i  $x^3$  a pro funkce  $f_0$ ,  $f_2$  a  $f_3$ .

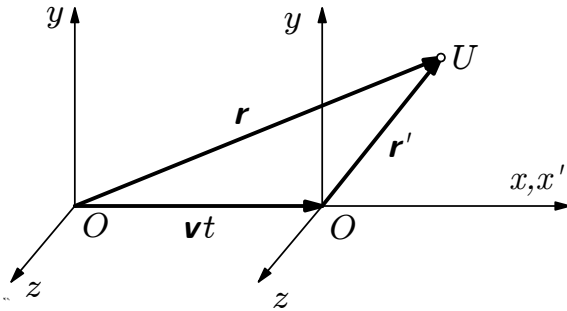
*Lorentzova transformace* je obecně definována jako ortogonální transformace typu

$$x'^{\mu} = \sum_{\nu=0}^3 a^{\mu}_{\nu} x^{\nu}. \quad (1.11)$$

*Ortogonalitu* transformace definujeme podmínkou

$$\sum_{\mu=0}^3 a^{\mu}_{\nu} a^{\rho}_{\mu} = \delta^{\rho}_{\nu} = \begin{cases} 1 & \text{pro } \rho = \nu, \\ 0 & \text{pro } \rho \neq \nu. \end{cases} \quad (1.12)$$

Splněním podmínky ortogonality (1.12) zajistíme platnost (1.9). Protože souřadnice i čas musí být v obou soustavách reálná čísla, musí být i matice transformace  $a^{\mu}_{\nu}$  reálná.



Obr. 1.5: Standardní konfigurace vztažných soustav (převzato z [119])

Hledaná transformace navíc zřejmě pro malé rychlosti  $\mathbf{v}$  musí přecházet na Galileovu transformaci (1.1). Pokud nebude uvedeno jinak, budeme nadále předpokládat tzv. *standardní konfiguraci* vztažných soustav  $S$  a  $S'$  podle obr. 1.5. Pro odpovídající Galileovu transformaci (1.1) po rozepsání do složek dostáváme

$$t' = t, \quad (1.13a)$$

$$x' = x - vt, \quad (1.13b)$$

$$y' = y, \quad (1.13c)$$

$$z' = z. \quad (1.13d)$$

Poslední dvě rovnosti budou splněny i pro Lorentzovy transformace, v rovnicích (1.11) proto položíme  $a^2_{\mu} = \delta^2_{\mu}$ ,  $a^3_{\mu} = \delta^3_{\mu}$ ,  $a^{\mu}_2 = \delta^{\mu}_2$ ,  $a^{\mu}_3 = \delta^{\mu}_3$ . První dvě z rovnic (1.11) pak po rozepsání mají tvar

$$x^{0'} = a^0_0 x^0 + a^0_1 x^1, \quad (1.14a)$$

$$x^{1'} = a^1_0 x^0 + a^1_1 x^1. \quad (1.14b)$$

Podle (1.9) dále platí

$$(x^{1'})^2 - (x^{0'})^2 = (x^1)^2 - (x^0)^2. \quad (1.15)$$

Poslední rovnici k určení maticových prvků  $a_\nu^\mu$  pro  $\mu, \nu = 0, 1$  odvodíme z rovnice pro pohyb počátku  $O'$ , pro který  $x'^1 = 0$ ,  $x^1 = vt$ , neboli (podle (1.14a))

$$0 = a_0^1 x^0 + a_1^1 x^1 = a_0^1 ct + a_1^1 vt. \quad (1.16)$$

Řešení soustavy rovnic (1.14a)–(1.16) vede k výsledku

$$a_0^0 = a_1^1 = \gamma, \quad a_1^0 = a_0^1 = -\beta\gamma,$$

kde jsme ve shodě s většinou pramenů zavedli označení

$$\beta = \frac{v}{c}, \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}. \quad (1.17)$$

I v současné době se provádějí experimenty, které ověřují platnost Lorentzovy transformace, resp. invariantnost fyzikálních zákonů vzhledem k této transformaci (princip relativity). Prozatím žádný experiment nebyl v rozporu s tímto principem. Pro přehlednost a k dalšímu výkladu shrňme rovnice Lorentzovy transformace

$$t' = \gamma \left( t - \frac{v}{c^2} x \right) = \frac{t - \frac{v}{c^2} x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.18a)$$

$$x' = \gamma (x - vt) = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.18b)$$

$$y' = y, \quad (1.18c)$$

$$z' = z. \quad (1.18d)$$

Symetrie Lorentzových transformací vynikne ve čtyřrozměrném formalismu. S využitím souřadnice  $x^0 = ct$  je můžeme zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad (1.19)$$

Vlastnosti Lorentzovy transformace pak vyniknou, pokud matici transformace parametrizujeme pomocí hyperbolických funkcí

$$L_\nu^\mu = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cosh \xi & -\sinh \xi & 0 & 0 \\ -\sinh \xi & \cosh \xi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (1.20)$$

kde parametr  $\xi$  splňuje podmínku  $\tanh \xi = \beta = v/c$  a nazýváme ho *rapidity*; uplatnit ho lze s výhodou např. u vícenásobného relativistického skládání rychlostí. Z vlastností hyperbolických funkcí ihned dostáváme užitečnou identitu

$$\cosh^2 \xi - \sinh^2 \xi = \gamma^2 - \gamma^2 \beta^2 = \gamma^2 (1 - \beta^2) = 1, \quad (1.21)$$

která samozřejmě také plyne přímo z (1.17). Výše uvedené transformace platí pro přechod od soustavy  $S$  k  $S'$ ; obrácenou transformaci pro přechod od soustavy  $S'$  k  $S$  získáme formální záměnou

$v$  za  $-v$ , jak odpovídá fyzikální intuici, neboť soustava  $S$  se vzhledem k  $S'$  pohybuje stejnou rychlostí opačného směru. Konkrétně platí

$$t = \gamma \left( t' + \frac{v}{c^2} x' \right) = \frac{t' + \frac{v}{c^2} x'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.22a)$$

$$x = \gamma (x' + vt') = \frac{x' + vt'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}, \quad (1.22b)$$

$$y = y, \quad (1.22c)$$

$$z = z. \quad (1.22d)$$

Ve čtyřrozměrném formalismu můžeme vztahy (1.22) zapsat v maticovém tvaru

$$\begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma\beta & 0 & 0 \\ \gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} ct' \\ x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}. \quad (1.23)$$

## 1.2.2 Důsledky Lorentzovy transformace

Z Lorentzovy transformace přímo plynou kinematické důsledky, s nimiž se nesetkáváme v klasické newtonovské fyzice a neodpovídají naší běžné zkušenosti s pomalými pohyby, pro než  $v \ll c$ . Ačkoli se tyto jevy v literatuře probírají jednotlivě, zdůrazníme, že nejsou na sobě nezávislé – to, co pozorovatel v jedné soustavě vysvětlí jako kontrakci délky, druhý vysvětluje jako relativnost současnosti nebo dilataci času apod. Omezme se zde na stručné shrnutí, neboť tato problematika je dostatečně zpracována v řadě dostupných pramenů.

### Relativita současnosti a souměstnosti

Zatímco relativnost souměstnosti – tj. skutečnost, že když v jedné soustavě nastanou události na stejném místě, v jiné soustavě na místech různých – zažíváme denně v dopravních prostředcích, relativnost současnosti patří základním důsledkům Lorentzových transformací. Uvažujme dvě *současné* události  $A$  a  $B$ , které v soustavě  $S$  nastanou v místech  $x_A, x_B$  v časech  $t_A = t_B = 0$ . Po dosazení do (1.18a) obdržíme

$$\Delta t' = t'_B - t'_A = \gamma \left[ t_B - t_A - \frac{v}{c^2} (x_B - x_A) \right] = \gamma \left( \underbrace{\Delta t}_{=0} - \frac{v}{c^2} \Delta x \right) = -\gamma \frac{v}{c^2} \Delta x.$$

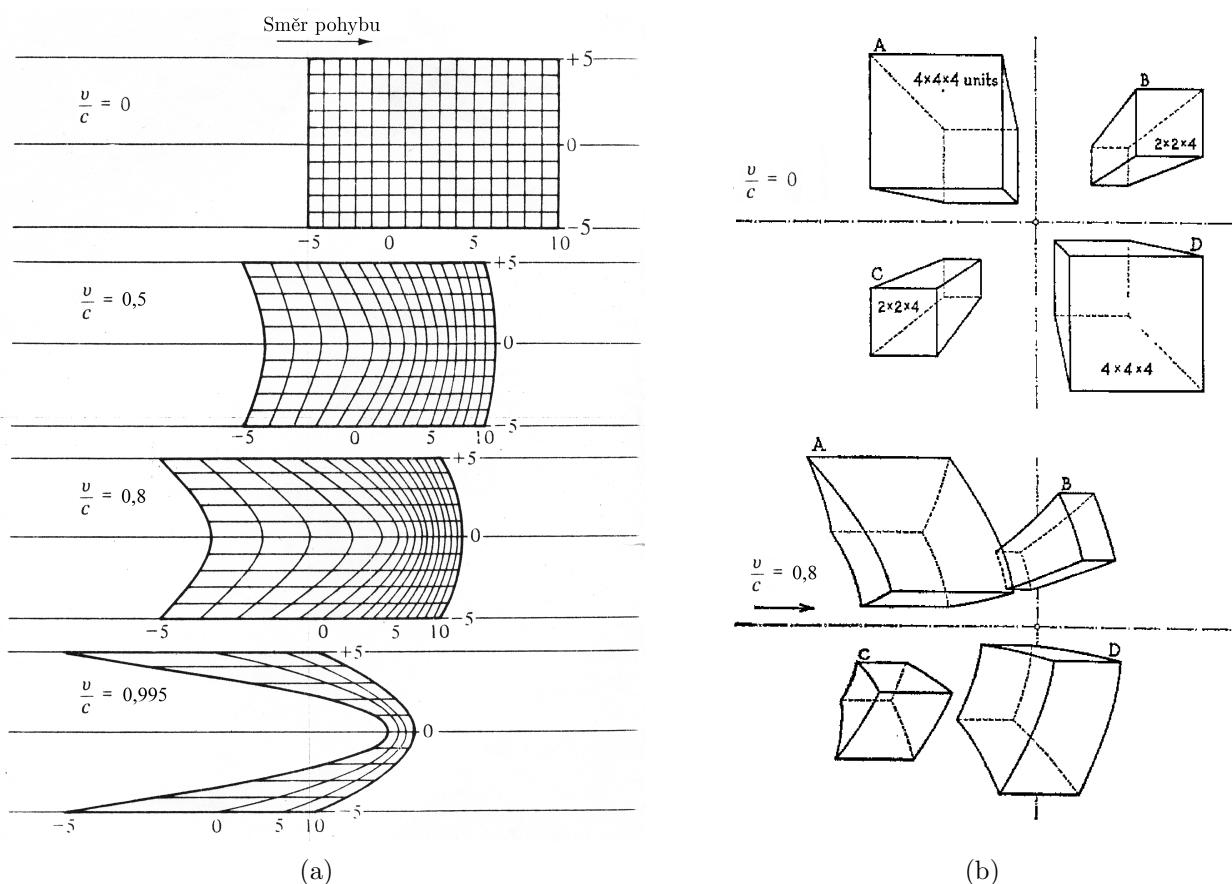
Vidíme, že pokud budou události  $A$  a  $B$  v soustavě  $S$  nesouměstné, tj.  $\Delta x \neq 0$ , bude  $\Delta t' \neq 0$  neboli události v soustavě  $S'$  nebudou současné.

### Kontrakce délek

Uvažujme tyč s koncovými body  $A$  a  $B$ , která je v klidu v soustavě  $S'$  a je položena ve směru osy  $x'$ . Pro délku tyče v této soustavě platí  $l_0 = x'_B - x'_A$ ; podmínkou správného měření délky je, aby poloha obou konců byla odečtena současně, takže pro okamžiky čtení polohy obou konců v druhé soustavě  $S$  (časové souřadnice událostí změření polohy konců tyče z hlediska pozorovatele v  $S$ ) platí  $t_B = t_A$ . Z Lorentzových transformací (1.18b) získáváme

$$l_0 = x'_B - x'_A = \gamma [x_B - x_A - \beta (t_B - t_A)] = \gamma (x_B - x_A) = \gamma l,$$





Obr. 1.6: (a) Vzhled pravoúhlé sítě při relativistických rychlostech, pozorovatel je v jednotkové vzdálenosti od roviny sítě a počátek  $O$  vidí kolmo před sebou (b) Pohled na pohybující se kvádry se započtením perspektivy (převzato z [116]). Vizualizace těchto efektů lze nalézt např. na stránkách <http://www.spacetimetravel.org>

kde jsme označili  $l = x_B - x_A$  délku tyče naměřenou pozorovatelem v  $S$ . Po úpravě dostáváme

$$l = \gamma^{-1} l_0 = l_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} < l_0. \quad (1.24)$$

Dodejme, že z hlediska pozorovatele v soustavě  $S'$  spojené s pohybující se tyčí *nebyly* odečteny polohy konců tyče současně, tento pozorovatel proto zkrácení tyče z hlediska druhé soustavy vysvětlí relativností současnosti.

Protože rozměry kolmé na směr pohybu se při přechodu ke druhé soustavě nezmění, pro transformaci objemu získáváme

$$\Delta V = \Delta V_0 \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (1.25)$$

Dodejme, že studium vzhledu rychle se pohybujících těles je mnohem komplikovanější. Pomineme-li setrvačnost oka (budeme předpokládat, že bychom např. těleso fotografovali s velmi krátkou expoziční dobou a se „švenkováním“ kamerou), projevila by se i rozdílná doba, kterou potřebují paprsky vyslané či odražené z různých částí pohybujícího se tělesa; výsledný obraz je tvořen paprsky, které dopadnou do fotoaparátu *zároveň*. Tvar pravoúhlé mříže a kvádrů je znázorněn na obr. 1.6.

## Dilatace času

Uvažujme opět dvě *soumítné* události  $A$  a  $B$ , které v soustavě  $S'$  nastanou v časech  $t'_A$  a  $t'_B$  v místech o souřadnicích  $x'_A = x'_B$ . Po dosazení do rovnice (1.22a) vychází

$$\Delta t = t_B - t_A = \gamma \left[ t'_B - t'_A + \frac{v}{c^2} \underbrace{(x'_B - x'_A)}_{=0} \right] = \gamma \Delta t'$$

neboli

$$\Delta t = \gamma \Delta t' = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} > \Delta t'. \quad (1.26)$$

Vidíme, že pro děj časově vymezený událostmi  $A$  a  $B$  naměří nejkratší trvání tohoto děje pozorovatel, pro něhož události nastanou v témže místě, pozorovatelé v ostatních soustavách naměří čas delší, proto hovoříme o dilataci času. Má proto smysl zavést vlastní čas nějakého děje, který bude z časů naměřených v různých inerciálních soustavách nejkratší

$$d\tau = dt \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (1.27)$$

Jde navíc o invariantní veličinu s rozměrem času, neboť podle (1.6) také platí

$$d\tau^2 = dt^2 \left( 1 - \frac{v^2}{c^2} \right) = \frac{1}{c^2} \left[ c^2 dt^2 - \left( \frac{dx}{dt} \right)^2 - \left( \frac{dy}{dt} \right)^2 - \left( \frac{dz}{dt} \right)^2 \right] = -\frac{ds^2}{c^2}, \quad (1.28)$$

vlastní čas je úměrný invariantnímu intervalu.

Dilatace času byla potvrzena experimentálně. Ke klasickým testům patří ověřování příčného Dopplerova jevu Ivesem a Stilwellem [93, 94]. V učebnicích bývá nejčastěji zmiňován případ velmi rychlých mionů, které vznikají ve svrchní vrstvě atmosféry a podle své doby života by neměly urazit dráhu delší než několik stovek metrů. Skutečnost, že je registrujeme i na zemském povrchu a musí tedy urazit desítky kilometrů, je z našeho pohledu dokladem dilatace času. V soustavě spojené s miony bychom ovšem výsledek popsali kontrakcí délky – z jejich „pohledu“ je uražená vzdálenost kratší. Názorně tak vidíme i relativnost vysvětlení z hlediska různých vztažných soustav, pozorovatelé v různých soustavách se však vždy musí shodnout na pozorovaném výsledku. Dosud nejpřesnější ověření dilatace času pro nerelativistické rychlosti okolo  $10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  bylo provedeno v roce 2010 pomocí optických atomových hodin [91].

Existuje i řada pokusů, které kromě výše popsané dilatace času spojené s pohybem ověřují i změnu chodu hodin v gravitačním poli Země, tedy efekt předpovězený obecnou teorií relativity. Ke klasickým již dnes patří Hafeleův-Keatingův experiment [90], v němž byla k měření použita trojice přesných cesiových hodin, z nichž jedny zůstaly na zemi, druhé obletěly letadlem Zemi po směru otáčení a třetí ve směru opačném. S kompenzací dilatace času se musí počítat v navigačních systémech GPS [75, 76], čímž teorie relativity vstupuje do světa každodenních praktických aplikací.

## Relativistické skládání rychlostí

Jako poslední z kinematických jevů uveďme relativistické skládání rychlostí. Označme

$$\mathbf{u} = \frac{dx}{dt} \mathbf{e}_x + \frac{dy}{dt} \mathbf{e}_y + \frac{dz}{dt} \mathbf{e}_z$$

rychlost částice vzhledem k soustavě  $S$  a

$$\mathbf{u}' = \frac{dx'}{dt'} \mathbf{e}'_x + \frac{dy'}{dt'} \mathbf{e}'_y + \frac{dz'}{dt'} \mathbf{e}'_z$$

rychlost téže částice vzhledem k soustavě  $S'$ ; označení  $v$  si vyhradíme pro vzájemnou rychlost vztázných soustav  $S$  a  $S'$ . Symboly  $\mathbf{e}_i$  resp.  $\mathbf{e}'_i$  značíme jednotkové vektory ve směru souřadnicových os. Podle Lorentzových transformací (1.18) platí

$$dt' = \gamma \left( dt - \frac{v}{c^2} dx \right), \quad (1.29a)$$

$$dx' = \gamma (dx - v dt), \quad (1.29b)$$

$$dy' = dy, \quad (1.29c)$$

$$dz' = dz. \quad (1.29d)$$

Pro složky rychlosti v soustavě  $S'$  postupně dostáváme

$$u'^x = \frac{dx'}{dt'} = \frac{\gamma (dx - v dt)}{\gamma \left( dt - \frac{v}{c^2} dx \right)} = \frac{\frac{dx}{dt} - v}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} = \frac{u^x - v}{1 - \frac{vu^x}{c^2}}, \quad (1.30a)$$

$$u'^y = \frac{dy'}{dt'} = \frac{dy}{\gamma \left( dt - \frac{v}{c^2} dx \right)} = \gamma^{-1} \frac{\frac{dy}{dt}}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} = \gamma^{-1} \frac{u^y}{1 - \frac{vu^x}{c^2}} = \frac{u^y \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vu^x}{c^2}}, \quad (1.30b)$$

$$u'^z = \frac{dz'}{dt'} = \frac{dz}{\gamma \left( dt - \frac{v}{c^2} dx \right)} = \gamma^{-1} \frac{\frac{dz}{dt}}{1 - \frac{v}{c^2} \frac{dx}{dt}} = \gamma^{-1} \frac{u^z}{1 - \frac{vu^x}{c^2}} = \frac{u^z \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{1 - \frac{vu^x}{c^2}}. \quad (1.30c)$$

Opět je zřejmé, že pro  $u, v \ll c$  výše uvedené vztahy přecházejí na klasické skládání rychlostí plynoucí z Galileovy transformace (1.13)

$$u'^x = u^x - v, \quad u'^y = u^y, \quad u'^z = u^z. \quad (1.31)$$

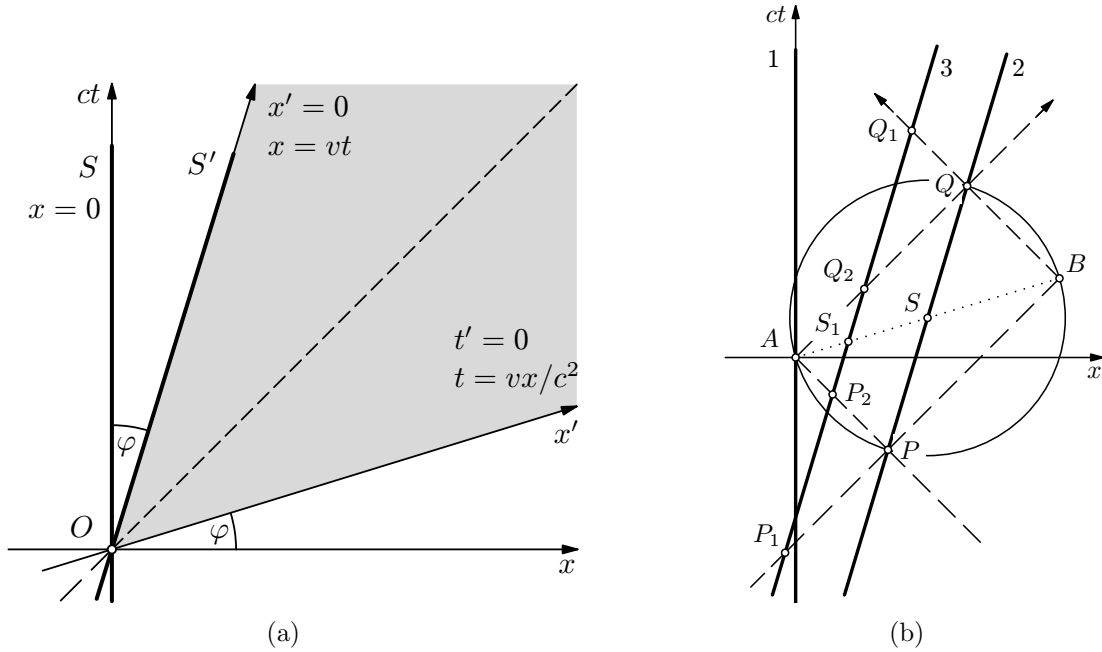
## 1.3 Minkowského prostoročas, čtyřvektory

Množina událostí tvoří tzv. *Minkowského prostoročas*, který budeme zkráceně označovat jako *prostoročas* nebo *časoprostor*.<sup>2</sup> Jeho geometrie a některé vlastnosti vektorů nad tímto prostoročasem se liší od 3-rozměrného eukleidovského prostoru, se kterým pracujeme v klasické mechanice a klasické teorii pole.

### 1.3.1 Minkowského diagramy

Události lze s výhodou graficky znázornit pomocí tzv. *Minkowského diagramů*, které zavedl právě Herman Minkowski. Příklad takového diagramu je na obr. 1.7. Na vodorovnou osu vynášíme

<sup>2</sup>Prostoročasem samozřejmě označujeme i zakřivené prostoročasy např. v okolí hmotných těles, jejichž popisem se zabývá obecná teorie relativity. V tomto textu však budeme pracovat výhradně s Minkowského prostoročasem. Někdy se odlišuje „prostoročas“ a „časoprostor“ podle pořadí souřadnic, nicméně stále více se prosazuje první označení v souladu s anglickým „spacetime“.



Obr. 1.7: (a) Minkowského diagram (b) Současné události v Minkowského diagramu – události  $A$  a  $B$  jsou současné v pohybuující se soustavě  $S'$ , ale nikoli v  $S$  (převzato z [119])

souřadnici  $x$ , na svislou  $x^0 = ct$ , tj. osy soustavy  $S$ . Osy soustavy  $S'$  budou na tomto diagramu znázorněny polopřímkami, jejichž rovnice získáme z Lorentzovy transformace. Pro osu  $x'$  platí  $ct' = 0$ , neboli

$$0 = \gamma(ct - \beta x), \quad ct = \beta x.$$

Osa  $x'$  bude s osou  $x$  svírat úhel  $\varphi = \arctan \beta$ . Podobně pro osu  $ct'$  musí být  $x' = 0$ , takže

$$0 = \gamma(x - \beta ct), \quad ct = \beta^{-1}x.$$

Osa  $ct'$  tak svírá s osou  $ct$  stejný úhel  $\varphi = \arctan \beta$ , obě čárkované osy jsou souměrné podle osy prvního kvadrantu. Pro větší rychlosti soustavy  $S'$  se budou obě osy více a více sklápět k sobě a v limitním případě  $\beta \rightarrow 1$  by splynuly s osou kvadrantu.

Mějme nyní nějakou událost  $B$  různou od události  $A$ , pro kterou platí  $|x| > |ct|$ . Existuje pozorovatel, kterému se událost  $B$  jeví jako současná s událostí  $A$ ? Sestrojme kružnici nad průměrem  $AB$  (obr. 1.7). Obrazy signálů, které se odrazily proti sobě při událostech  $A$  a  $B$ , ji protnou v bodech  $P, Q$ . Pozorovateli 2, jehož světočárou je přímka  $PQ$ , se budou události  $A, B$  jevit jako současné, neboť jím vyslané signály při události  $P$  se vrátily za stejnou dobu při události  $Q$ . Podle něj došlo k událostem  $A$  a  $B$  současně s událostí  $S$  zobrazenou středem úsečky  $AB$ , která nastala uprostřed časového intervalu mezi událostmi  $P$  a  $Q$ . Ke stejnému závěru dojde i každý jiný pozorovatel 3, jehož světočára je rovnoběžná se světočárou pozorovatele 2. Z podobnosti trojúhelníků na obr. 1.7 plynou rovnosti  $P_1S_1 = S_1Q_1$ ,  $P_2S_1 = S_1Q_2$ . Podle pozorovatele 3 tedy události  $A, B$  a  $S_1$  nastaly současně.

### 1.3.2 Geometrie Minkowského prostoročasu

Dvojici událostí  $A, B$  můžeme přiřadit 4-rozměrný vektor (čtyřvektor)

$$\mathbf{V}_{AB} = \sum_{\mu=0}^3 (x_B^\mu - x_A^\mu) \mathbf{e}_\mu,$$

kde  $\mathbf{e}_\mu$  jsou *vektory kovariantní báze*. Zvolíme-li událost  $A$  za počátek, tj. položíme-li  $x_A^\mu = (0, 0, 0, 0)$ , získáme vzájemně jednoznačné přiřazení mezi vektory a událostmi. Navíc bude splněna „trojúhelníková rovnost“ (skládání vektorů)

$$\mathbf{V}_{AB} + \mathbf{V}_{BC} = \mathbf{V}_{AC}. \quad (1.32)$$

Položíme-li v (1.32)  $B = A$ , bude

$$\mathbf{V}_{AA} + \mathbf{V}_{AC} = \mathbf{V}_{AC} \quad \implies \quad \mathbf{V}_{AA} = \mathbf{0};$$

podobně volbou  $C = A$

$$\mathbf{V}_{AB} + \mathbf{V}_{BA} = \mathbf{V}_{AA} = \mathbf{0} \quad \implies \quad \mathbf{V}_{BA} = -\mathbf{V}_{AB}.$$

Množina událostí spolu s tímto vektorovým prostorem tak zřejmě tvoří *afinní prostor*.

Při rotacích v 3-rozměrném eukleidovském prostoru se nemění vzdálenost bodů od počátku soustavy souřadnic ani bodů mezi sebou (jde o izometrické zobrazení), proto např. v kartézské soustavě souřadnic lze psát pro dva libovolné body  $A$  a  $B$

$$l_{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 = \text{konst.}$$

Stejnou vlastnost vůči Lorentzově transformaci má interval

$$s_{AB}^2 = -c^2(t_B - t_A)^2 + (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2 = \text{konst.}$$

Vektory (jde o čtyřvektory) odpovídající dvojicím událostí tvoří *pseudoeukleidovský vektorový prostor*, tj. vektorový prostor se skalárním součinem definovaným vztahem

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{W} = -V^0W^0 + V^1W^1 + V^2W^2 + V^3W^3.$$

Pro vektory báze pak platí

$$\mathbf{e}_0 \cdot \mathbf{e}_0 = -1, \quad \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_1 = 1, \quad \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{e}_2 = 1, \quad \mathbf{e}_3 \cdot \mathbf{e}_3 = 1.$$

Tento vektorový prostor nazýváme *Minkowského vektorovým prostorem*. Zavedeme-li *duální kontravariantní bázi*  $\mathbf{e}^\mu$  splňující podmínky

$$\mathbf{e}^\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = \delta_\nu^\mu, \quad \mu, \nu = 0, \dots, 3.$$

bude

$$\mathbf{e}^0 = -\mathbf{e}_0, \quad \mathbf{e}^i = \mathbf{e}_i, \quad i = 1, 2, 3.$$

Vektor  $\mathbf{V}$  pak lze vyjádřit dvojím způsobem

$$\mathbf{V} = \sum_{\mu=0}^3 V^\mu \mathbf{e}_\mu = \sum_{\nu=0}^3 V_\nu \mathbf{e}^\nu$$

a skalární součin dvou vektorů přepsat ve tvaru

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{W} = \sum_{\mu=0}^3 V^\mu \mathbf{e}_\mu \cdot \sum_{\nu=0}^3 W_\nu \mathbf{e}^\nu = \sum_{\mu, \nu=0}^3 V^\mu W_\nu \delta_\mu^\nu = \sum_{\mu=0}^3 V^\mu W_\mu = V^0W_0 + V^1W_1 + V^2W_2 + V^3W_3.$$

Tenzorem nad Minkowského prostorem rozumíme bilineární formu (zobrazení), které dvěma vektorům přiřadí reálné číslo

$$(\mathbf{V}, \mathbf{W}) \longrightarrow \mathbf{T}(\mathbf{V}, \mathbf{W}) \in R.$$

Bilinearita znamená linearitu vzhledem k oběma argumentům, pro libovolné  $a, b \in R$  a libovolné vektory  $\mathbf{U}, \mathbf{V}, \mathbf{W}$  musí platit

$$\mathbf{T}(a\mathbf{U} + b\mathbf{V}, \mathbf{W}) = a\mathbf{T}(\mathbf{U}, \mathbf{W}) + b\mathbf{T}(\mathbf{V}, \mathbf{W})$$

a podobně pro druhý argument. Složky tenzoru  $\mathbf{T}$  najdeme dosazením bázevých vektorů

$$T_{\mu\nu} = \mathbf{T}(\mathbf{e}_\mu, \mathbf{e}_\nu), \quad \text{popř.} \quad T^{\mu\nu} = \mathbf{T}(\mathbf{e}^\mu, \mathbf{e}^\nu)$$

a působení tenzoru na vektory pak lze pomocí jeho složek zapsat ve tvaru

$$\mathbf{T}(\mathbf{U}, \mathbf{V}) = \mathbf{T}\left(\sum_{\mu=0}^3 U^\mu \mathbf{e}_\mu, \sum_{\nu=0}^3 V^\nu \mathbf{e}_\nu\right) = \sum_{\mu, \nu=0}^3 T_{\mu\nu} U^\mu V^\nu.$$

Velmi důležitý je *metrický tenzor* spojený se skalárním součinem vektorů

$$\mathbf{V} \cdot \mathbf{W} = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} V^\mu W^\nu.$$

Metrický tenzor je symetrický, tj. platí

$$\boldsymbol{\eta}(\mathbf{V}, \mathbf{W}) = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{W}, \mathbf{V}),$$

a jeho složky jsou dány skalárním součinem bázevých vektorů

$$\eta_{\mu\nu} = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{e}_\mu, \mathbf{e}_\nu) = \mathbf{e}_\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (1.33)$$

Analogicky pro kontravariantní složky metrického tenzoru lze psát

$$\eta^{\mu\nu} = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{e}^\mu, \mathbf{e}^\nu) = \mathbf{e}^\mu \cdot \mathbf{e}^\nu = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

a pro smíšené

$$\eta_\nu^\mu = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{e}^\mu, \mathbf{e}_\nu) = \mathbf{e}^\mu \cdot \mathbf{e}_\nu = \delta_\nu^\mu.$$

Podobně jako v eukleidovských vektorových prostorech, i v Minkowského prostoru skalární součin vektoru sama se sebou určuje jeho velikost; pro její kvadrát můžeme psát

$$|\mathbf{V}|^2 = \mathbf{V} \cdot \mathbf{V} = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{V}, \mathbf{V}) = \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} V^\mu V^\nu.$$

Je zřejmé, že druhá mocnina velikosti vektorů v Minkowského prostoročase nemusí být vždy nezáporným reálným číslem. V námi užívané znaménkové konvenci je pro tzv. *prostorupodobné* vektory  $|\mathbf{V}|^2 > 0$ , pro *časupodobné*  $|\mathbf{V}|^2 < 0$ . Dále vidíme, že  $|\mathbf{V}| = 0$  může být splněno nejen pro nulové vektory (se všemi složkami rovnými 0). Pokud  $|\mathbf{V}| = 0$  a zároveň  $\mathbf{V} \neq \mathbf{0}$ , jde o *světlu podobné* vektory spojené se šířením světelných signálů; k těmto pojmům se ještě vrátíme v souvislosti s kauzální strukturou prostoročasu v části 1.3.4.

Význam metrického tenzoru nespočívá jen v souvislosti se skalárním součinem a s určováním velikosti vektorů. Dosadíme-li pouze za jeden ze dvou jeho argumentů, dostáváme objekt symbolicky zapsaný jako  $\boldsymbol{\eta}(\mathbf{V}, \cdot)$ , který umožňuje dosadit druhý vektor. Jde tedy o lineární zobrazení na Minkowského vektorovém prostoru neboli lineární formu. Pro její složky vychází

$$\boldsymbol{\eta}(\mathbf{V}, \cdot)_\mu = \boldsymbol{\eta}(\mathbf{V}, \mathbf{e}_\mu) = \mathbf{V} \cdot \mathbf{e}_\mu = \sum_{\nu=0}^3 V^\nu \mathbf{e}_\nu \cdot \mathbf{e}_\mu = \sum_{\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} V^\nu,$$

jde tedy o kovariantní vektor. Metrický tenzor tak umožňuje převádět kontravariantní vektory na kovariantní a obráceně

$$V_\mu = \sum_{\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} V^\nu, \quad V^\mu = \sum_{\nu=0}^3 \eta^{\mu\nu} V_\nu.$$

Tyto operace nazýváme *snižováním* a *zvyšováním indexů*. Lze ji aplikovat i na báze vektory

$$\begin{aligned} \mathbf{V} &= \sum_{\mu=0}^3 V_\mu \mathbf{e}^\mu = \sum_{\mu,\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} V^\nu \mathbf{e}^\mu = \sum_{\nu=0}^3 V^\nu \mathbf{e}_\nu, & \implies & \mathbf{e}_\nu = \sum_{\mu=0}^3 \eta_{\nu\mu} \mathbf{e}^\mu \\ \mathbf{V} &= \sum_{\mu=0}^3 V^\mu \mathbf{e}_\mu = \sum_{\mu,\nu=0}^3 \eta^{\mu\nu} V_\nu \mathbf{e}_\mu = \sum_{\nu=0}^3 V_\nu \mathbf{e}^\nu, & \implies & \mathbf{e}^\nu = \sum_{\mu=0}^3 \eta^{\nu\mu} \mathbf{e}_\mu. \end{aligned}$$

Stejně operace lze aplikovat na složky tenzorů, např. na tenzor druhého řádu

$$\begin{aligned} T^{\mu\nu} &= \sum_{\alpha=0}^3 \eta^{\mu\alpha} T_\alpha^\nu = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 \eta^{\mu\alpha} \eta^{\nu\beta} T_{\alpha\beta}, \\ T_{\mu\nu} &= \sum_{\alpha=0}^3 \eta_{\mu\alpha} T_\nu^\alpha = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 \eta_{\mu\alpha} \eta_{\nu\beta} T^{\alpha\beta}. \end{aligned}$$

Konkrétně pro metrický tenzor (1.33) vychází

$$\boxed{V^0 = -V_0, \quad V^i = -V_i, \quad T^{ij} = T_{ij}, \quad T^{00} = T_{00} = -T_0^0, \quad T^{\mu 0} = -T_{\mu 0}.} \quad (1.34)$$

Odtud je také zřejmé, že ačkoli všechny uvedené pojmy a operace lze zavést i v eukleidovském prostoru, v kartézských souřadnicích tam rozdíl mezi kovariantními a kontravariantními složkami vymizí a není potřeba je rozlišovat. Také v Minkowského prostoročase lze obejít zavedení metrického tenzoru např. užíváním imaginární časové souřadnice. V obecném případě (např. v obecné teorii relativity) však hraje rozdíl mezi kovariantními a kontravariantními souřadnicemi významnou roli.

### Změna báze

Důležitou vlastností tenzorů je jejich chování při změně souřadnic; na základě toho jsou také někdy formálně definovány. Předpokládáme, že v Minkowského prostoru přejdeme k jiné bázi  $\{\mathbf{e}'_\mu\}$ . Jí pak odpovídá i jiná duální báze  $\{\mathbf{e}'^\mu\}$ , přičemž platí

$$\mathbf{e}'_\mu = \sum_{\nu=0}^3 a_\mu^\nu \mathbf{e}_\nu, \quad \mathbf{e}'^\mu = \sum_{\nu=0}^3 b_\nu^\mu \mathbf{e}^\nu.$$

Z vlastností duálních bází

$$\mathbf{e}'_\mu \cdot \mathbf{e}'^\nu = \delta_\mu^\nu = \left( \sum_{\alpha=0}^3 a_\mu^\alpha \mathbf{e}_\alpha \right) \cdot \left( \sum_{\beta=0}^3 b_\beta^\nu \mathbf{e}^\beta \right) = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 a_\mu^\alpha b_\beta^\nu \delta_\alpha^\beta = \sum_{\alpha=0}^3 a_\mu^\alpha b_\alpha^\nu$$

vyplyvá, že matice  $a_\mu^\nu$  a  $b_\nu^\mu$  jsou inverzní a určují inverzní zobrazení. Pro kovariantní složky vektoru v čárkované bázi díky linearitě vychází

$$V'_\mu = \mathbf{V}(e'_\mu) = \mathbf{V}\left(\sum_{\nu=0}^3 a_\mu^\nu e_\nu\right) = \sum_{\nu=0}^3 a_\mu^\nu \mathbf{V}(e_\nu) = \sum_{\nu=0}^3 a_\mu^\nu V_\nu.$$

Vidíme, že kovariantní složky se transformují stejně jako bázevé vektory, odkud plyne i označení „kovariantní“. Analogicky pro kontravariantní složky dostáváme

$$V'^\mu = \mathbf{V}(e'^\mu) = \mathbf{V}\left(\sum_{\nu=0}^3 b_\nu^\mu e^\nu\right) = \sum_{\nu=0}^3 b_\nu^\mu \mathbf{V}(e^\nu) = \sum_{\nu=0}^3 b_\nu^\mu V^\nu;$$

transformují se pomocí matice inverzní k  $a_\mu^\nu$ , tedy „obráceně“ než bázevé vektory (odtud plyne název „kontravariantní“). Obdobně pro transformaci složek tenzorů 2. řádu lze psát

$$\begin{aligned} T'^{\mu\nu} &= \mathbf{T}(e'^\mu, e'^\nu) = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 b_\alpha^\mu b_\beta^\nu \mathbf{T}(e^\alpha, e^\beta) = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 b_\alpha^\mu b_\beta^\nu T^{\alpha\beta}, \\ T'_{\mu\nu} &= \mathbf{T}(e'_\mu, e'_\nu) = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 a_\mu^\alpha a_\nu^\beta \mathbf{T}(e_\alpha, e_\beta) = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 a_\mu^\alpha a_\nu^\beta T_{\alpha\beta}, \\ T'^\mu{}_\nu &= \mathbf{T}(e'^\mu, e'_\nu) = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 b_\alpha^\mu a_\nu^\beta \mathbf{T}(e^\alpha, e_\beta) = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 b_\alpha^\mu a_\nu^\beta T_\beta^\alpha. \end{aligned}$$

### 1.3.3 Čtyřvektory

Transformační vlastnosti můžeme také využít k definici vektorů. Složkami čtyřvektoru  $\mathbf{A}$  (tj. vektoru v Minkowského prostoročase) nazýváme veličiny transformující se při přechodu od jedné inerciální vztažné soustavy ke druhé podle Lorentzovy transformace (1.19)

$$\begin{pmatrix} A'^0 \\ A'^1 \\ A'^2 \\ A'^3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma & -\gamma\beta & 0 & 0 \\ -\gamma\beta & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} A^0 \\ A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix} \quad (1.35)$$

neboli

$$A'^\mu = \sum_{\nu=0}^3 L_\nu^\mu A^\nu,$$

podobně i tenzory v Minkowského prostoročase můžeme zavést pomocí transformačních vlastností jejich složek; např. pro tenzor druhého řádu

$$T'^{\mu\nu} = \sum_{\alpha,\beta=0}^3 L_\alpha^\mu L_\beta^\nu T^{\alpha\beta}.$$

Podotkněme, že na rozdíl od antisymetrických tenzorů druhého řádu v trojrozměrném prostoru mají antisymetrické tenzory druhého řádu v Minkowského prostoročase 6 nezávislých složek, proto jim nemůžeme přiřadit axiální vektor (pseudovektor), ale je možné jim přiřadit dvojici vektorů (tzv. šestivektor). Praktickou ukázkou uvidíme v relativistické elektrodynamice. Uveďme nyní některé významné čtyřvektory.

Polohu události v prostoročase popisujeme čtyřvektorem polohy, s nímž jsme již pracovali v předchozích částech. Pohybuje-li se částice v trojrozměrném prostoru po určité trajektorii, pohybuje se bod, který reprezentuje částici (její polohu a čas) v Minkowského prostoročase po *světočáře*. Poznamenejme, že i částice, která je v trojrozměrném prostoru vůči nějaké vztažné soustavě v klidu, se v prostoročase „pohybuje v čase“, její světočára bude rovnoběžná s časovou osou.



## Čtyřrychlost

Chování kinematických veličin (rychlost, zrychlení) vůči Lorentzově transformaci ovlivňuje skutečnost, že čas není skalárním parametrem, ale v Minkowského prostoročase je jednou ze souřadnic. Pro konstrukci čtyřvektorů proto potřebujeme čas nahradit skalární veličinou téhož rozměru – vlastním časem  $\tau$  zavedeným vztahem (1.27). Čtyřrychlost potom definujeme pomocí čtyřvektorů polohy

$$\mathbf{U} = \frac{d\mathbf{x}}{d\tau}, \quad \text{ve složkách} \quad U^\mu = \frac{dx^\mu}{d\tau}. \quad (1.36)$$

Po dosazení dostaneme pro složky čtyřrychlosti částice pohybující se rychlostí  $\mathbf{u}$  vzhledem k uvažované vztažné soustavě

$$U^0 = \frac{c}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_u c, \quad (1.37a)$$

$$U^x = \frac{u^x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_u u^x, \quad (1.37b)$$

$$U^y = \frac{u^y}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_u u^y, \quad (1.37c)$$

$$U^z = \frac{u^z}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \gamma_u u^z, \quad (1.37d)$$

kde  $u_x, u_y, u_z$  jsou složky obvyklé trojrozměrné rychlosti částice v dané soustavě. Velikost čtyřrychlosti částice je konstantní, jak se lze přesvědčit dosazením

$$\mathbf{U} \cdot \mathbf{U} = \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu U^\nu = - (U^0)^2 + (U^x)^2 + (U^y)^2 + (U^z)^2 = -\gamma_u^2 c^2 + \gamma_u^2 u^2 = -c^2.$$

Skutečnost, že čtverec čtyřvektoru je invariantní při Lorentzově transformaci, platí pro libovolný čtyřvektor a lze ji využít při řešení některých úloh.

## Čtyřzrychlení

Analogicky definujeme čtyřzrychlení částice pohybující se rychlostí  $\mathbf{u}$

$$A^\mu = \frac{dU^\mu}{d\tau} = \frac{dU^\mu}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta_u^2}} \frac{dU^\mu}{dt} = \gamma_u \frac{dU^\mu}{dt}. \quad (1.38)$$

Lze ukázat, že čtyřzrychlení má pouze tři nezávislé složky. Uvažujme částici pohybující se rychlostí  $\mathbf{u}$ . Za složky čtyřrychlosti částice pak dosadíme podle (1.37). Sestavíme-li výraz

$$-A^0 U^0 + \sum_{i=1}^3 A^i U^i = -\frac{dU^0}{d\tau} U^0 + \sum_{i=1}^3 \frac{dU^i}{d\tau} U^i = \frac{1}{2} \frac{d}{d\tau} \left[ - (U^0)^2 + \sum_{i=1}^3 (U^i)^2 \right],$$

který bude roven 0, neboť výraz v hranaté závorce je invariantní a je roven  $-c^2$ . Rovnice

$$-A^0 U^0 + \sum_{i=1}^3 A^i U^i = 0 \quad (1.39)$$

pak vyjadřuje lineární závislost mezi složkami čtyřzrychlení. Ve speciálním případě, kdy se částice v daném okamžiku v dané inerciální soustavě nepohybuje, bude  $U^0 = c$ ,  $U^i = 0$  a z (1.39) dostáváme

$$\gamma = 1, \quad d\tau = dt, \quad A^0 = 0, \quad A^i = \frac{du^i}{dt} = a^i.$$

Vidíme, že v soustavě, vůči níž je částice v daném okamžiku v klidu, splývají prostorové složky čtyřzrychlení s odpovídajícími složkami zrychlení částice.

### Vlnový čtyřvektor a Dopplerův jev

Uvažujme skalární vlnění, pro velikost jehož výchylky platí

$$y = A_m \exp [i (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)]$$

nebo např. rovinnou elektromagnetickou vlnu popsanou rovnicí

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m \exp [i (\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)].$$

Z podmínky, aby obě uvedené rovnice byly kovariantní vyplývá, že fáze vlny musí být invariantní vzhledem k Lorentzovým transformacím. Tento invariant lze zapsat pomocí skalárního součinu dvou čtyřvektorů

$$\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t = \mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \frac{\omega}{c} ct = \eta_{\alpha\beta} K^\alpha x^\beta = -K^0 x^0 + K^1 x^1 + K^2 x^2 + K^3 x^3,$$

kde

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} ct \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \quad \mathbf{K} = \begin{pmatrix} \omega/c \\ k_1 \\ k_2 \\ k_3 \end{pmatrix}.$$

Čtyřvektor  $\mathbf{K}$  nazýváme *vlnovým čtyřvektorem*, jeho prostorové složky tvoří složky vlnového vektoru  $\mathbf{k}$  a platí

$$\mathbf{k} = \frac{2\pi}{\lambda} \mathbf{n} = \frac{\omega}{c} \mathbf{n},$$

kde  $\mathbf{n}$  je jednotkový vektor ve směru šíření vlny a  $\lambda$  vlnová délka.

Transformaci čtyřvektoru do jiné inerciální vztažné soustavy určují opět Lorentzovy transformace. Pro standardní konfiguraci soustav v případě vlnového čtyřvektoru dostáváme

$$\omega n_x = \omega' \gamma (n'_x + \beta), \quad \omega n_y = \omega' n'_y, \quad \omega n_z = \omega' n'_z, \quad \omega = \omega' \gamma (1 + \beta n'_x). \quad (1.40)$$

Vyjádríme-li z první rovnice

$$n'_x = \frac{\omega}{\omega'} \gamma^{-1} n_x - \beta$$

a dosadíme do poslední z rovnic (1.40), po úpravě vychází

$$\omega = \omega' \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{1 - \beta n_x}. \quad (1.41)$$

Vztah 1.41 vyjadřuje *relativistický Dopplerův jev*. Je zřejmé, že na rozdíl od klasického Dopplerova jevu, se pohyb zdroje i pozorovatele uplatní zcela symetricky, záleží pouze na *relativním pohybu* zdroje a pozorovatele.

Veličina  $n_x$  udává cosinus úhlu mezi směrem šíření vlny a osou  $x$ . Ve speciálním případě  $n_x = \pm 1$  dostáváme *podélný Dopplerův jev*. Pro  $n_x = 1$  (zdroj se přibližuje k pozorovateli)

$$\omega = \omega' \frac{\sqrt{1 + \beta}}{\sqrt{1 - \beta}} > \omega',$$

podobně pro  $n_x = -1$  (zdroj se od pozorovatele vzdaluje)

$$\omega = \omega' \frac{\sqrt{1 - \beta}}{\sqrt{1 + \beta}} < \omega'.$$

Pro  $n_x = 0$  dostáváme *příčný Dopplerův jev*

$$\omega = \omega' \sqrt{1 - \beta^2} < \omega',$$

který nemá klasickou analogii a odráží dilataci času mezi uvažovanými vztažnými systémy. Experimentálně byl prokázán Ivesem a Stilwellem v letech 1938–1941 [93, 94]. S přesností  $4 \cdot 10^{-5}$  byl ověřen v roce 1985 [98] a s přesností  $2,2 \cdot 10^{-7}$  v roce 2003 [89].

### 1.3.4 Kauzální struktura prostoročasu

Zavedeme-li pro dvě události  $A$  a  $B$  veličiny

$$l_{AB}^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2, \quad t_{AB} = t_B - t_A,$$

můžeme pro interval mezi událostmi psát

$$s_{AB}^2 = l_{AB}^2 - c^2 t_{AB}^2 = l_{AB}^{\prime 2} - c^2 t_{AB}^{\prime 2}. \quad (1.42)$$

Má proto smysl položit si následující otázky:

- *Existuje inerciální vztažná soustava, v níž budou obě události souměstné?*  
Z podmínky  $l_{AB} = 0$  pak dostáváme

$$s_{AB}^2 = -c^2 t_{AB}^{\prime 2} < 0.$$

Intervaly mezi takovými událostmi nazýváme *intervaly časové povahy (časupodobné)*. Intervaly spojené se světočarami částic jsou vždy časupodobné ( $v < c$ ), neboť částice v daném intervalu urazí vždy menší vzdálenost než světlo. U časupodobných intervalů se pozorovatelé ve všech inerciálních soustavách shodnou na jejich pořadí v čase, tj. např. událost  $A$  nastala před událostí  $B$  ve všech soustavách.

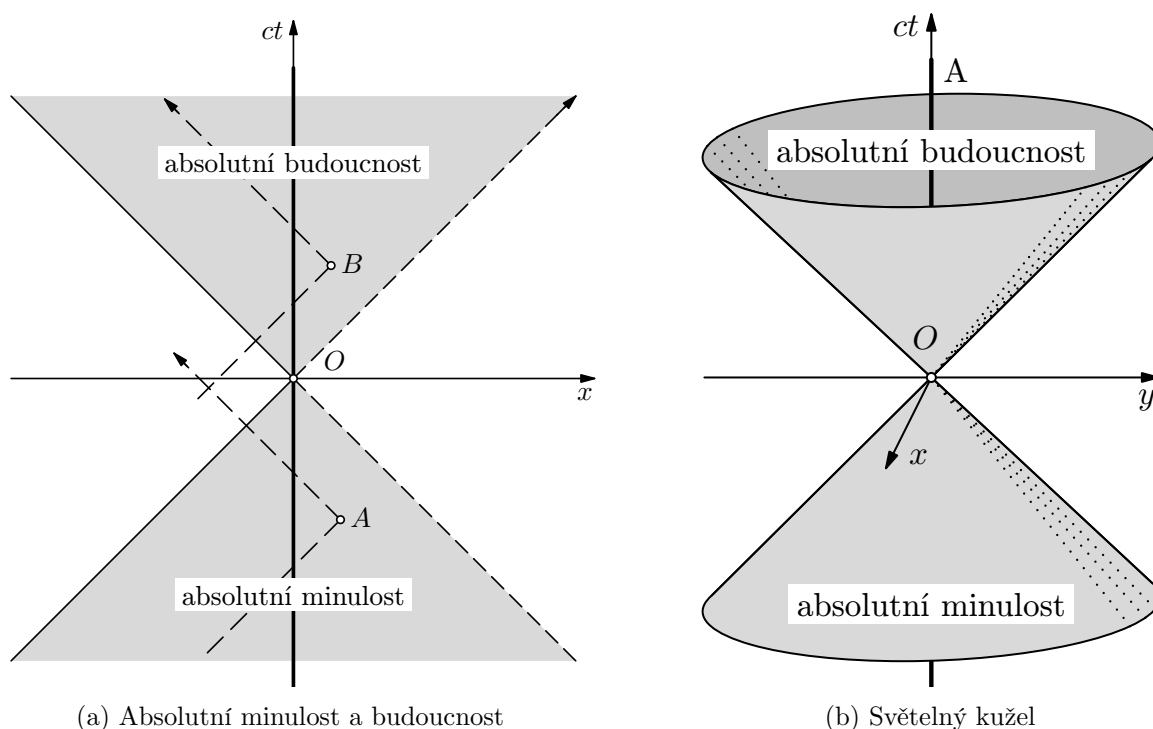
- *Existuje inerciální vztažná soustava, v níž budou obě události současné?*  
Analogicky z podmínky  $t_{AB} = 0$  vyplývá

$$s_{AB}^2 = l_{AB}^{\prime 2} > 0.$$

Takové intervaly označujeme jako *intervaly prostorové povahy (prostorupodobné)*. Pro takové události jsou pojmy „dříve“, „současné“ a „později“ relativní.

Dodejme, že díky vlastnostem geometrie Minkowského prostoročasu může nastat ještě jeden případ, nímž jsme se setkali již při odvození Lorentzovy transformace. I v případě, že  $l_{AB} \neq 0$  i  $t_{AB} \neq 0$ , může být splněna podmínka

$$s_{AB}^2 = l_{AB}^2 - c^2 t_{AB}^2 = 0 \quad \text{neboli} \quad |l_{AB}| = ct_{AB}.$$



Obr. 1.8: Kauzální struktura prostoročasu (převzato z [119])

Vidíme, že vzdálenost mezi událostmi u takového intervalu odpovídá šíření světelného signálu, proto takové intervaly nazýváme *intervaly světlupodobné (nulové)*.

Zvolíme-li nyní libovolnou událost za počátek souřadnicového systému, vymezí nám světočáry odpovídající pohybu světelného signálu vyslané z tohoto počátku (zobrazené v Minkowského diagramu přímkami svírajícími s časovou osou úhel  $45^\circ$ ) čtyři oblasti (viz obr. 1.8a). Přímkami odpovídající pohybu částic procházejících počátkem a pohybujících se přímočaře musejí ležet ve vybarvených oblastech. Pro kteroukoliv událost z této oblasti a událost v počátku bude platit  $c^2t^2 - l^2 < 0$ , tj. intervaly mezi těmito událostmi jsou časové povahy. Dá se proto najít soustava, v níž kterákoliv událost z této oblasti proběhne v tomtéž místě prostoru jako událost v počátku, ale nedá se najít soustava, v níž by obě události byly současné. Pro oblast nad vodorovnou osou je  $t > 0$ , takže události z vyplněné oblasti nad osou proběhnou ve všech soustavách *po* události v počátku; tato oblast je proto oblastí *absolutní budoucnosti* vzhledem k události v počátku (i když zde používáme termín „absolutní“, vztahuje se tento pojem k určité události a nemá tedy význam absolutního budoucího času ve smyslu newtonovské fyziky). Podobně události z vyplněné oblasti pod osou představují *absolutní minulost* vzhledem k události v počátku.

Podobnou úvahou zjistíme, že události z nevyplněné oblasti mají tu vlastnost, že interval mezi kteroukoliv z nich a událostí v počátku je prostorupodobný; dají se proto najít soustavy, nichž by události z této oblasti a událost v počátku proběhly v tomtéž okamžiku, avšak v žádné soustavě nebudou tyto události souměrné, tj. neproběhnou v tomtéž bodě prostoru. Proto se tyto oblasti nazývají oblastmi „absolutně vzdáleného“ vzhledem k bodové události v počátku. Pojmy „současné“, „dříve“, „později“ jsou pro události z této oblasti a událost v počátku pouze relativní.

Takové dvojrozměrné zobrazení si můžeme přenést i do Minkowského prostoročasu; pohybu světelného signálu z určitého bodu (bodové události) odpovídá v tomto prostoročase hyperkužel, tzv. *světelný kužel* (viz obr. 1.8b), který nám opět rozdělí prostoročas na oblasti absolutní minulosti resp. budoucnosti vzhledem k události v počátku (vrcholu kužele) a na oblast událostí absolutně vzdálených. Takové dělení nám pak určuje tzv. *kauzální strukturu prostoročasu*. Je zřejmé, že příčinnou

souvislost mohou mít jen události, mezi nimiž je časupodobný interval. Vyplývá to ze skutečnosti, že žádné vzájemné působení, žádná interakce, se *nemůže* šířit rychlostí větší než je rychlost  $c$ .

### 1.3.5 Pohyb s konstantním zrychlením

Vzhledem k nepřekročitelnosti rychlosti světla ve vakuu je zřejmé, že v teorii relativity se částice vůči jednomu inerciálnímu pozorovateli nemůže pohybovat s konstantním zrychlením, neboť po dostatečně dlouhé době by její rychlost pro daného pozorovatele překročila  $c$ . Lze však požadovat, aby zrychlení částice bylo konstantní vůči pozorovateli, vůči kterému je částice v daném okamžiku v klidu (tj. vůči pozorovateli, který se v daném okamžiku pohybuje stejnou rychlostí). Připomeňme, že zrychlující nebo zpomalující částice může být v klidu vzhledem k inerciální vztažné soustavě jen v infinitezimálně krátkém časovém intervalu, po jeho uplynutí bude v klidu vzhledem k jiné inerciální soustavě atd. Jak ukážeme později, tato „definice“ pohybu s konstantním zrychlením odpovídá v STR pohybu pod vlivem konstantní síly.

Najdeme pro takovou částici pohybující se ve směru osy  $x$  závislost  $x = x(t)$ . Označíme-li okamžitou rychlost částice  $u$ , potom podle vztahů pro transformaci složek zrychlení bude platit

$$a^x = \frac{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}}{1 + \frac{uu'^x}{c^2}} a'^x,$$

přičemž v každém okamžiku platí  $u'^x = 0$ ,  $a'^x = a = \text{konst.}$  Získáváme tak diferenciální rovnici

$$\frac{du}{dt} = a \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2} \quad (1.43)$$

s počátečními podmínkami  $u|_{t=0} = 0$ , byla-li částice na počátku v klidu. S využitím integrace

$$\int \frac{dz}{(c^2 - z^2)^{3/2}} = \frac{1}{c^2} \frac{z}{\sqrt{c^2 - z^2}}$$

najdeme řešení

$$\frac{cu}{\sqrt{c^2 - u^2}} = at,$$

neboli

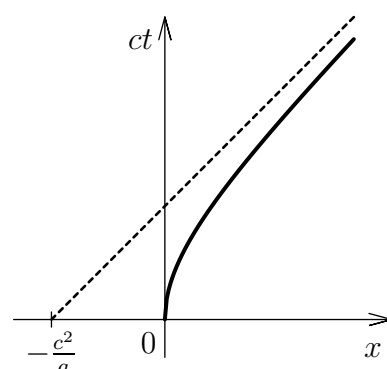
$$u = \frac{dx}{dt} = \frac{at}{\sqrt{1 + \left(\frac{at}{c}\right)^2}} = at.$$

Tuto diferenciální rovnici při volbě počátečních podmínek  $x(t=0) = 0$  lze řešit např. substituční metodou. Dojdeme k výsledku

$$x = \frac{c}{a} \sqrt{c^2 + a^2 t^2} - \frac{c^2}{a},$$

který lze vyjádřit ve tvaru

$$\frac{\left(x + \frac{c^2}{a}\right)^2}{\left(\frac{c^2}{a}\right)^2} - \frac{c^2 t^2}{\left(\frac{c^2}{a}\right)^2} = 1. \quad (1.44)$$



Obr. 1.9: Znázornění pohybu s konstantním zrychlením pomocí Minkowského diagramu

Je zřejmé, že v Minkowského diagramu bude závislost mezi  $x$  a  $ct$  vyjádřena hyperbolou s asymptotou pod úhlem  $45^\circ$  vzhledem k oběma osám (obr. 1.9). Odpovídá to intuitivně očekávanému závěru, že za dostatečně dlouhou dobu se rychlost částice bude blížit rychlosti světla  $c$ . Proto také tento typ pohybu označujeme jako *hyperbolický*.

## 1.4 Relativistická mechanika

### 1.4.1 Princip kovariance

Podle postulátu relativity jsou všechny inerciální vztažné soustavy ekvivalentní pro popis fyzikálních dějů. Jinými slovy, všechny fyzikální zákony musejí být invariantní vzhledem k Lorentzově transformaci. Studujme nejprve obecně, co znamená požadavek invariantnosti nějakého zákona vzhledem k transformaci souřadnic.

Předpokládejme nejprve, že určitý fyzikální zákon je popsán nějakou skalární rovnicí, např.  $f = g$ . Obě strany této rovnice jsou skalární veličiny, tedy invarianty, a požadavek invariantnosti takového zákona je zřejmě vždy splněn.

Má-li zákon tvar vektorové rovnice

$$\mathbf{F} = \mathbf{G}, \quad \text{resp.} \quad F^\mu = G^\mu, \quad i = 0, 1, 2, 3$$

nezůstávají obecně složky vektorů při transformaci nezměněné, nýbrž se transformují na nové hodnoty  $F'^\mu$ ,  $G'^\mu$ . Protože však na obou stranách rovnice je vektor a protože se všechny vektory transformují podle téhož transformačního zákona, zůstane rovnost zachována i v nové soustavě souřadnic

$$F'^\mu = G'^\mu$$

a rovněž uvažovaný fyzikální zákon bude nezměněn, bude vzhledem k dané transformaci *invariantní*. Invariantnost zákona je tak důsledkem toho, že se obě strany rovnice, která zákon popisuje, transformují stejným způsobem, tj. jako vektory, v obecném případě jako tenzory stejného řádu. Takovou rovnici, jejíž platnost je zachována v různých vztažných soustavách, resp. se nezmění při transformaci souřadnic, nazýváme *rovnici kovariantní*; příkladem jsou rovnice, v nichž se na levé i na pravé straně vyskytují tenzory stejného řádu. Platí tedy závěr:

Fyzikální zákony jsou invariantní, budou-li formulovány pomocí kovariantních rovnic.

Jak již víme (a jak lze ověřit výpočtem), Newtonovy pohybové rovnice *nezachovávají* svůj tvar při Lorentzově transformaci. Z hlediska čtyřrozměrného formalismu není čas invariantní skalární veličinou, což se projeví při transformaci všech veličin, které derivaci podle času obsahují. Hledáme-li čtyřrozměrné zobecnění Newtonových pohybových rovnic ve tvaru zapsaném pomocí čtyřvektorů, musí zřejmě splňovat následující požadavky:

- musí být kovariantní;
- v limitě pro rychlosti mnohem menší než  $c$  musí přecházet v Newtonovy pohybové rovnice.

### 1.4.2 Dynamika částice

Nabízí se přirozeně hledat zobecnění Newtonových pohybových rovnic tak, že odpovídající trojrozměrné veličiny (klasické vektory) nahradíme čtyřvektory a derivaci podle času nahradíme derivací podle invariantního vlastního času  $\tau$ , tedy

$$\frac{d}{d\tau} (m_0 U^\mu) = K^\mu, \quad (1.45)$$

kde  $m_0$  je invariantní veličina charakterizující částici a  $\mathbf{K}$  Minkovského čtyřsíla. Její složky určíme právě z požadavku, aby v limitě pro malé rychlosti rovnice přecházely v rovnice newtonovské.

Prostorovou část rovnice (1.45) lze převést do tvaru

$$\frac{d}{dt} (m_0 u^i) = K^i \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}.$$

Srovnáním s 2. Newtonovým zákonem zapsaným ve formě věty o hybnosti

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}$$

vidíme, že je vhodné zavést relativistickou hybnost částice vztahem

$$\mathbf{p} = \frac{m_0 \mathbf{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (1.46)$$

a složky čtyřsily

$$K^i = \frac{F^i}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad \text{tj.} \quad K^1 = \frac{F^x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad K^2 = \frac{F^y}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad K^3 = \frac{F^z}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}.$$

Hledejme nyní význam časové složky Minkovského síly  $K^0$ . Skalárním vynásobením pohybové rovnice (1.45) čtyřrychlostí dostaneme

$$\begin{aligned} \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu K^\nu &= -U^0 K^0 + \sum_{i=1}^3 U^i K^i = -U^0 K^0 + \sum_{i=1}^3 \frac{F^i u^i}{1 - \frac{u^2}{c^2}} = -U^0 K^0 + \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}}{1 - \frac{u^2}{c^2}} = \\ &= \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu \frac{d}{d\tau} (m_0 U^\nu) = \underbrace{\sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu U^\nu}_{-c^2} \underbrace{\frac{dm_0}{d\tau}}_0 + m_0 \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu \frac{dU^\nu}{d\tau} = \\ &= m_0 \frac{d}{d\tau} \left( \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu U^\nu \right) = 0. \end{aligned}$$

Ve výsledku tedy máme rovnost

$$-U^0 K^0 + \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}}{1 - \frac{u^2}{c^2}} = -\frac{c}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} K^0 + \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}}{1 - \frac{u^2}{c^2}} = 0,$$

odkud pro časovou složku čtyřsily vychází

$$K^0 = \frac{1}{c} \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (1.47)$$

a časová složka rovnice (1.45) dává

$$K^0 = \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}. \quad (1.48)$$

podle klasické mechaniky odpovídá pravá strana rovnice okamžitému výkonu síly  $\mathbf{F}$  a zároveň časové změně kinetické energie  $T$  částice

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{u} = \frac{dT}{dt}.$$

Porovnáním s (1.48) se nabízí interpretovat veličinu

$$T = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}$$

jako kinetickou energii; vztah by měl pro malé rychlosti  $u \ll c$  přecházet na známý klasický vztah pro kinetickou energii částice  $T = mu^2/2$ . Z binomického rozvoje získáme

$$T \approx m_0 c^2 \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{u^2}{c^2} + \frac{3}{8} \frac{u^4}{c^4} + \dots \right) = m_0 c^2 + \frac{1}{2} m_0 u^2 + \frac{3}{8} \frac{u^4}{c^2} + \dots \quad (1.49)$$

I když se omezíme na první dva členy, vidíme, že výraz s klasickým vztahem nesouhlasí; vystupuje zde navíc člen  $m_0 c^2$ , jemuž připisujeme význam *klidové energie* částice. Každá změna klidové hmotnosti  $\Delta m_0$  je spojena se změnou klidové (vnitřní) energie

$$\Delta E = \Delta m_0 c^2. \quad (1.50)$$

Dostáváme se tak ke vztahu pro *celkovou energii* částice pohybující se rychlostí  $\mathbf{u}$  v prostoru, kde není vnějších silových polí. Celková energie takové částice se skládá z její energie klidové a energie kinetické, neboli

$$E = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = mc^2, \quad (1.51)$$

což je známý Einsteinův vztah. Zavedli jsme v něm relativistickou hmotnost

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}. \quad (1.52)$$

Hybnost  $\mathbf{p}$  určenou rovnicí (1.46) pak můžeme také zapsat ve tvaru formálně shodném s hybností nerelativistickou

$$\mathbf{p} = m\mathbf{u}.$$

Čtyřrozměrným zobecněním hybnosti je čtyřvektor hybnosti neboli *čtyřhybnost* o složkách

$$p^\mu = m_0 U^\mu, \quad p^1 = \frac{m_0 u^x}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad p^2 = \frac{m_0 u^y}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad p^3 = \frac{m_0 u^z}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}}, \quad p^0 = \frac{m_0 c}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} = \frac{E}{c}. \quad (1.53)$$

Protože je časová složka čtyřhybnosti úměrná energii  $E$ , mluvíme někdy o čtyřhybnosti jako o čtyřvektoru energie-hybnosti. Pro čtverec čtyřhybnosti platí

$$\sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} p^\mu p^\nu = -\frac{E^2}{c^2} + (p^1)^2 + (p^2)^2 + (p^3)^2 = p^2 - \frac{E^2}{c^2} = m_0^2 \sum_{\mu, \nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu U^\nu = -m_0^2 c^2;$$



odtud plyne důležitý vztah mezi energií a hybností

$$E^2 = c^2 (p^2 + m_0^2 c^2). \quad (1.54)$$

Pomocí čtyřhybnosti můžeme zapsat pohybové rovnice (1.45) ve tvaru

$$\frac{dp^\mu}{d\tau} = K^\mu. \quad (1.55)$$

Vztah (1.47) platí pouze tehdy, je-li  $m_0$  konstantní, tj. pouze pro mechanické děje. Pokud bereme v úvahu i nemechanické jevy (např. Jouleovo teplo), musíme započítat i nemechanickou energii. Invariant  $\eta_{\mu\nu} U^\mu K^\nu$  v takovém případě nebude roven 0, ale

$$\begin{aligned} \sum_{\mu,\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu K^\nu &= \sum_{\mu,\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu \frac{d}{d\tau} (m_0 U^\nu) = \\ &= \underbrace{\sum_{\mu,\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu U^\nu}_{-c^2} \frac{dm_0}{d\tau} + m_0 \underbrace{\sum_{\mu,\nu=0}^3 \eta_{\mu\nu} U^\mu \frac{dU^\nu}{d\tau}}_0 = -c^2 \frac{dm_0}{d\tau} = -Q_0. \end{aligned}$$

Teplu tedy odpovídá přírůstek nebo úbytek klidové hmotnosti

$$\frac{dm_0}{d\tau} = \frac{Q_0}{c^2}$$

v klidové soustavě částice. Zavedeme-li nemechanickou energii  $Q$  v soustavě, vůči níž se částice pohybuje podmínkou

$$Q_0 = \frac{Q}{1 - \frac{u^2}{c^2}},$$

můžeme rovnici (1.47) pak obecně zapsat ve tvaru

$$K^0 = \frac{1}{c} \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{u} + Q}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \quad (1.56)$$

vyhovující zákonu zachování celkové (tj. i nemechanické) energie.

### 1.4.3 Síla, její směr a transformace složek

Zastavme se ještě u problému pojetí síly v relativistické mechanice, neboť s ním bývají spojeny určité nejasnosti. Síla  $\mathbf{F}$ , s níž jsme srovnávali prostorovou část Minkowského čtyřsíly  $\mathbf{K}$  byla definována jako časová změna hybnosti a nikoliv jako součin hmotnosti a zrychlení. Ze vztahu

$$\mathbf{F} = \frac{d}{dt} (m\mathbf{u}) = m \frac{d\mathbf{u}}{dt} + \mathbf{u} \frac{dm}{dt} \quad (1.57)$$

vidíme, že sílu lze vyjádřit jako součet dvou členů, z nichž jeden má směr zrychlení a druhý směr rychlosti  $\mathbf{u}$  – síla proto obecně nemá směr zrychlení. Ze vztahu (1.47) a vyjádření složek čtyřsíly dostáváme

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} \quad \text{neboli} \quad \frac{d}{dt} \left( \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \right) = \frac{dm}{dt} = \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}}{c^2}.$$

Po dosazení do (1.57) pak vychází

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{1}{m} \mathbf{F} - \frac{\mathbf{F} \cdot \mathbf{u}}{mc^2} \mathbf{u}. \quad (1.58)$$

Z rovnice (1.58) vidíme, že síla bude mít směr zrychlení ve dvou případech:

1.  $\mathbf{F}$  je rovnoběžná s  $\mathbf{u}$

V tomto případě koná částice přímočarý pohyb a platí

$$F = m \frac{du}{dt} + u \frac{dm}{dt} = m \frac{du}{dt} + u \frac{dm}{du} \frac{du}{dt} = \frac{du}{dt} \left( m + u \frac{dm}{du} \right).$$

Po dosazení za  $m$  a její derivaci pak vychází

$$F = \frac{m_0}{\left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2}} \frac{du}{dt} = m_1 \frac{du}{dt},$$

kde jsme zavedli tzv. *podélnou (longitudinální) hmotnost*  $m_1 = m_0 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-3/2}$ .

Vyjádříme-li v poslední rovnici zrychlení

$$\frac{du}{dt} = \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{3/2} \frac{F}{m_0}$$

a výsledek porovnáme s rovnicí (1.43), vidíme, že přímočarý pohyb pod vlivem konstantní síly  $F = \text{konst.}$  odpovídá pohybu s konstantním zrychlením zavedenému v části 1.3.5.

2.  $\mathbf{F}$  je kolmá na  $\mathbf{u}$

Potom  $\mathbf{F} \cdot \mathbf{u} = 0$  a

$$F = m \frac{du}{dt} = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}} \frac{du}{dt} = m_t \frac{du}{dt},$$

kde jsme podobně zavedli tzv. *příčnou (transverzální) hmotnost*  $m_t = m_0 \left(1 - \frac{u^2}{c^2}\right)^{-1/2}$ .

Skutečnost, že Minkowského čtyřsila se při přechodu k jiné inerciální vztažné soustavě transformuje stejně jako ostatní čtyřvektory, umožňuje nalézt transformační vztahy pro složky síly. Nejprve odvoďme pomocný vztah pro koeficient  $\gamma$ , který ve vztahu pro čtyřsílu vystupuje. Z transformace časové složky čtyřrychlosti plyne

$$U'^0 = \gamma_v (U^0 - \beta_v U^x),$$

kde  $\gamma_v = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  a  $\beta_v = v/c$ . Po dosazení za složky čtyřrychlosti máme

$$\begin{aligned} \gamma_{u'} c &= \gamma_v (\gamma_u c - \beta_v \gamma_u u^x), \\ \gamma_{u'} &= \gamma_v \gamma_u \left(1 - \frac{v u_x}{c^2}\right). \end{aligned} \quad (1.59)$$

Pro transformaci  $x$ -ové složky čtyřsíly platí

$$K'^x = \gamma_v (K^x - \beta_v K^0) \quad \text{neboli} \quad \gamma_{u'} F'^x = \gamma_v \left( \gamma_u F^x - \beta_v \gamma_u \frac{1}{c} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u} \right).$$

Po dosazení za  $\gamma_{u'}$  z (1.59) obdržíme

$$F'^x \left(1 - \frac{v u_x}{c^2}\right) = F^x - \frac{v}{c^2} \mathbf{F} \cdot \mathbf{u}$$

a po úpravě

$$F'^x = F^x - \frac{v}{c^2 - vu_x} (F^y u^y + F^z u^z). \quad (1.60)$$

Analogicky pro zbývající složky síly dostáváme

$$F'^y = \frac{c^2 F^y}{c^2 - vu_x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}, \quad F'^z = \frac{c^2 F^z}{c^2 - vu_x} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}. \quad (1.61)$$

Dosazením lze ověřit, že rovnice (1.57) bude platit i v  $S'$ , tj. bude splněno

$$\mathbf{F}' = \frac{d}{dt'} (m' \mathbf{u}') = m' \frac{d\mathbf{u}'}{dt'} + \mathbf{u}' \frac{dm'}{dt'}.$$

Chceme-li v STR pracovat v duchu analogií s newtonovskou mechanikou, je potřeba mít výše uvedené skutečnosti na paměti. Právě v této souvislosti nám markantně vystupuje výhodnost používání čtyřvektorů, které nám celou teorii velmi zjednodušují. Na druhé straně nesmíme ztratit souvislost s nerelativistickými veličinami a pojmy, s nimiž nás spojuje běžná praxe.

## 1.5 Relativistická elektrodynamika

I když z toho, co již bylo řečeno, plyne, že základní zákony, jimiž se řídí elektromagnetické pole, jsou invariantní vůči Lorentzově transformaci, bývá zvykem zapsat rovnice elektromagnetického pole v takovém tvaru, z něhož by byla jejich kovariantnost patrná. Použijeme k tomu opět vektorů a tenzorů v Minkowského prostoročase. V následujících úvahách se většinou omezíme pouze na elektromagnetické pole ve vakuu.

### 1.5.1 Maxwellovy rovnice, čtyřpotenciál a čtyřproud

Základní zákony elektromagnetického pole lze popsat pomocí rovnic, které zformuloval v roce 1865 James Clerk Maxwell. První série Maxwellových rovnic lze zapsat v diferenciálním tvaru

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} = \mathbf{j}, \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \varrho; \quad (1.62)$$

druhou sérii pak

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \quad (1.63)$$

Ve vakuu platí Maxwellův vztah  $\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$ , navíc platí  $\mathbf{j} = \mathbf{0}$ ,  $\varrho = 0$ ; obě série tedy můžeme přepsat ve tvaru

$$\nabla \times \mathbf{H} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \mathbf{0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\varrho}{\varepsilon_0} = 0 \quad (1.64)$$

a

$$\nabla \times \mathbf{E} + \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \mathbf{0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.65)$$

Intenzitu elektrického pole  $\mathbf{E}$  a indukci magnetického pole  $\mathbf{B}$  lze vyjádřit pomocí vektorového potenciálu  $\mathbf{A}$  a skalárního potenciálu  $\varphi$

$$\mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}. \quad (1.66)$$

První rovnici první série (1.64) můžeme převést do podoby

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} - \nabla \cdot \left( \nabla \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} \right) = \mathbf{0}.$$

Konkrétní výběr skalárního a vektorového potenciálu určuje doplňující *Lorentzova kalibrační podmínka*

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c^2} \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0, \quad (1.67)$$

takže získáme

$$\Delta \mathbf{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = \mathbf{0}. \quad (1.68)$$

Druhou rovnici první série (1.64) pak s pomocí (1.67) a záměny derivace podle času s operátorem  $\nabla$  upravíme na

$$\begin{aligned} \nabla \left( -\nabla \varphi - \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \right) &= \mu_0 c^2 \varrho, \\ \Delta \varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} &= 0. \end{aligned} \quad (1.69)$$

Pro další výpočty připomeňme i rovnici kontinuity

$$\nabla \cdot (\varrho \mathbf{u}) + \frac{\partial \varrho}{\partial t} = 0. \quad (1.70)$$

Ukažme, že výše uvedené rovnice lze elegantně zapsat pomocí čtyřvektorového formalismu. Zavedeme *čtyřpotenciál*  $\mathbf{A}$  a *čtyřproud* (nazývaný také *čtyřvektorem proudové hustoty*)  $\mathbf{J}$  vztahy

$$\mathbf{A} = \left( \frac{\varphi}{c}, \mathbf{A} \right) = \begin{pmatrix} \frac{\varphi}{c} \\ A^1 \\ A^2 \\ A^3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{J} = (c\varrho, \varrho \mathbf{u}) = \begin{pmatrix} c\varrho \\ \varrho u^1 \\ \varrho u^2 \\ \varrho u^3 \end{pmatrix}. \quad (1.71)$$

Vidíme, že čtyřproud lze zapsat pomocí klidové hustoty náboje a čtyřrychlosti nosičů náboje

$$J^\mu = \varrho_0 U^\mu.$$

Po zavedení těchto čtyřvektorů přepíšeme Lorentzovu kalibrační podmínku (1.67)

$$\frac{\partial A^\alpha}{\partial x^\alpha} = 0, \quad (1.72)$$

rovnici kontinuity

$$\frac{\partial J^\alpha}{\partial x^\alpha} = 0, \quad (1.73)$$

a obě vlnové rovnice (1.68), (1.69)

$$\square A^\alpha = -\mu_0 J^\alpha, \quad (1.74)$$

kde

$$\square = \eta_{\alpha\beta} \frac{\partial}{\partial x^\alpha} \frac{\partial}{\partial x^\beta} \quad (1.75)$$

je *d'Alembertův operátor*, který je invariantní vůči Lorentzově transformaci. Vlnové rovnice (1.74) jsou proto také invariantní, zachovávají svůj tvar při přechodu k libovolné inerciální vztažné soustavě.

Korektnost zavedení čtyřpotenciálu dokládá i jeho chování při přechodu k jiné inerciální vztažné soustavě. Předpokládejme klidovou soustavu  $S'$  nábojů s hustotou náboje  $\varrho_0$ . V této soustavě platí

$$J_{(0)}^1 = J_{(0)}^2 = J_{(0)}^3 = 0, \quad J_{(0)}^0 = c\varrho_0.$$

V jiné inerciální vztažné soustavě  $S$  (např. laboratorní) bude mít tento čtyřvektor složky

$$\begin{aligned} J^0 &= \gamma_u [J_{(0)}^0 + \beta_u J_{(0)}^1] = \gamma_u J_{(0)}^0 = \frac{c\rho_0}{\sqrt{1 - \beta_u^2}}, \\ J^1 &= \gamma_u [J_{(0)}^1 + \beta_u J_{(0)}^0] = \gamma_u \beta_u J_{(0)}^0 = \gamma \beta_u c\rho_0 = \frac{\rho_0 u}{\sqrt{1 - \beta_u^2}}, \\ J^2 &= J_{(0)}^2 = 0, \quad J^3 = J_{(0)}^3 = 0. \end{aligned}$$

Podle (1.71) je zároveň  $J^1 = \rho u$ ,  $J^0 = c\rho$ , takže srovnáním dostaneme

$$\rho = \frac{\rho_0}{\sqrt{1 - \beta_u^2}}.$$

Protože element objemu se transformuje podle vztahu  $dV = dV_{(0)}\sqrt{1 - \beta_u^2}$ , elektrický náboj v tomto objemovém elementu se zachovává

$$dq = \rho dV = \rho_0 dV_0 = dq_0.$$

Invariantnost elektrického náboje potvrzuje každodenní zkušenost. Speciálně, pokud by náboj závisel na rychlosti, nemohly by být atomy neutrální. Můžeme proto usoudit, že zavedení čtyřvektoru bylo díky chování při Lorentzově transformaci správné.

### 1.5.2 Invariantní zápis Maxwellových rovnic

První sérii Maxwellových rovnic (1.62) můžeme – jak se lze přesvědčit přímým dosazením – přepsat ve tvaru

$$\sum_{\nu=0}^3 \frac{\partial F^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = J^\mu, \quad (1.76)$$

kde  $F^{\mu\nu}$  je tenzor elektromagnetického pole, pro jehož kartézské souřadnice platí

$$F^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & cD^x & cD^y & cD^z \\ -cD^x & 0 & H^z & -H^y \\ -cD^y & -H^z & 0 & H^x \\ -cD^z & H^y & -H^x & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.77)$$

Jedná se zřejmě o antisymetrický tenzor 2. řádu v Minkowského prostoročase.

Druhou sérii Maxwellových rovnic (1.63) pak podobně můžeme zapsat pomocí rovnic

$$\frac{\partial H_{\mu\nu}}{\partial x^\lambda} + \frac{\partial H_{\nu\lambda}}{\partial x^\mu} + \frac{\partial H_{\lambda\mu}}{\partial x^\nu} = 0, \quad \mu \neq \nu \neq \lambda. \quad (1.78)$$

Tenzor elektromagnetického pole  $H_{\mu\nu}$  má kartézské složky

$$H_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{E^x}{c} & -\frac{E^y}{c} & -\frac{E^z}{c} \\ \frac{E^x}{c} & 0 & B^z & -B^y \\ \frac{E^y}{c} & -B^z & 0 & B^x \\ \frac{E^z}{c} & B^y & -B^x & 0 \end{pmatrix} \quad (1.79)$$

nebo v kontravariantním tvaru

$$H^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & \frac{E^x}{c} & \frac{E^y}{c} & \frac{E^z}{c} \\ -\frac{E^x}{c} & 0 & B^z & -B^y \\ -\frac{E^y}{c} & -B^z & 0 & B^x \\ -\frac{E^z}{c} & B^y & -B^x & 0 \end{pmatrix}. \quad (1.80)$$

Dodejme, že složky tohoto tenzoru lze získat derivacemi čtyřpotenciálu (1.71) podle vztahu

$$H_{\mu\nu} = \frac{\partial A_\mu}{\partial x^\nu} - \frac{\partial A_\nu}{\partial x^\mu}.$$

Z tohoto pohledu vidíme, že dělení Maxwellových rovnic na dvě série má hlubší smysl, neboť rovnice každé série lze zapsat pomocí jedné rovnice v čtyřrozměrném formalismu. Protože ve vakuu platí Maxwellův vztah  $1/c^2 = \varepsilon_0\mu_0$ , kde  $\varepsilon_0$  je permitivita a  $\mu_0$  permeabilita vakua, lze mezi oběma tenzory elektromagnetického pole nalézt vztah

$$F^{\mu\nu} = \frac{1}{\mu_0} H^{\mu\nu}.$$

Vidíme, že ve vakuu bychom vystačili pouze s jedním z těchto tenzorů, teprve studujeme-li elektrodynamiku v látkovém prostředí, musíme použít tenzory oba.

Z transformačních vztahů pro tenzory druhého řádu při přechodu od jedné inerciální soustavy ke druhé pomocí Lorentzovy transformace

$$H'^{\mu\nu} = \sum_{\alpha=0}^3 \sum_{\beta=0}^3 L_\alpha^\mu L_\beta^\nu H^{\alpha\beta}$$

lze přímým dosazením odvodit transformační vztahy pro vektory pole

$$E'^x = E^x, \quad (1.81a)$$

$$E'^y = \gamma (E^y - vB^z), \quad (1.81b)$$

$$E'^z = \gamma (E^z + vB^y), \quad (1.81c)$$

$$B'^x = B^x, \quad (1.81d)$$

$$B'^y = \gamma \left( B^y + \frac{v}{c^2} E^z \right), \quad (1.81e)$$

$$B'^z = \gamma \left( B^z - \frac{v}{c^2} E^y \right), \quad (1.81f)$$

Označíme-li indexem  $\parallel$  resp.  $\perp$  složky ve směru vzájemné rychlosti soustav  $\mathbf{v}$  resp. kolmo na tento směr, můžeme také psát

$$\mathbf{E}'_{\parallel} = \mathbf{E}_{\parallel}, \quad (1.82a)$$

$$\mathbf{E}'_{\perp} = \gamma [\mathbf{E} + (\mathbf{v} \times \mathbf{B})]_{\perp}, \quad (1.82b)$$

$$\mathbf{B}'_{\parallel} = \mathbf{B}_{\parallel}, \quad (1.82c)$$

$$\mathbf{B}'_{\perp} = \gamma \left[ \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} (\mathbf{v} \times \mathbf{E}) \right]_{\perp}. \quad (1.82d)$$

Pro malé rychlosti můžeme položit  $\gamma \approx 1$  a získáme transformační vzorce známé z klasické fyziky

$$\mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}, \quad \mathbf{B}' = \mathbf{B} - \frac{1}{c^2} \mathbf{v} \times \mathbf{E}.$$

Vidíme, že elektrické i magnetické pole v jedné soustavě je kombinací elektrického a magnetického pole v jiné inerciální soustavě. Speciálně, je-li v nějaké soustavě nulové magnetické pole a nenulové elektrické pole, bude v jiné inerciální vztážené soustavě magnetické pole nenulové; zde je původ známého tvrzení, že magnetické jevy jsou relativistickým důsledkem jevů elektrických. Tato vzájemná souvislost je důsledkem tenzorového charakteru elektromagnetického pole.

Sdružení vektorů  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  do jednoho tenzoru elektromagnetického pole svědčí o fundamentálním významu těchto vektorů (tvořících vlastně „šestivektor“) pro teorii elektromagnetického pole, vidíme,

proč paralelou k intenzitě  $\mathbf{E}$  není intenzita magnetického pole  $\mathbf{H}$ , nýbrž vektor elektromagnetické indukce  $\mathbf{B}$ . V literatuře lze nalézt řadu praktických aplikací získaných vztahů (1.81a), např. nalezení pole v okolí pohybujícího se náboje (zde by však bylo výhodnější nalézt transformační vzorce pro potenciály, tzv. Lienardovy-Wiechertovy potenciály) nebo Biotův-Savartův zákon.

Invariantnost Maxwellových rovnic lze dokázat i bez zavedení tenzorů a protože lze na tomto postupu ukázat provázanost rovnic z jiného úhlu pohledu, naznačíme postup podrobněji. Nejprve musíme nalézt vztahy pro transformace operátorů parciální derivace  $\frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial}{\partial z}$  a  $\frac{\partial}{\partial t}$ . Nechť je v soustavě  $S$  dána funkce  $F$  proměnných  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ,  $t'$ , potom její totální diferenciál můžeme zapsat ve tvaru

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x'} dx' + \frac{\partial F}{\partial y'} dy' + \frac{\partial F}{\partial z'} dz' + \frac{\partial F}{\partial t'} dt'.$$

Proměnné  $x'$ ,  $y'$ ,  $z'$ ,  $t'$  jsou však funkcemi původních proměnných  $x$ ,  $y$ ,  $z$ ,  $t$  v soustavě  $S$ . Proto pro totální diferenciál proměnné  $x'$  platí

$$dx' = \frac{\partial x'}{\partial x} dx + \frac{\partial x'}{\partial y} dy + \frac{\partial x'}{\partial z} dz + \frac{\partial x'}{\partial t} dt.$$

Příslušné parciální derivace získáme z Lorentzových transformací; protože vzájemný pohyb obou soustav je rovnoměrný přímočarý, jsou rychlost  $v$  i Lorentzův faktor  $\gamma$  konstantami. Potom

$$\frac{\partial x'}{\partial x} = \gamma, \quad \frac{\partial x'}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial x'}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial x'}{\partial t} = -\gamma v.$$

Po dosazení získáváme:

$$dx' = \gamma dx - \gamma v dt.$$

Analogickým postupem dostaneme zbylé tři vztahy:

$$\begin{aligned} dy' &= dy, \\ dz' &= dz, \\ dt' &= -\frac{\gamma v}{c^2} dx + \gamma dt. \end{aligned}$$

Totální diferenciál funkce  $F$  je tedy možno psát ve tvaru

$$\begin{aligned} dF &= \frac{\partial F}{\partial x'} (\gamma dx - \gamma v dt) + \frac{\partial F}{\partial y'} dy + \frac{\partial F}{\partial z'} dz + \frac{\partial F}{\partial t'} \left( \gamma dt - \frac{\gamma v}{c^2} dx \right) = \\ &= \left( \gamma \frac{\partial F}{\partial x'} - \frac{\gamma v}{c^2} \frac{\partial F}{\partial t'} \right) dx + \frac{\partial F}{\partial y'} dy + \frac{\partial F}{\partial z'} dz + \left( \gamma \frac{\partial F}{\partial t'} - \gamma v \frac{\partial F}{\partial x'} \right) dt. \end{aligned}$$

Protože funkce  $F$  je funkcí proměnných  $x$ ,  $y$ ,  $z$  a  $t$ , lze totální diferenciál zapsat přímo ve tvaru

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy + \frac{\partial F}{\partial z} dz + \frac{\partial F}{\partial t} dt.$$

Srovnáním sobě si odpovídajících složek získáme transformační vztahy pro parciální derivace

$$\frac{\partial}{\partial x} = \gamma \left( \frac{\partial}{\partial x'} - \frac{v}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'} \right), \quad (1.83)$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'}, \quad (1.84)$$

$$\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}, \quad (1.85)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = \gamma \left( \frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'} \right). \quad (1.86)$$

Nyní můžeme přistoupit k transformaci druhé série Maxwellových rovnic (1.63). Vyjádřeme si např.  $y$ -ovou složku první Maxwellovy rovnice

$$\frac{\partial E^x}{\partial z} - \frac{\partial E^z}{\partial x} = -\frac{\partial B^y}{\partial t}.$$

Z transformací parciálních derivací dostáváme

$$\frac{\partial E^x}{\partial z'} - \gamma \left( \frac{\partial E^z}{\partial x'} - \frac{v}{c^2} \frac{\partial E^z}{\partial t'} \right) = -\gamma \left( \frac{\partial B^y}{\partial t'} - v \frac{\partial B^y}{\partial x'} \right),$$

tj.

$$\frac{\partial E^x}{\partial z'} - \frac{\partial}{\partial x'} [\gamma (E^z + vB^y)] = -\frac{\partial}{\partial t'} \left[ \gamma \left( B^y + \frac{v}{c^2} E^z \right) \right].$$

Dosadíme-li do této rovnice z transformačních vztahů pro složky vektorů  $\mathbf{E}$  a  $\mathbf{B}$  podle (1.81a), získáme vztah

$$\frac{\partial E'^x}{\partial z'} - \frac{\partial E'^z}{\partial x'} = -\frac{\partial B'^y}{\partial t'}. \quad (1.87)$$

Analogicky pro  $z$ -ovou složku

$$\frac{\partial E'^y}{\partial x'} - \frac{\partial E'^x}{\partial y'} = -\frac{\partial B'^z}{\partial t'}. \quad (1.88)$$

Po úpravách  $x$ -ové složky první Maxwellovy rovnice

$$\frac{\partial E^z}{\partial y} - \frac{\partial E^y}{\partial z} = -\frac{\partial B^x}{\partial t}$$

dostáváme

$$\gamma \frac{\partial}{\partial y'} (E'^z - vB'^y) - \gamma \frac{\partial}{\partial z'} (E'^y + vB'^z) = -\gamma \left( \frac{\partial}{\partial t'} - v \frac{\partial}{\partial x'} \right) B'^x,$$

neboli

$$\frac{\partial E'^z}{\partial y'} - \frac{\partial E'^y}{\partial z'} + \frac{\partial B'^x}{\partial t'} = v \left( \frac{\partial B'^x}{\partial x'} + \frac{\partial B'^y}{\partial y'} + \frac{\partial B'^z}{\partial z'} \right). \quad (1.89)$$

Z transformace druhé Maxwellovy rovnice obdobnými úpravami dostaneme

$$\frac{\partial B_x}{\partial x} + \frac{\partial B_y}{\partial y} + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0,$$

$$\gamma \left( \frac{\partial}{\partial x'} - \frac{v}{c^2} \frac{\partial}{\partial t'} \right) B'_x + \gamma \frac{\partial}{\partial y'} \left( B'_y - \frac{v}{c^2} E'_z \right) + \gamma \frac{\partial}{\partial z'} \left( B'_z + \frac{v}{c^2} E'_y \right) = 0,$$

neboli

$$\frac{\partial E'^z}{\partial z'} - \frac{\partial E'^y}{\partial z'} + \frac{\partial B'^x}{\partial t'} = \frac{c^2}{v} \left( \frac{\partial B'^x}{\partial x'} + \frac{\partial B'^y}{\partial y'} + \frac{\partial B'^z}{\partial z'} \right). \quad (1.90)$$

Srovnáním (1.89) a (1.90) získáváme

$$\left( \frac{c^2}{v} - v \right) \left( \frac{\partial B'^x}{\partial x'} + \frac{\partial B'^y}{\partial y'} + \frac{\partial B'^z}{\partial z'} \right) = \left( \frac{c^2}{v} - v \right) \nabla' \cdot \mathbf{B}' = 0.$$

Protože  $v < c$ , potom  $\frac{c^2}{v} - v \neq 0$ , musí proto nutně platit:

$$\nabla' \cdot \mathbf{B}' = 0. \quad (1.91)$$

Dosadíme-li (1.91) do (1.89), získáme:

$$\frac{\partial E'^z}{\partial y'} - \frac{\partial E'^y}{\partial z'} = -\frac{\partial B'^x}{\partial t'}. \quad (1.92)$$



Rovnice (1.87), (1.88), (1.92) jsou složkovými zápisy rovnice

$$\nabla' \times \mathbf{E}' = -\frac{\partial \mathbf{B}'}{\partial t'}, \quad (1.93)$$

což je formální zápis transformované první Maxwellovy rovnice. Lorentzovy transformace tedy zachovávají tvar obou Maxwellových rovnic z druhé série.

Na závěr této části ještě odvodíme známý vztah pro Lorentzovu sílu. Uvažujme nezávislé částice s elektrickým nábojem ve vnějším elektrickém poli. V klidové soustavě působí na náboje jen coulombovská síla o hustotě  $\mathbf{f}_{(0)} = \varrho_0 \mathbf{E}_{(0)}$ . Pro složky čtyřproudu platí (protože  $\mathbf{u}_{(0)} = \mathbf{0}$ )

$$J_{(0)}^\mu = \begin{pmatrix} c\varrho_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad J_{(0)\mu} = \begin{pmatrix} -c\varrho_0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

Pro hustotu čtyřsíly v této soustavě platí

$$k_{(0)}^\mu = \begin{pmatrix} \frac{\mathbf{u} \cdot \mathbf{f}_{(0)}}{c} \\ f_{(0)}^x \\ f_{(0)}^y \\ f_{(0)}^z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \varrho_0 E_{(0)}^x \\ \varrho_0 E_{(0)}^y \\ \varrho_0 E_{(0)}^z \end{pmatrix}.$$

V klidové soustavě nábojů proto platí

$$k_{(0)}^\mu = \sum_{\nu=0}^3 H_{(0)}^{\mu\nu} J_{(0)\nu}.$$

Vzhledem k tomu, že tato rovnice je kovariantní a bude proto platit v jakékoli jiné inerciální vztažné soustavě, platí obecně

$$k^\mu = \sum_{\nu=0}^3 H^{\mu\nu} J_\nu.$$

Rozepsáním pro prostorové složky obdržíme známý výraz

$$\mathbf{f} = \varrho (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

udávající *hustotu Lorentzovu síly*  $\mathbf{f}$ . Pro jednu částici s nábojem  $q$ , pro niž  $J^\mu = qU^\mu$ , dostáváme vztah pro Lorentzovu sílu působící na částici v elektromagnetickém poli

$$K_L^\mu = q \sum_{\nu=0}^3 H^{\mu\nu} U_\nu, \quad \mathbf{F}_L = q (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}). \quad (1.94)$$

## 1.6 Variační princip v teorii relativity

V nerelativistické mechanice je *Hamiltonův princip* vyjádřen podmínkou anulování variace integrálu akce

$$\delta S = \delta \left( \int_{t_1}^{t_2} L dt \right) = 0;$$

jinými slovy – při skutečném pohybu nabývá akce  $S$  stacionární hodnoty (většinou uvažujeme extrémní, minimální hodnoty). Ukazuje se, že i v teorii relativity lze nalézt takovou veličinu, která bude při skutečném pohybu extrémní. Ukazuje se, že touto veličinou je vlastní čas, variační princip pak můžeme zformulovat např. následujícím způsobem

Volná částice se v prostoročase pohybuje takovým způsobem, že hodiny s ní spojené ukazují *maximální* vlastní čas. Integrál

$$\int_a^b d\tau = \tau_2 - \tau_1$$

počítaný podle světočáry odpovídající skutečnému pohybu částice bude nabývat extrémní hodnoty vzhledem k dilataci času.

Význam takto formulovaného variačního principu spočívá ve skutečnosti, že jej lze použít i pro pohyb volných částic podél geodetických čar v zakřivených prostoročasech obecné teorie relativity. Pro částici, která se v dané vztažné soustavě pohybuje rychlostí  $\mathbf{u}$ , ze zavedení vlastního času (1.27) plyne

$$d\tau^2 = \frac{1}{c^2} (c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2) = dt^2 \left( 1 - \frac{u^2}{c^2} \right).$$

Pokud bychom v analogii s klasickou mechanikou chtěli zavést Lagrangeovu funkci  $L$  volné částice, z níž lze standardním způsobem získat složky relativistické hybnosti (1.46)

$$p^i = \frac{\partial L}{\partial u^i} = \frac{m_0 u^i}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}},$$

stačí zvolit

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}. \quad (1.95)$$

Pro hamiltonián volné částice pak získáme

$$H = \mathbf{p} \cdot \mathbf{u} - L = \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}}},$$

tj. veličinu shodnou s celkovou energií částice. Pro částici v elektromagnetickém poli se skalárním potenciálem  $\varphi$  a vektorovým potenciálem  $\mathbf{A}$  pak volíme

$$L = -m_0 c^2 \sqrt{1 - \frac{u^2}{c^2}} + q (\mathbf{u} \cdot \mathbf{A} - \varphi). \quad (1.96)$$

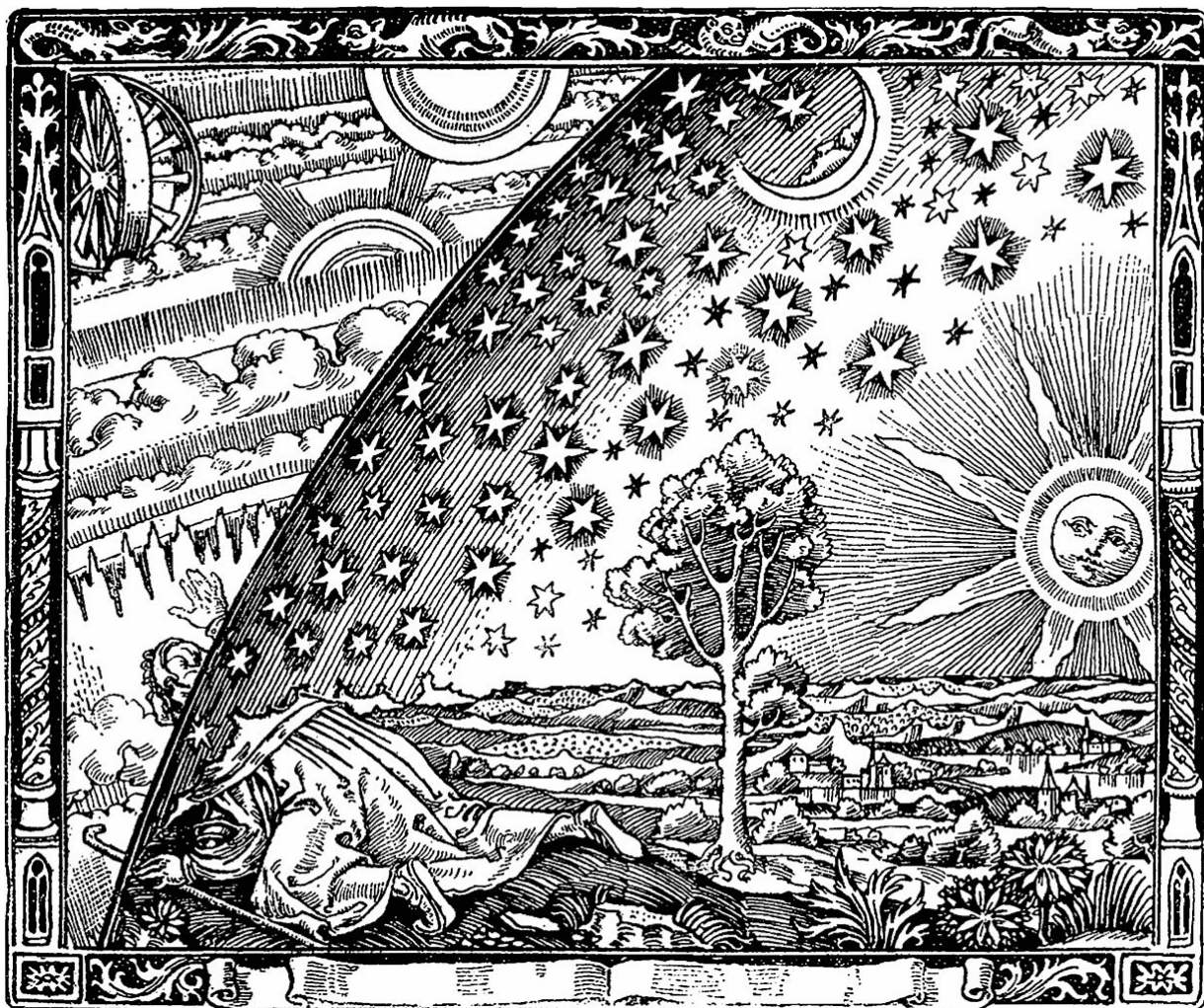
Význam variačních principů pro formulaci moderních fyzikálních teorií je veliký. Zde jsme pouze naznačili základní myšlenky jeho aplikace pro studium pohybu částic v teorii relativity. V další kapitole se vydáme ze Země do okolního vesmíru.

## Kapitola 2

### Základy astronomie

*Astronomie*, řecky αστρονομία z άστρον (astron) hvězda a νόμος (nomos) zákon, je věda, která se zabývá jevy za hranicemi zemské atmosféry, zejména výzkumem vesmírných těles, jejich soustav, různých dějů ve vesmíru i vesmírem jako celkem.

Astronomie se podobně jako další vědy začala rozvíjet ve starověku. První se z astronomie rozvíjela astrometrie, zabývající se měřením poloh hvězd a planet na obloze. Tato oblast astronomie měla velký význam pro navigaci. Podstatnou částí astrometrie je sférická astronomie sloužící k popisu poloh objektů na nebeské sféře, zavádí souřadnice a popisuje významné křivky a body na nebeské sféře. Pojmy ze sférické astronomie se také používají při měření času.



Obr. 2.1: Poutník, který zvědavě prostrkuje hlavu sférou stálic a sleduje, co se za ní skrývá. Tento zdánlivě středověký dřevorez fakticky pochází z okruhu od Camille Flammariona, významného francouzského popularizátora astronomie z konce 19. století (zdroj: Wikipedie)

Další oblastí astronomie, která se rozvinula, byla nebeská mechanika. Zabývá se pohybem těles v gravitačním poli, například planet ve sluneční soustavě. Základem nebeské mechaniky jsou práce Johanna Keplera a Isaaca Newtona.

Již Aristotelés ve svém díle *O nebi* z roku 340 př. n. l. dokázal, že tvar Země musí být kulatý, jelikož stín Země na Měsíci je při zatmění vždy kulatý, což by při plochém tvaru Země nebylo možné. Řekové také zjistili, že pokud sledujeme Polárku z jižnějšího místa na Zemi, jeví se nám níže nad obzorem než pro pozorovatele ze severu, kterému se bude její poloha na obloze jevit výše. Eratosthenés Kyrénský roku 250 př. n. l. při svém známém a důvtipném měření určil obvod Země s přesností asi 15 %.

Myšlenky Aristotelovy rozvinul ve 2. století našeho letopočtu Ptolemaios, který také stavěl Zemi do středu a další objekty nechal obíhat kolem ní ve sférách, první byla sféra Měsíce, dále sféry Merkuru, Venuše, Slunce, Marsu, Jupitera, Saturna a sféra stálic (hvězd, jež byly považovány za nehybné, jak to plyne z názvu, měly se pohybovat jen společně s oblohou). Tento model poměrně dobře vyhovoval polohám těles na obloze. Roku 1514 navrhl Mikuláš Koperník nový heliocentrický, ve kterém bylo ve středu soustavy Slunce a planety obíhaly kolem něj po kruhových drahách.

Roku 1609 zkonstruoval Galileo Galilei dalekohled, s jehož pomocí objevil čtyři měsíce obíhající kolem planety Jupiter, a tím podpořil Koperníkovu teorii o Slunci ve středu a planetách kroužících kolem. Johannes Kepler zaměnil kruhové dráhy planet za eliptické, čímž bylo dosaženo souladu s pozorovanými polohami těles. V roce 1687 vydal sir Isaac Newton své *Principie* (celým názvem *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica*), kde zformuloval zákon obecné přitažlivosti, podle něhož jsou k sobě tělesa vázána gravitací, která závisí na hmotnosti těles a na jejich vzdálenosti. Z gravitačního zákona vychází eliptický pohyb planet. Na základě této teorie bylo možné nejen popsat pohyb těles ve sluneční soustavě, ale také ho předvídat (návraty komet, předpověď existence planety Neptun z poruch v pohybu Uranu Urbainem Le Verrierem v roce 1846 apod.).

## 2.1 Naše Slunce

### 2.1.1 Základní údaje o Slunci

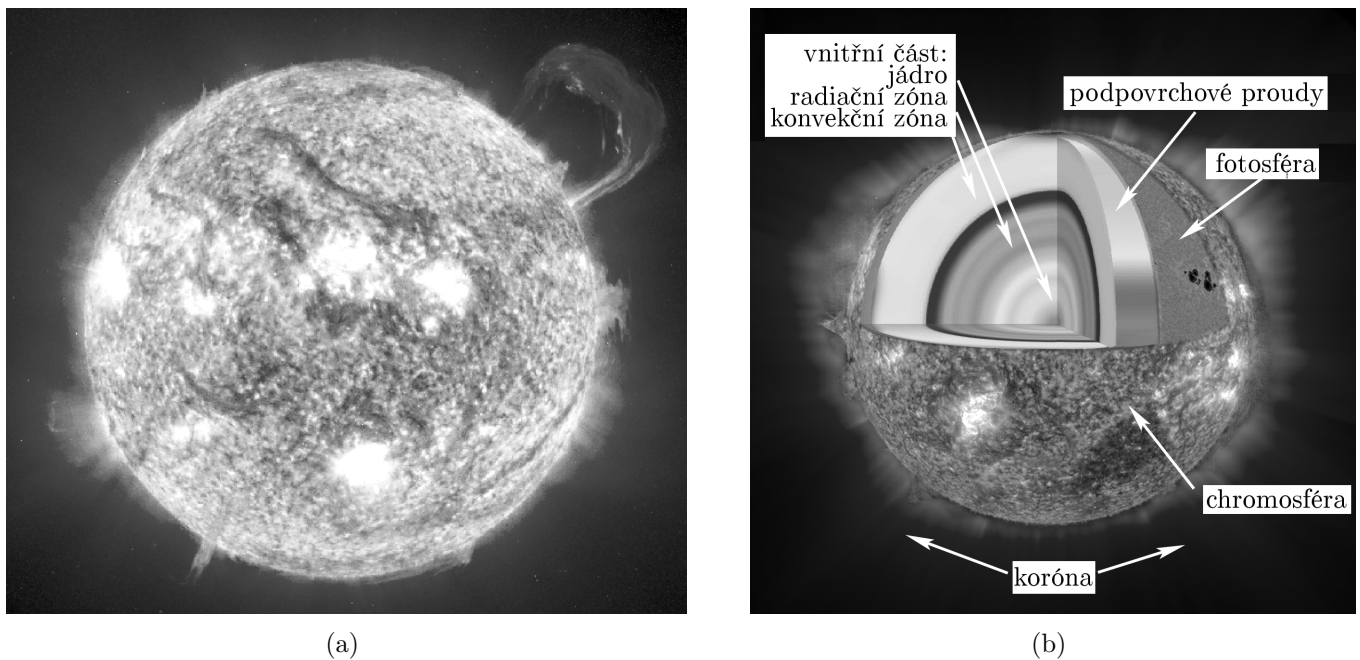
Slunce je naší nejbližší hvězdou, připomeňme proto jeho některé vlastnosti pomocí několika důležitých čísel:

- střední vzdálenost Země – Slunce (tzv. *astronomická jednotka*, zkratka AU) činí  $149,6 \cdot 10^6$  km;
- průměr Slunce dosahuje  $1,4 \cdot 10^6$  km, hmotnost  $2 \cdot 10^{30}$  kg;
- 73 % hmotnosti Slunce tvoří vodík, 25 % helium, na další těžší prvky připadají jen 2 % hmotnosti Slunce;
- povrchová teplota dosahuje  $5\,510$  °C;
- ve vzdálenosti 1 AU od Slunce dopadá na  $1 \text{ m}^2$  povrchu namířeného kolmo na Slunce výkon  $1\,380 \text{ W}$  této veličině říkáme též *sluneční (solární) konstanta*.

Zářivý výkon Slunce dosahuje  $3,85 \cdot 10^{26} \text{ W}$ . Srovnáme-li celkovou energii, uvolňovanou Sluncem každou sekundu, s energií uvolňovanou při některých dějích (jde o přibližné hodnoty), uvědomíme si, jak je obrovská:

silný sopečný výbuch	$10^{19} \text{ J}$
vodíková bomba	$10^{17} \text{ J}$
tornádo nebo vlna tsunami	$10^{15} \text{ J}$

Občas se v populárních knihách o astronomii dočteme, že Slunce je – co se velikosti týče – docela obyčejnou, „tuctovou“ hvězdou, jakých je v naší Galaxii většina. Skutečnost je však jiná: ze stovky



Obr. 2.2: (a) Obrázek Slunce pořízený družicí SoHO (Solar & Heliospheric Observatory) 14. září 1999 v ultrafialové části spektra ukazuje obrovský výron hmoty do okolního prostoru. Zdroj NASA <http://soho.nascom.nasa.gov/gallery/images/superprom.html> (b) Schematické znázornění stavby Slunce jako hvězdy. Zdroj: NASA, anglická verze dostupná z <http://www.solarviews.com>

nejjasnějších hvězd na obloze má jen jedna menší zářivý výkon než Slunce, ze stovky nejbližších hvězd je jich pouze sedm s větším výkonem než Slunce, z 1000 hvězd z okolí Slunce je jen 40 hmotnějších a zářivějších než Slunce. Z analýzy dat mnohem větších souborů hvězd plyne, že *Slunce je hvězdou nadprůměrně hmotnou a zářivou.*

### 2.1.2 Pohyb Slunce po obloze

Následující údaje platí pro naši zeměpisnou šířku, tj. asi +50 stupňů severní zeměpisné šířky:

Začátek *astronomického jara* (kolem 21. 3., jarní rovnodennost):

- Slunce vychází v 6 h východním směrem;
- v poledne je Slunce asi 40 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 18 h západním směrem;
- „bílý den“ trvá přibližně 12 h, noc také 12 h.

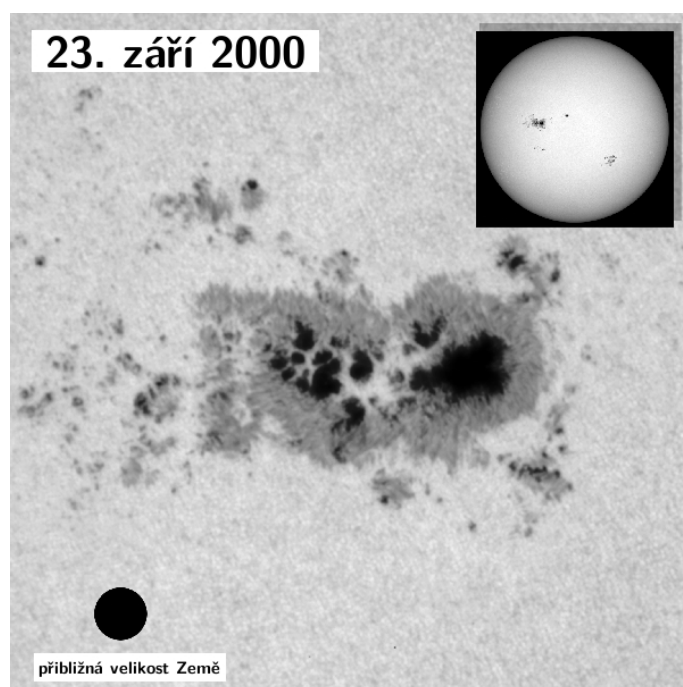
Začátek *astronomického léta* (kolem 21. 6., letní slunovrat):

- Slunce vychází ve 4 h severovýchodním směrem;
- v poledne je Slunce asi 63 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 20 h severozápadním směrem;
- „bílý den“ trvá přibližně 16 h, noc 8 h.

Začátek *astronomického podzimu* (kolem 23. 9., podzimní rovnodennost):

- Slunce vychází v 6 h východním směrem;
- v poledne je Slunce asi 40 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 18 h západním směrem;
- „bílý den“ trvá přibližně 12 h, noc také 12 h.

Začátek *astronomické zimy* (kolem 21. 12., zimní slunovrat):



Obr. 2.3: Obrázek slunečních skvrn pořízený družicí SoHO (Solar & Heliospheric Observatory) 23. září 2000 ve srovnání s velikostí Země. Zdroj NASA <http://soho.nascom.nasa.gov/gallery/images/sunspot00.html>

- Slunce vychází v 8 h jihovýchodním směrem;
- v poledne je Slunce asi 17 stupňů vysoko (nad vodorovnou rovinou);
- Slunce zapadá v 16 h jihozápadním směrem;
- „bílý den“ trvá přibližně 8 h, noc 16 h.

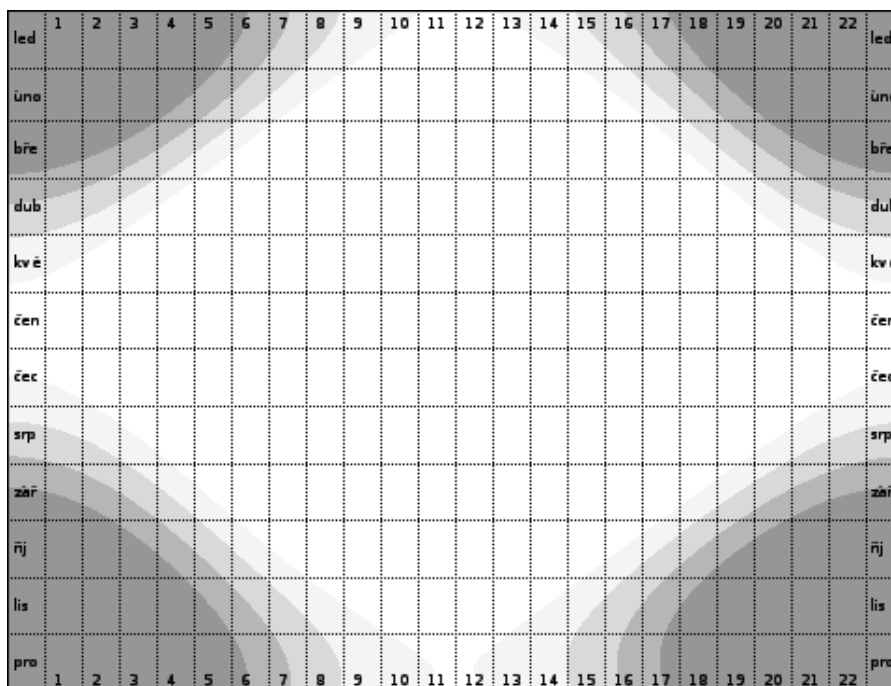
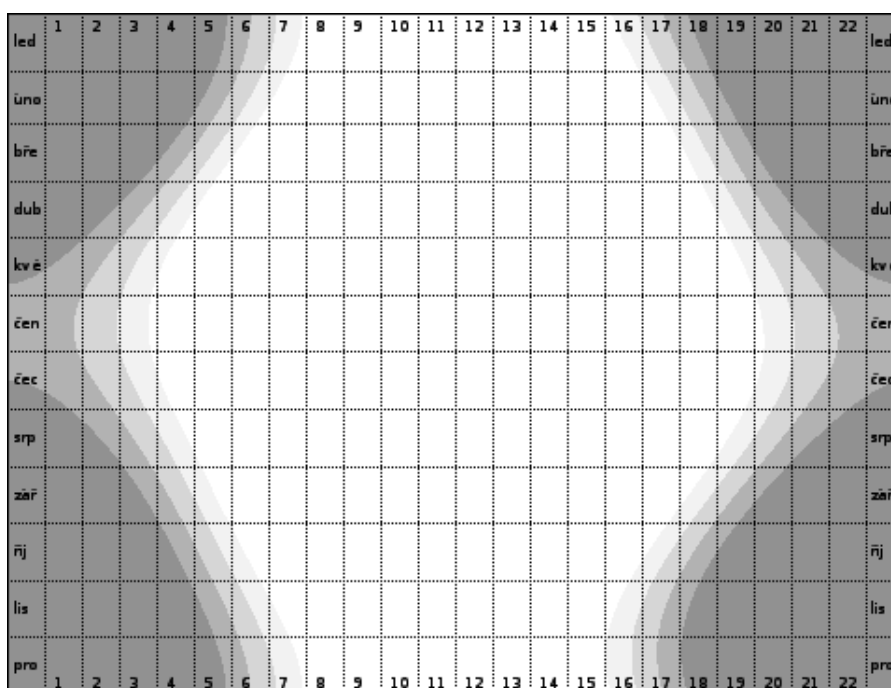
### Bílé noci

Nastávají v dobách kolem letního slunovratu všude od zeměpisné šířky asi 60 stupňů až k pólu (nejsou samozřejmě doménou severní polokoule, nastávají také na polokouli jižní). Nejde o nic jiného, než splynutí večerního soumraku s ranním svítáním. Slunce neklesne hlouběji pod vodorovnou rovinu než, řekněme 6° až 10°, takže se zcela nesetmí a pravá „černá noc“ nenastane (viz obr. 2.4). Připomeňme základní definice:

<i>den</i>	Slunce je nad obzorem
<i>občanský soumrak</i>	Slunce je maximálně 16° pod obzorem, lze provádět běžné práce bez nutnosti umělého osvětlení
<i>nautický soumrak</i>	Slunce je minimálně 6° a maximálně 12° pod obzorem, venku lze rozeznat obrysy předmětů a nejjasnější hvězdy
<i>astronomický soumrak</i>	Slunce je minimálně 12° a maximálně 18° pod obzorem, prakticky již nastává tma
<i>astronomická noc</i>	Slunce je více jak 18° pod obzorem

### Svítání v tropech

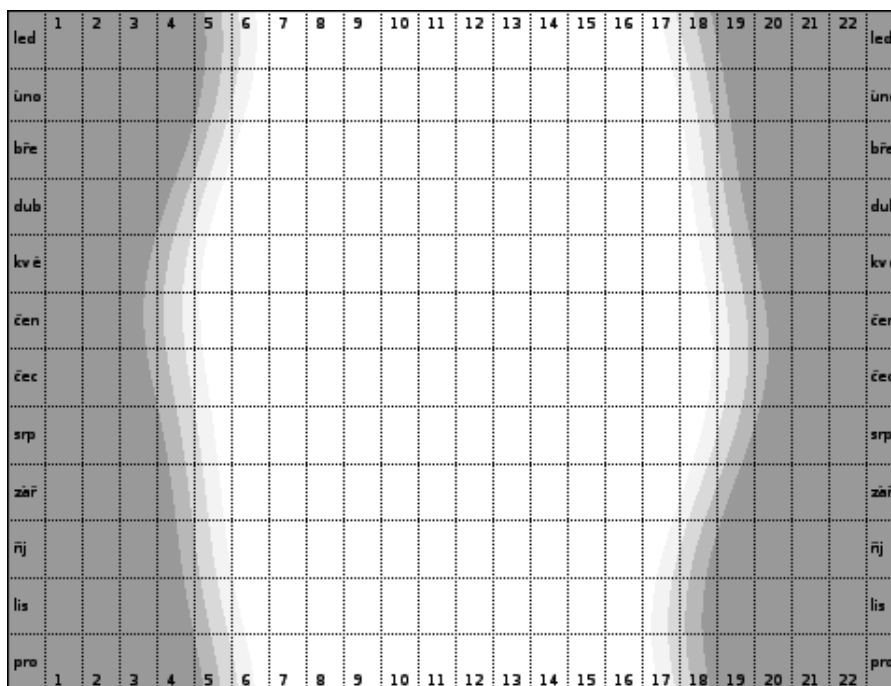
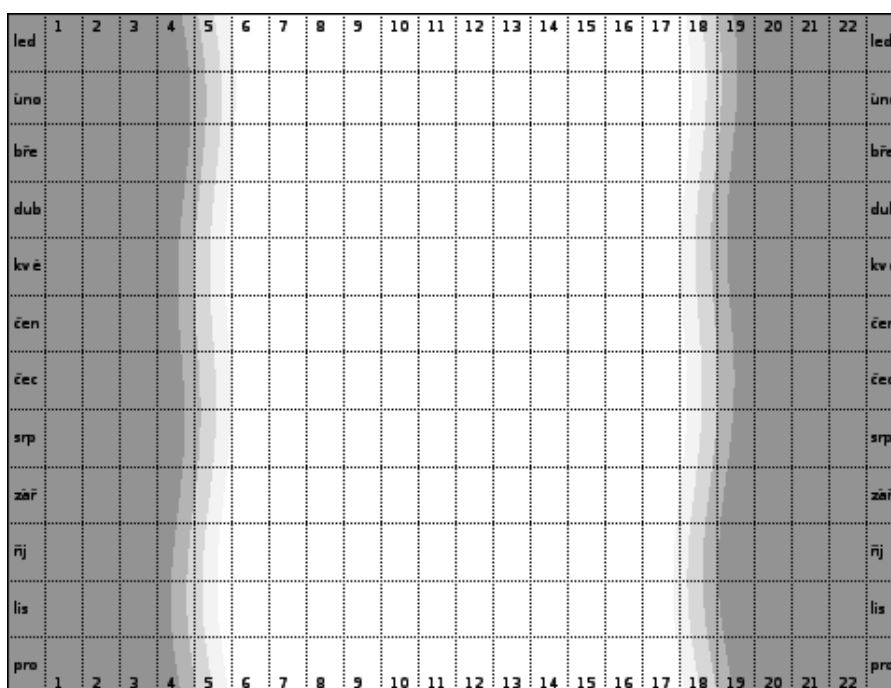
Kdo zažil svítání či soumrak v rovníkových krajích, potvrdí, že přechod ze tmy do bílého dne a naopak je zde velice rychlý. Není to záležitost mnoha desítek minut jako u nás, vše se odehraje doslova za okamžik. Příčina tohoto jevu je myslím jasná: Slunce se v tropech pohybuje po obloze téměř kolmo k obzoru, zatímco u nás sestupuje dosti šikmo k vodorovné rovině. To se na délce trvání soumraku a svítání pochopitelně projeví (viz obr. 2.5).

(a) V okolí severního polárního kruhu ( $66,5^\circ$  s. š.)(b) V našich zeměpisných šířkách ( $50^\circ$  s. š.)

Obr. 2.4: Délka dne, soumraku a noci v našich zeměpisných šířkách a na polárním kruhu, kde vidíme i letní bílé noci; dostupné z <http://www.beda.cz/~jirkaj/soumrak/index.html>

## U protinožců

Jaký bude pohyb Slunce po obloze, když jej budeme sledovat odněkud z jižní polokoule, například z Nového Zélandu? Zjistíme, že Slunce se pohybuje od východního obzoru k západnímu. Slunce se však pohybuje opačným směrem, než na jaký jsme zvyklí, na jižní polokouli se během dne postupně otáčíme za Sluncem doleva, kdežto u nás doma doprava. Navíc – u nás doma, když chceme v poledne uvidět Slunce, otáčíme se k jihu, v Austrálii či Argentině k severu.

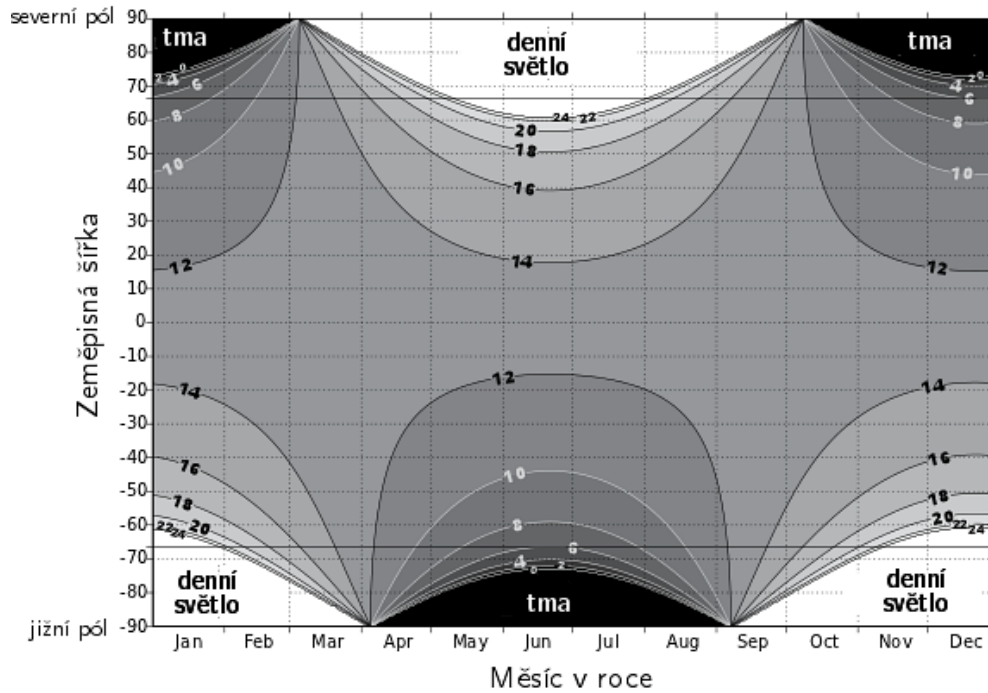
(a) Na obratníku raka ( $23,5^\circ$  s.š.)(b) Na rovníku ( $0^\circ$  s.š.)

Obr. 2.5: Délka dne, soumraku a noci na rovníku a obratníku Raka, vidíme, že se délka dne na rovníku během roku mění jen velmi málo; dostupné z <http://www.beda.cz/~jirkaj/soumrak/index.html>

## Ekliptika

Slunce mění svou polohu nejen na obloze, ale také na hvězdné obloze. Vůči vzdáleným hvězdám se Slunce pomalu posouvá, za rok se ocitne ve stejné poloze vzhledem ke hvězdám jako před rokem. Ekliptika je průsečnice, v níž rovina dráhy Země kolem Slunce protíná nebeskou sféru. Slovo je odvozeno od latinského *eclipsis* – zatmění; vychází to ze skutečnosti, že v nejtěsnější blízkosti ekliptiky nastávají zatmění Slunce a Měsíce. Je zajímavé, že již v nejstarších dobách lidé věděli, kde se na hvězdné obloze ekliptika nachází, i když to vůbec není snadné určit.





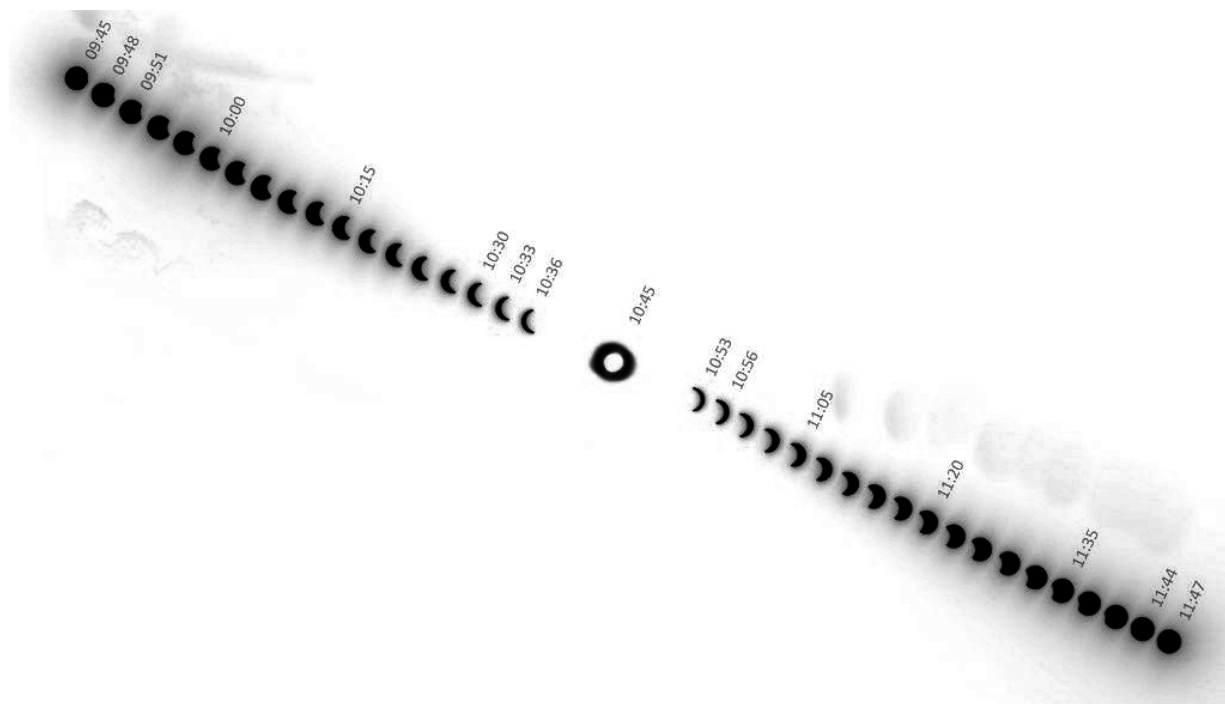
Obr. 2.6: Množství hodin denního světla během roku v různých zeměpisných šířkách (zdroj: Wikipedie)

Když budeme pomocí hvězdné mapy zjišťovat, která souhvězdí se nacházejí podél ekliptiky, narazíme většinou na taková, jež se nazývají podle nějakých zvířat (proto jim také často říkáme zvířetníková souhvězdí). Existují samozřejmě i výjimky, například Blíženci, Střelec, Vodnář. Každý je asi ochoten přísahat, že těchto souhvězdí je celkem dvanáct. K překvapení mnohých jich však existuje třináct – také Hadonoš je ekliptikální souhvězdí.

### Čtvero ročních období

Země je veliký rotující setrvačnick, jehož osa rotace svírá s rovinou oběhu Země kolem Slunce – ekliptikou – stále stejný úhel asi  $66,5^\circ$ . Poloha rotační osy Země se vzhledem ke Slunci mění podle toho, ve které části své dráhy kolem Slunce se planeta Země nachází. Máme-li u nás zimu, je severní část Země od Slunce odkloněna, a za půl roku v létě, až se Země přesune na opačnou stranu vůči Slunci, je severní polokoule ke Slunci přikloněna. Vzhledem k různé výšce Slunce nad obzorem během dne i různě dlouhé době oslunění v jednotlivých obdobích roku se mění přísun energie na jednotkový povrch (třeba  $1\text{ m}^2$ ). V našich zeměpisných šířkách dostáváme v létě asi šestkrát více energie než v zimě, a to je příčinou střídání ročních období u nás.

I bez exaktního matematického důkazu je zřejmé, že při šikmém dopadu obdrží jednotka povrchu méně energie slunečního záření než při kolmém dopadu paprsků. Pro celou naši planetu je však energetická bilance prakticky vyvážená. Roční období nejsou odlišná v rovníkových oblastech, kde je stále teplé a vlhké počasí. Také v tropických pouštích je celoročně horké (a samozřejmě suché) počasí. V oblasti subtropického podnebí již zaznamenáváme výraznější rozdíly mezi létem a zimou, nastávají zde horká suchá léta a chladnější vlhké zimy. V mírném podnebném pásmu, které dobře známe, neboť tu žijeme, jsou studené zimy odděleny od teplých vlhčích letních dní přechodnými obdobími, jarem a podzimem. Ještě v subarktických oblastech se setkáváme s ročními obdobími – studenou zimou a přece jen o něco teplejším létem. V polárních oblastech pak už zažijeme pouze jedině – po celý rok studené – počasí.



Obr. 2.7: Časový průběh úplného zatmění Slunce v roce 2008 nad Novosibirskem (zdroj Wikipedie, upraveno inverzí barev)

## 2.2 Měsíc a planety

### 2.2.1 Měsíc – bratr, vetřelec či souputník?

Měsíc je jedinou přirozenou družicí Země. Přitom hmotnosti obou těles nejsou příliš rozdílné: poměr hmotností činí asi 1:81. Proto někteří astronomové soustavu Země-Měsíc označují jako dvojplanetu. V naší planetární soustavě je tak malý poměr hmotností výjimkou – soupeřit by mohl snad jen Pluto se svou družicí Charon. Pluto má průměr asi 2 320 km, Charon 1 270 km. Z těchto čísel ale vidíme, že i „planeta“ Pluto je mnohem menší než samotný Měsíc (jeho průměr dosahuje 3 476 km).

Vzdálenost Měsíce od Země činí asi 400 000 km (přesněji řešeno – mění se v rozmezí od 356 400 km do 406 700 km). Úhlový průměr na obloze odpovídá asi  $0,5^\circ$ , mění se od 29' do 33'. Průměr Měsíce dosahuje asi 3 500 km (přesněji 3 476 km), je tedy ve srovnání se zemským asi čtvrtinový.

Měsíc nenajdeme vždy přesně na ekliptice. Rovina měsíční dráhy je totiž k ekliptice skloněna pod úhlem asi  $5^\circ$ , Měsíc tedy může být poněkud nad nebo pod rovinou ekliptiky. Proto u Měsíce pozorujeme během roku výraznější změny ve výšce než u Slunce. Měsíc je natolik blízko u Země, že můžeme docela snadno sledovat jeho pohyb po hvězdné obloze. Měřením jeho oběžné doby vůči hvězdám zjistíme, že činí asi 27,32 dne, tzv. *siderický měsíc*. Víme však, že měsíční fáze např. od novu k novu se vystřídají za dobu delší než je siderický měsíc, konkrétně přibližně za 29,53 dne, což je tzv. *synodický měsíc*.

Měsíc přivrací k Zemi stále stejnou část povrchu. Už jsme si zvykli na rozložení oněch charakteristických tmavých skvrn po kotoučku; některým z nás skvrny v době úplňku připomínají lidskou tvář. Způsob rotace, při níž se k pozorovateli neustále natáčí jen jedna polokoule nějakého kosmického tělesa, označujeme jako tzv. *vázanou* nebo *synchrónní rotaci*. U družic planet je to zcela běžný jev, naprostá většina družic natáčí ke svým planetám tutéž polokouli. Vázaná rotace vzniká dlouhodobým gravitačním působením planety na družici.

# Total Solar Eclipse of 2009 Jul 22

Ecliptic Conjunction = 02:35:41.4 TD (= 02:34:35.5 UT)

Greatest Eclipse = 02:36:24.0 TD (= 02:35:18.1 UT)

Eclipse Magnitude = 1.0799      Gamma = 0.0698

Saros Series = 136      Member = 37 of 71

## Sun at Greatest Eclipse (Geocentric Coordinates)

R.A. = 08h06m24.1s

Dec. = +20°16'03.0"

S.D. = 00°15'44.5"

H.P. = 00°00'08.7"

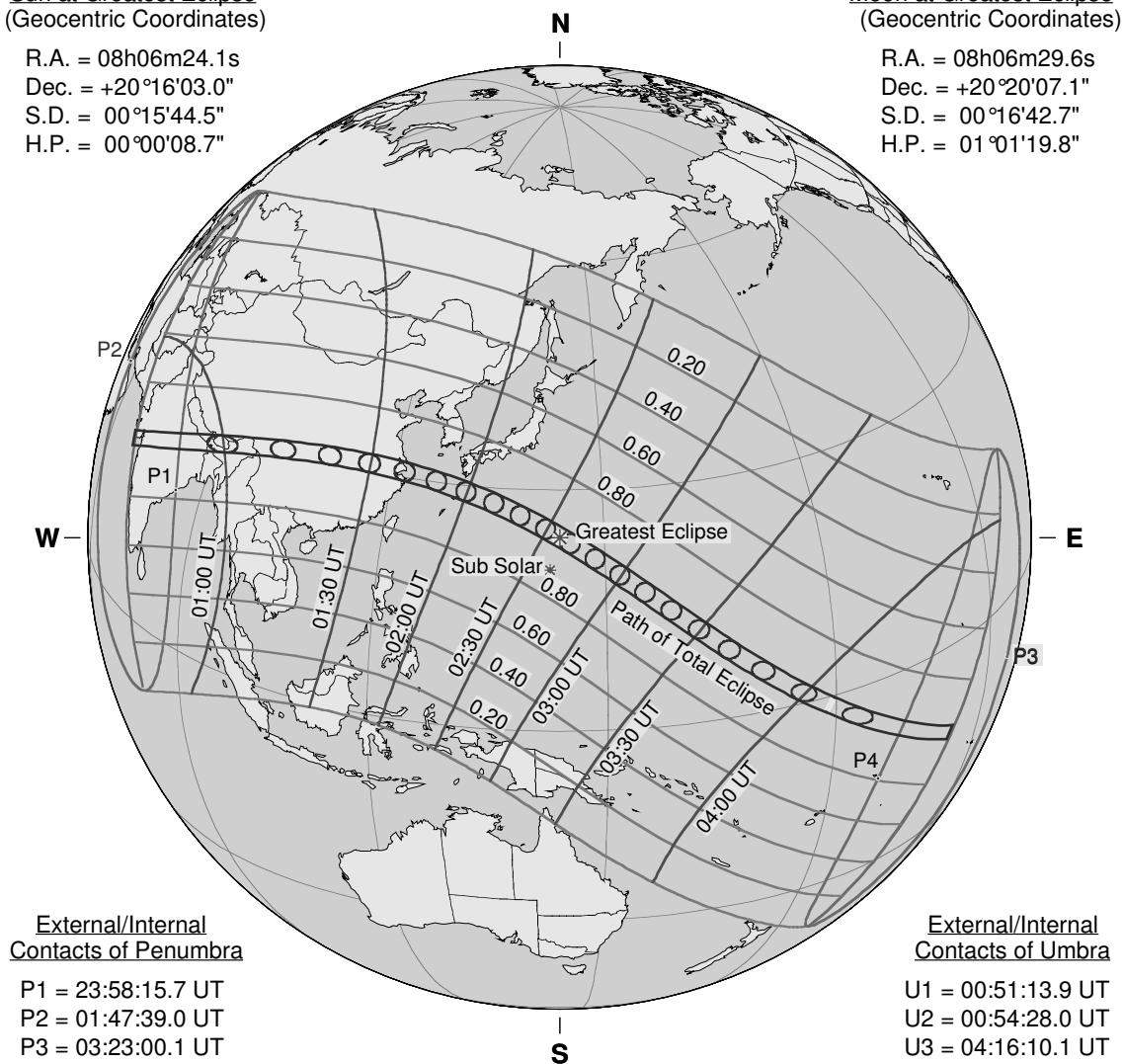
## Moon at Greatest Eclipse (Geocentric Coordinates)

R.A. = 08h06m29.6s

Dec. = +20°20'07.1"

S.D. = 00°16'42.7"

H.P. = 01°01'19.8"



## External/Internal Contacts of Penumbra

P1 = 23:58:15.7 UT

P2 = 01:47:39.0 UT

P3 = 03:23:00.1 UT

P4 = 05:12:22.1 UT

## External/Internal Contacts of Umbra

U1 = 00:51:13.9 UT

U2 = 00:54:28.0 UT

U3 = 04:16:10.1 UT

U4 = 04:19:23.5 UT

## Constants & Ephemeris

! T = 65.9 s

k1 = 0.2724880

k2 = 0.2722810

! b = 0.0"    ! l = 0.0"

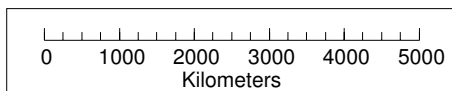
Eph. = VSOP87/ELP2000-85

## Local Circumstances at Greatest Eclipse

Lat. = 24°13.3'N      Sun Alt. = 85.9°

Long. = 144°07.1'E      Sun Azm. = 197.6°

Path Width = 258.5 km      Duration = 06m38.9s



## Geocentric Libration (Optical + Physical)

l = 0.67°

b = -0.07°

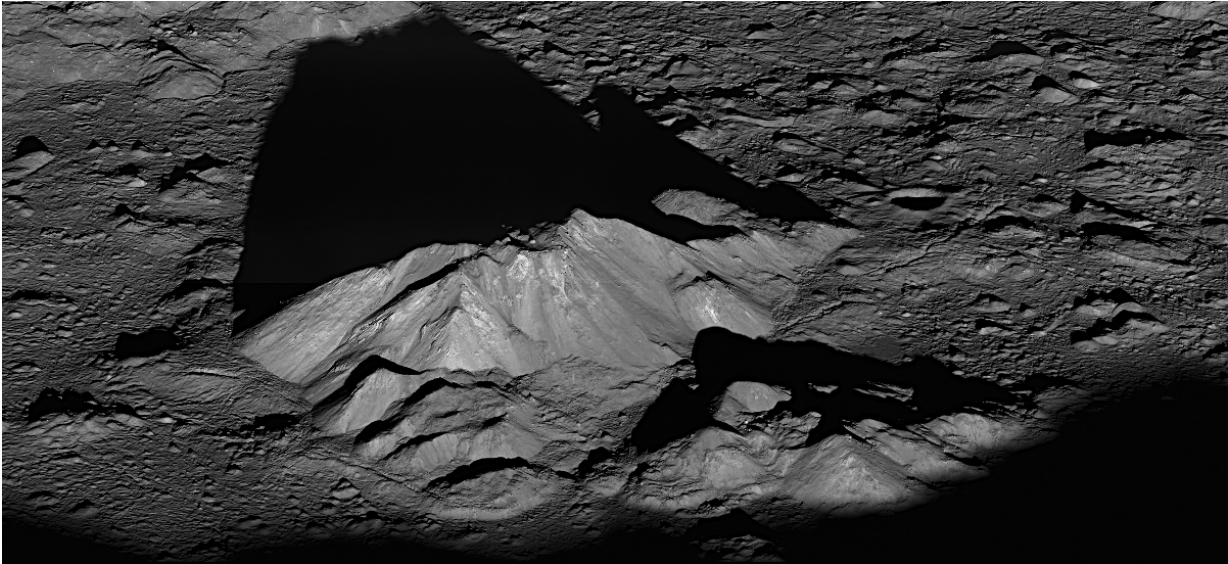
c = 10.52°

Brown Lun. No. = 1071

F. Espenak, NASA's GSFC

eclipse.gsfc.nasa.gov/eclipse.html

Obr. 2.8: Průběh nejdějšího úplného zatmění Slunce ve 21. století, které proběhlo 22. 7. 2009, v místě maxima trvalo 6 min 39 s a bylo pozorovatelné především v Tichomoří. Vidíme, že průmět stínu pohybu Měsíce po pohybujícím se povrchu Země má zajímavý tvar (tzv. pás totality), v přilehlých vyznačených oblastech je při pohledu ze Země zakrytá příslušná část slunečního kotouče (80%–20%). Bod označený jako „Sub solar“ vyznačuje místo, kde je v době zatmění Slunce v zenitu, kapkovité čáry vyznačují místa, kde zatmění vidíme při východu (na západní straně obrázku) a západu Slunce (na východní straně obrázku). Zdroj: stránky NASA věnované zatměním <http://eclipse.gsfc.nasa.gov>



Obr. 2.9: Stín vržený při východu Slunce asi 15 km dlouhou a 2 km vysokou vyvýšeninou v kráteru Tycho na přivrácené straně Měsíce. Zdroj NASA/Lunar Reconnaissance Orbiter, snímek pořízený 10. 6, 2011 je dostupný z <http://lroc.sese.asu.edu>

## Kývání Měsíce

Měsíc se vůči Zemi kývavě natáčí. Příčin tohoto mírného kývání, tzv. *librací*, je několik. První pochopíme snadno. Měsíc rotuje vůči vzdáleným hvězdám rovnoměrně, ale pohybuje se po mírně eliptické dráze okolo Země nerovnoměrně. Jeho natočení vzhledem k Zemi nemůže být proto vždy přesně stejné.

Další příčinou librací je nevelký sklon rotační osy Měsíce k rovině oběžné dráhy kolem Země. Měsíc, jak k nám přiklání střídavě severní a jižní pól, tedy umožňuje nahlédnout jednou poněkud za severní, podruhé za jižní okraj. Jinou příčinou kývání Měsíce je jeho poněkud vejčítý tvar. Delší osa měsíčního tělesa, která směřuje přibližně k Zemi, je gravitačním působením naší planety poněkud vychylována ze směru přímo k centru Země.

### 2.2.2 Planety na hvězdném nebi

Jen zkušený znalec hvězdného nebe už při letmém pohledu pouhýma očima na oblohu rozezná hvězdu od planety. Uveďme proto několik jednoduchých pravidel. Především planety je nutné hledat jen v těsném okolí ekliptiky, jinde být nemohou. Víme též, že planety svítí klidným světlem. Je tomu tak proto, že planety jsou plošné zdroje světla, i když žádnou z nich pouhým okem jako kotouček nevidíme. Každý bod této plošky sice bliká podobně jako hvězdy nízko nad obzorem, neboť světlo ovlivňují nestejnorodosti zemské atmosféry, ale takových bodů je v plošce víc. Změny jasnosti jednotlivých bodů nastávají v různých okamžicích nezávisle na sobě, takže výsledkem je téměř klidné, neměnicí se světlo planet. Nicméně nejspolehlivějším způsobem identifikace je sledování poloh planet mezi hvězdami v průběhu týdnů a měsíců – každá planeta neustále mění svou polohu mezi hvězdami (odtud také pochází řecký název  $\pi\lambda\nu\eta\tau\eta\varsigma$  neboli *planētēs* – „tulák“).

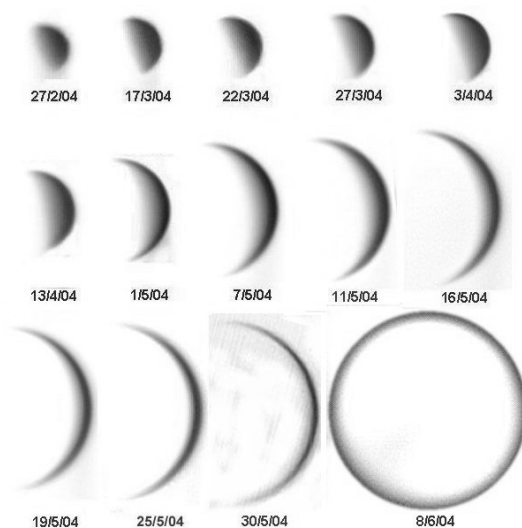
Způsobů třídění je mnoho, zde je však rozdělíme jen do dvou skupin. První budou tvořit planety *vnitřní*, kam patří Merkur a Venuše, obě tělesa se nacházejí uvnitř zemské dráhy. Všechny ostatní planety pak utvoří skupinu planet *vnějších*. Sám název napovídá, že sem spadá Mars a další planety ještě vzdálenější od Slunce. Zatímco vnitřní planety jsou vidět jen zrána nebo zvečera (Venuši podle toho říkáme Jitřenka nebo Večernice), vnější planety jsou viditelné třeba i o půlnoci. Navíc u vnitřních planet můžeme v dalekohledu rozeznat zřetelné fáze od novu až po úplněk, což u vnějších

planeta	Merkur	Venuše	Země	Mars	Jupiter	Saturn	Uran	Neptun
astronomický symbol	☿	♀	♁	♂	♃	♄	♅	♆
střední $r$ od $\odot$ /AU	0,387	0,723	1	1,524	5,203	9,537	19,191	30,069
$R/R_Z$	0,3825	0,9488	1	0,53226	11,209	9,449	4,007	3,883
$M/M_Z$	0,055	0,815	1	0,107	318	95	14	17
$\rho/\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$	5 430	5 240	5 515	3 940	1 330	700	1 300	1 760
$g$ na rovníku/ $\text{m}\cdot\text{s}^{-2}$	3,70	8,87	9,81	3,71	23,12	8,96	8,69	11,00
otočka kolem osy/dny	58,646	243,019	0,997	1,026	0,413	0,444	0,718	0,671
doba oběhu okolo Slunce/y	0,240	0,615	1,000	1,881	11,863	29,447	84,016	164,791
výstřednost dráhy $\varepsilon$	0,205	0,006	0,016	0,093	0,048	0,054	0,047	0,008
sklon dráhy k ekliptice/ $^\circ$	7,004	3,394	0,000	1,850	1,305	2,484	0,769	1,769
prům. povrchová teplota/K	440	730	288–293	186–268	152	135	76	73
počet měsíců	0	0	1	2	63	57	27	13

Tab. 2.1: Vybrané parametry planet sluneční soustavy; zdroj  
dat <http://astronomia.zcu.cz/planety/soustava/1863-charakteristiky>

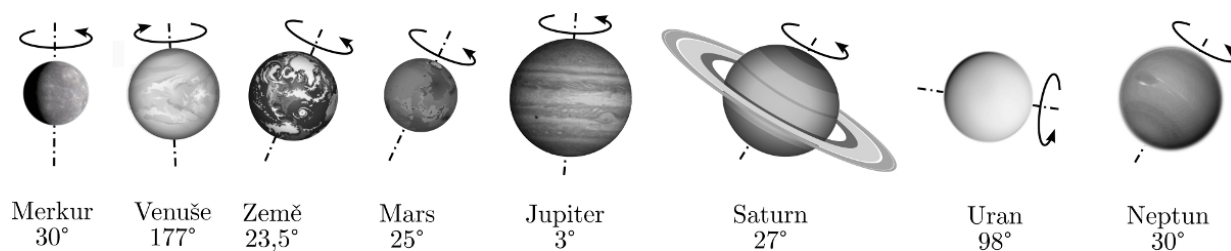
planet nenastává. Fáze Venuše objevil Galileo Galilei v roce 1610. Některé parametry planet jsou shrnuty v tabulce 2.1.

Kromě planet se ve sluneční soustavě nacházejí také trpasličí planety (např. Pluto) a *planetky*. Planetky jsou tělesa většinou kilometrových rozměrů, obíhající (až na malé výjimky) kolem Slunce v prostoru mezi Marsem a Jupiterem nebo až za Neptunem. U více než 100 000 planetek známe dobře jejich dráhy, toto číslo se rychle zvyšuje. Zvláště intenzivně jsou studovány tzv. blízkozemní objekty (near-Earth objects, NEO) kvůli možné hrozbě srážky se zemí. Z tohoto pohledu jsou nebezpečné především právě asteroidy (near-Earth asteroids, NEA) s drahami ve vzdálenostech mezi 0,983 a 1,3 AU (naproti tomu jádra komet by se rozpadla při průletu atmosférou). Každý potenciálně podezřelý objekt je ohlášen do střediska Minor Planet Center



Obr. 2.10: Obrázky fází Venuše zachyceny v roce 2004 v převrácených barvách, patrná je i změna zdánlivé velikosti vlivem vzdalování a přibližování od Země. Zdroj ESO

<http://www.eso.org/public/outreach/eduoff/vt-2004/photos/vt-photos-top04.html>



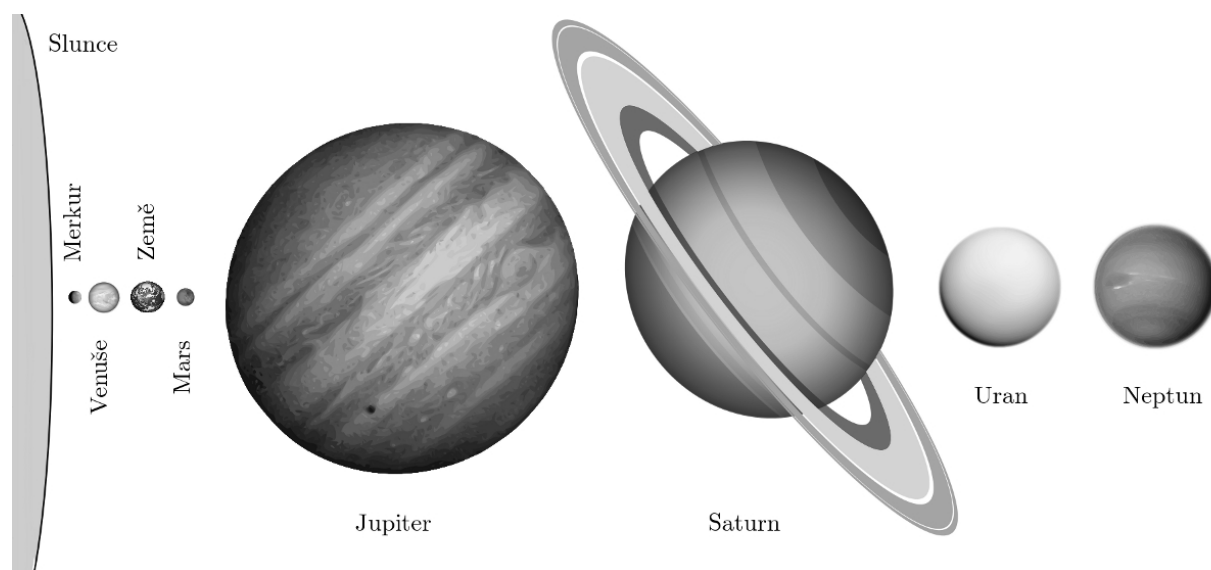
Obr. 2.11: Sklon rotační osy planet sluneční soustavy vzhledem k rovině jejich oběhu okolo Slunce. Vidíme, že Venuše se otáčí opačným směrem než ostatní planety a Uran se po své dráze okolo Slunce „odvaluje“ – na jedné jeho straně je tedy stále „léto“ a na druhé „zima“; tato skutečnost se nejčastěji vysvětluje tím, že se obě planety v minulosti srazily s jiným tělesem. Inspirováno ilustrací NASA, kterou připravil Calvin J. Hamilton (dostupná z <http://www.solarviews.com>), pro kresby planet byly použity volně dostupné cliparty z <http://www.clker.com> a <http://all-free-download.com/free-vector>

(<http://www.minorplanetcenter.net>), kde se upřesňuje jeho dráha a dále vyhodnocují možná rizika střetu Země s takovým tělesem.

## 2.3 Hvězdy a souhvězdí

*Hvězdy* jsou samostatná kulová tělesa o hmotnostech  $0,05\text{--}60 M_{\odot}$ , která udržuje pohromadě vlastní gravitace;  $M_{\odot} = 2 \cdot 10^{30}$  kg značí hmotnost Slunce. Na hvězdné obloze jich pouhýma očima spatříme několik tisíc. Pro snazší orientaci spojujeme hvězdy na nočním nebi do obrazců zvaných *souhvězdí*. V dnešním pojetí představuje souhvězdí určitou část hvězdné oblohy, vymezenou přesně hranicemi. Návrh hranic vypracoval pro Mezinárodní astronomickou unii v roce 1930 Eugene Delporte, když v nezbytné míře respektoval situaci, která se vytvořila historicky. Hranice souhvězdí jsou tak obdobou hranic států, včetně jejich složitých tvarů. Celá hvězdná obloha je rozdělena do 88 souhvězdí.

Celá hvězdná obloha zaujímá přibližně 41 250 čtverečních stupňů. Zdá se, že starověcí hvězdáři nejdříve jednotlivé hvězdy pojmenovali a teprve potom některé z nich pospojovali do obrazců, vzdáleně připomínajících nějaký předmět, zvíře či mytologickou bytost. Ve svém díle Almagest



Obr. 2.12: Srovnání poměrné velikosti planet sluneční soustavy. Zdroj NASA, barevnou anglickou verzi připravil © Calvin J. Hamilton (dostupná z <http://www.solarviews.com>), pro kresby planet byly použity volně dostupné cliparty z <http://www.clker.com> a <http://all-free-download.com/free-vector>

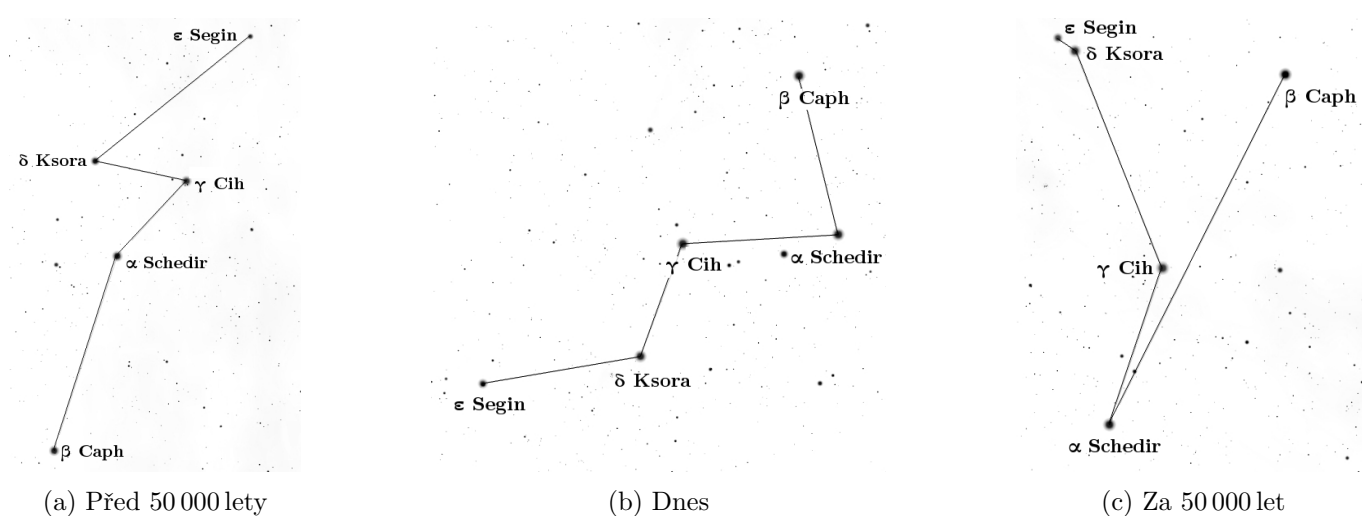


Obr. 2.13: Obloha se spoustou hvězd a pásem Mléčné dráhy včetně centra naší galaxie nad observatoří La Silla.  
Zdroj ESO, dostupné z [http://www.eso.org/public/images/jfs-ls-2011\\_4921/](http://www.eso.org/public/images/jfs-ls-2011_4921/)

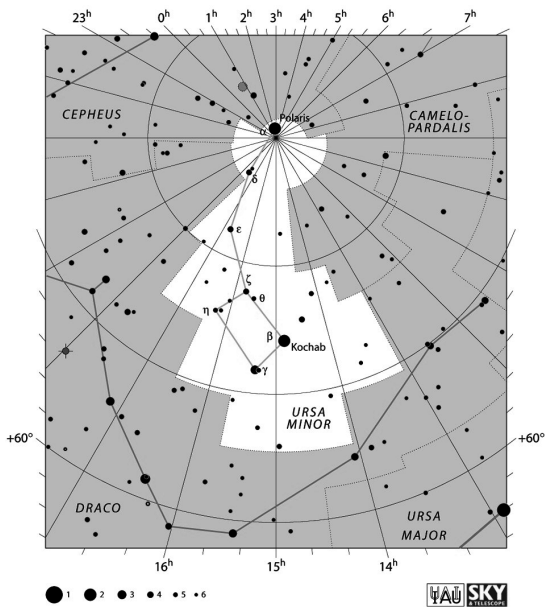
alexandrijský astronom Klaudios Ptolemaios (2. století n. l.) uvádí 48 souhvězdí, nám dnes většinou dobře známých. Prázdná místa a oblast kolem jižního pólu pak rozdělili středověcí astronomové.

Rozmach astronomie v renesanci zaznamenal i vlnu přejmenování souhvězdí (když se někteří třeba chtěli zavděčit svým mecenášům zanesením jejich jmen do hvězdné mapy), jiní astronomové požadovali úplné zrušení souhvězdí. Nakonec přece jen zvítězila tradice, takže používáme většinou starověké historické názvy. Daní za to je však složitost, se kterou se potýkají nejen mladí adepti astronomie, ale i profesionálové.

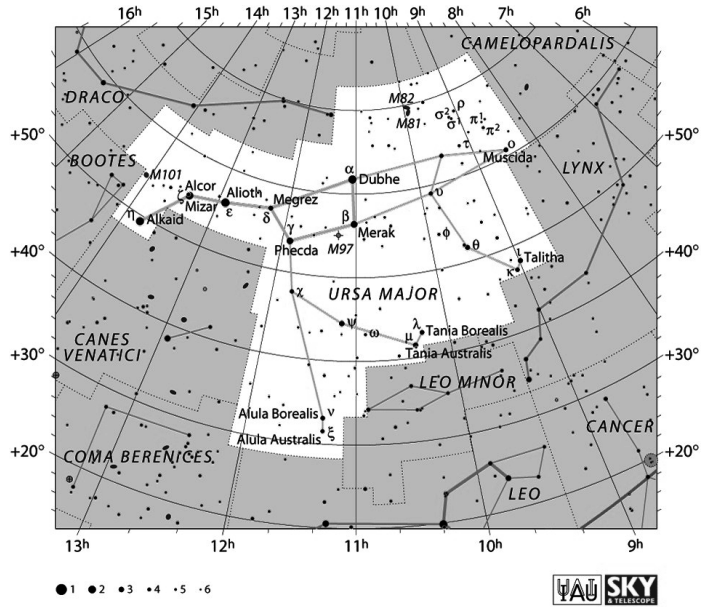
Označování hvězd je dost komplikované, neboť se utvářelo v průběhu dlouhých věků, kdy způsob označování hvězd nikdo nereguloval. Starými historickými jmény je označena asi stovka nejjasněj-



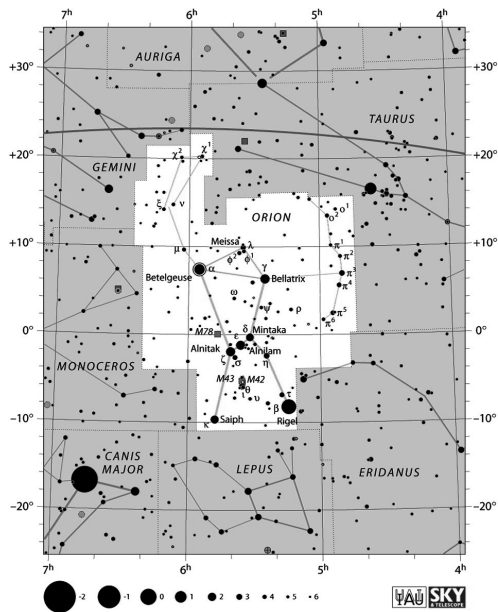
Obr. 2.14: Pomocí volně šiřitelného programu *Stellarium* <http://www.stellarium.org> můžeme sledovat změnu tvaru souhvězdí vlivem pohybu hvězd a jejich projekce na nebeskou sféru



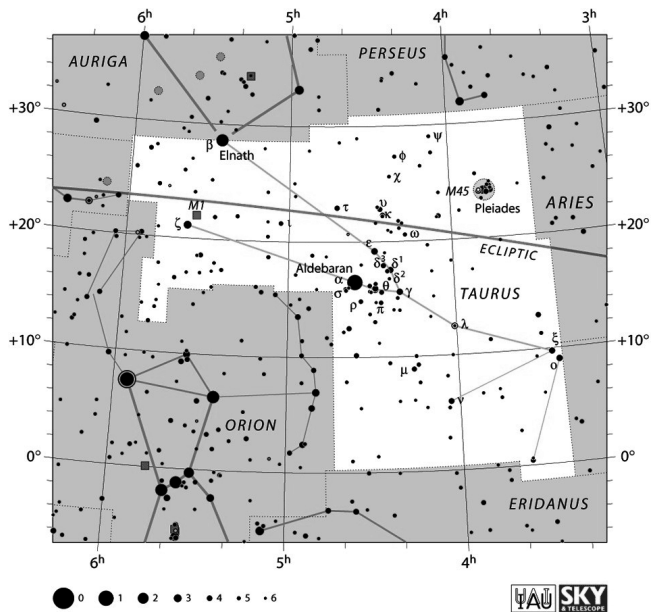
(a) Souhvězdí Malé medvědice (Ursa minor, UMi) s Polárkou



(b) Souhvězdí Velké medvědice (Ursa major, UMa) se známou dvojhvězdou Mizar ( $\zeta$  UMa) a Alcor, ve skutečnosti jde o systém čtyř hvězd



(c) Souhvězdí Orion (Ori) dominuje obloze za zimních večerů, vlevo dole najdeme nejjasnější hvězdu Sirius v souhvězdí Velkého psa (proto bývala někdy označována jako „Pší hvězda“)



(d) Souhvězdí Býka (Tauris, Tau) se známou hvězdokupou Plejádý

Obr. 2.15: Podrobnější mapky několika známých souhvězdí vytvořené Mezinárodní astronomickou unií ve spolupráci s časopisem Sky & Telescope jsou dostupné ze stránek IAU <http://www.iau.org/public/constellations>

ších hvězd (Sirius, Vega, Deneb,...). Jasné hvězdy běžně označujeme malými písmeny řecké abecedy, ke kterým přidáváme jméno souhvězdí (nejčastěji je to třípísmenná zkratka latinského názvu souhvězdí nebo latinský název souhvězdí ve 2. pádu jednotného čísla – např.  $\delta$  Cyg nebo  $\delta$  Cygni,  $\epsilon$  UMa apod.). Hvězdy viditelné pouhým zrakem často mívají také malé písmeno latinské abecedy (a, b,...) nebo číslici (51 Pegasi apod.). Hvězdy také bývají nazvány podle svého objevitele (např. Lalande 21185, Ross 154, Barnardova hvězda) nebo katalogu, ve kterém jsou uvedeny (HD 55133).



Existují desítky rozsáhlých katalogů hvězd a stovky katalogů specializovaných. V žádném případě neexistuje možnost nechat si „pojmenovat hvězdu“ svým či jiným jménem, jak nabízejí některé agentury.

### 2.3.1 Dvojhvězdy

Když se pozorně zadíváme na některé hvězdy, rozlišíme i pouhým zrakem dvě složky. Tvoří tedy dvojhvězdu. Nejznámější dvojhvězdou jsou bezesporu hvězda  $\zeta$  Velké medvědice a hvězda číslo 80 ze stejného souhvězdí, běžně známé jako Mizar a Alcor. Dohromady tvoří prostřední hvězdu v oji Velkého vozu či v držadle pánve a obě hvězdy od sebe na obloze dělí úhlová vzdálenost asi  $12'$ . Některé dvojice hvězd vznikají náhodně tím, že se dvě hvězdy nacházejí téměř ve stejném směru od nás, i když jejich vzdálenosti jsou přitom různé. Označujeme je jako *optické dvojhvězdy*, do této kategorie patří i Mizar s Alcorem, neboť Alcor leží od nás o 20 ly dále než Mizar. Mnohem častější jsou ale *dvojhvězdy fyzické*, jejichž složky jsou gravitačně vázány a obíhají kolem hmotného středu soustavy. Například již zmíněná hvězda Mizar má dvě složky Mizar A a Mizar B rozlišitelné v malém dalekohledu (poprvé byly pozorovány roku 1650 italským astronomem Ricciolim). Kromě toho jak Mizar A, tak Mizar B tvoří *spektroskopické dvojhvězdy*, v nichž je vzdálenost složek příliš malá pro rozlišení v dalekohledu a přítomnost druhé hvězdy se u nich projevuje periodickými posuvy spektrálních čar.

Dvojhvězdy, které spatříme pouhýma očima, spočítáme na prstech jedné ruky. Malým dalekohledem jsou jich vidět stovky, možná tisíce. Ani tak to ovšem nejsou všechny dvojhvězdy, jež ve vesmíru existují, do katalogů dvojhvězd je zaneseno hodně soustav, které sice nelze rozlišit na složky ani největšími dalekohledy, projevují se však nepřímo periodickými změnami ve spektrech nebo změnami jasnosti. Nechť vás proto nepřekvapí, že přibližně každých šest ze sedmi hvězd, jež se nacházejí v širokém okolí Slunce, je vázáno ve dvojhvězdách, trojhvězdách nebo vícenásobných soustavách. Dvojhvězd je tedy opravdu hodně.

Na každých 100 soustav hvězd připadá přibližně:

- 30 jednotlivých hvězd;
- 47 dvojhvězd = 94 hvězd;
- 23 vícenásobných hvězd = 81 hvězd.

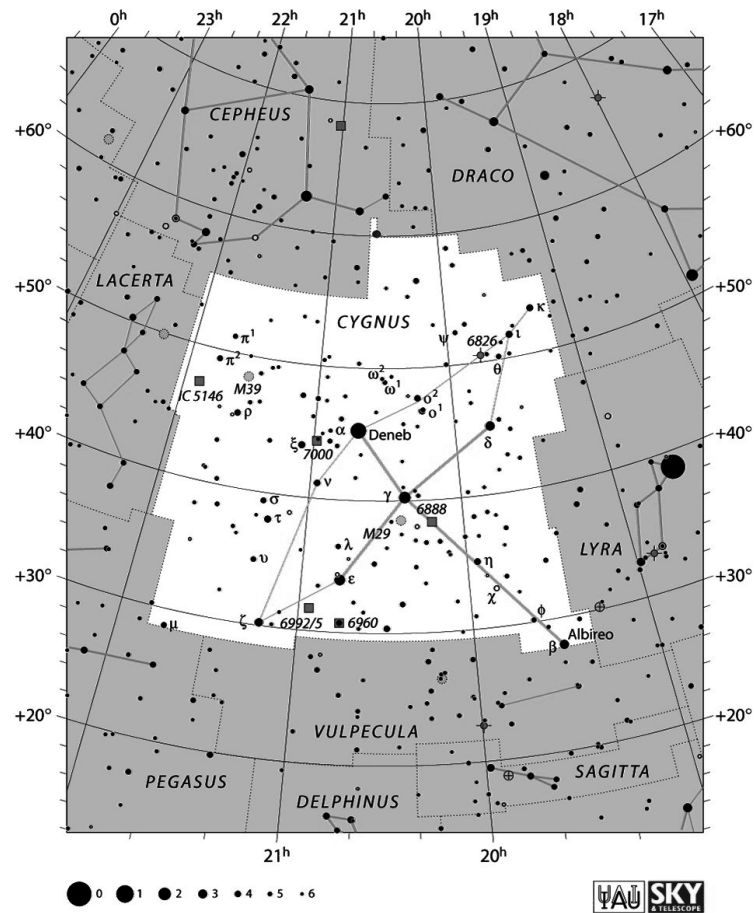
Ve stovce soustav se tak nachází asi 205 hvězd.

### 2.3.2 Proměnné hvězdy

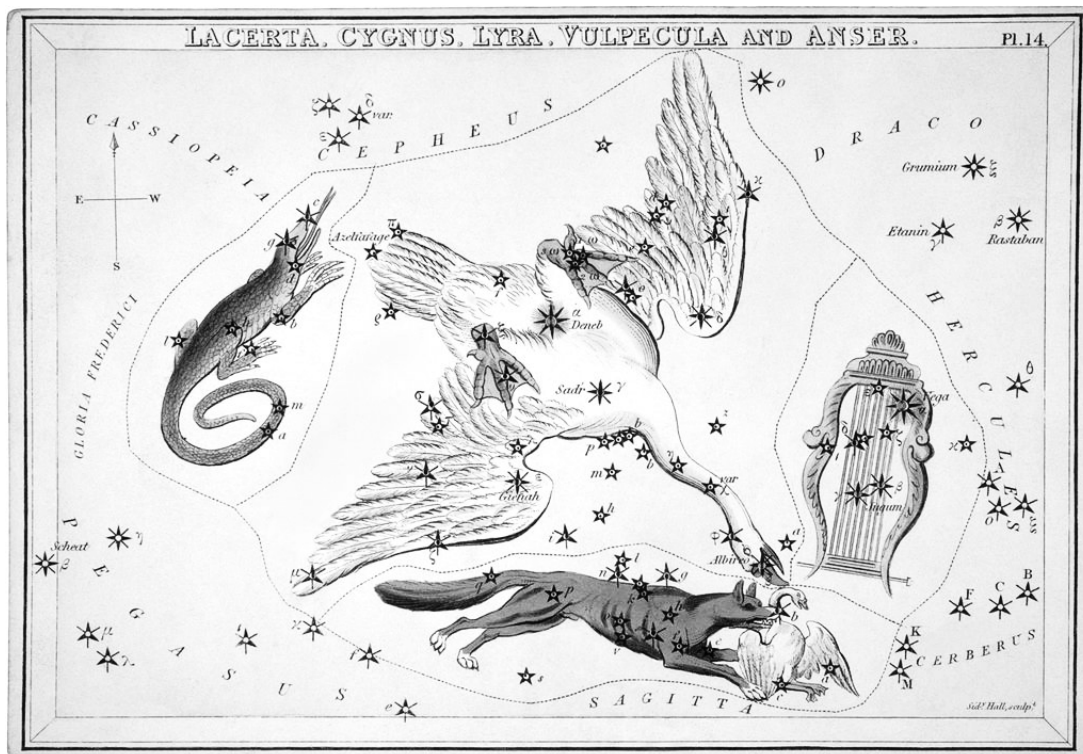
Takto označujeme hvězdy, u nichž v průběhu několika hodin až stovek dnů pozorujeme změny jasnosti. Několik desítek jasných proměnných hvězd můžeme sledovat i pouhýma očima. Příčiny pozorovaných světelných změn bývají velmi rozmanité: například to mohou být pulsace hvězd (s tím jsou spojené změny povrchové teploty a tedy i množství záření, vysílaného do okolí), nebo vzájemné zakrývání hvězd, tvoří-li docela těsnou dvojhvězdu. Jindy je příčinou obrovský výbuch (erupce) na povrchu či dokonce exploze hvězdy.

### 2.3.3 Hvězdokupy

Poměrně snadno – i pouhýma očima – spatříme na noční obloze několik desítek *otevřených hvězdokup*. Pravou povahu těchto seskupení rozpoznáme ovšem až při sledování dalekohledem. Otevřené hvězdokupy čítají obvykle desítky až stovky hvězd, jejich průměr dosahuje deseti světelných let a hmotnost  $15\text{--}250 M_{\odot}$ . Registrováno je více než tisíc otevřených hvězdokup, přičemž se odhaduje, že v naší Galaxii je jich asi 100 000. Jsou to nestabilní útvary, které se postupně rozpadají a mísí s hvězdami ve svém okolí. Otevřenými hvězdokupami jsou např. Plejády, Praesepe, dvojitá hvězdokupa  $\chi$  a  $h$  (čteme „chí a há“) v souhvězdí Persea.

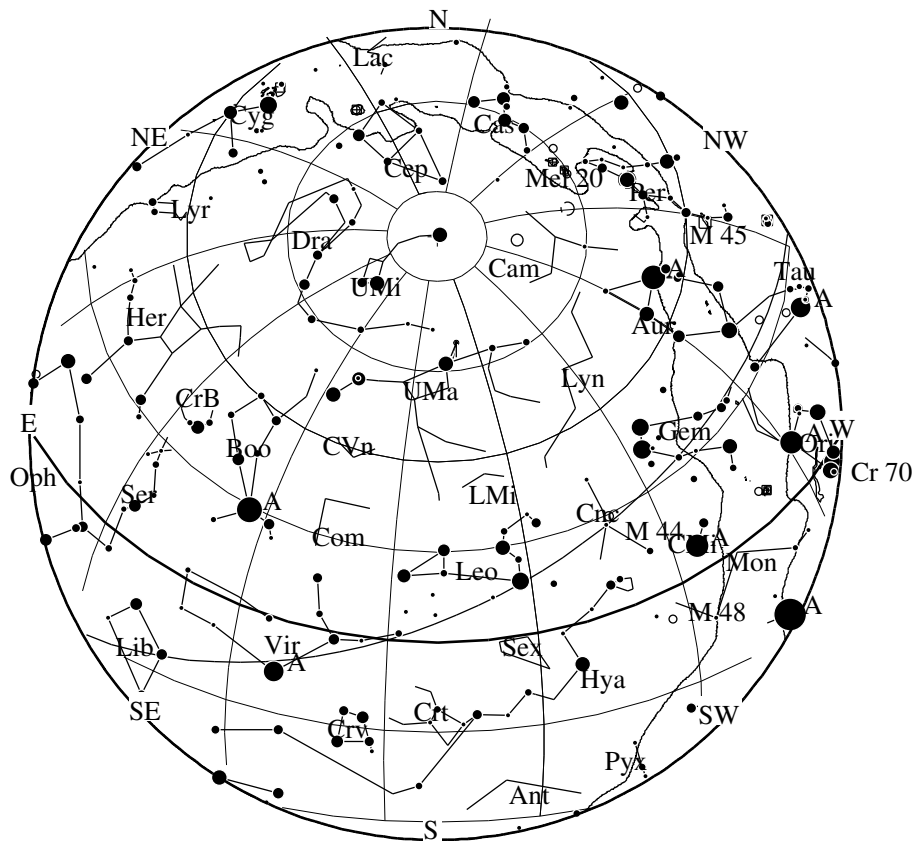


(a) Souhvězdí Labutě

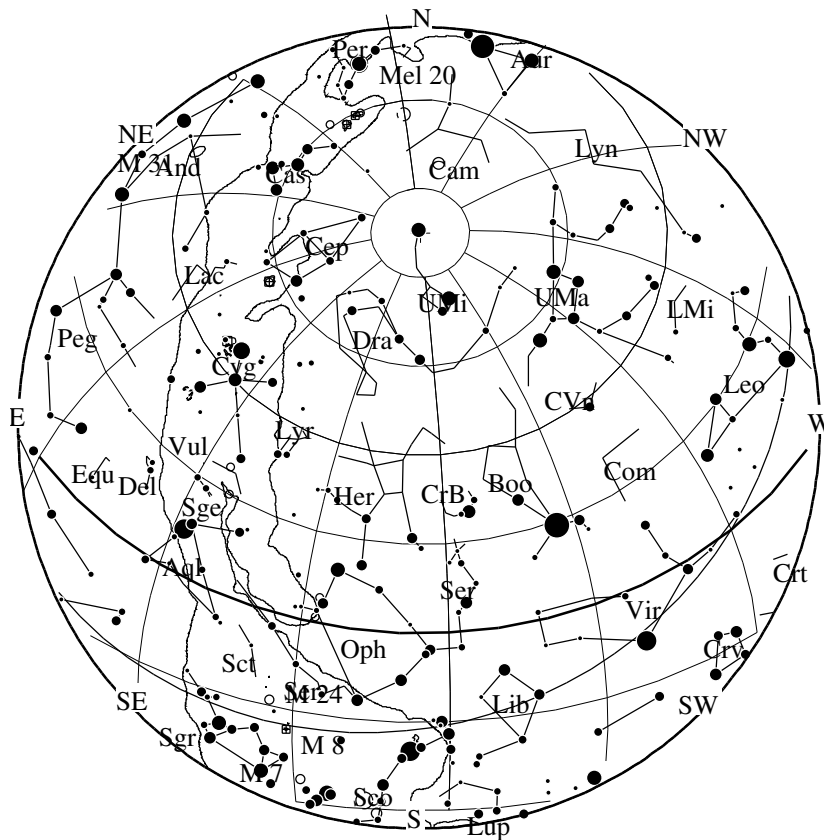


(b) Souhvězdí labutě (Cyg), Lyry (Lyr), Lištičky (Vul) a Ještěrky (Lac)

Obr. 2.16: Podrobnější mapka souhvězdí Labutě (Cygnus, Cyg) z databáze map souhvězdí vytvořené Mezinárodní astronomickou unií ve spolupráci s časopisem Sky & Telescope (<http://www.iau.org/public/constellations>) ve srovnání s mytologickým znázorněním v atlase Urania's Mirror vydaného roku 1825 (zdroj: Wikipedie)

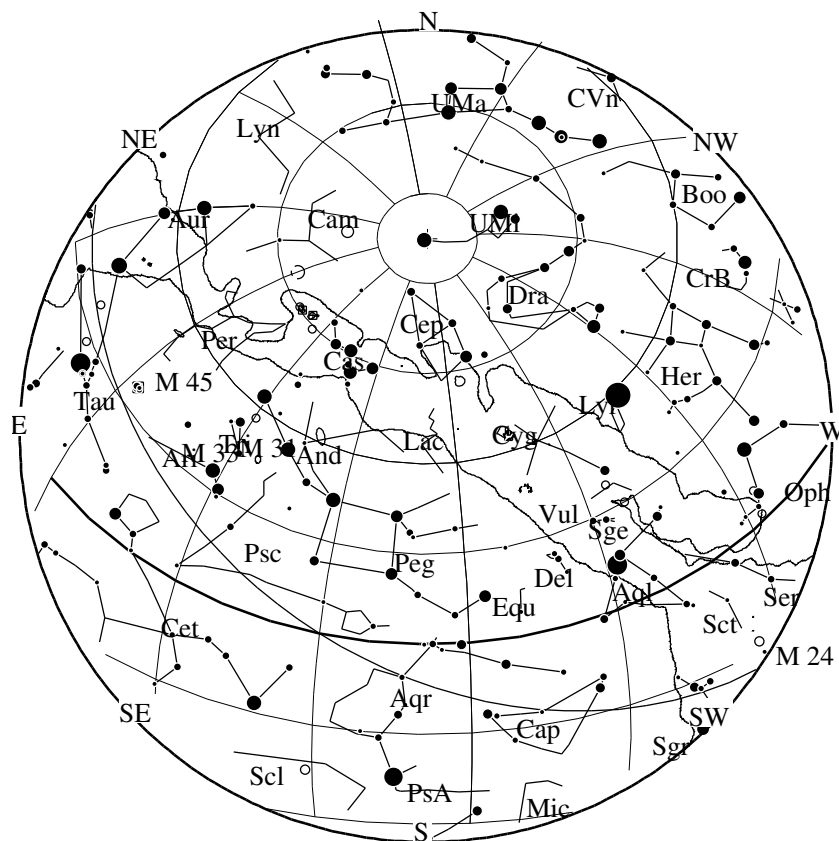


(a) Okolo jarní rovnodennosti

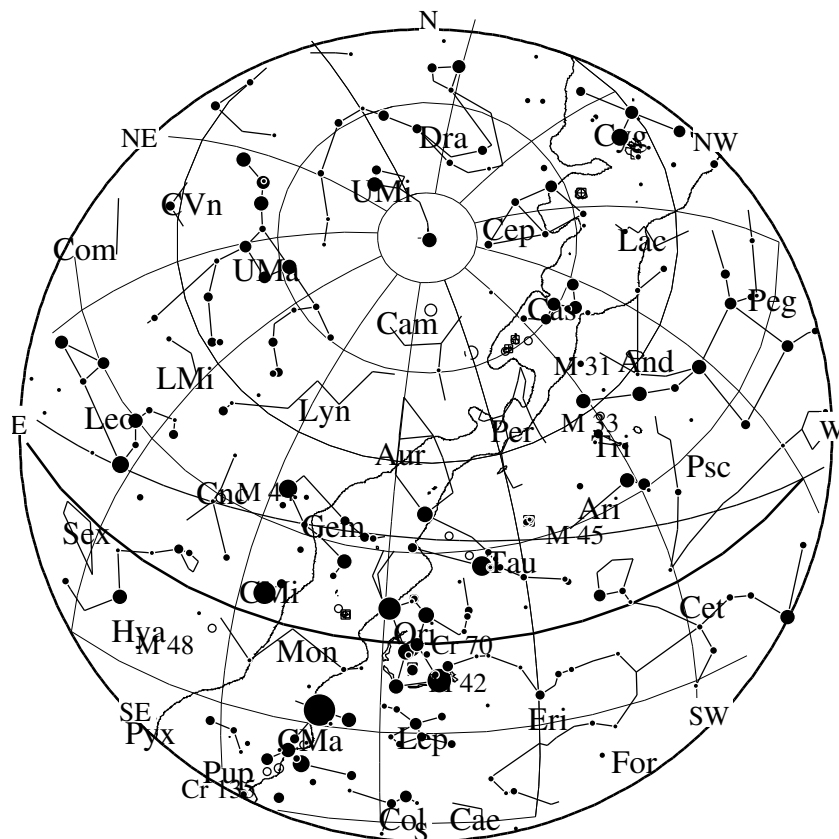


(b) Okolo letního slunovratu

Obr. 2.17: Obloha nad Olomoucí o půlnoci v době okolo jarní rovnodennosti a letního slunovratu s vyznačenými zkratkami souhvězdí, ekliptikou, pásem Mléčné dráhy a sítí rovníkových souřadnic. Mapky byly vytvořeny pomocí volně dostupného programu SkyChart/Cartes du Ciel dostupného na stránce <http://www.ap-i.net/skychart>



(a) Okolo podzimní rovnodennosti



(b) Okolo zimního slunovratu

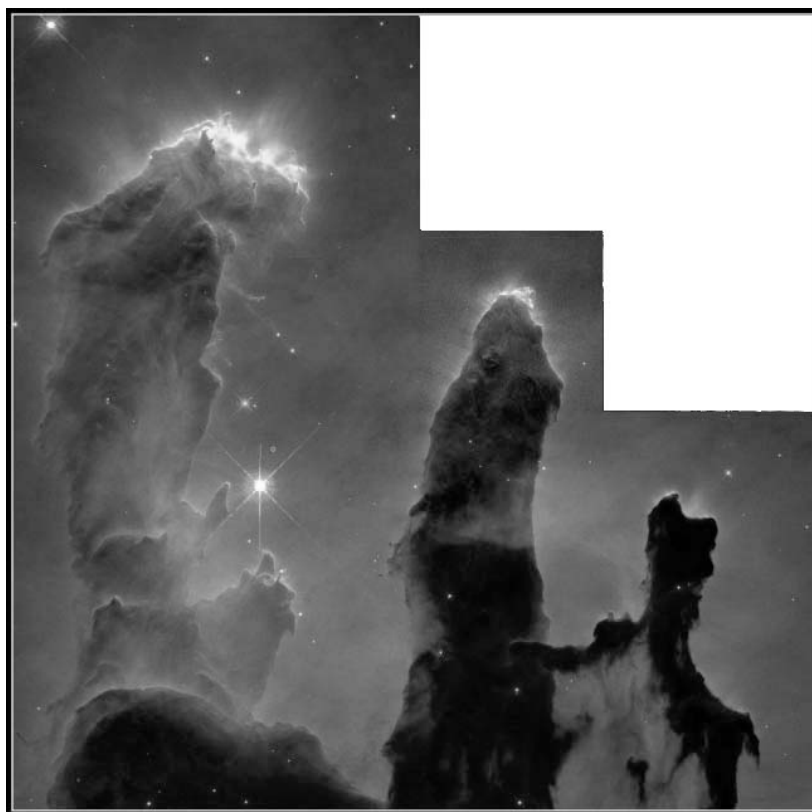
Obr. 2.18: Obloha nad Olomoucí o pólnoci v době okolo podzimní rovnodennosti a zimního slunovratu s vyznačenými zkratkami souhvězdí, ekliptikou, pásem Mléčné dráhy a sítí rovníkových souřadnic. Mapky byly vytvořeny pomocí volně dostupného programu SkyChart/Cartes du Ciel dostupného na stránce <http://www.ap-i.net/skychart>



Obr. 2.19: Novodobý důkaz otáčení Země, které se projevuje pohybem hvězd na obloze – složená expozice 310 snímků oblohy po 30 s pořízených 24. 8. 2012 na Velké jizerské louce nedaleko Orle v Polsku. Autorem České astrofotografie měsíce ze září 2012 je Miloš Hroch, dostupné z <http://www.astro.cz/cam/2012/09/>

Pouhýma očima uvidíme také několik *kulových hvězdokup*. Celkem jich známe asi 150, ale podle odhadu je jich v Galaxii asi 500 až 1000. Jsou to gravitačně velmi silně vázané soustavy desetitisíců až milionů hvězd. Mají výrazně kulovitý tvar a silnou koncentraci směrem ke středu. Střední průměr kulové hvězdokupy dosahuje 50 ly. Nejznámějšími kulovými hvězdokupami jsou 47 Tucanae, M13 v Herkulovi,  $\omega$  Cen.

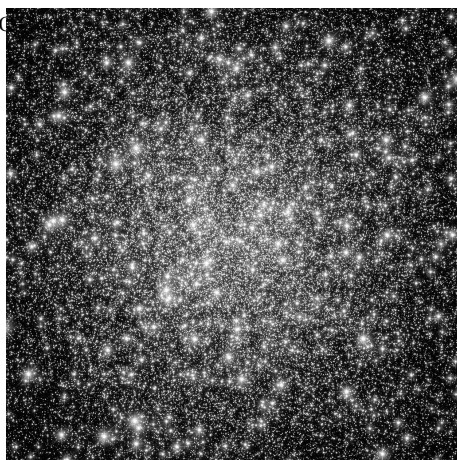
Asi u desítky otevřených hvězdokup, které jsou k nám nejbližší, můžeme u jednotlivých hvězd měřit změny jejich poloh vůči vzdálenějším hvězdám, tzv. „hvězdám pole“. Takovým hvězdokupám říkáme *pohybové*, neboť se pozvolna pohybují na pozadí dalekých hvězd. Patří mezi ně například Plejády, Hyády, Praesepe. Mnohé pohybové hvězdokupy ani nevidíme jako kompaktní útvar, prozradí se jen společným pohybem hvězd v prostoru (takovou hvězdokupou je například pět jasných hvězd z Velkého vozu, Sirius a několik dalších slabších hvězd, rozestých po hvězdné obloze). Studium pohybových hvězdokup můžeme poměrně dosti přesně zjistit vzdálenost těchto kosmických útvarů.

**Gaseous Pillars · M16****HST · WFPC2**

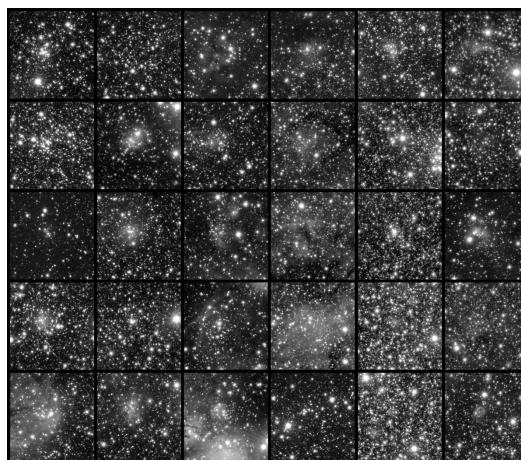
PRC95-44a · ST ScI OPO · November 2, 1995  
 J. Hester and P. Scowen (AZ State Univ.), NASA

Obr. 2.20: Známy a působivý snímek mezihvězdného molekulárního vodíku ve tvaru „pilířových sloupů“ v Orli mlhovině (otevřené hvězdokupě) M16 (NGC 6611). Tato oblast, kde stále vznikají nové hvězdy, se nachází ve vzdálenosti 6 500 ly v souhvězdí Hada. Zdroj: NASA, ESA, STScI, J. Hester a P. Scowen (Arizona State University), dostupné z <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/1995/44/>

Prostor mezi hvězdami není pochopitelně zcela prázdný. Nachází se tu plyn i prachové částice; souhrnně hovoříme o mezihvězdné látce. Tato látka se projevuje zeslabováním neboli extinkcí světla. Již v minulých stoletích pozorovatelé rozdělili mezihvězdnou látku na temná mračna a svítící mlhoviny. Zatímco hustší temná mračna lze spatřit jen na světlejším pozadí (případně se projeví tak, že na určitém místě oblohy je nápadně méně hvězd než jinde v okolí), svítící mlhoviny jsou vidět samy o sobě: buď rozptylují světlo blízkých hvězd, nebo samy září, když byly k záření vybudeny blízkými hvězdami.

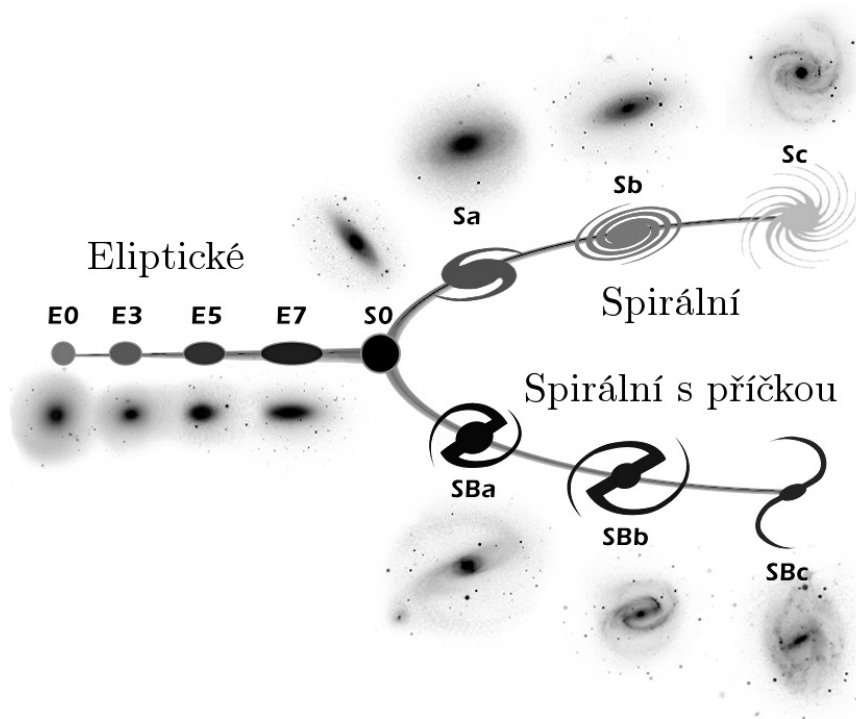


(a)



(b)

Obr. 2.21: Hvězdokupy (a) Příklad kulové hvězdokupy – velká kulová hvězdokupa M13 (NGC 6205) v souhvězdí Herkula. V oblasti o průměru 145 ly obsahuje asi 300 000 hvězd, jejichž průměrná vzdálenost od nás se pohybuje okolo 25 000 ly (zdroj: Wikipedie, ESA/HST) (b) Mozaika třiceti otevřených hvězdokup zaznamenaných přístroji Evropské jižní observatoře v chilském Paranal (zdroj: Wikipedie, ESO)



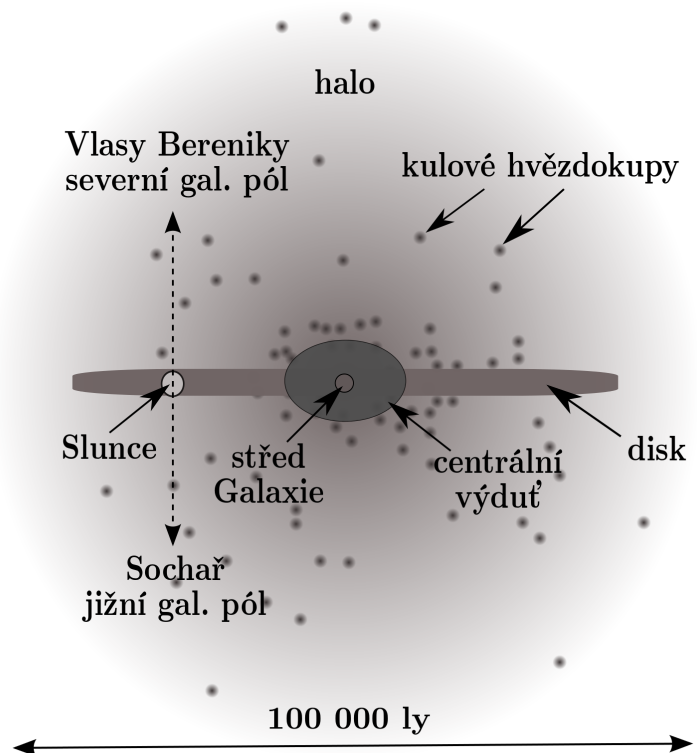
Obr. 2.22: Hubbleova klasifikace galaxií, naše Galaxie je typem Sb–Sc. Zdroj: NASA/STScI, dostupné z <http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/1999/34/image/o/>

## 2.4 Galaxie

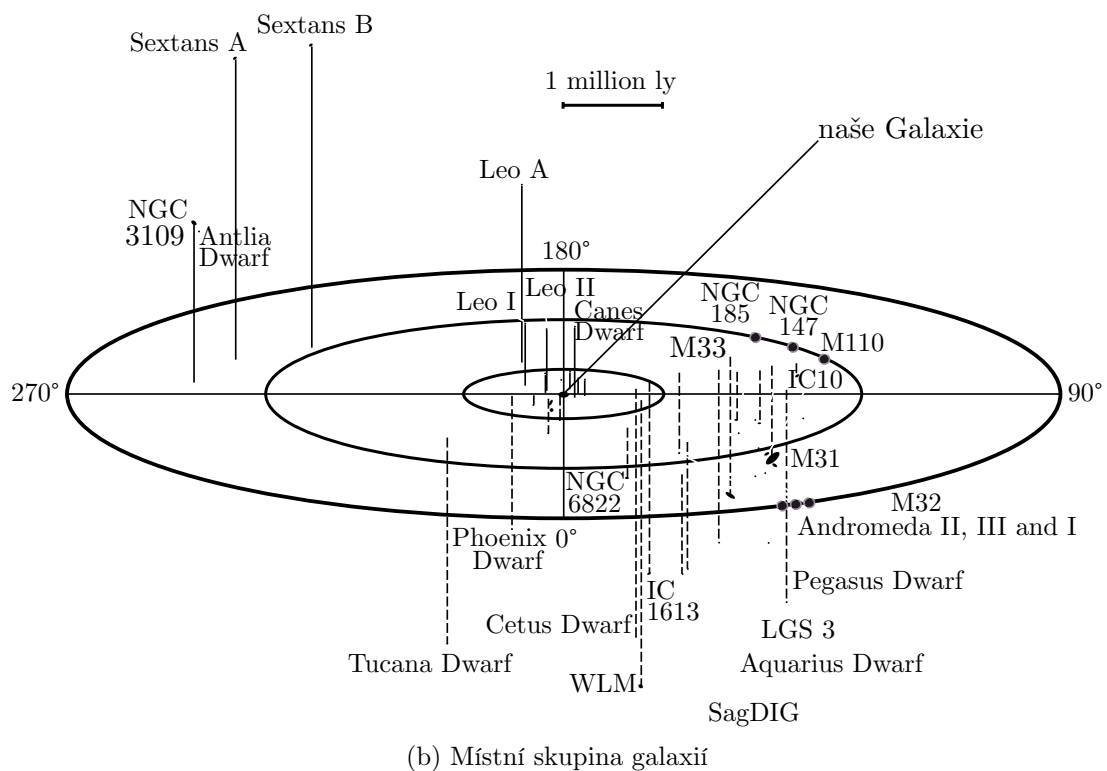
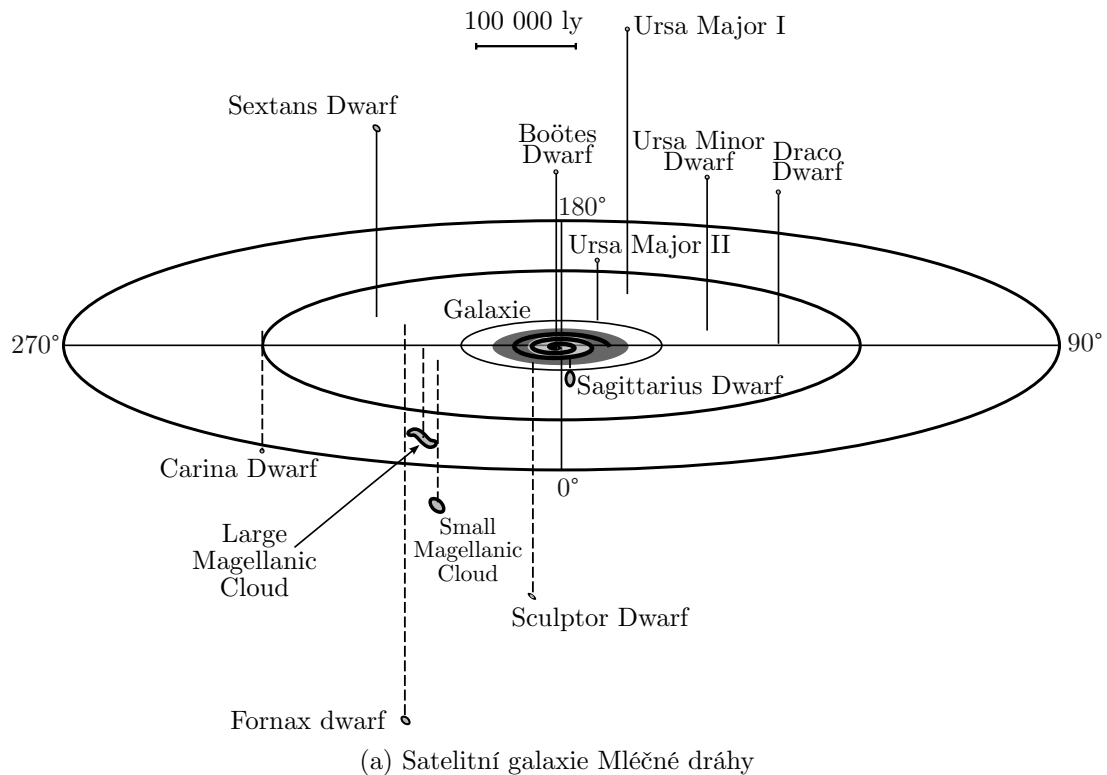
Cizích galaxií pouhýma očima mnoho nespatříme. Pro nás nejdůležitější je naše *Galaxie*, ale několik jich přece jen najdeme. A pak je tu přece Mléčná dráha – součást naší Galaxie. Slovo galaktos označuje v řečtině mléko. Ve starém Řecku to bylo pojmenování pro Mléčnou dráhu, dnes pojmy Galaxie a Mléčná dráha rozlišujeme.

Mléčnou dráhu dnešní obyvatelé velkých měst již prakticky neznají, na přesvětlené obloze nebývá vidět onen světlounký pás, táhnoucí se přes celé nebe, pás s nepravidelnými okraji, často se větvcí, s řadou tmavších míst uvnitř.

Od dob prvních teleskopických pozorování Galileia víme, že se jedná o slabé hvězdy čili o hvězdnou soustavu, přesněji o část hvězdné soustavy. Tu nazýváme Galaxie (a píšeme s velkým počátečním písmenem), patří do ní všechny hvězdy z Mléčné dráhy, ale i Slunce, hvězdy ležící mimo tento pás i hvězdy našimi přístroji nepozorovatelné. Galaxie je zkrátka víc než Mléčná dráha, a proto se vyplatí oba pojmy rozlišovat.



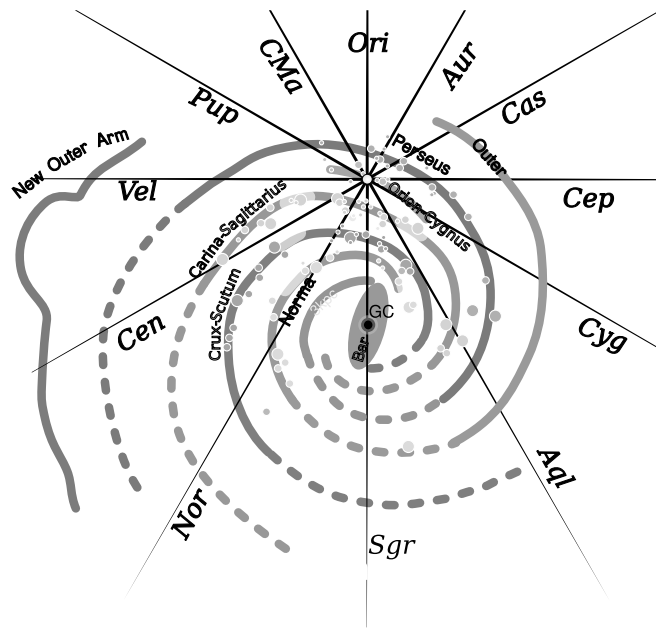
Obr. 2.23: Schéma naší Galaxie při pohledu „z boku“, který si samozřejmě nemůžeme dopřát... (zdroj: Wikipedie, upraveno)



Obr. 2.24: Vesmírné okolí naší Galaxie (zdroj Wikipedie, upraveno)

Galaxií, jako je naše, se ve vesmíru nachází bezpočet. Jakkoli se nám zdá být toto tvrzení samozřejmé, nebylo ještě před sto lety jasné, zda všechny mlhoviny jsou doopravdy „mlhovinami“, nebo jestli některé z nich nejsou cizími hvězdnými soustavami. Rozhodla až nová pozorovací technika: na fotografiích některých „mlhovin“, pořízených tehdy největším dalekohledem o průměru zrcadla



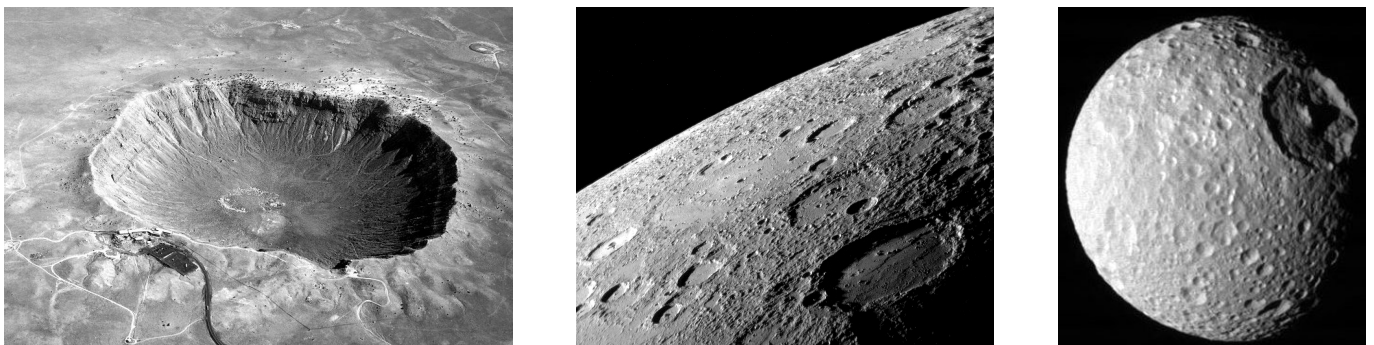


Obr. 2.25: Znázornění struktury ramen naší Galaxie s vyznačenou polohou Slunce a směry k různým souhvězdím. Při pohledu ze Sluneční soustavy vidíme střed naší galaxie v souhvězdí Střelce v místě, kde se nachází kompaktní a silný zdroj radiového záření označovaný jako Sagittarius A, jde pravděpodobně o černou díru s hmotností asi  $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$  (zdroj Wikipedie, upraveno)

2,5 metru na Mount Wilsonu, se podařilo rozeznat jednotlivé hvězdy. Dodejme, že pouhýma očima je vidět jen několik nejbližších galaxií.

## 2.5 Meteory a komety

Každý určitě nějakou „padající hvězdu“, tedy meteor, na vlastní oči viděl. *Meteor* je světelný jev v zemské atmosféře, k němuž dojde ve výškách menších než 120 km nad povrchem Země. Nastane tehdy, vletne-li z kosmického prostoru do atmosféry částice (tzv. *meteoroid*) o průměru alespoň

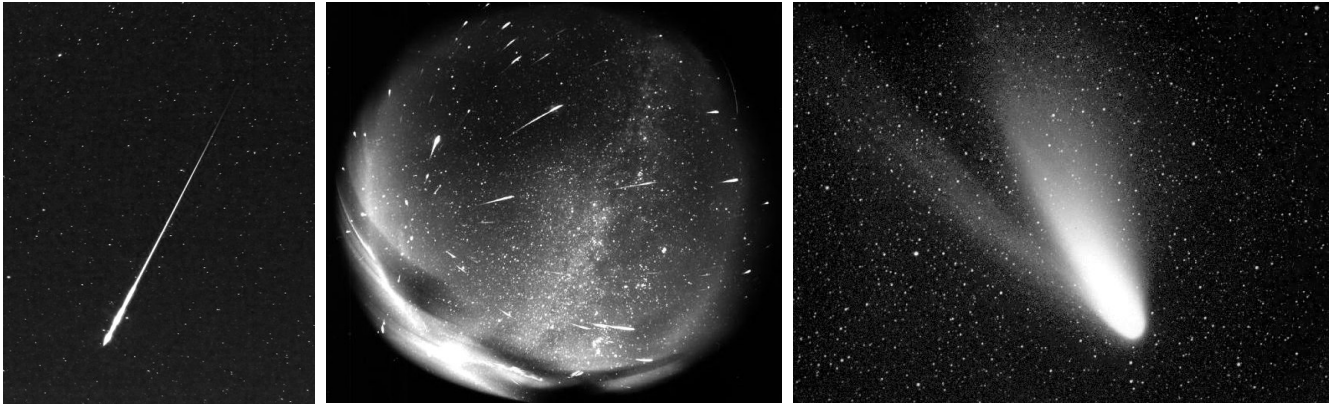


(a)

(b)

(c)

Obr. 2.26: Příklady impaktních kráterů ve sluneční soustavě: (a) Jeden z neznámějších kráterů na Zemi, tzv. Meteor crater nebo také Barringerův kráter v severní Arizoně o průměru 1,2 km a hloubce 170 m podle současných modelů vznikl dopadem meteoritu o velikosti okolo 50 m a hmotnosti asi 300 000 t rychlostí několik  $\text{km} \cdot \text{s}^{-1}$  přibližně před 50 000 lety (zdroj: Wikipedie a oficiální stránky <http://barringercrater.com>) (b) Zatímco na Zemi jsou impaktní krátery postupně zahlazovány geologickou činností, na některých tělesech, např. na planetě Merkur, jsou velmi dobře patrné – snímek z prvního průletu sondy Messenger nad povrchem v lednu roku 2008 (zdroj: NASA/apod, dostupné z <http://apod.nasa.gov/apod/ap080121.html>) (c) Impaktní kráter na Saturnově měsíci Mimas zachycený sondou Cassini v roce 2005 (zdroj: Wikipedie)

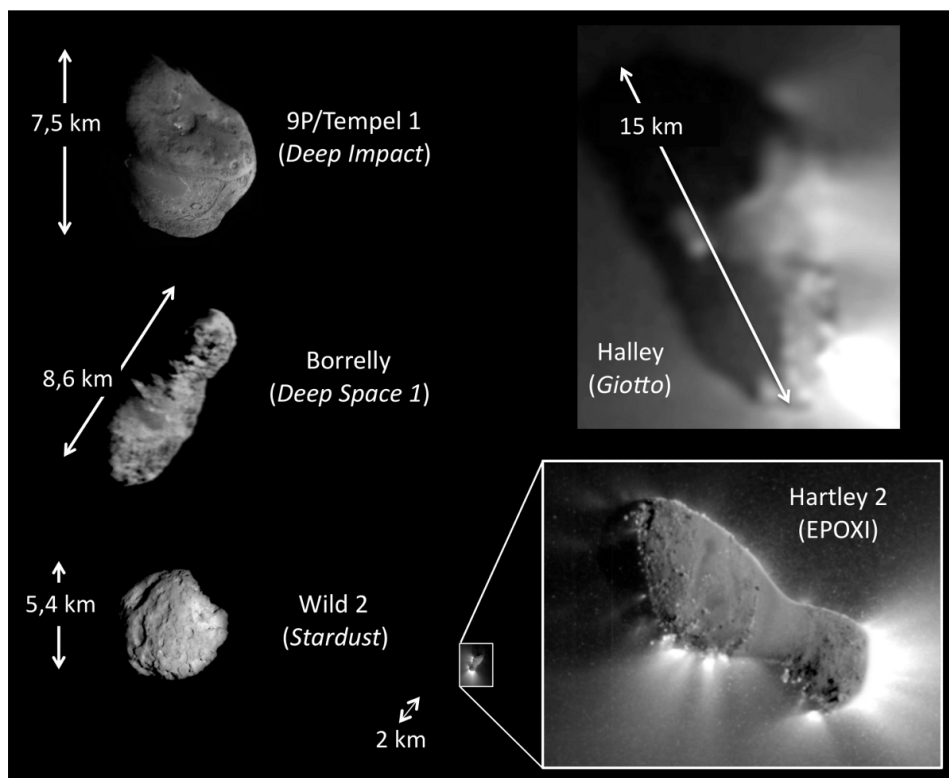


Obr. 2.27: Příklady známých meteorických rojů a komety: (a) Jedna z Perseid zachycená 12. 8. 2006 Pierrem Martinem v kanadské provincii Ontario. Perseidy jsou kometární meteorický roj, který vznikl z komety Swift-Tuttle 1862 III. Na shodu dráhy Perseid s kometou první upozornil italský astronom Giovanni Schiaparelli. Perseidy mají svůj radiant v souhvězdí Persea a roj je aktivní od 17. července do 24. srpna, přičemž maximum roje přichází mezi 11. a 13. srpnem, podle tohoto období jsou lidově nazývány „Slzy svatého Vavřince“ (zdroj: NASA, dostupné z [http://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2007/11jul\\_greatperseids/](http://science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2007/11jul_greatperseids/)) (b) Snímek zachycující 156 bolidů meteorického roje Leonid během čtyřhodinové expozice na hvězdárně v Modré, autorem je Juraj Tóth. Leonidy jsou meteorický roj spojený s mateřskou kometou Tempel-Tuttle, a jedná se o jeden z nejvýraznějších a nejčastěji pozorovaných meteorických rojů. Své maximum – období, kdy je vidět nejvíce meteorů – má okolo 17. až 18. listopadu a jeho radiant leží v souhvězdí Lva (zdroj: Wikipedie) (c) Výrazná dlouhoperiodická komete Hale-Boop (s dobou návratu přes 2500 let) při průletu přísluním v roce 1997 (zdroj: Wikipedie)

několika desetin milimetru. Ta se sráží s atomy a molekulami ovzduší, zahřívá se a rozprašuje. Přitom září sloupec par pocházejících z meteorické částice.

Jak bude meteor jasný, záleží na hmotnosti částice a na její rychlosti vůči Zemi. Meteory viditelné pouhýma očima jsou způsobeny částicemi o hmotnosti řádově miligramy a větší. Meteor jasnější než Venuše v době své největší jasnosti označujeme jako *bolid*.. Pokud se meteoroid zcela nerozpadne v atmosféře, zbytek, jenž dopadne na povrch Země označujeme jako *meteorit*.. Stopami po dopadu meteoritů jsou impaktní krátery (viz obr. 2.26), jejichž pozůstatky jsou na Zemi často zahlazeny zvětráváním a stopy mohou být různorodé. Při dopadu se uvolňuje během krátké doby obrovské množství energie, která se přeměňuje na teplo, což má za následek proběhnutí metamorfických pochodů, při kterých se původní horniny přeměňují na novou, tzv. *tektit*; příkladem mohou být jihočeské vltavíny (připomínajícími zvláštní druh skla), jejichž vznik je dáván do souvislosti s bavorským Rieským kráterem. Obrovský Chicxulubský kráter je pozůstatkem po dopadu meteoritu o průměru okolo 10 km před 65,5 miliony let do oblasti dnešního poloostrova Yucatán v Mexickém zálivu. Samotný kráter je široký zhruba 180 km a z větší části je dnes pod hladinou moře (jen asi třetina leží na pevnině v okolí města Chicxulub [čikšuluv]). Následky této katastrofy byly patrně obrovské, následné klimatické změny jsou podle hypotézy Luise Waltera Alvareze považovány za pravděpodobnou příčinu vyhynutí dinosaurů a řady dalších organismů. Po dopadu se zachovala i geologická stopa – iridiová anomálie. Jde o výrazně navýšenou koncentraci iridia ve vrstvě zemské kůry datované právě do tohoto období křídý. Iridium je v zemské kůře obecně velmi vzácné, v této „iridiové vrstvě“ však dosahuje mnohonásobně vyšší koncentrace.

Drobné částičky meziplanetární látky, s nimiž se Země neustále sráží, vlétají do atmosféry nahodile a samostatně, bez vztahu k jiným částicím. Meteory tohoto druhu nazýváme sporadické. Když se však Země střetne se shlukem částic, které víceméně společně obíhají kolem Slunce, můžeme sledovat *meteorický roj*. Při průchodu Země meteorickým rojem pozorovatel vidí, jak meteory vyletují z jednoho místa na hvězdné obloze, toto místo nazýváme *radiant*. Celý úkaz je vyvolán perspektivou: dráhy částic roje v atmosféře jsou přibližně rovnoběžné, a tak se zdá, že kdesi daleko od nás vyletují rojové meteory z jednoho bodu, podobně jako se v dáli „spojují“ železniční koleje. Nej-



Obr. 2.28: Velikosti jader některých komet spolu s názvy sond, které k nim byly vyslány; zdroj NASA, dostupné z <http://epoxi.umd.edu>

známějším meteorickým rojem jsou zřejmě Perseidy (radiant leží v souhvězdí Persea, odtud název roje, viz obr. 2.27). Meteorické roje úzce souvisejí s kometami, jsou vlastně výsledkem pomalého rozpadu jejich jader. Částice jsou rozptýleny podél dráhy původní komety – tím rovnoměrněji, čím déle se kometa takto rozpadá.

Každá *kometa* ve velkých vzdálenostech od Slunce je vlastně jen slepencem zmrzlých plynů a hornin. Toto tzv. jádro komety má rozměr řádově stovky metrů až desítky kilometrů (viz obr. 2.28). Jádro je natolik malé (a navíc tmavé), že je přímo nepozorujeme. Vidíme teprve tzv. komu komety, kterou tvoří plyny a prach uvolňovaný z jádra. Rozsáhlejší koma vzniká při přiletu ke Slunci obvykle ve vzdálenostech 2–5 AU. Je-li kometa ještě blíže ke Slunci, vytváří se ohon (viz obr. 2.29b). Ten je tvořen ionty a prachovými částicemi, původně uloženými v jádru komety.

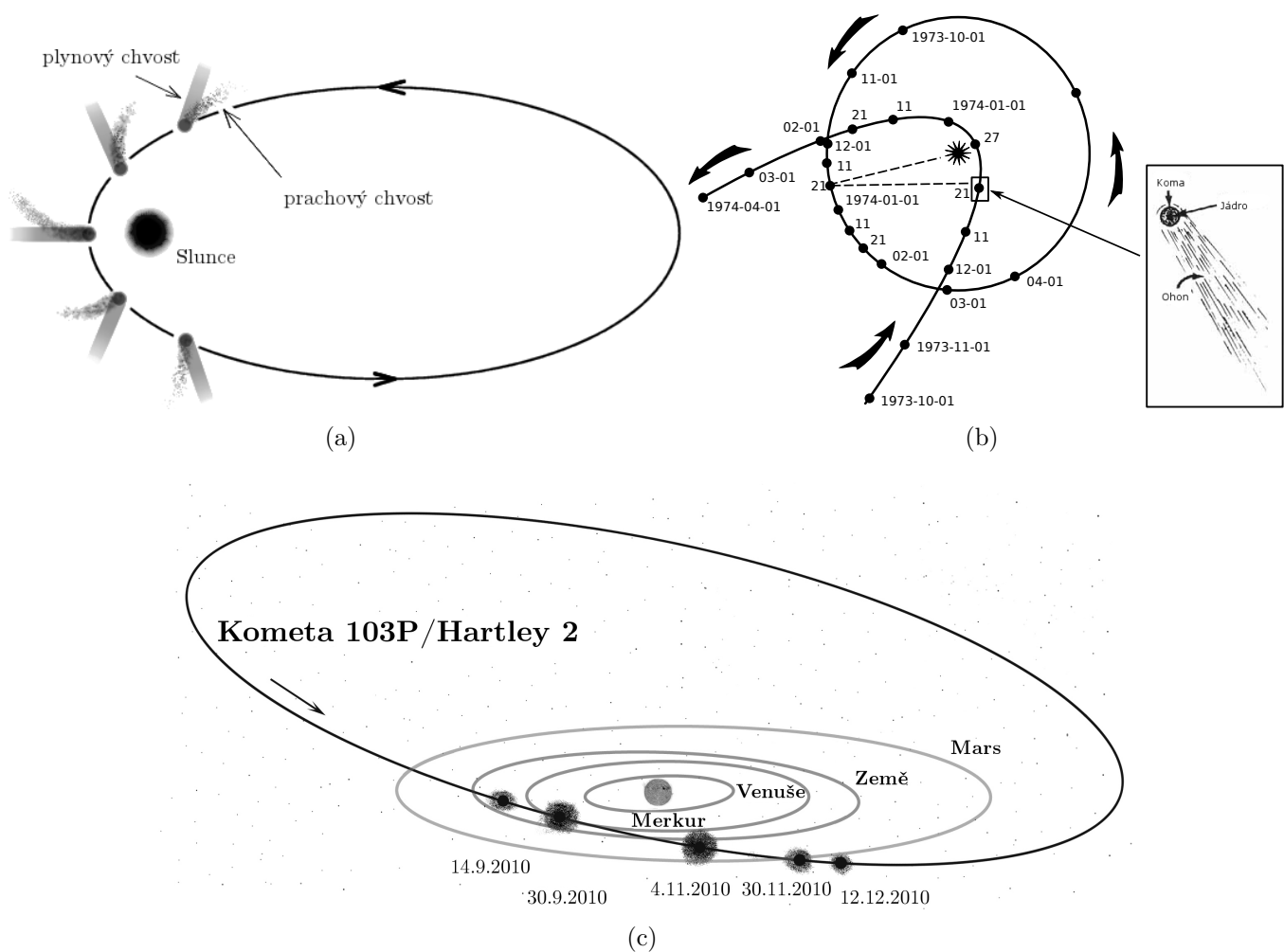
Na závěr našeho přehledu shrňme hmotnosti těles sluneční soustavy:

Těleso	Hmotnost (celá sluneční soustava = 100 %)
Slunce	99,866
planety	0,134
komety	0,000 3
družice planet	0,000 04
planetky	0,000 000 1
meziplanetární prach	0,000 000 000 001

## 2.6 Pozorování oblohy

### 2.6.1 Obloha a hvězdná obloha

Krajinu – tedy budovy, stromy, kopce, jež jsou v našem dohledu – nazveme *obzorem* nebo *horizontem*. Obzorem proto, že krajinu obzíráme, můžeme ji obhlédnout. Všechny směry, které míří nad



Obr. 2.29: (a) Schematické znázornění oběhu periodické komety se směrem chvostů (zdroj: Wikipedie) (b) Časový průběh průletu Kohoutkovy komety přísluním v roce 1974 (zdroj: Wikipedie) (c) Orientace trajektorie periodické komety Hartley 2 s oběžnou dobou 6,47 let vzhledem k oběžným rovinám vnitřních planet sluneční soustavy (zdroj: NASA, dostupné z [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/soho/hartley2-orbit.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/soho/hartley2-orbit.html)). Podrobné informace o pohybu a parametrech těles sluneční soustavy lze nalézt v *JPL Solar System Dynamics* (<http://ssd.jpl.nasa.gov>), databázi poskytované střediskem Jet Propulsion Laboratory pro americkou NASA

obzor, tvoří naši oblohu. Spatříme tam objekty nám dobře známé – pozemské (mraky, letadla), ale i objekty kosmické. *Obloha* je tedy množina všech směrů, které vycházejí z jednoho bodu (místa, kde se nalézá pozorovatel) a jež míří nad obzor.

Kosmické objekty se po obloze pohybují od východního obzoru k západnímu. V řadě publikací i učebnic se tento pohyb objektů označuje jako zdánlivý, protože skutečný pohyb je spojen s otáčením Země kolem své osy ve směru od západu na východ. Fyzikálně je však takové označení nesprávné. Zdánlivé je to, co se nám jen zdá, ale ve skutečnosti neexistuje (např. vidíme-li Měsíc v úplňku nízko nad obzorem, zdá se nám úhlově větší než když je vysoko nad obzorem). Pohyb objektů na obloze je veskrze reálný (skutečný), můžeme ho pozorovat, fotografovat popřípadě jinak zaznamenat, jedná se o pohyb tělesa v nějaké fyzikální vztažné soustavě, a žádná vztažná soustava v principu nemá být preferována na úkor druhé (pouze může být konkrétní vztažná soustava pro popis pohybu tělesa vhodnější či méně vhodná). Na první pohled se zdá, že se Slunce, Měsíc, planety i hvězdy pohybují po obloze naprosto stejně. Pečlivému pozorovateli však neujdou malé rozdíly: Slunce ani Měsíc či planety se nepohybují přesně stejně rychle jako hvězdy. Pak je ovšem užitečné vztáhnout pohyby blízkých těles (Slunce, Měsíce, planet) vůči hvězdám. Hovoříme pak o *hvězdné*

*obloze*: vzdálené hvězdy vytvářejí jakousi síť, či kulisu, vzhledem k níž budeme posuzovat polohy relativně blízkých objektů sluneční soustavy.

Dodejme, že takto zavedený pojem obzor má svou nespornou logiku: obzor není totéž co vodorovná rovina, procházející místem pozorování, a rozlišovat oba pojmy má svůj význam: nějaký kosmický objekt může být totiž nad vodorovnou rovinou, ale přesto pod obzorem, chceme-li jej pozorovat např. z údolí. V literatuře se tyto pojmy často neodlišují.

Při pohledu na hvězdnou oblohu se nám zdá, že stojíme uvnitř obrovské duté koule, která se kolem nás otáčí (proto se dříve myslelo, že Země je středem vesmíru). Tuto myšlenou kouli nazýváme *nebeská sféra*. Díky tomu se nedíváme během dne stejným směrem, ale postupně, unášení rotací planety, si prohlížíme jiná místa nebeské sféry (hvězdy a souhvězdí postupně vychází a zapadají podobně jako Slunce nebo Měsíc). Takto se vzhled noční oblohy mění v průběhu dne. Během jednoho dne ale nemůžeme zhlédnout celou nebeskou sféru, protože Slunce svým jasem přezářuje vše ostatní (kromě Měsíce) a celá polovina nebeské sféry není kvůli tomu pozorovatelná. Díky pohybu Země kolem Slunce se Slunce po nebeské sféře pohybuje mezi hvězdami a tak se na noční oblohu postupně dostávají souhvězdí, která byla na denní obloze (přezářena Sluncem) a naopak jiná souhvězdí se zase stávají nepozorovatelná. Souhvězdí proto můžeme rozdělit na jarní, letní, podzimní a zimní - podle toho, kdy jsou na obloze nejlépe viditelná (viz obr. 2.17 a 2.18). Tato souhvězdí na sebe plynule navazují, proto například v létě večer vidíme na západě část jarních souhvězdí a ráno na východě vidíme vycházející souhvězdí podzimní, letní jsou pak na obloze celou noc a zimní jsou na obloze denní.

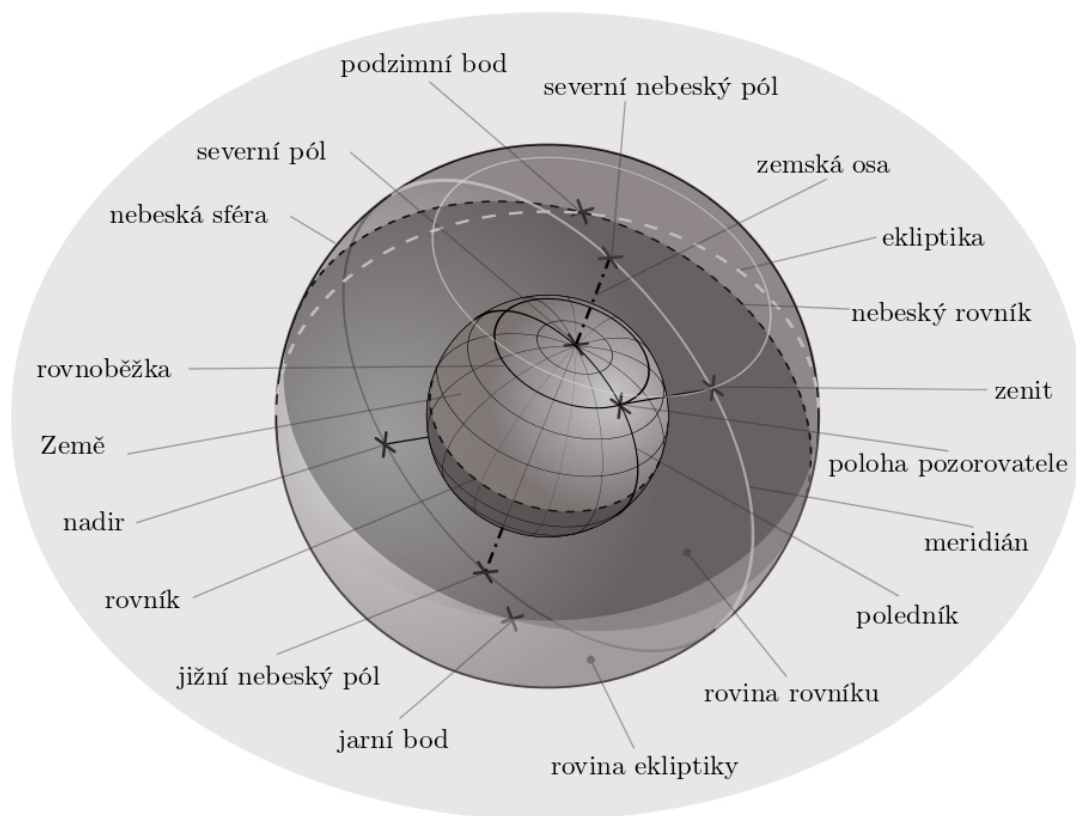
Pozorovatel stojící na určitém místě povrchu Země však nemusí vždy během roku vidět celou nebeskou sféru. Země pod našima nohama je tak velká, že nám zakrývá určitou část nebeské sféry a tuto část z našeho pozorovacího stanoviště nikdy nespatříme, nikdy nevystoupí nad obzor.

## 2.6.2 Sférické soustavy souřadnic

Objekty se na obloze nacházejí v různých směrech. Protože většinou zjišťujeme úhly mezi dvěma směry, s výhodou používáme tzv. sférické soustavy souřadnic. V nich musíme definovat počátek soustavy, dva různé základní směry a způsob, jímž budeme určovat dvě úhlové souřadnice (třetí souřadnicí je vzdálenost objektu od počátku).

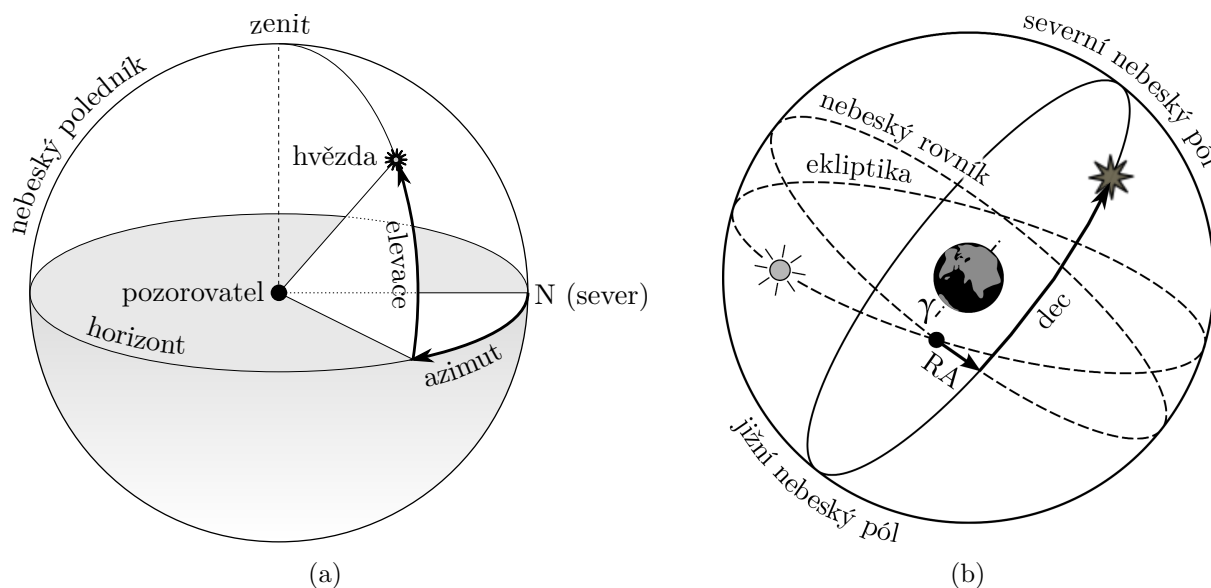
Jeden ze dvou základních směrů udává tzv. „pól“ soustavy. Rovina na něj kolmá, procházející počátkem, je „rovníkem“ soustavy. Šířková souřadnice je orientovaný úhel měřený od rovníku k pólům. K měření délkové souřadnice potřebujeme tzv. „poledník“: polorovinu danou dvěma směry – k pólu a k danému objektu. Délková souřadnice je orientovaný úhel mezi předem vybraným základním poledníkem (ten je určen dalším základním směrem) a tím poledníkem, kde je náš objekt. Význačné body jsou znázorněny na obr. 2.30.

Pro základní orientaci na obloze a udávání polohy jednotlivých objektů je potřeba nejprve se seznámit se vzhledem oblohy a s astronomickými souřadnicemi. Nebeská sféra vypadá jako kopule nad pozorovacím stanovištěm. Na obzoru jsou čtyři základní body (směry): sever, východ, jih a západ. Směr, kterým se díváme, udáváme v úhlech (azimutech). *Azimut* je úhel měřený ve vodorovné rovině: azimut severu je  $0^\circ$ , východu  $90^\circ$ , jihu  $180^\circ$  a západu  $270^\circ$  (v astronomii se někdy měří i od jižního bodu k západu). K určení výšky objektu nad obzorem používáme druhou souřadnici – *elevaci*. Elevace obzoru je  $0^\circ$ , nejvyšší elevaci  $90^\circ$  má *zenit* neboli *nadhlavník* – místo na obloze ležící přímo nad pozorovatelem. Najednou tedy spatříme všechny objekty, které jsou v daný okamžik vzdáleny maximálně  $90^\circ$  od zenitu („vrcholu kopule“). Tento systém nazýváme *azimutálními souřadnicemi* (viz obr. 2.31b). Aktuální poloha každého objektu je dána dvěma souřadnicemi: azimutem a elevací. Jsou to jednotky úhlové, proto i vzdálenosti mezi různými objekty a velikost jednotlivých objektů na nebeské sféře udáváme v úhlech.



Obr. 2.30: Význačné body na nebeské sféře (zdroj: Wikipedie, upraveno)

Druhým systémem souřadnic jsou *souřadnice rovníkové (ekvatorální)* (viz obr. 2.31b). Tyto souřadnice získáme promítnutím zeměpisných souřadnic na nebeskou sféru. Vznikne tedy obdoba zeměpisné šířky (*deklinace*, značka  $\delta$  nebo dec) a zeměpisné délky (*rektascenze*, značka  $\alpha$  nebo RA). Stejně tak jako zemský rovník rozděluje Zemi na severní a jižní polokouli, *světový (nebeský) rovník* rozděluje oblohu na severní a jižní. *Světový (nebeský) pól* se nachází v místech, kterým míří rotační osa Země (u nás přibližně k Polárce). *Meridián* představuje místní poledník a rozděluje



Obr. 2.31: (a) Azimutální souřadnice (b) Rovníkové (ekvatoriální) souřadnice (zdroj: Wikipedie, upraveno)

oblohu v místě pozorování na východní a západní část. Deklinaci udáváme v úhlech (stejně jako zeměpisnou šířku), rektascenzi v časových jednotkách (hodiny, minuty a vteřiny).

Základním bodem rovníkových souřadnic je *jarní bod*  $\Upsilon$  ( $\delta = 0^\circ$ , tzn. leží na světovém rovníku,  $\alpha = 0^\circ 0' 0''$ ). Deklinaci měříme od světového rovníku: na sever  $\delta \in (0^\circ; 90^\circ)$  a na jih  $\delta \in (0^\circ; -90^\circ)$ . Rektascenzi měříme od jarního bodu na východ a nabývá hodnot  $0^\circ 0' 0'' - 23^\circ 59' 59''$ . Rovníkové souřadnice nám poví, které objekty můžeme z našeho pozorovacího stanoviště pozorovat. Jak bylo napsáno výše, Země nám část nebeské sféry zakrývá. Platí následující pravidla: zenitem procházejí objekty, jejichž deklinace je rovna zeměpisné šířce pozorovatele (v ČR je to kolem  $50^\circ$ ); světový pól má elevaci rovnu zeměpisné šířce pozorovatele (v ČR ho tedy najdeme asi  $50^\circ$  nad severním obzorem (jeho azimut je tedy  $0^\circ$ ); vidíme objekty vzdálené maximálně  $90^\circ$  od zenitu (na všechny strany). Pokud stojíme na rovníku, budou v zenitu objekty s deklinací  $0^\circ$  (ležící na světovém rovníku), vidíme  $90^\circ$  na sever i na jih od zenitu (rovníku), čili deklinaci  $90^\circ$  (jižní světový pól) až  $+90^\circ$  (severní světový pól); oba póly tedy máme na obzoru a vidíme celou severní i jižní oblohu. Pokud bychom stáli např. na severním pólu, máme v zenitu objekty s deklinací  $+90^\circ$  (severní světový pól blízko Polárky), obzor je od zenitu vzdálen  $90^\circ$ , z toho plyne, že na obzoru máme světový rovník a vidíme pouze severní oblohu. Pokud nestojí pozorovatel ani na pólu, ani na rovníku, ale např. v ČR na  $50^\circ$  s.š., má v zenitu deklinaci  $+50^\circ$ . Vidí celou severní oblohu a ještě  $+50^\circ - 90^\circ = -40^\circ$  jižní deklinace, tedy téměř polovinu jižní oblohy. Všechny objekty, které jsou od pólu vzdáleny méně než těchto  $50^\circ$  (jejichž  $\delta \geq +40^\circ$ ) nikdy nezapadají, jsou obtočnové neboli *cirkumpolární*, můžeme je pozorovat každou jasnou noc. Naopak objekty, jejichž deklinace je nižší než  $-40^\circ$  nikdy z ČR neuvidíme, nad obzor u nás nikdy nevystoupí.

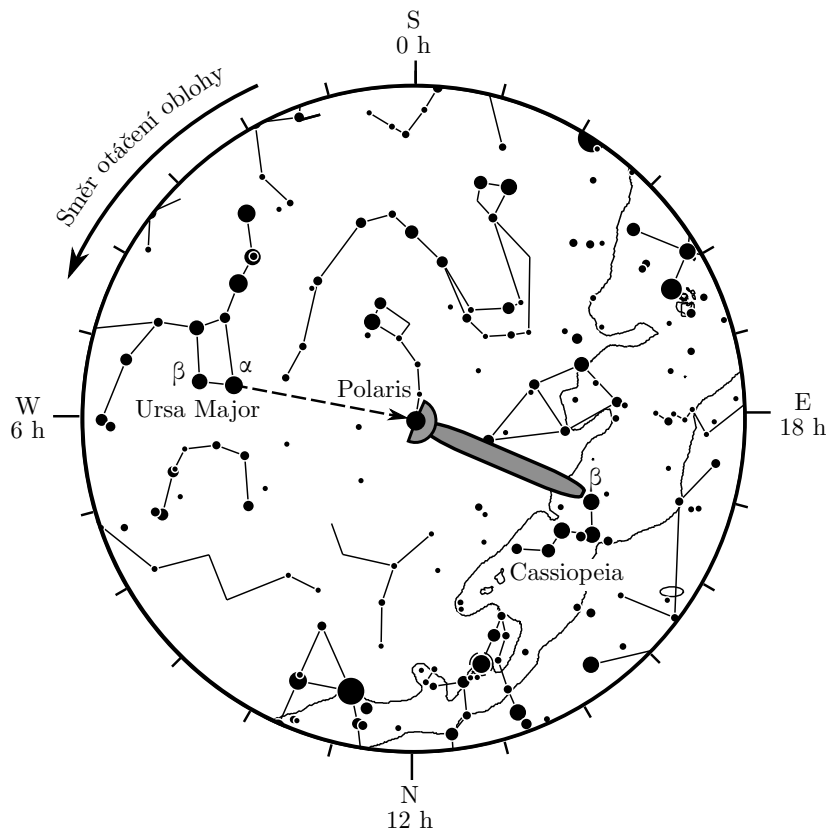
Rektascenze objektu nám napoví, kdy daný objekt (který není cirkumpolární ani neustále pod obzorem) pozorovat. Platí, že meridiánem prochází objekt, jehož rektascenze je rovna aktuálnímu hvězdnému času (proto ji uvádíme v časových jednotkách). O objektu, který právě prochází meridiánem, říkáme, že kulminuje; pokud dosahuje nejvyšší výšky nad obzorem a je nejlépe pozorovatelný jde o *horní kulminaci*, pokud je naopak v nejmenší výšce nad obzorem (popřípadě v největší hloubce pod ním), hovoříme o *dolní kulminaci*. Proto v mnoha případech dolní kulminaci kosmického objektu nemůžeme sledovat.

S průchodem meridiánem souvisí ještě jeden údaj a tím je *hodinový úhel* – udává se rovněž v časových jednotkách (0 h až 24 h) a vyjadřuje úhel mezi deklinační kružnicí objektu a meridiánem, měří se od meridiánu na západ (tedy opačným směrem než rektascenze) a platí, že objekt, který kulminuje, má hodinový úhel 0 h. Pro objekty s deklinací  $0^\circ$  platí, že vychází 6 h před a zapadají 6 h po kulminaci (jejich hodinový úhel je 18 až 6 hodin), objekty s vyšší deklinací vychází dříve (jsou na obloze déle), objekty s nižší deklinací vychází později (jsou na obloze kratší dobu).

### 2.6.3 Časy v astronomii

Jestliže se Země otočí o  $360^\circ$  vzhledem ke vzdáleným hvězdám, uvidí pozorovatel hvězdy na obloze opět ve stejných směrech jako předtím, uplynul jeden *hvězdný den*. Budeme-li chtít definici upřesnit, řekneme, že je to doba mezi dvěma následujícími horními kulminacemi jarního bodu a trvá asi 23 h 56 min 4 s. Hodinový úhel jarního bodu určuje *pravý hvězdný čas*. Skutečný pohyb jarního bodu je ovlivněn nutací Země, proto se zavádí střední jarní bod, jehož rovnoměrnému pohybu odpovídá *střední hvězdný čas*, rozdíl pravého a středního hvězdného času se nazývá *rovnice ekvinoxií*. Odhad hvězdného času z pozorování oblohy je znázorněn na obr. 2.32.

Pozemský život se řídí střídáním dne a noci, jež je dáno rotací Země vzhledem ke Slunci a nikoli vzhledem ke vzdáleným hvězdám. Používáme proto sluneční čas, právě na něj jsme biologicky nastaveni. *Pravý sluneční den* je doba mezi dvěma následujícími horními kulminacemi Slunce. Sluneční den tak je delší než hvězdný, neboť aby uplynul celý sluneční den, musí se Země otočit vůči vzdáleným hvězdám o úhel asi  $361^\circ$ . Platí tyto převodní vztahy:



Obr. 2.32: Hvězdný čas najdeme dnes pochopitelně na internetu např. na stránkách České astronomické společnosti ([http://www.astro.cz/obloha/vypocty/hvezdny\\_cas](http://www.astro.cz/obloha/vypocty/hvezdny_cas)) nebo Štefánikovy hvězdárny v Praze (<http://www.observatory.cz>). K přibližnému odhadu můžeme využít hvězdu Caph ( $\beta$  Cas) v souhvězdí Cassiopeia, jejíž rektascenze  $\alpha = 0\text{ h }9\text{ m }10,685\text{ s}$  je poměrně blízká nule a která navíc patří do cirkumpolárního souhvězdí, jež je u nás vidět po celý rok. Spojíme-li tuto hvězdu pomyslně s Polárkou (tu vyhledáme pomocí hvězd Velkého vozu), dostaneme „ručičku nebeských hodin“, jejichž ciferník vzhledem ke světovým stranám je naznačen na obrázku; zobrazená situace odpovídá času krátce po 16 h hvězdného času. Tvary souhvězdí byly vygenerovány volně dostupným programem SkyChart/Cartes du Ciel (<http://www.ap-i.net/skychart>), další prvky dokresleny podle [36]

1 sluneční den = 24 h 3 min 57 s hvězdného času, 1 hvězdný den = 23 h 56 min 4 s slunečního času.  
 1 hvězdný den = 24 h 0 min 0 s hvězdného času, 1 sluneční den = 24 h 0 min 0 s slunečního času.

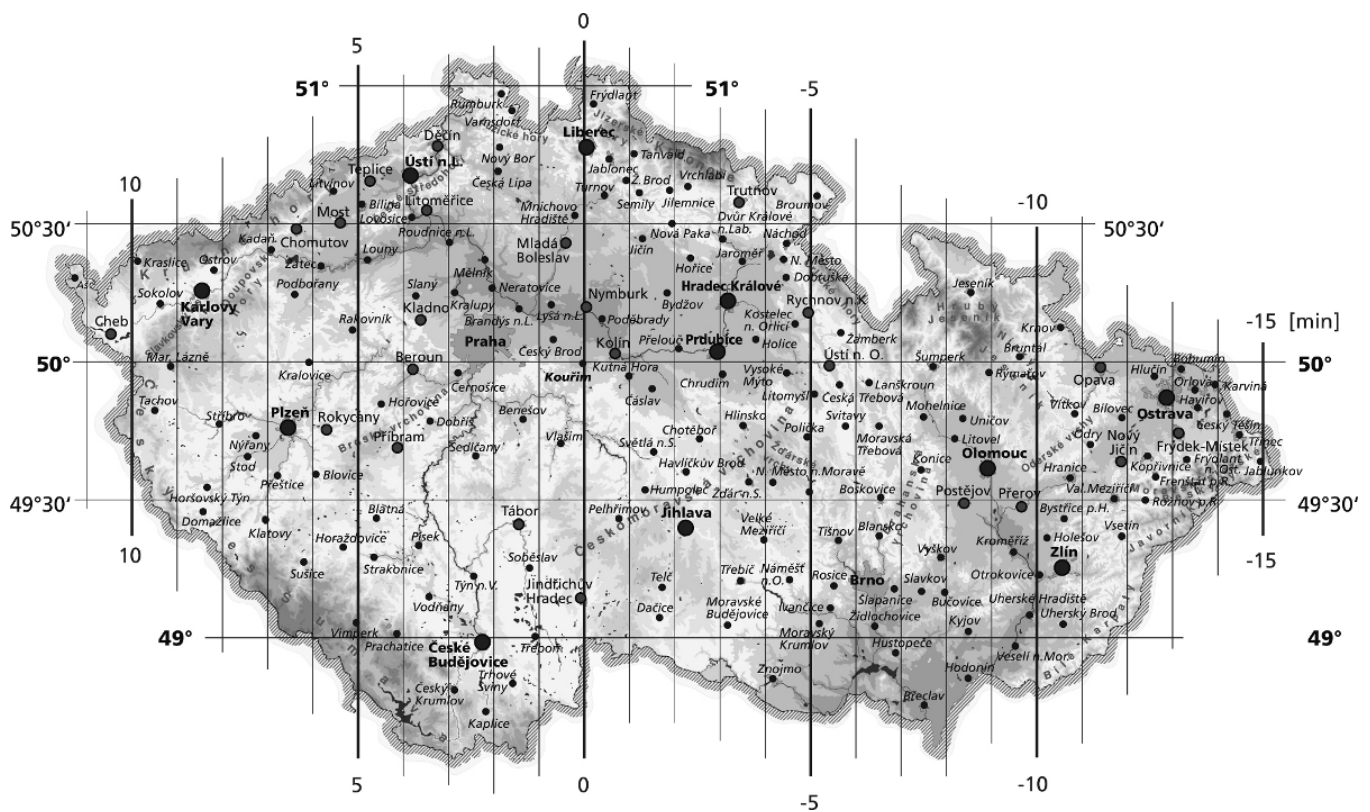
Problémy s časy se komplikují, neboť pravý sluneční čas (který můžeme odvodit přímo z pohybu Slunce po obloze) neplyne rovnoměrně. Příčiny jsou dvě: jednak se Země pohybuje kolem Slunce nerovnoměrně (rychleji tehdy, je-li Slunci blíže, tj. když je u nás zima, pomaleji, jestliže je od Slunce nejdále, tj. když je u nás léto). Druhou příčinou je mírný sklon roviny zemského rovníku k rovině, v níž Země obíhá kolem Slunce (tj. k ekliptice). V důsledku toho jsou sluneční dny v březnu a září kratší než v červnu a prosinci. Vyloučením obou těchto vlivů získáme rovnoměrně plynoucí střední sluneční čas, jehož jednotkou je *střední sluneční den*. Rozdíl pravého a středního času astronomové tradičně označují jako *časovou rovnici* (obdobu rovnice ekvinoxií)

časová rovnice = pravý sluneční čas – střední sluneční čas.

Rozdíly vypočítané pro rok 2000 lze odečíst z obr. 2.35.

V našich úvahách o čase, ať již slunečním nebo hvězdném, šlo zatím vždy o tzv. čas místní, tedy o čas platný pro zeměpisný poledník, na němž se nacházíme. Na jiných polednících je v tutéž dobu odlišný místní čas (pro ČR je situace znázorněna na obr. 2.33). Přepočítání místních časů pro dvě různá místa na Zemi je poměrně jednoduché: rozdíl místních časů je roven rozdílu zeměpisných délek oněch dvou míst. Musíme si jen zapamatovat, že místa položená východně od našeho stanoviště mají větší



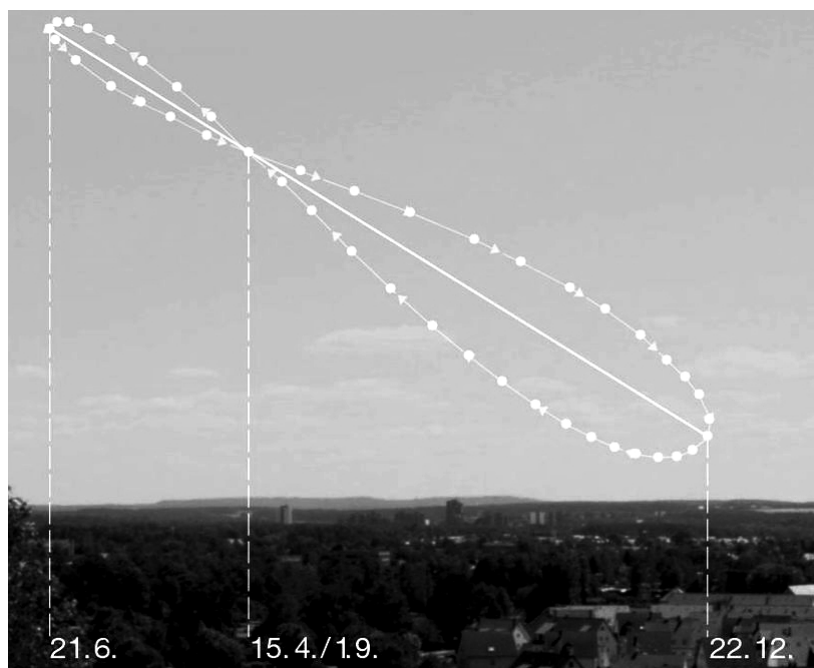


Obr. 2.33: Korekce na zeměpisnou délku stanoviště oproti 15° východní délky; oproti časům východu (západu) Slunce na tomto poledníku musíme pro místa na východě republiky několik minut odečíst (Slunce tam vychází i zapadá dříve) a pro místa na západě ČR naopak několik minut přičíst. Zdroj: příloha časopisu Povětron 2010/06, dostupné z <http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/ashk/povetron-2010-06-p1.pdf>

místní čas (Slunce tam kulminuje dříve), naopak místa položená západně mají místní čas menší než my. Před několika staletími, kdy se cestovalo převážně povozy, nebyly tyto problémy pro většinu lidí nijak závažné. Nevadila ani obtížnost udržování přesného času. Byl to zlatý věk slunečních hodin. Na druhou stranu potřeba přesného určování zeměpisné délky silně vyvstala v době velkých mořeplaveckých objevů na přelomu 15. a 16. století. Naléhavost problému dokumentuje fakt, že španělský král Filip III. vypsal odměnu 100 000 korun, holanské generální stavy 30 000 florinů a britský parlament 20 000 liber za metodu, která by umožnila dostatečně přesné určení zeměpisné délky. Anglickou cenu získal až roku 1772 hodinář John Harrison za vynález chronometru; třicetileté zkoušky prokázaly, že jeho hodiny se spirálními pery umožňují námořníkům „vozit si s sebou“ greenwichský čas a z rozdílu mezi ním a místním časem získaným z pozorování hvězd nebo Slunce určit zeměpisnou délku polohy jejich lodí.

Koncem 19. století díky rozvoji obchodu a železniční dopravy napříč kontinenty bylo jasné, že systém mnoha (vlastně nekonečného počtu) místních časů je nepraktický. Proto na návrh inženýra Kanadské pacifické dráhy sira Sandforda Fleminga byly zavedeny časy pásmové. Země byla rozdělena podél poledníků na 24 pásem, každý zahrnoval 15° zeměpisné délky. Uvnitř časového pásma platí stejný pásmový čas, sousední pásma mají čas lišící se právě o jednu hodinu. Na světové konferenci ve Washingtonu bylo roku 1884 rozhodnuto, že čas v pásmu podél greenwichského poledníku bude základní, tzv. světový, a k němu se budou vztahovat všechny ostatní časy.

Tolik teorie, praxe je však poněkud odlišná. Například v letním období celé skupiny států zavádějí z poněkud nejasných důvodů tzv. letní čas, o hodinu předbíhající čas pásmový (letní čas tedy odpovídá času pásma ležícího východně od nás). Někdy se chybně uvádí, že v době, kdy neplatí letní čas, máme čas zimní, z astronomického hlediska v tu dobu používáme normální pásmový čas.



Obr. 2.34: Projekce vypočítané analemmy pro ranní polohy Slunce v určitém pevném čase na východní části oblohy v našich severních zeměpisných šířkách, zdroj Wikipedie. Skutečné fotografie lze nalézt např. na serveru Astronomy Picture of the day (<http://apod.nasa.gov>) nebo na stránkách Anthonyho Ayiomamitise <http://www.perseus.gr/Astro-Solar-Analemma.htm>

Zimní čas také existuje – je to čas v pásmu ležícím západně od pásma, do něhož spadáme, v praxi se však již dlouho nikde nepoužíval.

Proč se Slunce po obloze nepohybuje rovnoměrně, někdy se předbíhá a jindy opoždí? Vliv mají dva faktory:

- sklon rotační osy Země k rovině ekliptiky;
- eliptická dráha Země (s excentricitou  $\varepsilon = 0,017$ ), která podle 2. Keplerova zákona nutně vede k proměnné rychlosti oběhu Země kolem Slunce (a tedy nerovnoměrnému pohybu Slunce po ekliptice).

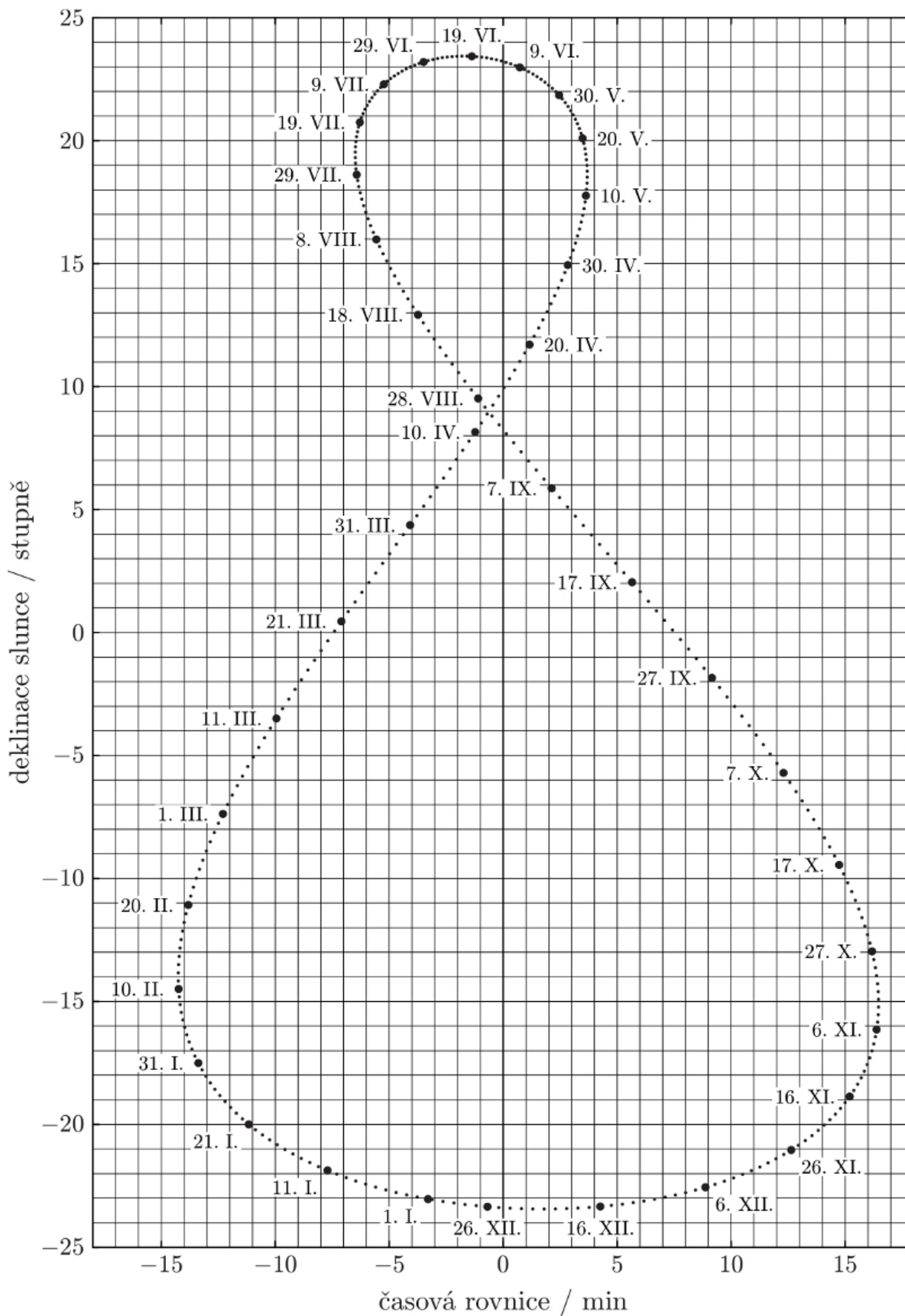
I kdyby excentricita dráhy Země byla nulová a Slunce by se po ekliptice pohybovalo rovnoměrně, nebude denní změna rektascenze Slunce vždy stejná, neboť rovník je vůči ekliptice skloněný o  $23,5^\circ$ . Jestliže zaznamenáme přesnou polohu Slunce na obloze ve stejnou hodinu po všechny dny v roce získáme křivku ve tvaru osmičky zvanou *analemma* (z řeckého analambanó, tj. napravuji; někdy se uvádí analema). Konkrétní tvar analemmy (viz obr. 2.34 a 2.35) samozřejmě závisí na hodině (určované středním slunečním časem), pro niž polohu Slunce zobrazujeme. Analemma by byla také odlišná na jiných planetách, které mají jinou excentricitu dráhy, velikost hlavní poloosy i orientaci osy rotace v prostoru než Země.

### 2.6.4 Odhady vzdáleností

Otázka měření vzdáleností se zdá být jednoduchá, ale prakticky snadná není. Nejčastěji využíváme paralaxu a fotometrickou vzdálenost.

#### Paralaxa

Když se rozhlížíme po okolí, vidíme svět kolem sebe trojrozměrně. To platí jen do vzdálenosti 30–50 m. Na větší vzdálenost bezprostřední prostorový vjem již nemáme. Ten totiž vzniká proto, že se díváme současně párem očí, které jsou od sebe vzdáleny 7–8 cm; na blízké předměty tedy



Obr. 2.35: Analemma v roce 2000 je zobrazena jako závislost časové rovnice E na deklinaci slunce. Převzato z Havrdová, M.; Brož, M., Šolc, M.: *Obecně o slunečních hodinách* [online]. Dostupné z [http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/tmp/historie\\_analema\\_orloje\\_preview.pdf](http://sirrah.troja.mff.cuni.cz/~mira/tmp/historie_analema_orloje_preview.pdf)



Obr. 2.36: Sluneční hodiny v Kolíně (15°12'7" E, 50°1'37" N, foto autor). Podrobný přehled slunečních hodin u nás i na Slovensku poskytují stránky Miroslava Brože <http://astro.mff.cuni.cz/mira/sh/sh.php>

hledíme ze dvou poněkud různých směrů a úhel mezi těmito směry nazýváme *paralaxa*. U předmětů ve vzdálenosti více než 50 m je paralaxa již natolik malá, že ji nemůžeme postřehnout. Přesto však umíme díky zkušenosti odhadovat vzdálenosti. Víme, jak asi velké jsou stromy, budovy, kopce, takže už z poměrné velikosti těchto objektů dokážeme jejich vzdálenost alespoň zhruba určit. V odhadu vzdáleností v přírodě velmi pomáhá běžné zamlžení vzdáleného obzoru. Pokud by atmosféra neexistovala a tento bělavý opar by zcela zmizel, měli bychom při odhadování vzdáleností velké obtíže (jako i kosmonauti na Měsíci).

Pro přímá měření vzdáleností se v astronomii používá metoda známá z pozemní triangulace: ze dvou stanovišť budeme současně měřit směry, v nichž se objekt nachází. Z rozdílu směrů – tedy paralaxy objektu – lze při znalosti délky základny vypočítat jeho vzdálenost. Měřit můžeme současně ze dvou míst na Zemi (u objektů blízkých, tedy ve sluneční soustavě), případně z jediného místa na Zemi, ale s jistým časovým odstupem. Ve druhém případě je délka základny rovna vzdálenosti, kterou Země za tuto dobu urazila při svém oběhu okolo Slunce. Tuto metodu používáme při měřeních paralax hvězd. Ve sluneční soustavě přichází v úvahu ještě další přímá metoda zjišťování vzdáleností – radiolokace. Z doby mezi vysláním a příjmem rádiového impulsu lze při známé rychlosti šíření světla zjistit poměrně přesně vzdálenost „terče“, tedy objektu, od něhož se rádiové záření odrazilo. Podobně např. k proměřování vzdálenosti Země a Měsíce se využívá intenzivního laserového paprsku v rámci experimentu Lunar Laser Ranging (odrazná zrcadla umístila na povrch měsíce posádka expedice Apollo 11).

Vzdálenosti kosmických objektů jsou z pozemského hlediska obrovské proto astronomové používají speciální délkové jednotky. Za základní jednotku vzdálenosti ve sluneční soustavě platí tzv. *astro-*

*nomická jednotka* (AU – z anglického „astronomical unit“). Přibližně je to střední vzdálenost Země od Slunce (k zapamatování postačí přibližná hodnota  $1 \text{ AU} \approx 150 \cdot 10^6 \text{ km}$ ). Ve světě hvězd a galaxií je základní jednotkou *parsek* (zkratka pc): je to vzdálenost, ze které je vidět úsečku o délce 1 AU (postavenou kolmo k zornému paprsku) pod úhlem jedné úhlové vteřiny. Jinak řečeno: paralaxa objektu, vzdáleného 1 pc, je  $1''$ . Používá se také jednotka *světelný rok*; je to vzdálenost, kterou světlo šířící se ve vakuu urazí za jeden rok. Zkratkou pro světelný rok je ly (z anglického „light year“). Jde o jednotku nejen tradiční, ale i značně názornou. Uveďme si základní převodní vztahy:

$$\begin{aligned} 1 \text{ pc} &= 206\,265 \text{ AU} = 3,1 \cdot 10^{16} \text{ m} \\ 1 \text{ ly} &= 0,307 \text{ pc} \\ 1 \text{ pc} &= 3,26 \text{ ly} \end{aligned}$$

Mezi paralaxou  $\pi$  vyjádřenou v úhlových vteřinách a vzdáleností  $r$  vyjádřenou v parsecích platí jednoduchý převodní vztah

$$\pi = \frac{1}{r}. \quad (2.1)$$

V mnoha případech je parsek docela „malou“ jednotkou, proto se i v astronomii běžně setkáváme s násobnými jednotkami – kiloparsek (kpc), megaparsek (Mpc), gigaparsek (Gpc).

## Magnitudy

Informace o tom, jak jsou hvězdy jasné, patří mezi nejstarší vědecká data na světě. Astronomové z historických důvodů používají zcela jiné názvosloví než fyzikové, kteří také studují, jak různé objekty vyznačují. Aby nedocházelo ke zmatkům, snažme se přesně pochopit základy astronomické fotometrie.

Již v díle Klaudia Ptolemaia *Almagest* z 1. století n. l. je uveřejněn nejstarší soubor fotometrických dat – celkem 1022 hvězd je zde roztríděno do šesti skupin: nejjasnější hvězdy „první velikosti“ až nejslabší ještě okem viditelné „šesté velikosti“. Tímto na první pohled prazvláštním rozdělením se nevědomky dosáhlo toho, že při pozorování hvězd dvou sousedních „velikostí“ (například první a druhé, čtvrté a páté) máme pocit, že ony slabší hvězdy jsou „stejným dílem slabší“ než příslušné jasnější hvězdy. Tak byla už ve starověku vytvořena stupnice, která respektuje způsob vnímání světla našima očima a zpracování informace mozkiem.

Moderní fyzikální definice fotometrických pojmů používaná astronomy vychází sice ze staré terminologie, dává jí však přesný obsah. *Jasnost* hvězdy je osvětlení, které tato hvězda vyvolává v místě, kde je pozorovatel, přičemž se předpokládá, že mezi ní a pozorovatelem není zemská atmosféra (jde zajisté umělý předpoklad, ale nutný; při přesných měřeních se rušivý vliv našeho ovzduší výpočtem odstraňuje). Fyzikální jednotkou jasnosti je lumen na čtverečný metr. V astronomické praxi se zpravidla místo jasnosti používá veličina z ní odvozená – hvězdná velikost. Pro dva různé objekty je definována tzv. *Pogsonovou rovnicí*

$$m_2 - m_1 = -2,5 \log \left( \frac{F_2}{F_1} \right). \quad (2.2)$$

Písmenem  $m$  je označena hvězdná velikost objektu (hvězdy),  $F$  je jasnost objektu. Jednotkou hvězdné velikosti je magnituda (zkráceně mag), objekt s hvězdnou velikostí 0 mag (např. hvězda  $\alpha$  Lyr neboli Vega ze souhvězdí Lyry) způsobí osvětlení  $2,54 \cdot 10^{-6} \text{ lx}$ . Hvězdné velikosti vybraných objektů shrnuje tabulka 2.2.

Hvězdná velikost je fyzikální veličina, magnituda je název její jednotky, tato slova nemůžeme libovolně zaměňovat. Řekneme-li např. „hvězda 8. magnitudy“, je to stejně nesmyslné jako vyjádřit

Kosmický objekt	Hvězdná velikost
Slunce	-26,7 mag
Měsíc v úplňku	-12,7 mag
Venuše při největší jasnosti	-4,7 mag
Sirius	-1,5 mag
Vega	0,0 mag
nejslabší hvězdy viditelné pouhýma očima	6 mag
nejslabší hvězdy pozorovatelné triedrem	asi 10 mag
nejslabší objekty pozorovatelné dalekohledem na Zemi	asi 28 mag
nejslabší objekty pozorovatelné kosmickým dalekohledem	asi 30 mag

Tab. 2.2: Hvězdné velikosti některých kosmických objektů

výšku budovy slovy „dům jedenáctého metru“. Můžeme však použít vyjádření, že jde o „hvězdu osmé velikosti“. Tím se ovšem blížíme starověkému vyjadřování toho, jak jsou hvězdy jasné, a myslíme tím, že hvězdná velikost oné hvězdy je v rozmezí 7,5 až 8,5 mag.

Jasnosti hvězd, o nichž jsme dosud pojednávali, jsou vztaženy k pozorovateli nacházejícím se na Zemi. Hvězdy jsou však od nás různě daleko, takže pouhým porovnáním jasností, aniž bychom vzali v úvahu vzdálenosti hvězd, nemůžeme určit, jak mnoho hvězdy září (tedy jaké jsou jejich zářivé výkony). K takovému porovnání zářivých výkonů musíme „přemístit“ pozorovatele (nebo hvězdy) do jisté dohodnuté vzdálenosti. Ve hvězdné astronomii se používá vzdálenost 10 pc. Jasnost, kterou by hvězda měla, kdybychom ji sledovali z této vzdálenosti, se nazývá absolutní jasnost hvězdy. Obdobně zavádíme pojem *absolutní hvězdná velikost*.

Mezi pozorovanou hvězdnou velikostí  $m$  a absolutní hvězdnou velikostí  $M$  platí převodní vztah

$$M = m + 5 + 5 \log \pi = m + 5 - 5 \log r,$$

kde  $\pi$  je paralaxa hvězdy (v úhlových vteřinách),  $r$  je vzdálenost (v parsecích). Přesvědčte se, že po dosazení  $r = 10$  pc je  $M = m$ . Rozdíl pozorované a absolutní hvězdné velikosti ( $m - M$ ) označujeme jako *modul vzdálenosti*.

$$m - M = 5 \log r - 5.$$

Dosud jsme mlčky předpokládali, že hvězdné velikosti jsou odvozeny z osvětlení ve vizuální části spektra. Může tomu však být také jinak: filtrem nebo receptorem záření vymežíme pouze část spektra (dokonce nemusí jít o část optické oblasti spektra, ale třeba o oblast infračervenou). Pak hovoříme o měření hvězdných velikostí v tzv. barvách. Je-li těchto „barev“ více, jedná se o barevný systém. Když u hvězdy změříme hvězdnou velikost v několika barvách, můžeme vypočítat i její barevný index: ten je roven rozdílu hvězdných velikostí v barvě s kratší vlnovou délkou a delší vlnovou délkou. Dnes se v astronomii běžně používá několik desítek různých barevných systémů. Jeden z nejrozšířenějších (a také jeden z nejdéle používaných) je barevný systém UBV. Zkratka napovídá, kterou část spektra tento systém pokrývá: U (ultraviolet) – ultrafialovou, B (blue) – modrou, V (visual) – žlutozelenou (podobá se, i když přesně neodpovídá, spektrální citlivosti oka). Na systém UBV navazují v dlouhovlnné oblasti spektra barvy R (red) – červená, I (infrared) – infračervená atd. (systém UBVRI). Lze tedy psát

$$\text{barevný index} = m_{\text{krátkovlnnáoblast}} - m_{\text{dlouhovlnnáoblast}}.$$

Např. barevný index (B-V) =  $m_B - m_V$ , kde  $m_B$  je hvězdná velikost objektu v barvě B a  $m_V$  je hvězdná velikost v barvě V.

Když budeme chtít znát jasnost (resp. hvězdnou velikost) nějakého objektu nejen v určité části spektra, ale v celém spektrálním oboru, musíme změřenou fyzikální veličinu (jasnost, hvězdnou

velikost) přepočítat na tzv. bolometrickou. Žádný přístroj, který by měřil např. osvětlení v celém oboru elektromagnetického záření neexistuje, vždy je to záležitost přepočtu za jistých předpokladů. Rozdíl bolometrické a vizuální hvězdné velikosti (ať již pozorované nebo absolutní) označujeme jako bolometrickou korekci, u některých hvězd činí až několik magnitud. Je zřejmé, že teprve absolutní bolometrická hvězdná velikost  $M_{\text{bol}}$  je mírou zářivého výkonu hvězdy.

## Hmotnosti hvězd

Hmotnost je nejpodstatnější charakteristikou hvězdy, protože na její velikosti závisí stavba a vývoj hvězdy. Určování hmotností hvězd, jež jsou od nás velmi daleko, určitě není snadné, u osamělých hvězd jde o velmi těžký úkol. Prakticky jen u dvojhvězd se lze dobrat spolehlivých výsledků díky Keplerovým zákonům.

Známe-li vzdálenosti složek dvojhvězdy od středu hmotnosti soustavy a oběžnou dobu dvojhvězdy, můžeme z 3. Keplerova zákona zjistit hmotnosti obou složek. Tato metoda má ale jeden háček: abychom určili vzájemnou vzdálenost složek dvojhvězdy (v délkových jednotkách, nikoli jen úhlových), musíme znát vzdálenost dvojhvězdy od nás. Podle 3. Keplerova zákona lze psát

$$\frac{(r_1 + r_2)^3}{P^2} = \frac{(M_1 + M_2)G}{4\pi^2}, \quad (2.3)$$

kde  $r_1, r_2$  jsou vzdálenosti obou hvězd od hmotného středu soustavy,  $P$  je oběžná doba,  $M_1, M_2$  hmotnosti hvězd,  $G$  je gravitační konstanta. Budeme-li vzdálenosti  $r_1, r_2$  měřit v astronomických jednotkách, čas  $P$  v rocích a hmotnosti  $M_1, M_2$  ve slunečních hmotnostech, koeficient  $G/(4\pi^2)$  se vykrátí a v rovnici jej můžeme vypustit. Z třetího Keplerova zákona určíme součet hmotností ( $M_1 + M_2$ ), jestliže známe součet vzdáleností od středu hmotnosti ( $r_1 + r_2$ ). Budeme-li však znát nejen součet ( $r_1 + r_2$ ), ale i jednotlivé hodnoty  $r_1, r_2$ , můžeme vypočítat též hmotnosti každé složky  $M_1, M_2$ , protože platí  $M_1/M_2 = r_2/r_1$ .

Hmotnosti osamocených hvězd přímým způsobem prakticky nezjistíme. Naštěstí však existuje statistická závislost mezi hmotnostmi hvězd a jejich zářivými výkony. Tato závislost plyne z teorie vnitřní stavby hvězd a na jejím odhalení se podílel zejména anglický astrofyzik první poloviny 20. století Arthur Eddington (1882–1944). Závislost platí spolehlivě sice jen pro hvězdy podobné stavby jako Slunce, těch je však více než 90 %. Abychom závislost mohli použít, musíme znát zářivý výkon hvězdy, tedy její vzdálenost. Navíc jde pouze o statistickou závislost, takže stěží určíme nepřesnost takového odhadu pro nějakou konkrétní hvězdu. Matematicky můžeme závislost mezi hmotností hvězdy  $M$  a jejím zářivým výkonem  $L$  zapsat ve tvaru

$$L = aM^b,$$

kde  $a, b$  jsou konstanty. Konstanta  $b$  má hodnotu blízkou 3.

## Rozměry hvězd

Ve velikostech hvězd jsou obrovské rozdíly. Porovnáváme-li je se Sluncem, existují hvězdy miniaturní i veleobří. Není určitě nijak snadné změřit velikost hvězdy, když v dalekohledu nevidíme nic než bod. Navíc chvění atmosféry rozmývá obraz hvězd v dalekohledech, takže běžnými pozorovacími technikami nemůžeme dosáhnout lepšího rozlišení než řádově desetiny úhlové vteřiny, což k rozeznání kotoučků hvězd nestačí. Zlepšení tohoto stavu přinese spřažení dvou blízkých velkých dalekohledů, pracujících dohromady jako tzv. interferometr. Takto mohou pracovat např. čtyři 8,2m-teleskopy Very Large Telescope array (VLT) Evropské jižní observatoře na hoře Paranal v Chile.

V pásu kolem ekliptiky, kde se pohybuje Měsíc, dochází k mnoha zákrytům hvězd Měsícem. Měsíc osvětlený hvězdou vrhá stín, jehož okraj se po zemském povrchu pohybuje rychlostí asi kilometr

za sekundu (právě taková je oběžná rychlost Měsíce vzhledem k Zemi, jak lze ověřit jednoduchým výpočtem). Pozorovatel, vybavený fotometrem schopným zaznamenat změny jasnosti hvězdy s časovým rozlišením tisícin sekundy, ovšem nezaregistruje okamžité zmizení hvězdy. Několik setin sekundy před zákrytem nastane několik zjasnění a zeslabení, přičemž průběh intenzity osvětlení závisí na úhlovém průměru zdroje. Porovnáním takového záznamu získaného pozorováním s teoretickými průběhy změn jasnosti lze určit, jaký úhlový průměr měla hvězda, která byla Měsícem zakryta. Poznamenejme, že z fyzikálního hlediska se jedná o ohyb světla bodového zdroje na ostré hraně, tzv. Fraunhoferův ohybový jev.

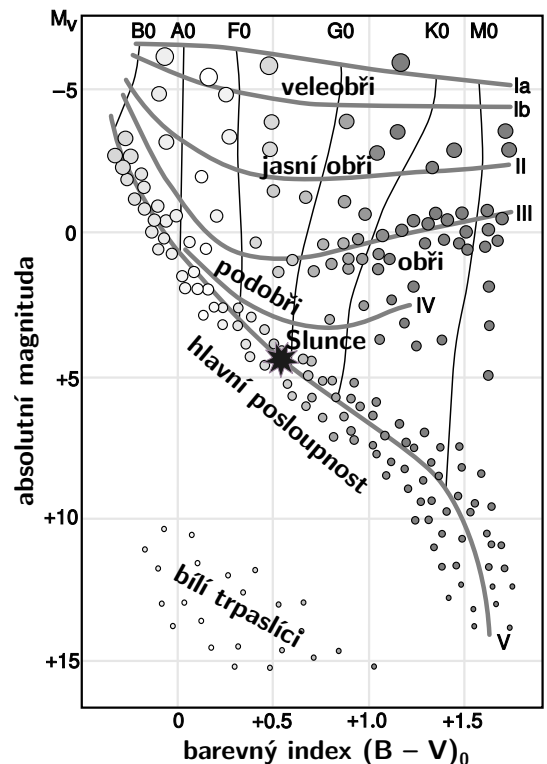
Zákrytové dvojhvězdy jsou takové hvězdné soustavy, u nichž je oběžná rovina orientována vůči nám – pozorovateli – docela význačným způsobem: dochází totiž ke vzájemnému zakrývání složek dvojhvězdy (oběžná rovina je tedy téměř totožná se směrem zorného paprsku). My ovšem jednotlivé složky nevidíme, jsou úhlově příliš blízko u sebe a že se jedná o zakrývající se dvojhvězdu, poznáme z charakteristického tvaru světelné křivky, tedy z časového průběhu jasnosti, která se periodicky mění. Zákrytovou dvojhvězdu je například Algol ze souhvězdí Persea, v katalogích najdeme v současné době na 10 000 podobných položek.

Zákrytové dvojhvězdy jsou opravdu zajímavé soustavy; mimo jiné umožňují určit zřejmě tím nejspolehlivějším způsobem průměry jednotlivých hvězd. Ze světelné křivky lze snadno odvodit okamžiky začátků a konců zákrytů a zatmění jednotlivých složek dvojhvězdy. Při známé periodě oběhu složek kolem společného těžiště (také tu lze zjistit ze světelné křivky) získáme poměry velikostí hvězd k poloměru oběžné dráhy. Ze spektroskopických měření navíc můžeme určit oběžné rychlosti složek vzhledem k těžišti, takže nakonec stanovíme průměry obou hvězd přímo v kilometrech.

## 2.7 Hertzsprungův-Russellův diagram

Když o dostatečně velkém počtu hvězd víme, jak jsou daleko a jak jsou velké, hmotné a horké, můžeme mezi těmito veličinami hledat nějaké statistické závislosti. Budou-li existovat, pak zřejmě lépe porozumíme tomu, jak a z čeho jsou hvězdy sestaveny, jak se vyvíjejí. Takových závislostí může být jistě velké množství. Jedna z nich je však natolik důležitá, že se jí musíme věnovat podrobněji. Je spjata se jmény dvou astronomů – Ejnara Hertzsprunga a Henry Russella.

V roce 1905 si dánský astronom Ejnar Hertzsprung (1873–1967) povšiml, že vedle malých červených hvězd (malých rozměry i výkony) existují také červené hvězdy s velkým zářivým výkonem a rozměry. Hertzsprung tehdy použil přirovnání, že jde „o velryby mezi rybami“. Jeho závěry plně potvrdil americký astronom Henry Russell (1877–1957). V roce 1913 uveřejnil výsledky svého rozsáhlého výzkumu, v němž zjišťoval vztah mezi zářivým výkonem a teplotou hvězdy. Sestrojil diagram (podobný diagramu na obr. 2.37), který znázorňuje závislost mezi absolutní hvězdnou velikostí a spektrální třídou hvězd. Dnes tento diagram, bezpochyby nejdůležitější astrofyzikální diagram vůbec, nazýváme *Hertzsprungovým-Russellovým diagramem* (zkráceně HR diagramem). Absolutní hvězdná velikost je mírou zářivého výkonu hvězd, spektrální třída

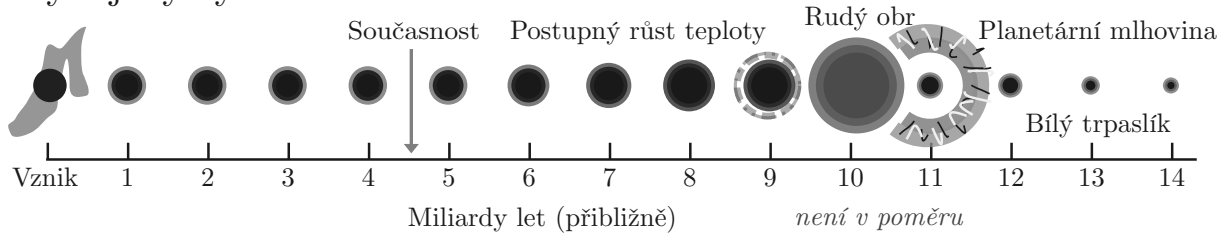


Obr. 2.37: Hertzsprungův-Russellův diagram (zdroj Wikipedie, upraveno)

absolutní hvězdná velikost je mírou zářivého výkonu hvězd, spektrální třída



## Vývojový cyklus Slunce



Obr. 2.38: Vývoj Slunce jako hvězdy v čase (zdroj Wikipedie, upraveno)

úyce souvisí s povrchovou teplotou hvězd. Z fyzikálního hlediska je tedy HR diagram závislostí zářivého výkonu na povrchové teplotě hvězd. Diagram ukazuje, že v rozmanitosti hvězd lze najít jisté zákonitosti. Například pomocí tohoto diagramu můžeme odhadnout vzdálenost hvězdy; stačí znát její spektrální třídu a příslušnost hvězdy k hlavní posloupnosti, obrům či trpaslíkům (a to lze za jistých okolností také vyčíst ze spektra). Pak z diagramu odečteme absolutní hvězdnou velikost, a při známé pozorované hvězdné velikosti jsme již schopni vypočítat vzdálenost hvězdy. HR diagram je též neocenitelným pomocníkem při výzkumu hvězdokup. V neposlední míře je diagram výborným testem platnosti teorií stavby a vývoje hvězd. Je tedy mnoho důvodů, proč astronomové věnují HR diagramu tolik pozornosti.

Hvězdy nezaplňují plochu HR diagramu rovnoměrně, ale soustřeďují se v několika oblastech. Nejvíce hvězd je v pásu, který probíhá od oblasti horkých a zářivých hvězd do míst, kde jsou hvězdy chladné a s malým výkonem. Jde o *hlavní posloupnost*; obsahuje přes 90 % všech hvězd včetně našeho Slunce. Další hvězdy jsou v oblasti relativně nízkých povrchových teplot, ale vysokých výkonů. Jde o obry (červené obry) a veleobry (1 %). V oblasti malých zářivých výkonů a dosti vysokých povrchových teplot narazíme na bílé trpaslíky (asi 7 %). Hvězdy spektrálních tříd K a M s malým zářivým výkonem označujeme jako červené trpaslíky. Hvězda typu našeho Slunce během svého vývoje prochází různými stádii (viz obr. 2.38)

V HR diagramu se může silně uplatňovat výběrový efekt. Spočívá v tom, že hvězdy s velkým zářivým výkonem jsou pozorovatelné zdaleka, zatímco slabé zaznamenáme jen v bezprostředním okolí Slunce (navíc mnoho takových hvězd nebylo dosud objeveno). Výběrový efekt se projevuje nadměrným zastoupením obrů, veleobrů a hvězd z horního konce hlavní posloupnosti, zatímco červených a bílých trpaslíků vidíme relativně málo. Kdybychom však do HR diagramu vynášeli jen hvězdy z určitého omezeného prostoru, převládaly by zcela jednoznačně hvězdy hlavní posloupnosti (a z nich červení trpaslíci).

Většina hvězd je tak málo jasná, že nelze pořídít jejich spektra s dostatečně velkým rozlišením, aby byly zřetelně vidět spektrální čáry. Pak je ovšem nelze přesně spektrálně klasifikovat, určit jejich spektrální třídu. Náměnou je ale měření barevného indexu, který je rovněž určitým měřítkem povrchové teploty hvězd.

Pro hvězdy, které jsou od nás přibližně stejně daleko (například hvězdy ve hvězdokupě), můžeme HR diagram nahradit tzv. barevným diagramem. Spektrální třídy hvězd nahradí jejich barevný index, absolutní hvězdnou velikost pozorovaná hvězdná velikost. Určíme-li u některé hvězdokupy (např. pohybové) její vzdálenost přímou metodou, známe též její modul vzdálenosti. Můžeme proto sestavit barevný diagram, v němž na svislou osu vyneseme nikoli pozorované, ale již absolutní hvězdné velikosti (tento postup je využit na obr. 2.37). Pro jinou hvězdokupu, jejíž vzdálenost neznáme, sestavíme ve stejném měřítku „normální“ barevný diagram s pozorovanými hvězdnými velikostmi na svislé ose. Pak oba diagramy přeložíme přes sebe a ztotožníme hlavní posloupnosti hvězdokup. Posun stupnic pozorovaných hvězdných velikostí nové hvězdokupy a absolutních hvězdných

ných velikostí hvězdokupy pohybové (tedy posun ve svislém směru) udává modul vzdálenosti druhé hvězdokupy, a tedy i její vzdálenost.

Hrubé třídění hvězd na veleobry, obry, hvězdy hlavní posloupnosti a trpaslíky se zjemňuje zavedením dalšího parametru při klasifikaci spekter – tzv. *luminozitní třídy*. K údajům o spektrálním typu (a podtypu) se dodá římská číslice a případně písmeno, např. K2 III (čti: ká dva, římská tři). Údaj o spektrálním typu je informací především o povrchové teplotě hvězdy, zatímco údaj o luminozitní třídě hovoří o tlaku v atmosféře hvězdy (určuje se zejména podle profilu spektrálních čar ionizovaných prvků, citlivých na tlak v atmosféře). Protože hmotnosti hvězd se mění v relativně malém rozmezí, je údaj o luminozitní třídě spolu se spektrálním typem hvězdy rámcovou informací o velikosti hvězdy.

Označení luminozitních tříd lze shrnout následovně:

- Ia: jasní veleobři
- Ib: (normální) veleobři
- II: jasní obři 6)
- III: (normální) obři
- IV: podobři
- V: hvězdy hlavní posloupnosti (a červení trpaslíci)
- VI: podtrpaslíci
- VII: bílí trpaslíci

V příští kapitole se budeme věnovat vlastnostem vesmíru jako celku a popíšeme základní představy o něm a o jeho vývoji.

## Kapitola 3

---

### Základy relativistické kosmologie

V této kapitole odvodíme základní rovnice popisující rozpínání (i případné smršťování) vesmíru. Ukážeme si vliv základních kosmologických parametrů na možný budoucí osud vesmíru, budeme diskutovat jejich měření i nejpravděpodobnější hodnoty.

Otázky spojené s existencí, vlastnostmi našeho vesmíru i s postavením člověka v něm se vždy promítaly do základů lidské kultury, náboženských a filozofických směrů. Od dob Galileových a Newtonových se rozvíjejí kosmologické teorie vycházející z fundamentálních fyzikálních zákonů, jež kladou důraz jak na přesné výpočty a předpovědi, tak především na konfrontaci se stále se zpřesňujícími pozorováními. V tomto smyslu je fyzikální kosmologie vědeckou, tj. vyvratitelnou teorií, v níž jsou naše představy a modely neustále korigovány, aby bylo dosaženo stále větší a lepší shody s tím, co v našem vesmíru pozorujeme.



Obr. 3.1: Galaxie v souhvězdí Andromedy známá pod označením z katalogu francouzského astronoma Charlese Messiera (1730-1817) jako M31, v NGC katalogu J.L.E. Dreyera (1852–1926) je uvedena pod číslem NGC 224 (oba katalogy jsou dnes k dispozici na internetových adresách <http://www.seds.org/messier/> resp. <http://www.seds.org/~spider/ngc/ngc.html>). Jedná se o superobří spirální galaxii typu Sb ve vzdálenosti více jak  $2 \cdot 10^6$  ly, spolu s naší Galaxií je největší v naší místní skupině. Na obrázku vidíme také dvě satelitní trpasličí eliptické galaxie NGC 205 a NGC 221 (M32). Galaxie M31 představuje zvětšenou obdobu naší vlastní Galaxie s hmotností okolo  $3 \cdot 10^9 M_{\odot}$ . Do místní skupiny Galaxií patří celkem asi 30 galaxií, z nichž nejznámější jsou satelity naší Mléčné dráhy – nepravidelné galaxie Velké a Malé Magellanovo mračno (LMC neboli Large Magellanic Cloud a SMC neboli Small Magellanic Cloud). Galaxie v místní skupině tvoří gravitačně vázaný systém a díky tomu se od sebe nevzdalují v důsledku rozpínání vesmíru (viz část 3.5), naopak lze předpokládat, že ve velmi vzdálené budoucnosti může dojít ke srážkám např. naší Galaxie a M31. Podle nejpresnějších měření se LMC vůči naší Galaxii pohybuje rychlostí  $378 \pm 18 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  [99]

Naše chápání vesmíru a jeho vývoje s neustále vyvíjí, jak po stránce teoretické, tak získáváním a zpracováním stále přesnějších experimentálních dat. V moderní kosmologii se doslova a do písmene uplatňuje celá fyzika – od fyziky mikrosvěta a kvantové teorie pole až po teorii relativity. Zde se budeme zabývat pouze základy relativistické kosmologie, základními pozorovanými vlastnostmi vesmíru a z nich vyplývajícími nejjednoduššími modely. Otázky týkající se raného a velmi raného vesmíru v prvních minutách po velkém třesku, inflační teorie a problematiky formování struktur najde čtenář v podrobnějších monografiích, např. [7, 10, 47, 55, 56].

### 3.1 Základní východiska a principy relativistické kosmologie

V této kapitole se budeme zabývat společnými základy moderních kosmologických teorií, které můžeme shrnout označením *standardní kosmologický model*. Vychází ze dvou základních principů, *zobecněného Koperníkova principu* a *principu uniformity*. Jádrem prvního tvoří tvrzení, že se nenalzáme ve středu vesmíru ani v jeho význačném bodě. V historickém kontextu jde o velmi důležitý myšlenkový zlom, neboť ve starověku i středověku byla právě Země považována za střed všehomíra, okolo něhož obíhala všechna ostatní tělesa. Průlom představoval heliocentrický model sluneční soustavy Mikoláše Koperníka z r. 1543, jenž zbavil Zemi „výsadního“ postavení. Dnes víme, že z kosmologického hlediska není význačná ani naše Galaxie nebo kupa galaxií, dokonce i hmota, z níž jsou složena naše těla představuje pouze malou část v porovnání s převažujícím typem hmoty ve vesmíru.

„Princip uniformity“ nebo také „princip homogenity a izotropie“ tvrdí, že vesmír je ve velkých měřítkách homogenní a izotropní, tj. stejný ve všech místech a ve všech směrech. Je zřejmé, že např. v měřítkách naší sluneční soustavy, popř. naší Galaxie uvedený princip neplatí; ve Slunci popř. v jádru Galaxie je soustředěno mnohem více hmoty než na okraji. Homogenita a izotropie se projevuje až na velkých škálách o rozměrech řádově  $10^3$  Mpc, jak o tom svědčí výsledky řady pozorování (viz obr. 3.5–3.6)

O vlastnostech vesmíru vypovídají i zdánlivě triviální otázky; příkladem může být tzv. *Olbersův paradox*. Otázka „Jak to, že je noční obloha temná?“ byla poprvé zformulována Keplerem v roce 1610, diskutována Halleyem a Cheseauxem v 18. století a zpopularizována německým lékařem a astronomem Heinrichem Wilhelmem Matthäusem Olbersem (objevitelem planetek Pallas a Vesta i komety 13P/Olbers) v r. 1826. Význam otázky vynikne v kontextu dobových filozofických představ, užitečné je i srovnání s odpovědí, které dává současná kosmologie. Pokud by vesmír byl nekonečný a obsahoval nekonečné množství rovnoměrně rozmístěných hvězd, pak by noční obloha měla být stejně jasná jako povrch Slunce. Zjednodušeně řečeno, v každém místě oblohy bychom našli svítící hvězdu.<sup>1</sup>

Možná řešení paradoxu jsou následující:

1. mezihvězdný prach nám brání vidět vzdálené hvězdy;
2. vesmír obsahuje pouze konečný počet hvězd;
3. hvězdy nejsou rozmístěny rovnoměrně
4. vesmír se rozpíná, světlo od nejvzdálenějších hvězd má takový rudý posuv, že je mimo oblast viditelného světla;
5. vesmír má konečné stáří, světlo od nejvzdálenějších objektů k nám ještě nedorazilo.

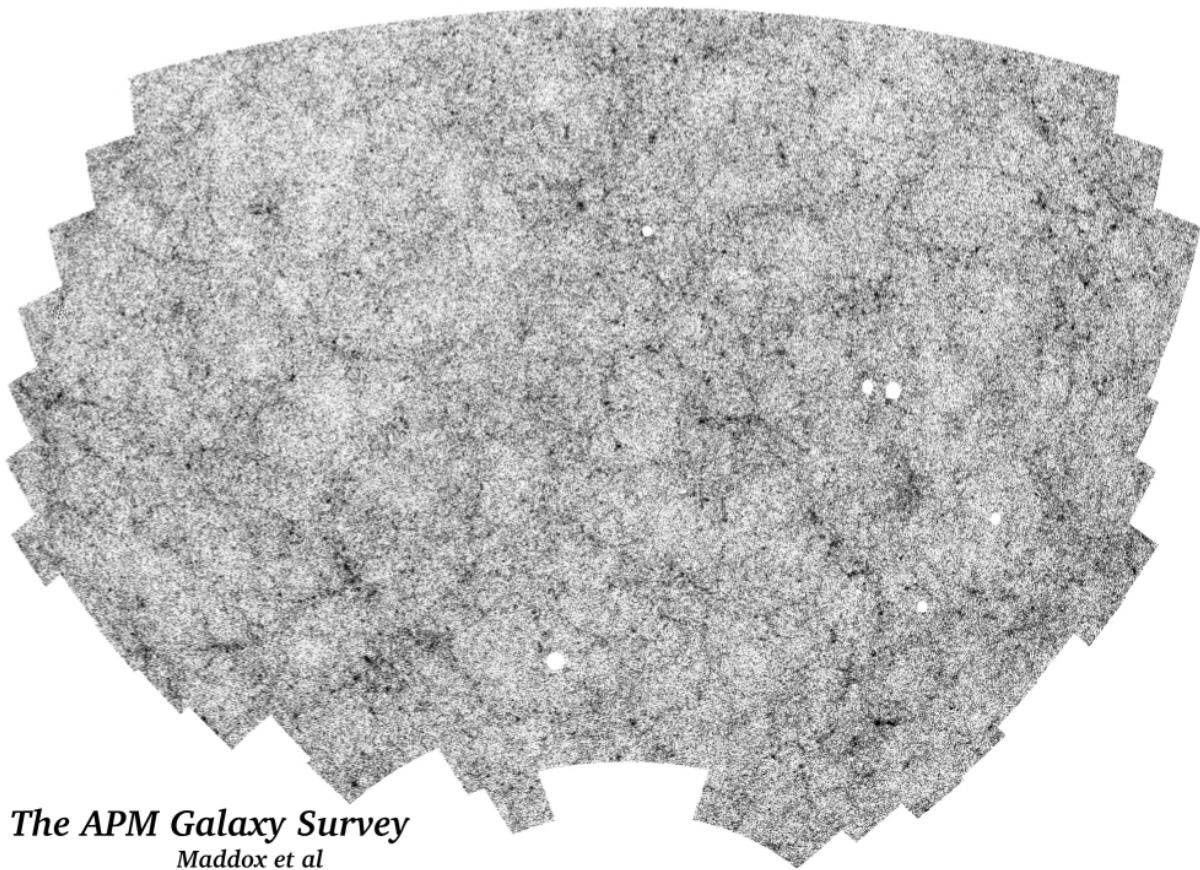


Obr. 3.2: Mikoláš Koperník (1473–1543), převzato z Wikipedie



Obr. 3.3: H. W. M. Olbers (1758–1840), převzato z Wikipedie

<sup>1</sup>Přesnější formulace vychází z poznatku, že světelný tok od vzdálených zdrojů klesá se čtvercem jejich vzdálenosti od nás  $r$ , tj. s  $1/r^2$ , ale objem kulové vrstvy, v níž se hvězdy nacházejí je roven  $4\pi r^2 dr$ , výsledný světelný tok z takové vrstvy tak nezávisí na její vzdálenosti; podrobnější diskuse lze najít např. v [122].



Obr. 3.4: Úhlové rozdělení galaxií podle projektu APM (Automated Plate Measuring, domovská stránka [http://www-astro.physics.ox.ac.uk/~wjs/apm\\_survey.html](http://www-astro.physics.ox.ac.uk/~wjs/apm_survey.html)) [102]. Zahrnuta je asi 1/4 oblohy rozdělená do menších čtverečků, jejichž barva odráží počet galaxií v každém z nich (čím světlejší, tím více). Vidíme, že na velkých škálách se počet galaxií v jednotlivých směrech neliší

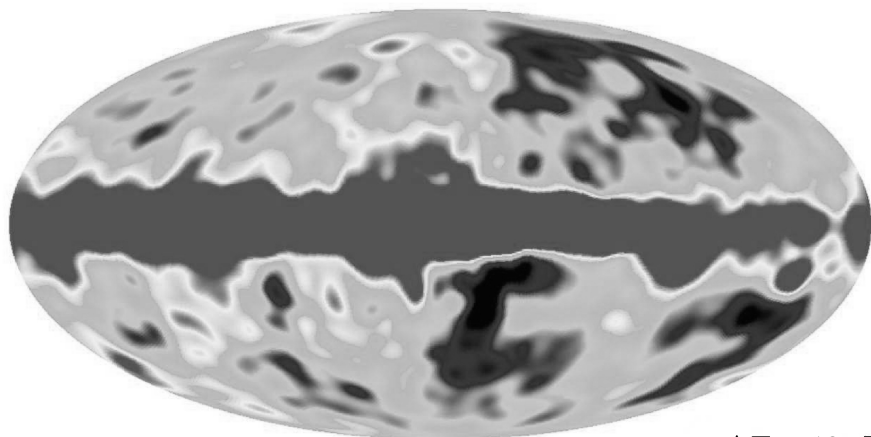
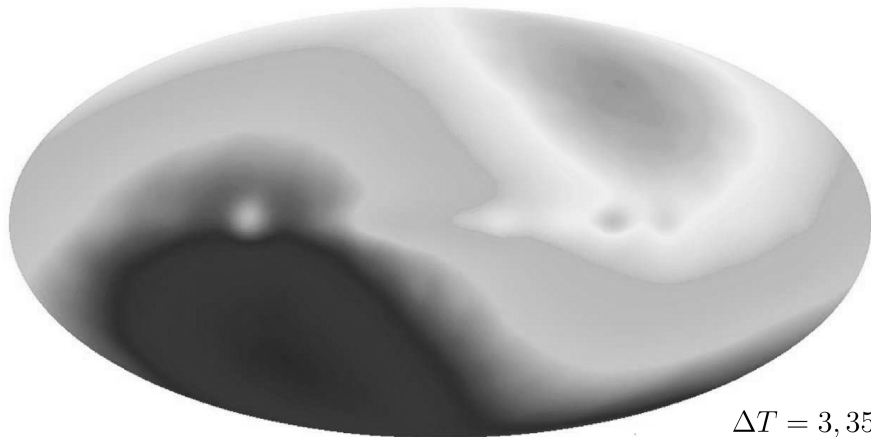
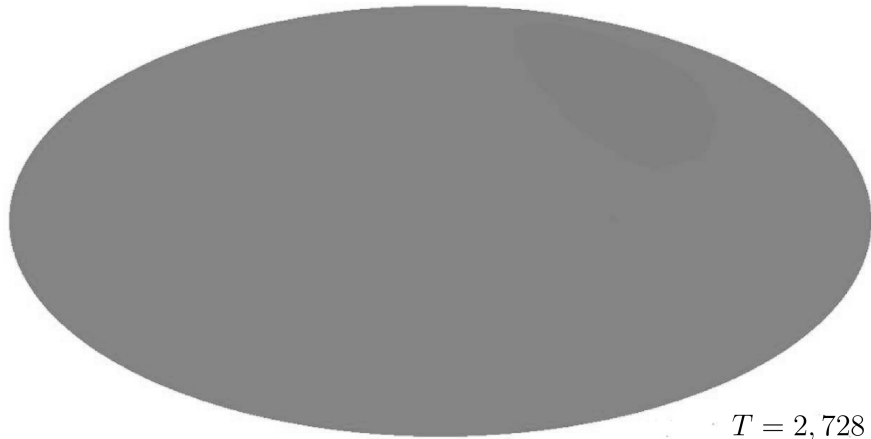
Z hlediska moderní kosmologie se nejvýznamněji uplatňuje právě poslední možnost – vesmír existuje pouze konečnou dobu, podle nejnovějších odhadů asi  $(13,7 \pm 0,2)$  miliard světelných let [78].

Vesmír je ve velkých měřítkách homogenní a izotropní; svědčí o tom rozbor kosmického mikrovlnného záření a statistické sledování rozmístění galaxií v něm. Nejen z Olbersova paradoxu vyplývá, že vesmír netrvá „odjakživa“, ale pouze konečnou dobu.

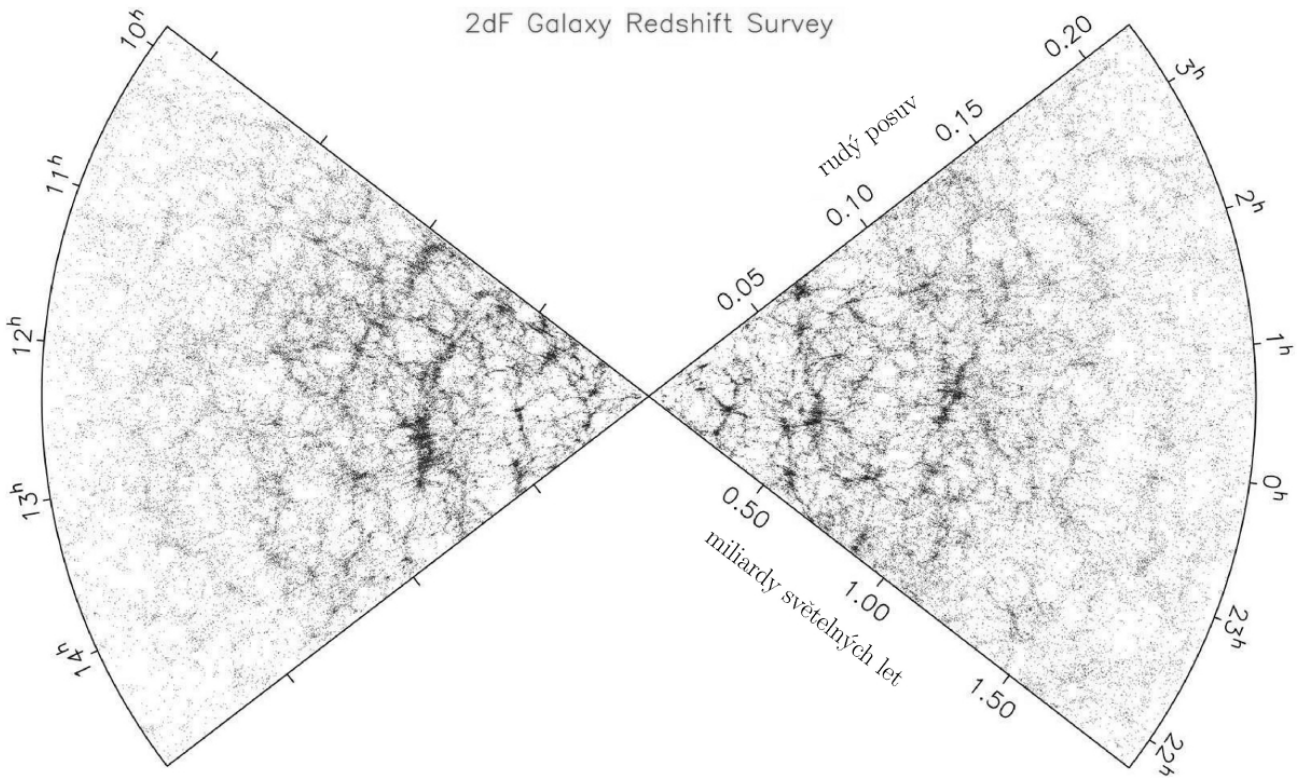
K plnému porozumění moderní kosmologii a korektnímu odvození rovnic, popisujících expanzi vesmíru je nezbytná znalost obecné teorie relativity. Avšak i čtenář, jenž se studiem Einsteinovy teorie dosud nezabýval, může řadu jevů odvodit a popsat na základě elementárnějších úvah vyžadujících znalosti na úrovni základního vysokoškolského kurzu fyziky. Potřebuje k tomu především Friedmannovu rovnici (3.3) a rovnici pro práci vykonanou tlakem při rozpínání vesmíru. Zájemce o nástin plně relativistického odvození rovnic odkazujeme na následující podkapitulu 3.3.

## 3.2 Friedmannova rovnice

V této části vyjdeme z modelu newtonovského vesmíru, v němž uvažujeme pouze nerelativistické pohyby a gravitace je chápána jako síla působící mezi hmotnými částicemi [10, 97]. Friedmannova rovnice (3.3) v tomto případě popisuje zachování celkové mechanické energie částice (galaxie) v průběhu vesmírné expanze. V relativistickém odvození namísto klasické hustoty hmotnosti musíme započítat hustotu energie v souladu se známou rovnicí ekvivalence hmotnosti a energie  $E = mc^2$  a namísto gravitace jako síly uvažovat zakřivení prostoročasu, nicméně výsledek je formálně tentýž,

**DMR 53 GHz Maps**

Obr. 3.5: Teplota kosmického mikrovlnného záření podle výsledků družice COBE, konkrétně její součásti DMR (Differential Microwave Radiometer). Tři mapy teploty záření pro různé rozsahy jsou vyneseny v galaktických souřadnicích, rovina naší Galaxie se nachází uprostřed. Horní mapa dokládá, že záření je vysoce homogenní s teplotou  $T \approx 2,73 \text{ K}$ . Prostřední část ukazuje rozdíly v teplotě řádu mK. Zřetelná dipólová anizotropie odpovídá pohybu sluneční soustavy vůči kosmickému mikrovlnnému záření (jeho klidové soustavě). Pokud tuto anizotropii odečteme, získáme zbývající anizotropii řádu  $\mu\text{K}$  na dolní mapě, přičemž výrazný červený pruh uprostřed odpovídá záření z naší Galaxie; více obrázků a informací lze nalézt na <http://lambda.gsfc.nasa.gov/product/cobe/> a v [77]. Studium anizotropií mikrovlnného záření, jež jsou podle současných představ „otiskem“ fluktuací hustoty vesmíru v době vzniku mikrovlnného záření (tj. asi 300-400 000 let po velkém třesku), je považováno za klíč k pochopení vzniku pozorovaných struktur (galaxií). Poskytuje dosud nejpřesnější určení stáří vesmíru i dalších kosmologických parametrů – viz stránky projektu WMAP (Wilkinson Microwave Anisotropy Probe) <http://map.gsfc.nasa.gov> nebo např. [118]



Obr. 3.6: 2dF Galaxy redshift survey ukazuje polohu 62 559 z celkového počtu 220 929 galaxií, u nichž byly určeny úhlové souřadnice a rudý posuv [82]. V souladu s Hubbleovým zákonem (3.16) je radiální vzdálenost galaxií určena rudým posuvem  $z$ . Zdálnivě galaxií v prostoru s rostoucí vzdáleností od nás ubývá, ale jde jen o výběrový efekt – ve velkých vzdálenostech můžeme pozorovat pouze nejzářivější objekty. Pro malé rudé posuvy, kde je počet galaxií zmapován důkladněji, vidíme zřetelně vláknitou strukturu s uzly a mezerami. Homogenita vesmíru předpokládá, že rozmístění galaxií ve vzdálenějších oblastech musí být stejné. Více obrázků a informací lze nalézt na stránkách projektu <http://www.mso.anu.edu.au/2dFGRS/>

bez jakýchkoli korekčních členů či přiblížení. Do hustoty energie však musíme započítat všechny její formy. K pochopení a správné interpretaci šíření světla v zakřiveném vesmíru (Hubbleovy diagramy, fotometrická vzdálenost apod. – viz část 3.10) se pak bez teorie relativity neobejdeme!

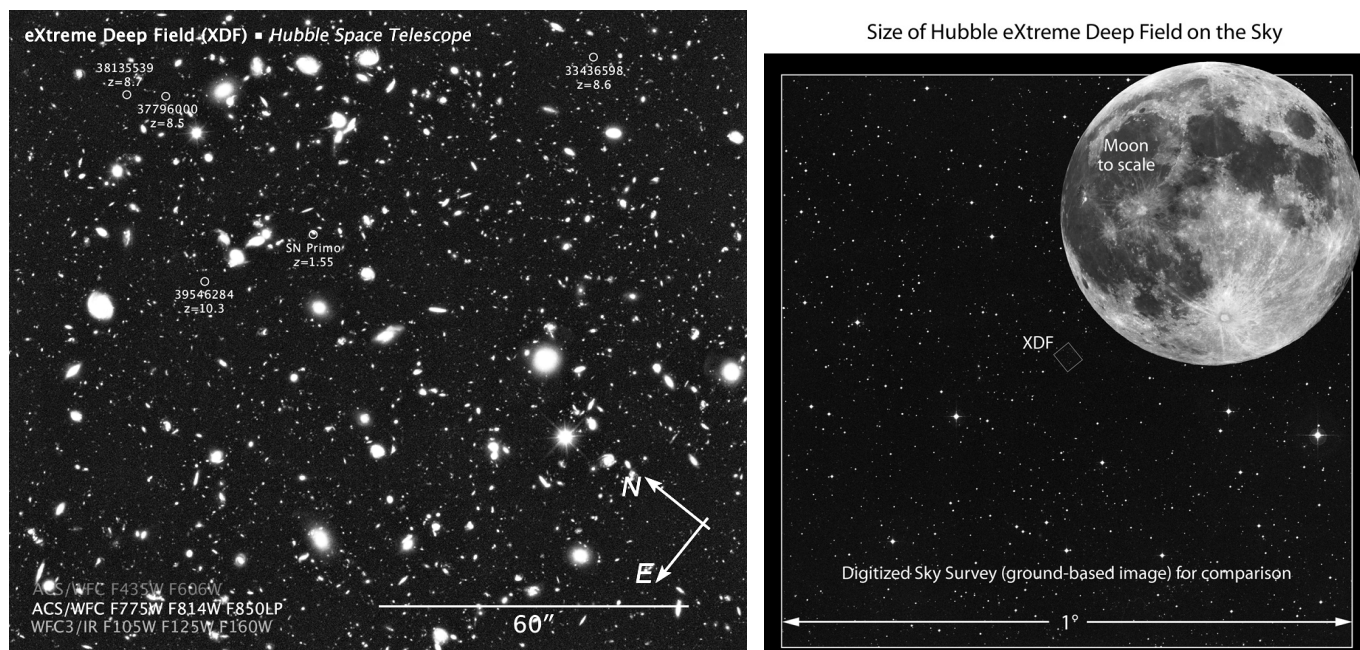
Rozpínání vesmíru pozorujeme jako vzájemné vzdalování galaxií objevené Edwinem Hubblem (viz část 3.5). Východiskem našich úvah bude zákon zachování energie. Náš newtonovský model si lze představit jako rozpínající se plyn, jehož „molekuly“ jsou celé galaxie (ty samy se nerozpínají). Gravitační naopak galaxie přitahuje k sobě a rozpínání zpomaluje. Zvolíme-li počátek souřadnic v „místě“ některé galaxie (např. naší), potom na galaxii ve vzdálenosti  $R$  působí pouze hmota obsažená v kouli o poloměru  $R$  (působení vnějších vrstev se vyruší, to je důležitá vlastnost gravitační i coulombovské síly v klasické fyzice), jejíž hmotnost  $M = 4\pi R^3 \rho / 3$ , kde  $\rho$  je hustota vesmírné „tekutiny“. Mechanická energie uvažované galaxie bude potom

$$E = \frac{1}{2} m \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2} m \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{4\pi}{3} m \rho R^2.$$

Předpokládáme-li, že na galaxii působí ještě izotropní síla  $F = \Lambda mc^2 R / 3$ , jíž odpovídá potenciální energie<sup>2</sup>

$$U = -\frac{1}{6} \Lambda mc^2 R^2,$$

<sup>2</sup>V daném kontextu jde o *ad hoc* předpoklad; zavedení kosmologické konstanty přirozeně plyne z Einsteinových rovnic obecné teorie relativity (3.7) a v důsledku novějších pozorování (viz např. [78, 100]) o nutnosti zahrnout i tento člen dnes málokdo pochybuje.



Obr. 3.7: Pohled na velmi vzdálené galaxie Hubbleovým teleskopem označovaný jako „the Hubble eXtreme deep field“. Snímek pokrývá tak malou část jižní oblohy v souhvězdí Pec (For), že se v ní nachází pouze několik jasných hvězd z naší Galaxie, velikost příslušné části oblohy je porovnána s velikostí Měsíce v průmětu na snímek přilehlé části oblohy pořízený pozemským dalekohledem. Snímek vznikl složením mnoha snímků pořízených v letech 2003–2004. Vidíme na něm řadu galaxií (celkem je jich na snímku přes 5 000) v různých stadiích vývoje – od spirálních a eliptických, až po slabě zářící nepravidelné objekty, jejichž světlo bylo vysláno méně jak miliardu let po velkém třesku, tj. zhruba před 13,2 miliardami let, které patří k nejstarším dosud pozorovaným objektům ve vesmíru.

Vzhledem k homogenitě a izotropii vesmíru lze i tento malý vzorek oblohy považovat za reprezentativní, typické rozmístění galaxií. Obrázky byly upraveny převedením na stupně šedi ze zdroje NASA a ESA

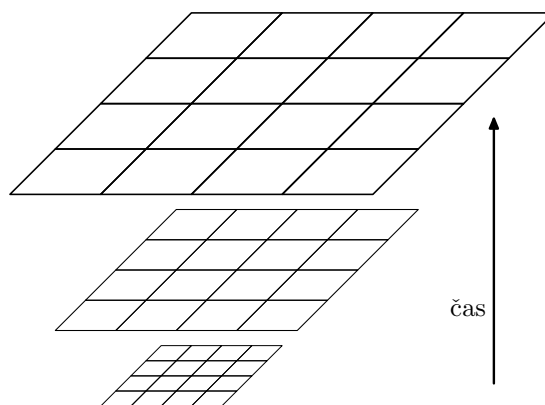
<http://hubblesite.org/newscenter/archive/releases/2012/37/>

vychází celková energie dané galaxie

$$E = \frac{1}{2} m \left( \frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{1}{6} \Lambda m c^2 R^2 - \frac{4\pi}{3} m \rho R^2. \quad (3.1)$$

Parametr  $\Lambda$  o rozměru  $m^{-2}$  nazýváme *kosmologickou konstantou* a standardně bývá interpretována jako vliv energie samotného vakua.

Vzhledem k homogenitě a izotropii rozpínání je výhodné zavést tzv. „comoving“ souřadnice, které jsou „unášeny“ rozpínáním a pro zvolenou galaxii zůstávají po celou dobu konstantní. Zvětšování



Obr. 3.8: K zavedení „comoving“ souřadnic: souřadnicový systém je unášen expanzí, takže uvažovaný objekt zůstává stále ve zvoleném bodě souřadnicové sítě, ostatní body se od něj v důsledku rozpínání vzdalují



vzájemných vzdáleností je pak popsáno *expanzním faktorem*  $a = a(t)$  závislejícím na čase (viz obr. 3.8). Pro skutečnou vzdálenost proto platí

$$\mathbf{R} = a(t)\mathbf{x} \quad (3.2)$$

a po dosazení do (3.1) získáváme

$$\frac{2E}{mx^2} = \left(\frac{da}{dt}\right)^2 - \frac{1}{3}\Lambda c^2 a^2 - \frac{8\pi}{3}\rho a^2.$$

Jak energie  $E$ , hmotnost  $m$  i „comoving“ souřadnice  $x$  jsou v rámci našeho newtonovského modelu pro uvažovanou galaxii konstantami, použijeme-li ekvivalenci hmotnosti a energie  $E = mc^2$ , bude  $2E/(mx^2) = 2c^2/x^2$ . Výraz  $2/x^2$  odráží geometrii vesmíru v „comoving“ souřadnicích a obvykle klademe  $2/x^2 = -k$ . Po dosazení do předcházející rovnice dospějeme k základní, tzv. *Friedmannově rovnici* popisující rozpínání vesmíru pomocí expanzního faktoru

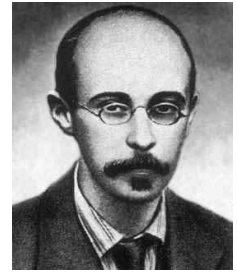
$$\frac{1}{a^2} \left(\frac{da}{dt}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho + \frac{1}{3}\Lambda c^2 - \frac{kc^2}{a^2}. \quad (3.3)$$

Nazvána je po ruském matematikovi A. A. Friedmannovi<sup>3</sup>, který v roce 1922 odvodil a předpověděl rozpínání vesmíru z Einsteinových rovnic obecné teorie relativity. Výše uvedené odvození dokazuje platnost rovnice (3.3) pro newtonovský model vesmíru, v rámci obecné teorie relativity lze dokázat (viz část 3.3) její platnost pro všechny homogenní izotropní kosmologické modely popsané metrickým tenzorem (3.6).

Friedmannova rovnice určuje změnu expanzního faktoru s časem, tj. „rychlost“ rozpínání. Každodenní zkušenost nám napovídá, že k popisu běžných pohybů potřebujeme znát i zrychlení, tj. druhou derivaci expanzního faktoru podle času – pouze s Friedmannovou rovnicí zcela určitě nevystačíme. I když zavedení konstant  $k$  a  $\Lambda$  ve Friedmannově rovnici můžeme chápat formálně, mají svůj fyzikální význam. Těmto otázkám se budeme věnovat ve zbytku podkapitoly.

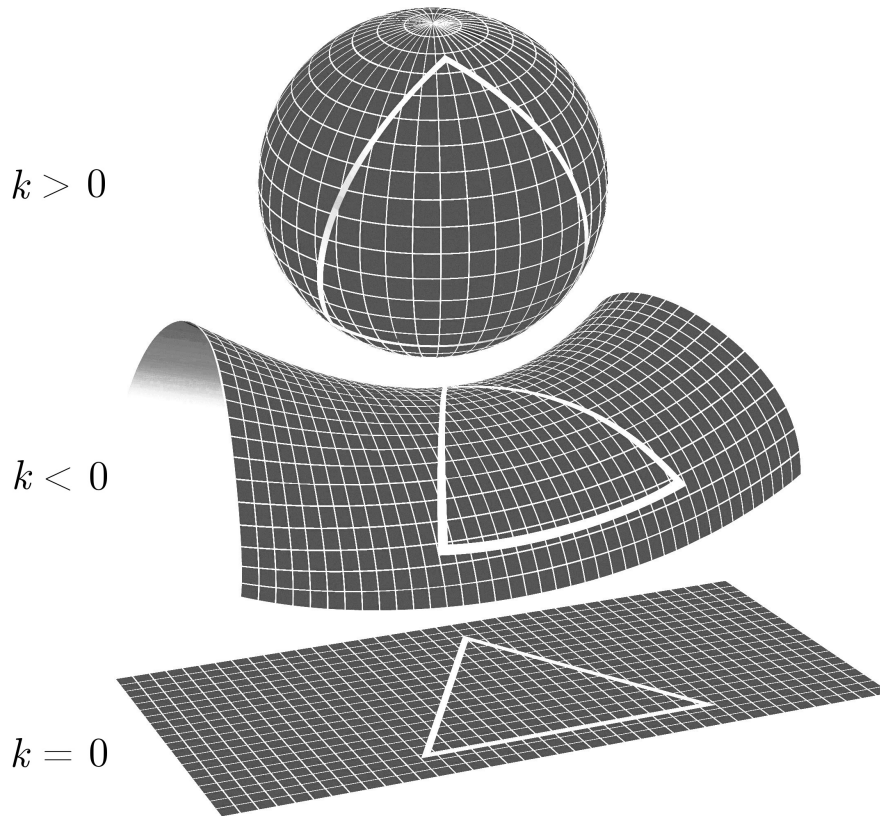
Parametr  $k$  s rozměrem  $m^{-2}$  charakterizuje konstantní křivost vesmíru a po vhodném přeškálování souřadnic lze uvažovat pouze tři hodnoty  $k = 0, \pm 1$ ; potom už jde o parametr bezrozměrný a s takovým budeme nadále pracovat [7]. Hodnota  $k = 0$  odpovídá nekonečnému *plochému* vesmíru, v němž platí zákony eukleidovské geometrie (součet úhlu v trojúhelníku je roven  $180^\circ$ , obvod kruhu je roven  $2\pi r$ ). Hodnota  $k = 1$  odpovídá *uzavřenému* konečnému vesmíru, jehož geometrie je podobná geometrii kulové plochy (lze jej v principu „obejít dokola“, součet úhlů v trojúhelníku je větší než  $180^\circ$ , obvod kruhu menší než  $2\pi r$ ). Konečně hodnota  $k = -1$  odpovídá nekonečnému *otevřenému* vesmíru, jehož geometrie je podobná geometrii sedlové plochy (součet úhlů v trojúhelníku je menší než  $180^\circ$ , obvod kruhu větší než  $2\pi r$ ); dvourozměrné analogie zmíněných geometrií vesmíru jsou znázorněny na obr. 3.10. V současné době nelze s jistotou říci, jakou geometrii náš vesmír má, zda je přesně plochý, jak jej vnímáme z běžné každodenní zkušenosti (kdy běžně používáme uvedené vzorce eukleidovské geometrie), nebo je na velkých škálách zakřiven. Víme, že se jeho geometrie od Euklidovy liší jen velmi málo, což teoreticky vysvětlujeme pomocí mechanismu inflace (viz část 3.7). Podrobnější rozbor topologie našeho vesmíru v závislosti na parametru  $k$  lze nalézt např. v [5, 7, 47, 56].

Druhou rovnicí popisující expanzi vesmíru získáme z práce, kterou přitom hmota – „plyn galaxií“ – vykoná. V části 3.4 ukážeme, že různé formy energie, jež mohou být ve vesmíru obsaženy, přispívají



Obr. 3.9: A. A. Friedmann (1888–1925), převzato z Wikipedie

<sup>3</sup>V české literatuře se setkáme se dvěma různými přepisy jeho jména: s fonetickým ruským transkriptem „Fridman“ anebo s podobou obvyklou v anglosaské literatuře, kterou používáme v textu. Friedmannova maminka, profesionální pianistka, se za svobodna jmenovala Ludmila Vojáčková [142].



Obr. 3.10: Dvourozměrné analogie různých geometrií vesmíru v závislosti na hodnotách parametru  $k$  (upraveno podle [http://map.gsfc.nasa.gov/m\\_uni/uni\\_101shape.html](http://map.gsfc.nasa.gov/m_uni/uni_101shape.html))

k tlaku „plynu“ rozdílně a vedou k odlišné závislosti hustoty energie  $\rho$  na čase. Uvažujme kouli o objemu  $V$ , jejíž objem se změní o  $dV$ . Energie obsažená v tomto objemu bude

$$E = \frac{4\pi}{3} \rho c^2 R^3.$$

Považujeme-li rozpínání za adiabatické (nedodáváme žádnou vnější energii), musí podle 1. věty termodynamické platit

$$dE + p dV = 0 \quad \text{neboli} \quad \frac{dE}{dt} + p \frac{dV}{dt} = 0.$$

Dosadíme-li postupně

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dt} &= 4\pi \rho c^2 R^2 \frac{dR}{dt} + \frac{4\pi}{3} c^2 R^3 \frac{d\rho}{dt}, \\ \frac{dV}{dt} &= 4\pi R^2 \frac{dR}{dt} \end{aligned}$$

a přejdeme ke „comoving“ souřadnicím (3.2), dospějeme k další důležité rovnici pro změnu hustoty energie s časem

$$\frac{d\rho}{dt} + \frac{3}{a} \frac{da}{dt} \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) = 0. \quad (3.4)$$

Ke změně hustoty energie přispívá jednak zvětšení objemu (člen  $da/dt$ , jednak práce vykonaná při expanzi tlakem  $p$ , jež se v našem newtonovském modelu mění na gravitační potenciální energii.

Derivujeme-li Friedmannovu rovnici (3.3) podle času, získáme

$$2 \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \frac{1}{a^2} \left[ a \frac{d^2 a}{dt^2} - \left( \frac{da}{dt} \right)^2 \right] = \frac{8\pi G}{3} \frac{d\rho}{dt} + \frac{2kc^2}{a^3} \frac{da}{dt},$$

po dosažení za  $d\rho/dt$  z (3.4) dále

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} - \left( \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \right)^2 = -4\pi G \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) + \frac{kc^2}{a^2}$$

a odečtením Friedmanovy rovnice (3.3) druhou základní rovnicí popisující „zrychlení“ rozpínání vesmíru

$$\frac{1}{a} \frac{d^2 a}{dt^2} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3p}{c^2} \right) + \frac{1}{3} \Lambda c^2. \quad (3.5)$$

Vidíme, že v rozporu s intuitivním předpokladem, že tlak „plynu galaxií“ se podílí na rozpínání vesmíru, přispívá naopak ke zpomalení expanze podobně jako  $\Lambda < 0$ . Naopak  $\Lambda > 0$  přispívá ke zrychlení expanze. Tlak  $p$  skutečně nemůže vyvolávat rozpínání vesmíru, neboť v homogenním vesmíru nemohou existovat tlakové síly (vyžadovaly by gradient tlaku).

Friedmannova rovnice (3.3), rovnice pro časovou změnu hustoty energie (3.4) a z nich vyplývající rovnice (3.5) popisují rozpínání vesmíru prostřednictvím změny expanzního faktoru  $a(t)$  s časem. K jejich řešení potřebujeme znát ještě *stavovou rovnici*, tj. závislost tlaku na hustotě  $p = p(\rho)$  charakterizující typ materiálu (energie) vyplňující vesmír. S nejdůležitějšími případy stavových rovnic (z kosmologického hlediska) se setkáme v části 3.4.

Pro čtenáře obeznámeného se základy obecné teorie relativity v následující části naznačíme, jak lze rovnice (3.3) a (3.5) odvodit z Einsteinových rovnic aplikovaných na homogenní izotropní vesmír. Ostatní čtenáři mohou tuto část při prvním čtení přeskočit, neboť její prostudování není nezbytně nutné k pochopení dalšího výkladu. Dále se budeme odvolávat pouze na Robertsonovu-Walkerovu metriku (3.6).

### 3.3 Robertsonova-Walkerova metrika

V obecné teorii relativity je základní veličinou popisující geometrii prostoročasu metrický tenzor  $g_{\mu\nu}$ . Lze ukázat (viz např. [5, 47]), že předpoklad homogenity a izotropie splňuje *Robertsonova-Walkerova metrika*, která popisuje prostoročas s konstantní křivostí

$$ds^2 = -c^2 dt^2 + a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 (d\vartheta^2 + \sin^2 \vartheta d\varphi^2) \right]; \quad (3.6)$$

v „comoving“ souřadnicích  $x^0 = ct$ ,  $x^1 = r$ ,  $x^2 = \vartheta$  a  $x^3 = \varphi$  má odpovídající metrický tenzor tvar

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a(t)^2/(1 - kr^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a(t)^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a(t)^2 r^2 \sin^2 \vartheta \end{pmatrix}.$$

Parametr  $k = \pm 1, 0$  zavedený v předcházející podkapitole 3.2 charakterizuje křivost prostoročasu, jež v důsledku homogenity a izotropie musí být konstantní. Obsah vesmíru modelujeme ideální tekutinou s tenzorem energie hybnosti (viz např. [7, 32, 46, 55])

$$T_{\mu\nu} = \left( \rho + \frac{p}{c^2} \right) u_\mu u_\nu + g_{\mu\nu} p.$$

V klidové soustavě tekutiny pro složky čtyřrychlosti platí  $u_0 = -c$ ,  $u_r = u_\vartheta = u_\varphi = 0$ , takže

$$T_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho c^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & pa(t)^2/(1 - kr^2) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & pa^2 r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & pa^2 r^2 \sin^2 \vartheta \end{pmatrix}.$$

Po dosazení do *Einsteinových rovnic* obecné teorie relativity (viz např. [5, 19, 45, 63])

$$G_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (3.7)$$

získáme dvě nezávislé rovnice

$$\begin{aligned} \frac{3}{a^2} \left[ \left( \frac{da}{dt} \right)^2 + kc^2 \right] - \Lambda c^2 &= 8\pi G \rho, \\ -\frac{1}{a^2} \left[ kc^2 + 2a \frac{d^2 a}{dt^2} + \left( \frac{da}{dt} \right)^2 \right] + \Lambda c^2 &= 8\pi G \frac{p}{c^2}. \end{aligned}$$

První z nich dává přímo *Friedmanovu rovnici* (3.3), z druhé odečtením (3.3) pak získáme (3.5). Konečně z relativistického zákona lokálního zachování energie-hybnosti<sup>4</sup>

$$\sum_{\nu} \nabla_{\nu} T^{\mu\nu} = 0,$$

kde  $\nabla_{\nu}$  značí kovariantní derivaci, obdržíme přímo (3.4).

Zdůrazněme ještě jednou, že obecná teorie relativity dává hlubší a konzistentnější odvození rovnic, které jsme v části 3.2 získali pomocí newtonovského kosmologického modelu. Moderní relativistická kosmologie představuje jednu z nejúspěšnějších a nejzajímavějších aplikací Einsteinovy teorie relativity.

Homogenní izotropní vesmír s konstantní křivostí je v „comoving“ sférických souřadnicích popsán Robertsonovou-Walkerovou metrikou (3.6). Zakřivení prostoru ovlivňuje šíření světelných signálů.

Na konci části 3.2 jsme se zmínili o významu stavové rovnice: charakterizuje typ materiálu, kterým je v našem modelu vesmír vyplněn a který určuje jeho rozpínání. V následující podkapitole probereme nejdůležitější příklady stavových rovnic a jim odpovídajících druhů energie.

### 3.4 Hustota a tlak

Tlak tekutiny v kosmologickém modelu závisí na typu materiálu, jímž je vesmír zaplněn. V zásadě může jít o běžnou hmotu, záření, vakuum, popř. o jejich kombinaci (což je samozřejmě nejrealističtější model); s každým z těchto typů energie je spojen jiný tlak.

Vztah  $p = p(\rho)$  mezi tlakem a hustotou popisuje *stavová rovnice*. Dosazením za  $p$  do (3.4) pak pro každý typ materiálu získáme předpis, jak se jeho hustota mění s časem. Stavová rovnice má pro uvažované typy energie tvar

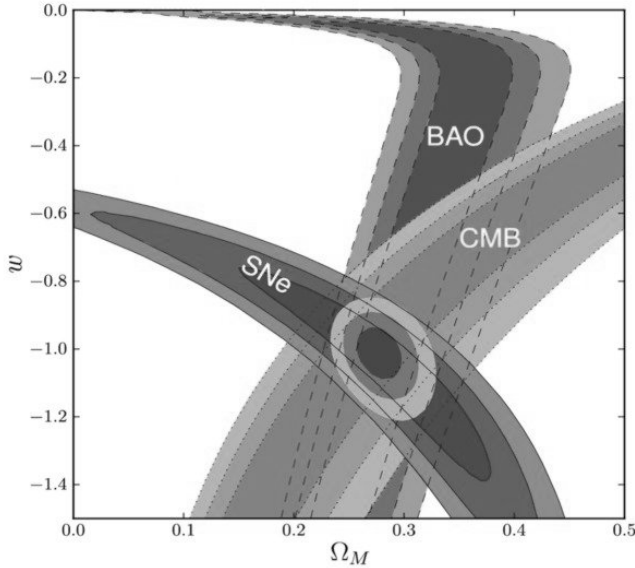
$$p = w\rho c^2. \quad (3.8)$$

Dosazením do rovnice (3.4) a integrací získáváme závislost

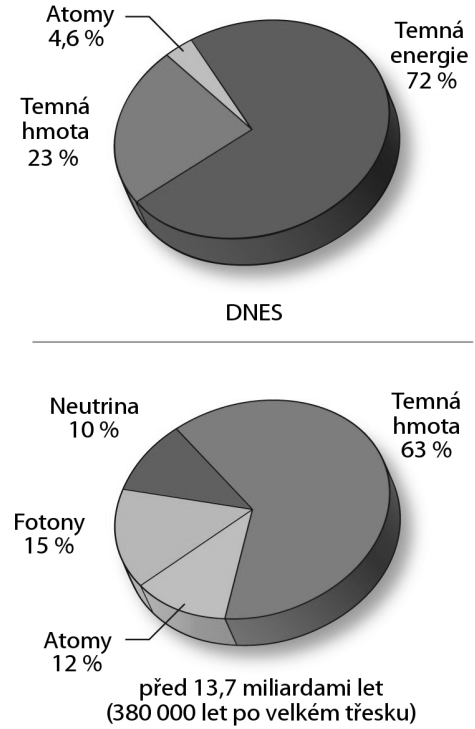
$$\rho \propto \frac{1}{a^{3+3w}}. \quad (3.9)$$

Hmotu, tj. materiál z něhož se skládají i naše těla, popisujeme v kosmologickém měřítku jako tzv. *prach*. Srážky galaxií jsou odlišné od srážek molekul v plynu a nevytvářejí žádný tlak, proto

<sup>4</sup> Zákon musíme skutečně chápat v lokálním smyslu, protože pokud není zakřivení prostoročasu konstantní, i energie se odpovídajícím způsobem mění; příkladem může být energie mikrovlnného záření, která v důsledku rozpínání vesmíru klesá (viz vztah (3.11)). V plochem prostoročase speciální teorie relativity ovšem zákon zachování platí globálně [5]. Narušení globálního zákona zachování energie bychom mohli vysvětlit tím, že nebereme do úvahy energii gravitačního pole, přitom však existují různé názory, jak tuto energii vyjádřit.



Obr. 3.11: Hodnota parametru  $w$  určená z pozorování supernov (SNe), rozboru reliktního mikrovlnného záření (CMB) a modelování baryonových fluktuací v raném vesmíru (BAO). Výsledky se protínají okolo hodnoty  $w = -1$  odpovídající interpretaci temné energie jako energie vakua spojované s kosmologickou konstantou. Zdroj: Supernova cosmology project, barevná verze dostupná z <http://supernova.lbl.gov>



Obr. 3.12: Zastoupení jednotlivých druhů energie se během vývoje vesmíru mění. Zdroj NASA (WMAP), barevná verze dostupná z <http://map.gsfc.nasa.gov>

$w_m = 0$ .<sup>5</sup> Pro závislost hustoty energie hmoty  $\rho_m$  na čase pak podle (3.9) vychází

$$\rho_m \propto \frac{1}{a^3}; \quad (3.10)$$

hustota energie v kouli o poloměru  $a(t)$  zůstává konstantní, neboť

$$\frac{d}{dt} (\rho_m a^3) = 0.$$

Vidíme, že hustota energie hmoty – prachu klesá pouze v důsledku rozpínání vesmíru.

Stavovou rovnici pro záření (ideální „plyn“ tvořený z fotonů) lze odvodit z následující úvahy: uvažujme fotony s hybností  $\mathbf{p}$ , jež se odrážejí od rovinné stěny s plochou  $A$  postavenou kolmo na osu  $x$ . Při odrazu od stěny se změní složka hybnosti fotonu  $p_x$  na  $-p_x$ , ostatní složky zůstanou stejné. Průměrná síla, kterou působí fotony na stěnu, je dána změnou jejich hybnosti v uvažovaném časovém intervalu, tj.  $2p_x$  násobek počtu fotonů, které v tomto intervalu do stěny narazí. Uvažujeme-li fotony s různými hybnostmi  $\mathbf{p}$  a uvědomíme-li si, že v průměru se pouze polovina pohybuje v kladném směru osy  $x$  (polovina v opačném) a tlak je určen podílem síly a plochy, na kterou síla působí, pro tlak na stěnu  $A$  vychází

$$p_\gamma = \frac{1}{2} 2 \overline{p_x v_x} n_\gamma,$$

kde  $n_\gamma$  je počet fotonů v jednotkovém objemu (koncentrace) a čárkou „nad“ značíme střední časovou hodnotu příslušného výrazu. Fotony se pohybují rychlostí  $c$  a pohyby ve směru os  $x$ ,  $y$  i  $z$  jsou

<sup>5</sup>Srážky galaxií znamenají v podstatě jejich prostoupení, nikoli odraz pružných „kuliček“; výsledkem jsou – v závislosti na hmotnosti interagujících galaxií – většinou různé nepravidelné galaxie nebo galaktický kanibalismus – pohlcení jedné galaxie druhou.

stejně pravděpodobné, takže v průměru se ve směru osy  $x$  pohybuje pouze  $1/3$  z jejich celkového počtu, takže

$$p_\gamma = \frac{1}{3} c |\mathbf{p}| n_\gamma.$$

Připomeňme, že energie  $E_\gamma$  fotonu o vlnové délce  $\lambda$  je rovna

$$E_\gamma = h \frac{c}{\lambda} = c |\mathbf{p}|,$$

kde  $h$  je Planckova konstanta. Pro záření tak dostáváme stavovou rovnici<sup>6</sup>

$$p_\gamma = \frac{1}{3} \varrho_\gamma c^2$$

tj.  $w_\gamma = 1/3$ . Dosazením do (3.9) obdržíme

$$\varrho \propto \frac{1}{a^4}. \quad (3.11)$$

Hustota energie záření tak klesá rychleji než hustota prachu podle rovnice (3.10), protože se nejenom mění počet fotonů v jednotkovém objemu v důsledku rozpínání vesmíru, ale navíc se mění i jejich energie v důsledku rudého posuvu popsaného v části 3.6. Ze statistického rozboru záření černého tělesa popsaného Planckovým zákonem a Wienovým posunovacím zákonem (viz např. [20, 34, 38, 41]) plyne, že nejvíce energie připadá na fotony s energií  $E \approx 2,8 k_B T$  a střední energie fotonů záření při teplotě  $T$  je  $\bar{E} \approx 2,7 k_B T$ . Při rozpínání vesmíru pak vlnová délka  $\lambda$ , energie fotonu  $E$  a rovnovážná teplota záření  $T$  závisejí na expanzním faktoru  $a(t)$

$$\lambda \propto a(t), \quad E \propto \frac{1}{\lambda} \propto \frac{1}{a(t)}, \quad T \propto \bar{E} \propto \frac{1}{a}.$$

Počet fotonů se přitom zachovává, takže jejich počet  $n_\gamma$  v objemové jednotce musí při rozpínání klesat

$$n_\gamma \propto \frac{1}{a(t)^3},$$

zatímco energie fotonů v této jednotce se mění podle vztahu (3.11)

$$\varrho_\gamma = n_\gamma \bar{E} \propto T^4$$

v souladu se Stefanovým-Boltzmannovým zákonem.

Konečně hustota energie vakua se s časem nemění, tj.

$$\frac{d\varrho_v}{dt} = 0, \quad (3.12)$$

tudíž

$$\frac{d}{dt} (\varrho_v a^3) = \varrho_v \frac{da^3}{dt}.$$

Z rovnice (3.4) pak vychází

$$p_v = -\varrho_v c^2$$

neboli  $w_v = -1$ . Výsledek je v souladu s požadavkem, že hustota energie vakua musí být stejná pro všechny pozorovatele, tj. invariantní pro vzhledem k Lorentzově transformaci speciální teorie relativity. V homogenním vesmíru musí být konstantní v prostoru, a kombinace časové i prostorové

<sup>6</sup>Přesné odvození stavové rovnice ideálního fotonového plynu lze nalézt ve většině učebnic statistické fyziky, např. [20, 34, 38, 41]

derivace v Lorentzových transformacích vyžaduje, aby nezávisela ani na čase (důkaz invariantnosti a odpovídající tvar tenzoru energie-hybnosti vakua lze nalézt např. v [97]).

V poslední době byla předložena řada hypotéz, předpokládajících, že vesmír obsahuje speciální látku zvanou „quintessence“, pro niž  $w < -1/3$ , popř. závisí na čase. Důvodem je snaha vysvětlit zrychlující se rozpínání vesmíru, jež by existence takové – dosud experimentálně neprokázané – formy hmoty vysvětlovala. Zda existuje „quintessence“ nebo jde o pouhou spekulaci nelze dnes ještě rozhodnout.

Ze závislostí (3.10), (3.11) a (3.12) vyplývá, že vzájemný poměr jednotlivých druhů energie se s časem mění (viz obr. 3.12). Hustota energie záření klesá rychleji, než hustota energie hmoty; v raných stádiích vývoje vesmíru proto bylo dominantní záření. Je-li vakuum nositelem energie, bude někdy v budoucnu dominantní právě vakuum. V současné době jsme v etapě rozpínání vesmíru, kde je dominantní nebo alespoň velmi významnou složkou „prach“ (chladná hmota).

Jiná dominantní energie má za následek jinou závislost expanzního faktoru  $a(t)$  na čase. Kvalitativní rozdíl můžeme demonstrovat na nejjednodušším modelu s  $k = 0$  i  $\Lambda = 0$ . Friedmannova rovnice (3.3) se potom zjednoduší na

$$\left(\frac{da}{dt}\right)^2 \propto \rho a^2.$$

Pro prach po dosazení z (3.10) s počáteční podmínkou  $a(t=0) = 0$  vychází

$$\frac{da}{dt} \propto \frac{1}{a^{1/2}} \quad \Longrightarrow \quad a \propto t^{2/3}; \quad (3.13)$$

podobně pro záření podle (3.11)

$$\frac{da}{dt} \propto \frac{1}{a} \quad \Longrightarrow \quad a \propto t^{1/2} \quad (3.14)$$

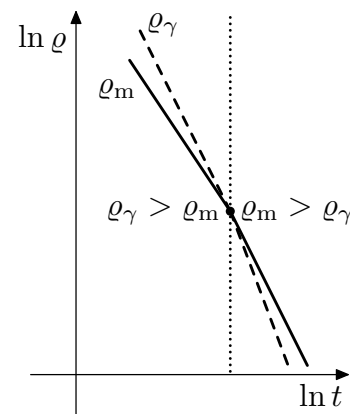
a pro vakuum v souladu s (3.12)

$$\frac{da}{dt} \propto a \quad \Longrightarrow \quad a \propto \exp(Ht), \quad (3.15)$$

kde  $H$  je Hubbleův parametr definovaný vztahem (3.17), v tomto případě je konstantní. Exponenciální, rychlé a obrovské rozpínání způsobené energií vakua nazýváme *inflací*. Ve skutečném vesmíru se uplatňují všechny zmíněné složky, ale v různých fázích vývoje různou měrou. Na počátku vývoje prošel vesmír fází dominantního záření, nyní dominuje prach a v daleké budoucnosti bude pravděpodobně rozhodující energie vakua. Přechod mezi érami dominantního záření a dominantního prachu pro model s  $k = 0$  a  $\Lambda = 0$  je znázorněn na obr. 3.13.

Vesmír je naplněn různými typy energie, z nichž nejvýznamnější vliv na jeho expanzi mají chladná hmota (prach), záření a energie vakua. Jejich vzájemné zastoupení se s časem mění; v dávné minulosti prošel vesmír érou dominantního záření, nyní se nachází ve stavu dominantního prachu a ve vzdálené budoucnosti pravděpodobně bude dominovat energie vakua. Předpokládá se, že energie vakua dominovala i v krátkém časovém intervalu (řádově  $t = 10^{-34}$  s po velkém třesku). Tuto fázi označujeme jako inflace a vesmír se během ní exponenciálně zvětšil.

Po odvození základních rovnic můžeme nyní přistoupit k podrobnější diskusi vlastností našich matematických modelů a jejich konfrontaci s výsledky pozorování reálného vesmíru. V následující podkapitole se zaměříme na ústřední pozorovanou skutečnost, která ve své době překvapila i samotného Einsteina: náš vesmír se rozpíná...



Obr. 3.13: Éry dominantního záření a prachu

### 3.5 Hubbleův zákon

Označíme-li  $\mathbf{v}$  rychlost, jíž se od nás vzdaluje galaxie ve vzdálenosti  $\mathbf{d} = a(t)\mathbf{r}$ , kde  $\mathbf{r}$  reprezentuje „comoving“ souřadnice, lze psát

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{d}}{dt} = \frac{da}{dt} \mathbf{r} = \frac{1}{a} \frac{da}{dt} \mathbf{d}$$

neboli

$$\mathbf{v} = H\mathbf{d}, \quad (3.16)$$

kde jsme zavedli časově proměnný parametr

$$H = H(t) = \frac{1}{a} \frac{da}{dt}. \quad (3.17)$$



Obr. 3.14: E. P. Hubble (1889–1953), převzato z Wikipedie

Vztah (3.16) nazýváme *Hubbleovým zákonem* a parametr  $H(t)$  definovaný rovnicí (3.17) *Hubbleovým parametrem*. Současná hodnota parametru  $H_0 = H(t_0)$  představuje jeden z důležitých observačních údajů – *Hubbleovu konstantu*<sup>7</sup>. Jednoduchý vztah (3.16) vyjadřuje skutečnost, že čím je od nás objekt dále, tím se od nás více vzdaluje a tím je světlo, které od objektu přichází, posunuto k delším vlnovým délkám; vzhledem k proměnnosti Hubbleova parametru  $H(t)$  s časem však nejde o přímou úměru. Hubbleův zákon představuje přímý experimentální důkaz o rozpínání našeho vesmíru a poprvé byl ověřen Edwinem Powellem Hubblem v roce 1929 pomocí 100-palcového dalekohledu observatoře na Mt. Wilsonu v USA. Většinou

počítáme s hodnotou Hubbleovy konstanty

$$H_0 = 100h \text{ km}\cdot\text{s}^{-1}\cdot\text{Mpc}^{-1}, \quad \text{kde} \quad h \in 0,55 - 0,75. \quad (3.18)$$

Bezrozměrný parametr  $h$ , odrážející neurčitost v současném měření Hubbleovy konstanty, slouží jako „měřítko mapy“ pro kosmologické vzdálenosti, proto bývá výhodné pracovat s poměrnými veličinami, v nichž se vykrátí (Hubbleův parametr (3.17), decelerační parametr (3.30)). Ze studia anizotropií kosmického mikrovlnného záření vychází hodnota  $h = 0,71 \pm 0,04$  [78], k podobným výsledkům konvergují i další nezávislá pozorování [87].

I když se Hubbleova konstanta tradičně udává v  $\text{kmsMpc}$ , v soustavě SI má rozměr  $\text{s}^{-1}$ . Její převrácenou hodnotu nazýváme *Hubbleovým časem*  $t_H$ . V miliardách let (Gyr) vychází

$$t_H = \frac{1}{H_0} = 9,78 h^{-1} \text{ Gyr}. \quad (3.19)$$

Hubbleův čas představuje hrubý odhad stáří vesmíru – tak dlouho by trval, pokud by se po celou dobu rozpínal rovnoměrně (srovnejte se vztahem (3.32)).

Rychlost, s jakou se od nás vzdalují galaxie, se zvětšuje s jejich vzdáleností od nás podle Hubbleova zákona (3.16). Hubbleův parametr vystupující v této rovnici jako koeficient úměrnosti závisí obecně na čase. Jeho současnou hodnotu nazýváme Hubbleovou konstantou a patří k nejdůležitějším experimentálním údajům o našem vesmíru. Její převrácená hodnota se nazývá Hubbleovým časem a slouží jako hrubý odhad stáří vesmíru.

V části 3.4 jsme viděli, že hustota energie záření při expanzi vesmíru klesá rychleji než hustota prachu a tudíž i rychleji, než by odpovídalo pouhému zvětšení objemu. Proč tomu tak je? V následující podkapitole odhalíme příčinu: při rozpínání vesmíru se mění vlnová délka (a tím samozřejmě i frekvence) světelných signálů. V kombinaci s výše popsáním Hubbleovým zákonem to znamená, že čím je pozorovaná galaxie od nás dále, tím je změna vlnové délky větší. Připomeňme, že pozorování galaxií je zároveň výletem do jejich minulosti, neboť na překonání vzdálenosti od nich k nám potřebuje světlo jistý čas (viz část 3.9).

<sup>7</sup>V kosmologii obvykle indexem „0“ značíme současné hodnoty veličin.



### 3.6 Šíření světla ve Friedmannových modelech

Při popisu šíření světelných signálů musíme vzít v úvahu geometrii vesmíru charakterizovanou metrickým tenzorem. Studujme pro jednoduchost radiální šíření světelných signálů v Robertsonově-Walkerově prostoročase (3.6). Světlo se podle obecné teorie relativity šíří po nulových geodetických čarách, pro něž platí  $ds^2 = 0$ , pro čistě radiální pohyb ze zdroje o souřadnici  $r = r_e$  k pozorovateli o souřadnici  $r = r_0$  jsou navíc  $\vartheta$  i  $\varphi$  konstantní, tj.  $d\vartheta = d\varphi = 0$ . Dosazením do (3.6) získáme

$$\frac{cdt}{a(t)} = \pm \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}},$$

kde kladné resp. záporné znaménko odpovídá fotonům šířícím se ve směru rostoucího resp. klesajícího  $r$ . Po integraci dostáváme

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = \pm \int_{r_e}^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (3.20)$$

Označíme-li periody v místě vyslání a zachycení signálu po řadě  $T_e$  a  $T_0$  a jim odpovídající vlnové délky  $\lambda_e = cT_e$  a  $\lambda_0 = cT_0$ , bude pro signál emitovaný v čase  $t_e + T_e$  analogicky platit

$$\int_{t_e+T_e}^{t_0+T_0} \frac{cdt}{a(t)} = \pm \int_{r_e}^{r_0} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (3.21)$$

Vzhledem k tomu, že  $r$  je „comoving“ souřadnicí, která se nemění s časem, budou na čase nezávislé pravé strany rovnic (3.20) a (3.21), musí být proto rovny i jejich levé strany

$$\int_{t_e+T_e}^{t_0+T_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)}.$$

S využitím vlastností mezí určitých integrálů po úpravě dostáváme

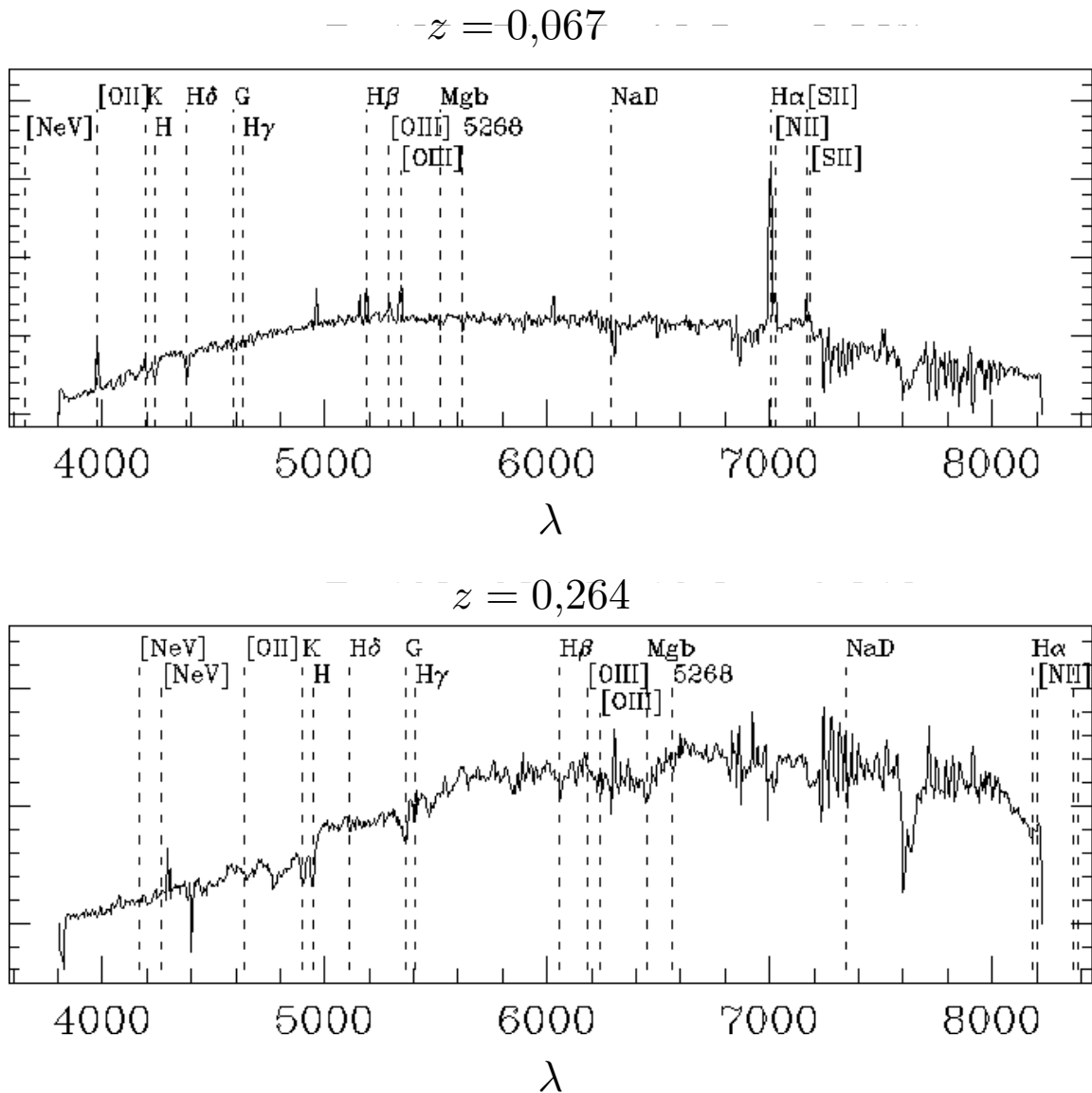
$$\begin{aligned} \int_{t_e+T_e}^{t_e} \frac{cdt}{a(t)} + \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} + \int_{t_0}^{t_0+T_0} \frac{cdt}{a(t)} &= \int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)}, \\ \int_{t_0}^{t_0+T_0} \frac{cdt}{a(t)} &= \int_{t_e}^{t_e+T_e} \frac{cdt}{a(t)}. \end{aligned}$$

V malých časových intervalech odpovídajících periodě světelných vln  $T_e$  a  $T_0$  lze pokládat expanzní faktor  $a(t)$  za konstantní, tudíž

$$\frac{cT_0}{a(t_0)} = \frac{cT_e}{a(t_e)}, \quad \text{neboli} \quad \frac{\lambda_0}{a(t_0)} = \frac{\lambda_e}{a(t_e)}.$$

Vlnová délka světla se mění úměrně s expanzním faktorem. Protože  $a(t)$  s časem roste, zvětšuje se i vlnová délka směrem k červenému konci spektra. V praxi charakterizujeme změnu vlnové délky nejčastěji tzv. *rudým posuvem* z definovaným vztahem

$$z = \frac{\lambda_0 - \lambda_e}{\lambda_e} \quad (3.22)$$



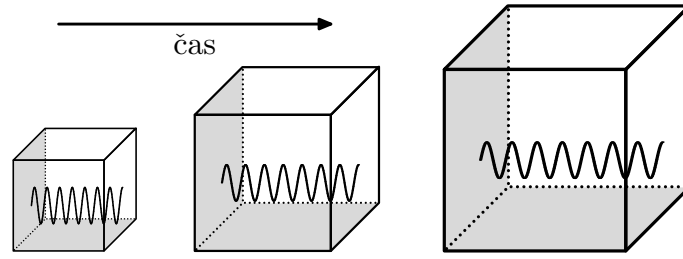
Obr. 3.15: Příklady spekter dvou galaxií s různými rudými posuvy. Vlnová délka je udávána v angströmech,  $1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ nm}$ . Vyznačeny jsou i typické spektrální čáry; všimněme si různé polohy těchto čar jež odráží různý rudý posuv. Svislá osa znázorňuje relativní světelný tok připadající na jednotlivé části spektra. Upraveno podle [81]

neboli

$$1 + z = \frac{\lambda_0}{\lambda_e} = \frac{a(t_0)}{a(t_e)}. \quad (3.23)$$

Příklady spekter galaxií s různými rudými posuvy jsou na obr. 3.15.

Naměření rudého posuvu vzdálených galaxií je přímým důkazem rozpínání našeho vesmíru. Např. signál, pro který naměříme  $z = 1$ , byl vyslán v čase  $t_e$ , kdy  $a(t_e) = a(t_0)/2$ , tj. vesmír měl poloviční velikost než dnes. Nejjednodušší vysvětlení rudého posuvu předpokládá, že se vlnová délka světla zvětšuje spolu s vesmírem (obr. 3.16). Nabízí se i vysvětlení, že jde vlastně o dopplerovský posun způsobený vzdalováním zdrojů světla v důsledku rozpínání vesmíru. Odvozený vzorec pro rudý posuv  $z$  (3.23) je v souladu se vztahem pro Dopplerův posuv ve speciální teorii relativity pouze v prázdném prostoru, prakticky pro dostatečně blízké zdroje ( $z = v/c \ll 1$ ). V zakřiveném prostoročase je korektní zavedení relativní rychlosti zdroje a pozorovatele komplikovanější. Obecně relativistický výpočet v [48] dokazuje, že kosmologický rudý posuv lze skutečně interpretovat jako dopplerovský, i když v literatuře není na tuto otázku jednotný názor.



Obr. 3.16: K vysvětlení rudého posuvu: vlnová délka fotonu se „rozpíná“ s vesmírem jako u fotonu v uzavřené krabici

Šíření světla odráží geometrii prostoročasu. V rozpínajícím se homogenním a izotropním vesmíru roste vlnová délka světla úměrně velikosti vesmíru. Mírou změny vlnové délky je rudý posuv spektrálních čar.

Známe již klíčové rovnice (3.3)–(3.5) a přirozeně se ptáme: jaká byla minulost a jaká může být daleká budoucnost právě našeho jedinečného vesmíru? Zdaleka ne všechny parametry vystupující ve zmíněných rovnicích umíme snadno určit – vždyť už v části 3.5 jsme viděli, že Hubbleova konstanta není známa s velkou přesností. Pro řadu úloh je výhodnější pracovat s bezrozměrnými, tzv. observačními parametry, jejichž hodnoty lze určit přímo z pozorování. Zavedení těchto veličin je věnována následující podkapitola.

### 3.7 Observační parametry vesmíru

Ze všech Friedmannových modelů je nejjednodušší případ s  $k = 0$  a  $\Lambda = 0$ . Odpovídá mu nekonečný vesmír s eukleidovskou geometrií, který se bude neustále rozpínat. Z Friedmannovy rovnice (3.3) pro hustotu vesmíru v tomto modelu dostáváme

$$\rho_c = \frac{3H^2}{8\pi G} \quad (3.24)$$

označovanou jako *kritická hustota*. Vzhledem k tomu, že Hubbleův parametr  $H$  se mění s časem, není ani hodnota kritické hustoty neměnná. Pro současnou hodnotu (3.18) dostáváme

$$\rho_{c0} = \frac{3H_0^2}{8\pi G} = 1,88 h^2 \cdot 10^{-26} \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3} = 2,78 h^{-1} \cdot 10^{11} M_\odot / (h^{-1}\text{Mpc}). \quad (3.25)$$

Vidíme, že ačkoli v běžně užívaných jednotkách jde o hustotu velmi malou, je *průměrná* hustota našeho vesmíru této hodnotě velmi blízká, i když lokálně (např. v našem těle, na Zemi, ve Sluneční soustavě) může být mnohem větší. Galaxie totiž obsahují miliardy hvězd a jejich hmotnost se pohybuje okolo  $10^{11}$ – $10^{12}$  hmotností Slunce  $M_\odot$  a 1 Mpc je zároveň typickou mezigalaktickou vzdáleností. Jsou i další argumenty, např. *inflační modely*, podle nichž se hustota našeho vesmíru od  $\rho_{c0}$  liší jen velmi málo.

Pro jednotlivé druhy energie (prach, záření i vakuum) můžeme zavést hustotní parametr prachu

$$\Omega_m(t) = \frac{\rho_m}{\rho_c}, \quad (3.26)$$

záření

$$\Omega_\gamma(t) = \frac{\rho_\gamma}{\rho_c} \quad (3.27)$$

nebo vakua

$$\Omega_v(t) = \frac{\rho_v}{\rho_c} = \frac{8\pi G \rho_v}{3H^2} = \frac{\Lambda c^2}{3H^2}. \quad (3.28)$$

Protože prach i záření hrají v dynamice kosmologických modelů obdobnou úlohu a jednu z těchto složek považujeme většinou za dominantní (po většinu doby expanze je to právě prach), budeme jejich součet nadále označovat jako  $\Omega_m$ . Dosazením do Friedmannovy rovnice (3.3) vychází

$$\frac{kc^2}{H^2 a^2} = \Omega_m + \Omega_v - 1. \quad (3.29)$$

Vidíme, že pokud má mít vesmír plochou eukleidovskou geometrii  $k = 0$ , musí být splněno

$$\Omega_m + \Omega_v = 1.$$

Pokud se rozpínání vesmíru zpomaluje, potom se součinn  $H^2 a^2 = (da/dt)^2$  zmenšuje a zlomek na levé straně rovnice (3.29) zvětšuje. Je-li odchylka  $\Omega_m + \Omega_v$  od 1 nyní malá, musela být v minulosti ještě mnohem, mnohem menší, hovoříme o tzv. *problému plochosti vesmíru*: jak to, že je geometrie vesmíru vyladěna tak blízko k eukleidovské? Tato skutečnost je jednou z motivací k předpokladu, že vesmír ve velmi raném stadiu prošel fází tzv. *inflace*, prudkého rozpínání s  $H \approx \text{konst.}$ , kdy se hodnota zlomku zmenšila úměrně  $1/a^2$  a vesmír se stal (téměř) plochým. Potvrzuje to i rozbor anizotropií mikrovlnného záření s výsledkem  $\Omega_m + \Omega_v = 1,02 \pm 0,02$  [78].

Důležitou charakteristikou expanze vesmíru je kromě rychlosti rozpínání, jejíž mírou je Hubbleova konstanta, také „zrychlení“. Až do 90-tých let minulého století se předpokládalo, že expanze se bude vždy zpomalovat, namísto akcelerace bylo proto přirozenější zavést veličinu zvanou *decelerační parametr* definovaný vztahem

$$q = - \frac{\frac{d^2 a}{dt^2} a}{\left(\frac{da}{dt}\right)^2}. \quad (3.30)$$

Dosazením do (3.5) s využitím (3.26)–(3.28) pak vychází

$$q = \frac{\Omega_m}{2} - \Omega_v. \quad (3.31)$$

Zřejmě pokud  $\Omega_m/2 - \Omega_v = 0$ , rozpínání probíhá s konstantní rychlostí, pro  $q > 0$  se zpomaluje a pro  $q < 0$  se zrychluje.

Rozvineme-li vztah pro expanzní faktor  $a(t)$  v Taylorovu řadu okolo současného stáří vesmíru  $t = t_0$ , dostáváme

$$a(t) = a(t_0) + \left.\frac{da}{dt}\right|_{t_0} (t - t_0) + \left.\frac{d^2 a}{dt^2}\right|_{t_0} (t - t_0)^2 + \dots$$

a pro rudý posuv objektu, od něhož bylo světlo vysláno z čase  $t$  podle (3.23) vychází

$$\frac{1}{1+z} = \frac{a(t)}{a(t_0)} = 1 + H_0 (t - t_0) - \frac{q_0}{2} H_0^2 (t - t_0)^2 + \dots,$$

kde  $H_0 = H(t_0)$ ,  $q_0 = q(t_0)$  představují současné hodnoty Hubbleova a deceleračního parametru.

Z Friedmannovy rovnice (3.29) pak lze vyjádřit současnou hodnotu expanzního faktoru

$$a_0 = \frac{c}{H_0} \sqrt{\frac{k}{\Omega_{m0} + \Omega_{v0} - 1}}.$$

V případě plochého vesmíru  $k = 0$  vychází neurčitý výraz  $0/0$ , pro který z limitního chování obdržíme tzv. *Hubbleovu délku*

$$d_H = ct_H = \frac{c}{H_0} \approx 2998 h^{-1} \text{ Mpc}, \quad (3.32)$$

kteřá odpovídá dráze, kterou urazí světlo za Hubbleův čas (3.19) v plochem vesmíru. Přibližně tak charakterizuje odhad velikosti pozorovaného vesmíru, tj. oblasti, z níž můžeme zachytit světelné (i jakékoli jiné) signály.

Kritickou hustotou nazýváme hustotu plochého homogenního vesmíru s nulovou energií vakua. Hustotu všech typů energie pak s výhodou vyjadřujeme poměrem k této kritické hustotě pomocí hustotních parametrů. Spolu s deceleračním parametrem, popisujícím zrychlování resp. zpomalování expanze, představují další důležité měřitelné charakteristiky vesmíru.

Jedna z ústředních otázek kosmologie zní: bude se náš vesmír stále rozpínat nebo se někdy v budoucnu smrští zpět do stavu podobného jako na počátku? Odpověď dávají hodnoty hustotních parametrů, jejichž přesné určení představuje výzvu mnoha experimentálním projektům (Boomerang, 2dF Galaxy Redshift Survey, Sloan Digital Sky Survey, Supernova Cosmology Project, Wilkinson Anisotropy Probe). Konkrétní možnosti vývoje vesmíru v závislosti na obsahu množství hmoty a energie vakua diskutujeme v následující části.

### 3.8 Budoucnost vesmíru

Moderní kosmologie předpokládá, že vesmír se rozpíná z velmi horkého, superhustého stavu, označovaného jako *velký třesk* nebo anglicky „Big Bang“. Jednou ze zajímavých otázek, které můžeme zkoumat je, zda rozpínání vesmíru bude trvat věčně nebo zda se zastaví, vesmír dosáhne maximálního rozměru a poté se začne znovu smršťovat a skončí „*velkým křachem*“ (anglicky „Big Crunch“).

Různé případy možného vývoje v závislosti na geometrii vesmíru (parametr  $k$ ) a energii vakua, resp. hodnotě kosmologické konstanty (parametr  $\Omega_v$ ) jsou přehledně znázorněny na obr. 3.17. Rozpínání se zřejmě změní ve smršťování, pokud pod celou dobu vývoje vesmíru  $d^2a/dt^2 < 0$  (neboli  $q > 0$ ) a navíc v některém okamžiku bude splněna podmínka pro maximum  $da/dt = 0$  (resp.  $H = 0$ ). Podle (3.31) tato situace vždy nastane pro  $\Omega_v < 0$ , neboť potom

$$q = \frac{\Omega_m}{2} - \Omega_v > 0$$

a ve Friedmannově rovnici (3.29) lze nalézt  $a$ , pro něž  $H = 0$ , neboť na pravé straně je vždy alespoň jeden kladný i záporný člen. Pro  $\Omega_v = 0$  přejde rozpínání ve smršťování pouze pro uzavřený vesmír ( $k > 0$  neboli  $\Omega_m > 1$ ). Nejbohatší spektrum možných scénářů vývoje nabízí modely s kladnou hodnotou  $\Omega_v$ , do této kategorie patří zřejmě i náš vesmír blízký případu pro  $k \approx 0$ . Zajímavé, i když zřejmě pouze teoretické případy souvisejí s konkrétní hodnotou  $\Omega_v = \Omega_E$ , kdy jako jedno z řešení vychází *Einsteinův statický vesmír*, V tomto limitním případě dospěje vesmír do stavu, v němž pod celou dobu  $q = 0$  i  $H = 0$ .<sup>8</sup>

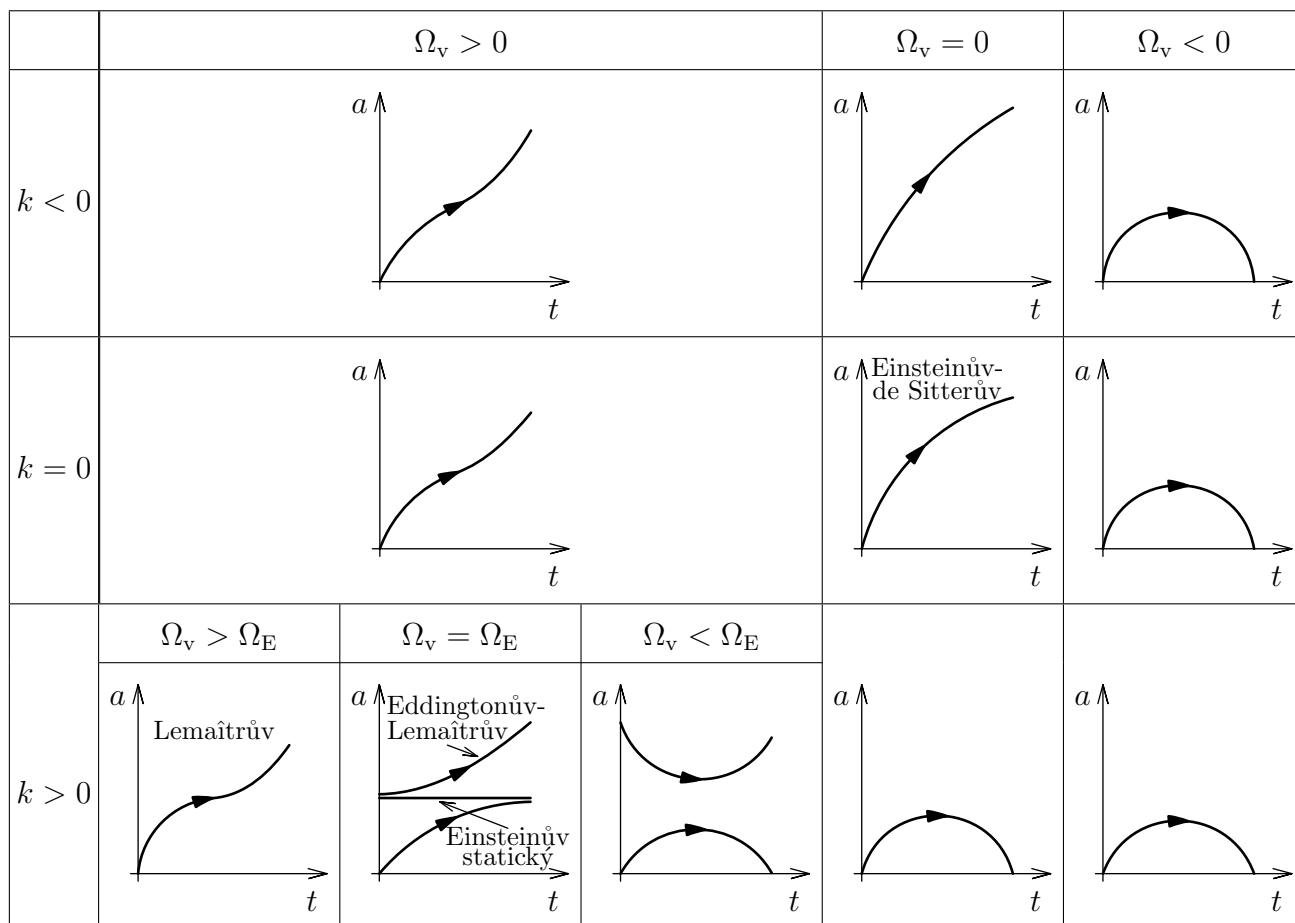
Různé případy lze také přehledně znázornit v rovině parametrů  $\Omega_m$  a  $\Omega_v$  (záření, které dominovalo krátkou dobu na počátku vesmíru neuvažujeme). Při  $\Omega_m \geq 1$  existuje maximální hodnota  $\Omega_v$ , při které se rozpínání ještě zastaví a přejde v kontrakci (viz obr. 3.18). Úpravou Friedmanovy rovnice (3.29) se započtením závislostí hustoty energie prachu na expanzním faktoru (3.10)–(3.12) lze psát

$$H^2 = H_0^2 \Omega_{m0} \frac{a_0^3}{a^3} + H_0^2 \Omega_{v0} - \frac{kc^2}{a^2}.$$

Z této rovnice lze pro  $t = t_0$  vyjádřit

$$kc^2 = H_0^2 a_0^2 (\Omega_{m0} + \Omega_{v0} - 1)$$

<sup>8</sup>Kosmologická konstanta  $\Lambda$  byla Einsteinem zavedena právě proto, aby získal statický, nerozpínající se model vesmíru. Po Hubbleových pozorováních, která rozpínání vesmíru prokázala, označil Einstein zavedení  $\Lambda$  jako jeden ze svých největších omylů, dnes se však zdá být omylem velmi inspirujícím...



Obr. 3.17: Klasifikace Friedmannových kosmologických modelů (zpracováno podle [8, 129])

a dosadit zpět, čímž dostaneme

$$\frac{H^2}{H_0^2} = \Omega_{m0} \left( \frac{a_0^3}{a^3} - \frac{a_0^2}{a^2} \right) + \Omega_{v0} \left( 1 - \frac{a_0^2}{a^2} \right) + \frac{a_0^2}{a^2} = 0. \quad (3.33)$$

Podobně podmínka  $q = 0$  podle (3.31) dává

$$\Omega_{v0} = 4\Omega_{m0} \left( \frac{a_0}{2a} \right)^3.$$

Dosazením do (3.33) a zavedením substituce  $a = a_0/(2x)$  dospějeme ke kubické rovnici

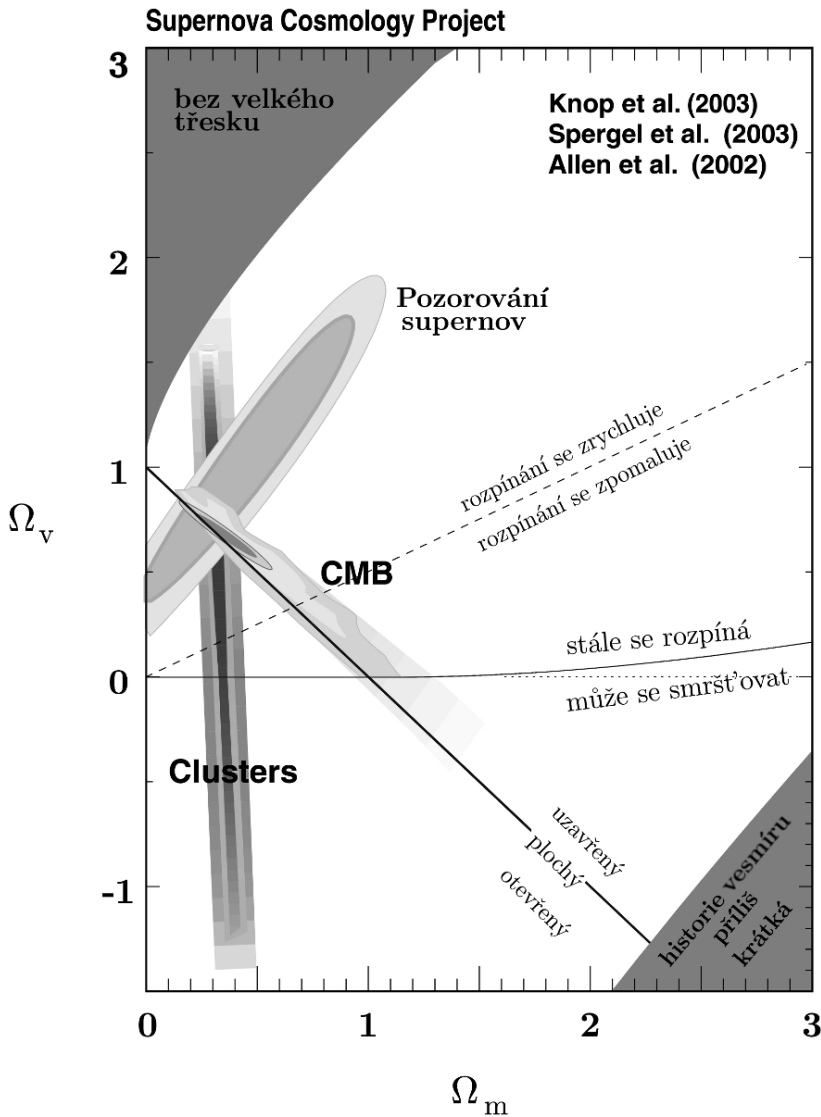
$$4x^3 - 3x + 1 - \frac{1}{\Omega_{m0}} = 0. \quad (3.34)$$

Podle definice  $x < 1$ , rovnici proto lze řešit pomocí goniometrické substituce  $x = \cos \beta$ . S využitím vzorce (viz např. [58])

$$\cos 3\beta = 4 \cos^3 \beta - 3 \cos \beta$$

obdržíme z (3.34) postupně

$$\begin{aligned} \cos 3\beta &= - \left( 1 - \frac{1}{\Omega_{m0}} \right), \\ \cos(3\beta - \pi) &= 1 - \frac{1}{\Omega_{m0}}, \\ x &= \cos \left[ \frac{1}{3} \arccos \left( 1 - \frac{1}{\Omega_{m0}} \right) + \frac{\pi}{3} \right], \\ \Omega_{v0} &= 4\Omega_{m0}x^3 = 4\Omega_{m0} \cos^3 \left[ \frac{1}{3} \arccos \left( 1 - \frac{1}{\Omega_{m0}} \right) + \frac{\pi}{3} \right]. \end{aligned} \quad (3.35)$$



Obr. 3.18: Znázornění výsledků tří různých nezávislých měření v rovině parametrů  $\Omega_{m0}$  a  $\Omega_{v0}$ : pozorování vzdálených supernov [100], kosmického mikrovlnného záření (CMB) [118] a studia rozložení hmoty ve skupinách galaxií [74]. Vidíme, že pozorování konvergují k hodnotám  $\Omega_{m0} = 0,3$  a  $\Omega_{v0} = 0,7$ .  
Upraveno podle [110]

Poslední závislost (ve zvětšeném měřítku) je také vykreslena na 3.18. Podrobnější rozbor této problematiky lze nalézt např. v [86].

Budoucnost vesmíru – věčné rozpínání versus budoucí smršťování, zrychlování versus zpomalování expanze – lze jednoznačně předpovědět v závislosti na hodnotách hustotních parametrů hmoty a vakua. Pro jejich současné nejpravděpodobnější hodnoty se vesmír bude stále rychleji rozpínat.

Již v souvislosti s rudým posuvem jsme připomínali, že pozorování vesmíru je cestou do minulosti. Zejména u velmi vzdálených objektů je důležité určit dobu, kterou jejich světlo potřebovalo k uražení vzdálenosti k nám. Pozorujeme-li dnes objekty, jejichž světlo bylo vyzářeno před 10 a více miliardami let (viz obr. 3.7), získáváme konkrétnější představu o formování galaxií, formování prvních hvězd apod. Díky rozpínání vesmíru a možné křivosti jeho geometrie však určování časů a vzdáleností není jednoduché. Nejpraktičtější je najít jejich vztah k experimentálně dobře definovaným veličinám: rudému posuvu  $z$  a hustotním parametrům.

### 3.9 Stáří pozorovaných objektů

V této části odvodíme vztah mezi rudým posuvem  $z$  světla vyslaného vzdálenou galaxií a časem  $t$ , který světelný signál potřeboval k překonání vzdálenosti k nám. Určování vzdálenosti pozorovaných objektů se pak budeme věnovat v následující podkapitole 3.10. Obě veličiny musí odrážet geometrii

vesmíru a nutně proto závisejí na hustotě hmoty  $\Omega_m$  (prachu popř. záření) i hustotě vakuové energie  $\Omega_v$ .

Vyjádríme změnu času v závislosti na expanzním faktoru. Vyjdeme ze zavedení Hubbleova parametru (3.17), jež přepíšeme do tvaru

$$dt = \frac{1}{H} \frac{da}{a}. \quad (3.36)$$

Ze vztahu (3.33) dále plyne

$$H = H_0 \sqrt{\Omega_{m0} \left( \frac{a_0^3}{a^3} - \frac{a_0^2}{a^2} \right) + \Omega_{v0} \left( 1 - \frac{a_0^2}{a^2} \right) + \frac{a_0^2}{a^2}}$$

a z definice rudého posuvu (3.23) také

$$a = \frac{a_0}{1+z}, \quad da = -\frac{a_0}{(1+z)^2} dz,$$

kde  $a_0$  značí současnou hodnotu expanzního faktoru. Označíme-li rudý posuv pozorované galaxie  $z_e$  a expanzní faktor v čase vyslání světla  $a_e$ , po dosazení do (3.36) obdržíme [80]

$$\begin{aligned} \Delta t = t_0 - t_e &= \frac{1}{H_0} \int_{a_e}^{a_0} \frac{da}{a \sqrt{\Omega_{m0} \left( \frac{a_0^3}{a^3} - \frac{a_0^2}{a^2} \right) + \Omega_{v0} \left( 1 - \frac{a_0^2}{a^2} \right) + \frac{a_0^2}{a^2}}} = \\ &= \frac{1}{H_0} \int_0^{z_e} \frac{dz}{(1+z) \sqrt{\Omega_{m0} (1+z)^3 + \Omega_{v0} + (1 - \Omega_{m0} - \Omega_{v0}) (1+z)^2}}. \end{aligned} \quad (3.37)$$

Pokud bychom započítali i hustotu záření, která klesá s  $a$  podle vztahu (3.11) a je popsána hustotním faktorem  $\Omega_\gamma$ , analogickými úvahami odvodíme

$$\Delta t = \frac{1}{H_0} \int_0^{z_e} \frac{dz}{(1+z) \sqrt{\Omega_{m0} (1+z)^3 + \Omega_0 (1+z)^4 + \Omega_{v0} + (1 - \Omega_0) (1+z)^2}}, \quad (3.38)$$

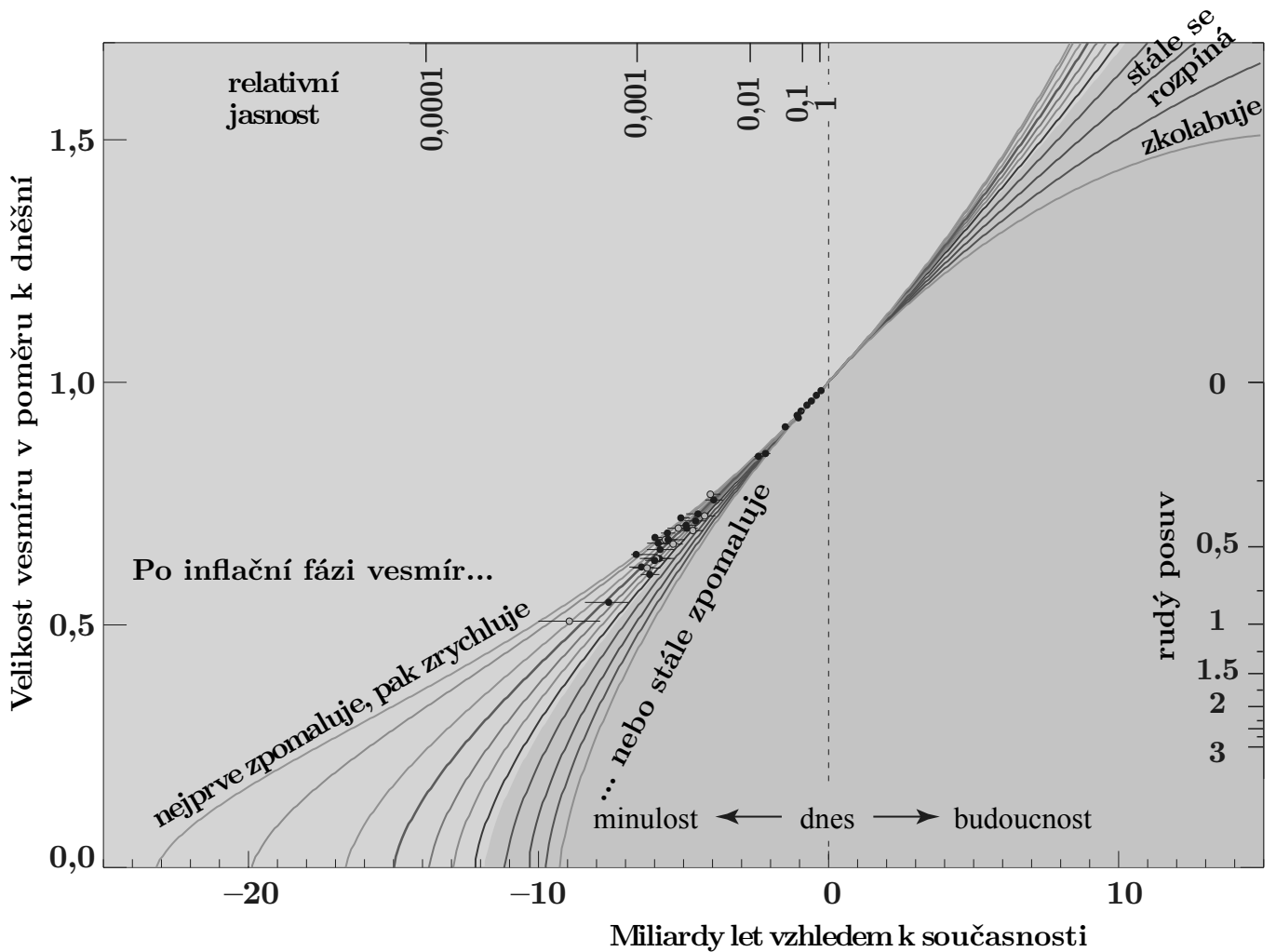
kde jsme označili  $\Omega_0 = \Omega_{m0} + \Omega_0 + \Omega_{v0}$  současnou hodnotu celkového hustotního faktoru zahrnujícího všechny formy energie [55].

Protože  $1+z > 0$ , bude  $\Omega_{m0} (1+z)^3 > \Omega_{m0} (1+z)^2$  a  $\Omega_{v0} < \Omega_{v0} (1+z)^2$ , větší  $\Omega_{m0}$  vede ke zkrácení  $\Delta t$ , naopak větší kladné  $\Omega_{v0}$  má za následek větší  $\Delta t$ . Kvalitativně tak můžeme posoudit vliv jednotlivých forem energie na stáří samotného vesmíru, jež je extrapolací uvedeného vztahu. Numerický model vývoje expanzního faktoru v závislosti na čase pro plochý vesmír (tj.  $\Omega_0 = 1$ ) je znázorněn na obr. 3.19.

Čas, za který k nám doputovalo světlo ze vzdálených objektů, stejně jako stáří samotného vesmíru závisejí na zastoupení jednotlivých forem energie.

Pracujeme-li v astronomii s jednotkou světelný rok (1 ly), chápeme ji jako vzdálenost uraženou světlem ve vakuu za jeden rok. Na první pohled by mělo stačit vynásobit pravou stranu rovnice (3.38) rychlostí světla ve vakuu  $c$  a zjistili bychom vzdálenost objektu s příslušným rudým posuvem. Jenže přesně vzato tak jednoduché to není! Protože náš vesmír nemá geometrii příliš odlišnou od Euklidovy, pro bližší galaxie a přibližně to sice platí a někdy je dokonce takový odhad i postačující. Chceme-li však studovat Hubbleovy diagramy a zkoumat, jakým hustotním parametrům odpovídají, musíme se tímto problémem zabývat detailněji.



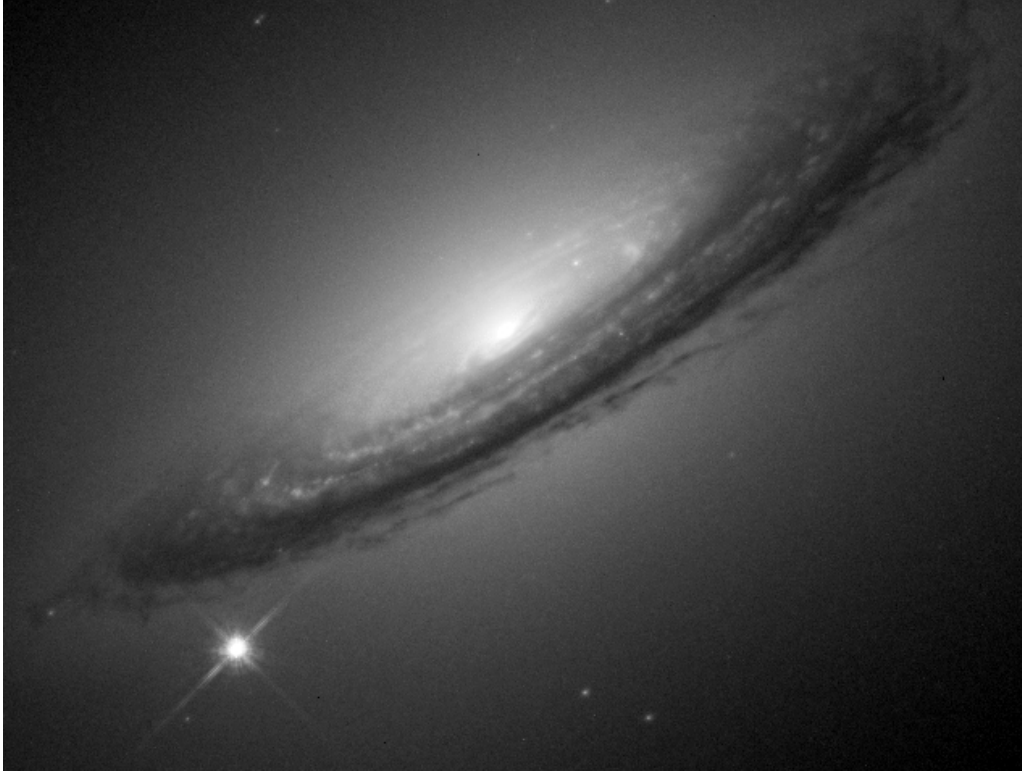


Obr. 3.19: Rekonstrukce a možné předpovědi rozpínání (popř. budoucího smršťování) vesmíru z výsledků měření vzdálených supernov (data znázorněná černými body) pro plochý vesmír s eukleidovskou geometrií. Současná hodnota expanzního faktoru je přeskálována na hodnotu  $a_0 = 1$ , takže  $a = 1/(1+z)$ . Křivky v oblasti s modrým pozadím představují modely, u nichž převládá vliv kosmologické konstanty a rozpínání se bude zrychlovat. Křivky v oblasti se žlutým pozadím odpovídají modelům, u nichž se rozpínání bude zpomalovat, u posledních dvou modelů nakonec dojde ke zpětnému smršťování. Upraveno podle [110]

### 3.10 Fotometrická vzdálenost a Hubbleovy diagramy

Hubbleovy diagramy znázorňují závislost vzdálenosti pozorovaného objektu, resp. jeho hvězdné velikosti, na rudém posuvu  $z$  a poskytují detailnější obraz vlastností vesmíru na velkých vzdálenostech. Zpočátku, ve třicátých letech 20. století přesně odpovídaly Hubbleovu zákonu (3.16) s konstantním Hubbleovým parametrem  $H$ . Novější data získaná např. v rámci „Supernova cosmology project“ [100, 110] zahrnují pozorování mnohem vzdálenějších objektů a ukazují, že rozpínání vesmíru se skutečně s časem mění.

Rychlost, s jakou se od nás vzdalují daleké galaxie, určujeme z rudého posuvu spektrálních čar (viz část 3.6). Zatímco rudý posuv je možné změřit s poměrně vysokou přesností, mezigalaktické vzdálenosti musíme určovat nepřímo. Nejčastěji se využívá fotometrických zákonů: skutečnosti, že intenzita osvětlení (obecně ozáření) nějaké plochy klesá se čtvercem její vzdálenosti od zdroje. Pokud bychom znali svítivost vzdáleného zdroje, potom bychom změřením světelného výkonu dopadajícího do našich měřicích přístrojů mohli určit jeho vzdálenost. K takovým měřením se používají tzv. *standardní svíčky* („standard candles“), tj. objekty, jejichž absolutní svítivost, resp. skutečný zářivý výkon určujeme z jiných, nezávislých fyzikálních vlastností (viz obr. 3.20). Vlivem rozpínání



Obr. 3.20: Supernova 1994D na okraji galaxie NGC 4526 je příkladem supernovy typu Ia, jejichž kulminační jasnost převyšuje svítivost celého jádra galaxie; proto lze supernovy pozorovat i ve velkých vzdálenostech. V tomto případě se z kosmologického hlediska díváme „za humna“ přibližně 20 Mpc. Supernovy typu Ia jsou příkladem standardních svíček, u nichž byla empiricky zjištěna závislost mezi kulminační svítivostí a dobou poklesu jasnosti. Upraveno podle [110]

vesmíru a možnému zakřivení jeho geometrie se takto určena, tzv. *fotometrická vzdálenost*, liší od pouhého součinu  $c\Delta t$ , kde  $\Delta t$  je dáno vztahem (3.38) nalezeným v předcházející podkapitole 3.9.

Pro šíření signálu z (3.20) získáváme [5, 55]

$$\int_{t_e}^{t_0} \frac{cdt}{a(t)} = \int_0^{r_e} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}} = \chi. \quad (3.39)$$

Analogickými úvahami jako při odvození (3.38) vypočítáme integrál na levé straně

$$\chi = \frac{c}{a_0 H_0} \int_0^{z_e} \frac{dz}{\sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_0(1+z)^4 + \Omega_{v0} + (1-\Omega_0)(1+z)^2}} \quad (3.40)$$

Integrál na pravé straně (3.39) dává různé výsledky pro různé hodnoty  $k$ , což odráží vliv geometrie vesmíru na šíření světelných signálů [5, 97]

$$\begin{aligned} r_e &= \sin \chi & \text{pro } k &= 1, \\ r_e &= \chi & \text{pro } k &= 0, \\ r_e &= \sinh \chi & \text{pro } k &= -1. \end{aligned} \quad (3.41)$$

Označíme-li  $L$  absolutní svítivost zdroje (celkový vyzářený výkon) a  $\mathcal{F}$  jeho zdánlivou svítivost (zářivý tok, tj. výkon záření dopadající v místě pozorovatele na jednotkovou plochu kolmou na směr šíření záření), potom v plochem prostoru pro fotometrickou vzdálenost  $d_L$  platí [5, 7]

$$\mathcal{F} = \frac{L}{4\pi d_L^2} \quad (3.42)$$

Nachází-li se zdroj v místě s „comoving“ souřadnicí  $r_e$  a vyšle signál v čase  $t_e$ , dopadne světlo v současnosti (tj. v čase  $t_0$ ) na plochu

$$S = 4\pi a_0^2 r_e^2;$$

$r_e$  je přitom obecně dáno vztahy (3.41). V důsledku kosmologického rudého posuvu (3.23) však bude energie každého fotonu namísto  $hc/\lambda_e$  rovna  $hc/\lambda_0 = hc/[\lambda_e(1+z)]$ . V důsledku poklesu frekvence záření fotonu vyzařené v intervalu  $\Delta t_e$  dopadnou do místa pozorování v intervalu

$$\Delta t_0 = \Delta t_e (1+z)$$

Pro zářivý tok v místě pozorování pak vychází

$$\mathcal{F} = \frac{L}{4\pi a_0^2 r_e^2 (1+z)^2}$$

a srovnáním s (3.42) pro fotometrickou vzdálenost odvodíme

$$d_L = r_e a_0 (1+z), \quad (3.43)$$

kde za  $r_e$  opět musíme dosadit z (3.41) a (3.40). Fotometrická vzdálenost závisí na současné velikosti vesmíru a rudém posuvu pozorované galaxie.

Pro malé rudé posuvy přibližně do hodnoty  $z \approx 0,4$  vystačíme s užitečnou aproximací. Rozvineme-li expanzní faktor  $a(t)$  v Taylorovu řadu v okolí současné hodnoty  $a(t_0)$

$$a(t) \approx a(t_0) + \left. \frac{da}{dt} \right|_0 (t - t_0) + \left. \frac{d^2 a}{dt^2} \right|_0 (t - t_0)^2 + \dots$$

a dosadíme podle (3.17) a (3.30)

$$a(t) \approx a(t_0) \left[ 1 + H_0 (t - t_0) - \frac{1}{2} q_0 H_0^2 (t - t_0)^2 + \dots \right]$$

S použitím (3.43) pak dospějeme ke vztahům [7]

$$d_L = \frac{c}{H_0} \left[ z + \frac{1}{2} (1 - q_0) z^2 + \dots \right]$$

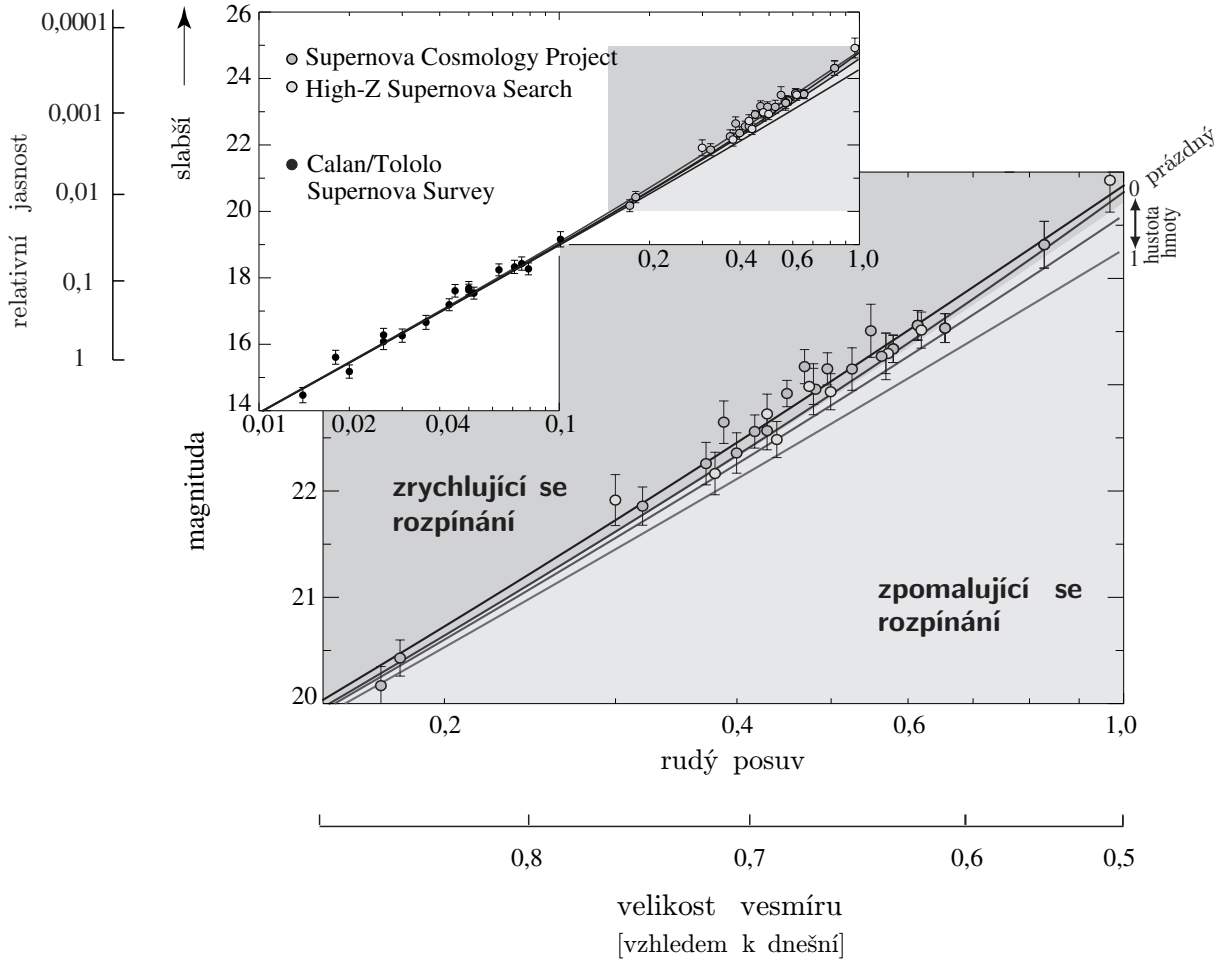
respektive

$$z = \frac{H_0}{c} \left[ d_L + \frac{1}{2} (1 + q_0) \frac{H_0}{c} d_L^2 + \dots \right].$$

U členů vyšších řádů se již projevuje zakřivení geometrie a situace je mnohem komplikovanější [7]. Pro malé  $z \approx v/c$  pak v 1. přiblížení dostáváme Hubbleův zákon (3.16). Dodejme, že Edwin Hubble při svých měřeních z roku 1929 pozoroval galaxie se  $z \approx 0,003$ .

Jak již bylo uvedeno v předchozí kapitole, při samotných pozorováních pracujeme obvykle namísto fotometrické vzdálenosti s historicky zavedenými hvězdnými velikostmi (viz část 2.6.4), i když v případě kosmologie nejde o pozorování hvězd, nýbrž galaxií. Systém hvězdných velikostí byly zavedeny již ve starověku Ptolemaiem a Hipparchem a odrážejí zkušenost, že naše fyziologické vjemy jsou úměrné logaritmu intenzity podnětu (dnes se však už pouze na lidské smysly zdaleka nespoleháme). *Absolutní hvězdná velikost*  $M$  je definována vztahem

$$M = -2,5 \log_{10} \left( \frac{L}{L_\odot} \right) + 4,74, \quad (3.44)$$



Obr. 3.21: Příklad Hubbleova diagramu, tj. závislosti pozorované hvězdné velikosti na rudém posuvu  $z$ , odpovídající datům získaným pozorováním supernov typu Ia, za které byla udělena Nobelova cena za fyziku pro rok 2011. Pro  $z = 0, 1$  (odpovídá vzdálenosti asi  $10^9$  ly se začínají křivky lišit v závislosti na předpokládaných hodnotách hustotních parametrů  $\Omega_{m0}$  a  $\Omega_{v0}$ . Červené křivky odpovídají modelům bez kosmologické konstanty  $\Omega_{v0} = 0$ , a hodnotám  $\Omega_{m0} = 1$  až  $\Omega_{m0} = 0$  (prázdný vesmír). Naměřeným datům nejlépe odpovídá modrá křivka s hodnotami  $\Omega_{m0} \approx 0,3$  a  $\Omega_{v0} \approx 2\Omega_{m0}$ , což podle rovnice (3.31) znamená, že se rozpínání vesmíru v současné době zrychluje. Upraveno podle [110]

kde  $L_{\odot} = 3,85 \cdot 10^{26}$  W je zářivý výkon Slunce, *relativní hvězdná velikost* pak

$$m = -2,5 \log_{10} \left( \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{F}_{\odot v 10 \text{ pc}}} \right) + 4,74,$$

kde  $\mathcal{F}_{\odot v 10 \text{ pc}} = 3,21 \cdot 10^{-10}$  Wm je zářivý výkon Slunce, který by dopadal na jednotku plochy, pokud by se nacházelo ve vzdálenosti 10 pc. Obecně je proto zdánlivá hvězdná velikost objektu rovna jeho absolutní hvězdné velikosti, kterou by měl ve vzdálenosti 10 pc od nás. Rozdíl

$$m - M = 5 \log_{10} \left( \frac{d_L}{10 \text{ pc}} \right)$$

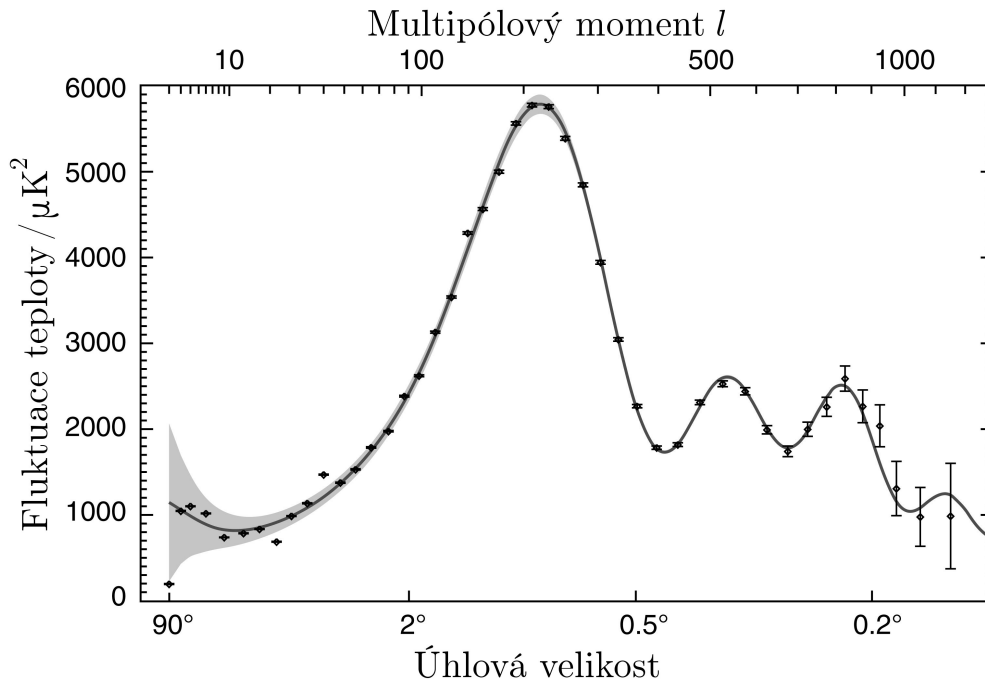
nazývaný *modulem vzdálenosti* je astronomickým vyjádřením vztahu (3.42). Příklad závislosti hvězdné velikosti na rudém posuvu pro vzdálené supernovy je na obr. 3.21.

Vlastnosti vesmíru na velkých vzdálenostech dobře charakterizují Hubbleovy diagramy, tj. závislosti vzdálenosti galaxií na rudém posuvu. Měření vzdáleností představuje v kosmologii velký problém, většinou pracujeme s tzv. fotometrickou vzdáleností, při samotných pozorováních i s hvězdnou velikostí neboli magnitudou. Také z Hubbleových diagramů pro supernovy ve vzdálených galaxiích vyplývá, že rozpínání vesmíru se v současné době zrychluje.

Podle současných představ našemu skutečnému vesmíru nejlépe vyhovuje tzv.  $\Lambda$ CDM model (viz obr. 3.22), který popisuje globálně homogenní a izotropní vesmír s téměř plochým prostorem, dominantní kosmologickou konstantou a chladnou nebaryonovou temnou hmotou, který se rozpíná z počátečního velkého třesku a dnes expanduje zrychleně. Jeho parametry nabývají podle [95] nejpravděpodobnějších hodnot:

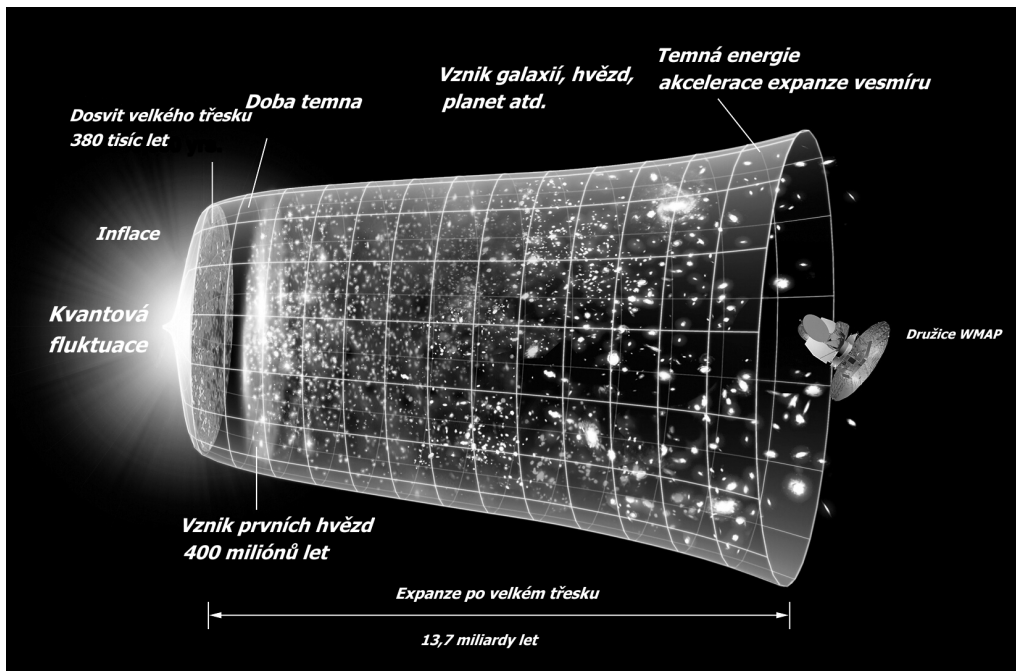
stáří vesmíru	$t_0$	$13,75 \pm 0,11$ Gyr
Hubbleova konstanta	$H_0$	$70,4^{+1,3}_{-1,4}$ km·s <sup>-1</sup> ·Mpc <sup>-1</sup>
hustota baryonové hmoty	$\Omega_b$	$0,0456 \pm 0,0016$
hustota temné hmoty	$\Omega_{\text{CDM}}$	$0,227 \pm 0,014$
hustota temné energie	$\Omega_v$	$0,728^{+0,015}_{-0,016}$
celková hustota	$\Omega_{\text{tot}}$	$1,0023^{+0,0056}_{-0,0054}$

Z těchto údajů lze pomocí (3.24) odhadnout kritickou hustotu; pro  $H_0 = 70,4$  km·s<sup>-1</sup>·Mpc<sup>-1</sup> =  $2,27 \cdot 10^{-18}$  s<sup>-1</sup> vychází  $\rho_{\text{c0}} = 9,23 \cdot 10^{-27}$  kg·m<sup>-3</sup>.

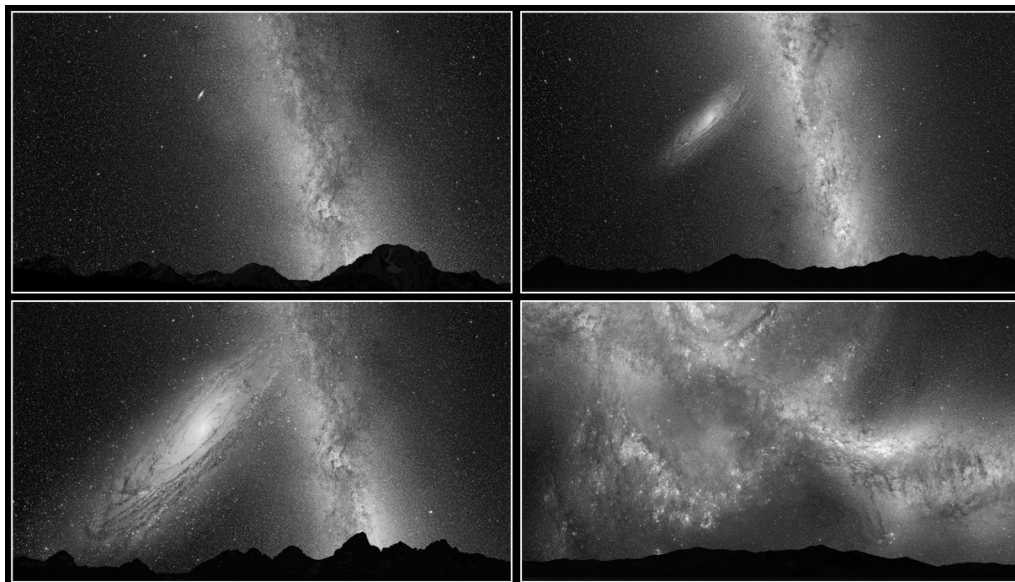


Obr. 3.22: Úhlové rozdělení teplotních fluktuací v reliktním mikrovlnném záření velice dobře odpovídá tzv.  $\Lambda$ CDM kosmologického modelu. Zdroj: NASA (WMAP), barevná verze dostupná z <http://map.gsfc.nasa.gov>

V této kapitole jsme nastínili základní představy moderní relativistické kosmologie, základní scénáře možného vývoje vesmíru i výsledky nejnovějších měření jeho základních observačních parametrů. V následujících letech můžeme očekávat další, přesnější a důkladnější pozorování, která bezpochyby naše porozumění vesmíru prohloubí a přinesou i nejedno překvapení. Čtenáře s hlubším zájmem o tuto problematiku můžeme odkázat na mnoho zajímavých monografií: od populárních [125, 127, 142, 143, 160, 165] až po odborné [7, 15, 47, 52, 55, 56]. Řečeno slovy amerického nositele Nobelovy ceny S. Weinberga: „úsilí pochopit vesmír je jednou z velmi mála věcí, která zvedá lidský život trochu nad úroveň frašky a dává mu něco z krásy tragédie“ [165].



Obr. 3.23: Naše současná představa o vzniku a vývoji vesmíru podle teorie velkého třesku. Vesmír se rozpíná, důležitým zdrojem informací je tzv. reliktní mikrovlnné záření, které pozorovala i družice WMAP a v roce 2013 očekáváme první výsledky družice Planck. Zdroj: NASA (WMAP), barevná verze dostupná z <http://map.gsfc.nasa.gov>, česká verze dostupná z [http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:UniverseEvolution\\_WMAP\\_czech.jpg](http://cs.wikipedia.org/wiki/Soubor:UniverseEvolution_WMAP_czech.jpg)



Obr. 3.24: Malá ukázka modelování vývoje vesmíru, konkrétně srážky galaxie M31 v souhvězdí Andromedy s naší Galaxií, k níž dojde asi za 4 miliardy let. Na snímcích je znázorněn obraz této galaxie s Mléčnou dráhou dnes, za 2, 3,75 a 3,85 miliard let. Zdroj: NASA; ESA; Z. Levay a R. van der Marel, STScI; T. Hallas, A. Mellinger, barevná verze dostupná z [http://www.nasa.gov/mission\\_pages/hubble/science/milky-way-collide.html](http://www.nasa.gov/mission_pages/hubble/science/milky-way-collide.html)

# Standardní model: ZÁKLADNÍ ČÁSTICE A INTERAKCE

Standardní model shrnuje současné poznatky částicové fyziky. Je to kvantová teorie, která zahrnuje teorii silných interakcí (kvantová chromodynamika neboli QCD) a sjednocenou teorii slabých a elektromagnetických interakcí (elektroslabé interakce). V tomto schématu je zahrnuta i gravitace, protože je jednou ze základních interakcí, i když není součástí „standardního modelu“.

## FERMIONY

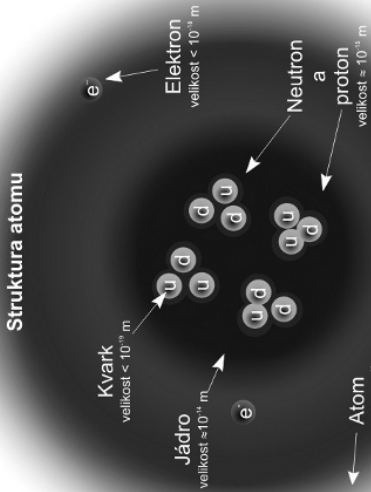
Leptony		Kvarky	
Vůně	Hmotnost GeV/c <sup>2</sup>	Vůně	Elektrický náboj
$\nu_e$ elektronové neutрино	<10 <sup>-8</sup>	u	2/3
e elektron	0.000511	d	-1/3
$\nu_\mu$ mionové neutрино	<0.0002	c	2/3
$\mu$ mion	0.106	s	-1/3
$\nu_\tau$ tauonové neutрино	<0.02	t	2/3
$\tau$ tauon	1.777	b	-1/3

stavební kameny hmoty  
spin = 1/2, 3/2, 5/2 ...

## BOSONY

Sjednocená elektroslabá spín=1		Silná (barevná) spín=1	
Název	Hmotnost GeV/c <sup>2</sup>	Název	Elektrický náboj
$\gamma$ foton	0	g	0
W <sup>+</sup>	80.4	Barevný náboj	
W <sup>-</sup>	80.4	Každý kvark nese jednu ze tří hodnot „silného náboje“, kterému se také říká „barevný náboj“.	
Z <sup>0</sup>	91.188	Tyto barevné náboje nemají nic společného s barvami ve viditelném světle. Gluony mají osm možných hodnot barevného náboje.	

nosiče sil  
spin = 0, 1, 2, ...



Obrázek neodpovídá skutečným velikostním poměrům. Když byla velikost protonu a neutronu na obrázku 10 nm, byly by kvarky a elektrony menší než 0,1 nm, a celý atom by měřil 10 km.

Spin je vnitřní moment hybnosti částice. Spin se udává v násobcích  $\hbar$ , což je kvantová jednotka momentu hybnosti, kde  $\hbar = h/2\pi = 6,58 \times 10^{-34}$  GeV s =  $1,05 \times 10^{-34}$  J s.

Elektrický náboj se vyjadřuje v násobcích náboje protonu. V soustavě SI je elektrický náboj protonu  $1,60 \times 10^{-19}$  coulombů.

Jednotku energie používáme v částicové fyzice je elektronvolt (eV), což je energie získaná jedním elektronem při průchodu potenciálovým rozdílem 1V. Hmotnosti se vyjadřují v GeV/c<sup>2</sup> (nebot platí E=mc<sup>2</sup>), kde 1 GeV = 10<sup>9</sup> eV = 1,67 × 10<sup>-27</sup> kg.

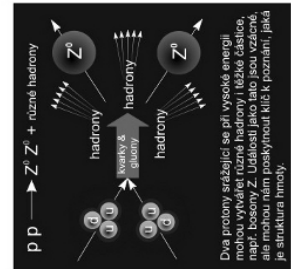
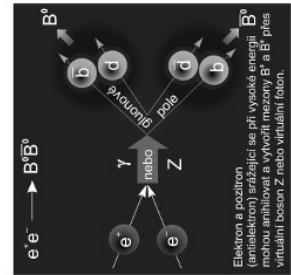
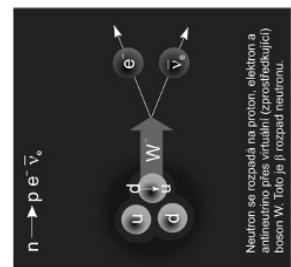
Baryony qq <sup>q</sup> a antibaryony qq <sup>q</sup>			
Baryony jsou hadrony s celkovým spinem. Energie vždy 120 dnů baryonů.			
Symbol	Název	Elektrický náboj	Hmotnost GeV/c <sup>2</sup>
p	proton	1	0.938
$\bar{p}$	anti-proton	-1	0.938
n	neutron	0	0.940
$\Lambda$	lambda	0	1.116
$\Omega$	omega	-1	1.672

Hmoty a antimoty. Každému typu částice existuje odpovídající typ antičástice, která se označuje pruhem nad příslušným symbolem dané částice (pokud není součástí symbolu označení náboje + nebo -). Částice a antičástice mají stejnou hmotnost a spin, ale opačné náboje. Některé elektricky neutrální bosony (např. Z<sup>0</sup>,  $\gamma$  a  $\eta_c$ ,  $\omega$ ,  $\phi$ , avšak nikoli K<sup>0</sup> = d $\bar{s}$ ) jsou samy sobě antičásticemi.

Obrázky. Tyto diagramy jsou pouze výtvary zobrazením fyzikálních procesů. Nemčí si nárok na přesnost a nemají žádné rozměrné měřítko. Zelené vybarvené plochy naznačují oblaka gluonů nebo gluonové pole a červené čáry dráhy kvarků.

## VLASTNOSTI INTERAKCÍ

Interakce	Slabá (Elektr. slabá)	Základní	Silná (Základní)
Vlastnosti	hmota všechny	barvný náboj kvarky, gluony	barvný náboj kvarky, gluony
Interakce	„Náboj“, na který působí: Částice, které jí ctili: Zprostředkující částice:	elektrický náboj elektrický nabitý $\gamma$	barvný náboj kvarky, gluony
Síla v poměru k elektromagnetické mezi dvěma u kvarků ve vzdálenosti ... a mezi dvěma protony v jádře	0.8 10 <sup>-41</sup> 10 <sup>-41</sup> 10 <sup>-38</sup>	1 1 1	25 60 nelýká se hadronů 20
VL odlišec o zbytkové sílní interakci			hadrony mesony nelýká se kvarků



© 1988 - 1999 Contemporary Physics Education Project (CPEP)  
© český překlad Olga Kottbová

Obr. 3.25: Standardní model podle současných představ částicové fyziky – 1. část. Barevná verze dostupná z <http://www-ucjf.troja.mff.cuni.cz/dolejsi/dolejsi.html>

## SVĚT ZÁKLADNÍCH ČÁSTIC A INTERAKCÍ

**K**e studiu základní struktury hmoty fyzici velká zařízení, pomocí kterých zkoumají nejdrobnější částice ve vesmíru a poznávají síly působící mezi nimi. Jedním z nástrojů je urychlovač, který urychluje nabitě částice, například elektrony, na vysoké energie.

V některých případech narážejí svazky urychlených částic do pevného terče, druhou možností je srážka částic do vstřícných svazků. Délka lineárních nebo obvod kruhových urychlovačů je často několik kilometrů. Aby mohli fyzici studovat, co se děje při srážkách, staví zařízení zvaná detektory. Ty obklopují místo srážky a jsou často velké jako několikapatrová budova. Stále důležitější oblastí se dnes stává fyzika bez urychlovačů, kdy se pomocí velkých detektorů, často umístěných pod zemí, studují vysokoenergetické částice přilétající z vesmíru.

### Kvarky

Během let, kdy fyzikové používali urychlovače ke studiu srážek neutronů a protonů, jež tvoří atomová jádra, objevili postupně více než stovku dosud neznámých částic. V roce 1964 vyslovili dva fyzici novou revoluční myšlenku. Že téměř všechny částice jsou složeny z malého počtu druhů ještě menších objektů nazvaných kvarky, které musí mít elektrické náboje  $+2/3$  a  $-1/3$  náboje protonu. Pro takovéto zlomkové náboje nebyl tehdy znám žádný důkaz. Teprve na konci šedesátých a na začátku sedmdesátých let ukázaly experimenty na urychlovačích, že kvarky s předpokládanými vlastnostmi skutečně existují, avšak zůstávaly uvězněny uvnitř částic s celočíselným nábojem. Důvěrně známý svět kolem nás je složen téměř jen z kvarků  $u$  a  $d$ . Existují i další čtyři kvarky –  $s$ ,  $c$ ,  $b$  a  $t$ . Ty mají větší hmotnost, jsou nestabilní a rodí se jen na urychlovačích nebo ve srážkách působených kosmickým zářením.

### Rodiny kvarků a leptonů

Vedle kvarků existuje další třída šesti základních částic nazývaných leptony. Jejich nejnámějším příslušníkem je elektron. Další dva nabitě leptony, mion ( $\mu$ ) a lepton tau ( $\tau$ ), se liší od elektronu pouze tím, že mají mnohem větší hmotnost a jsou proto nestabilní. Další tři leptony jsou těžko polapitelná *neutrína*, která nemají elektrický náboj a mají velmi malou (jestli vůbec nějakou) hmotnost. Kvarky a leptony tvoří tři rodiny, vždy po dvou kvarcích a dvou leptonech (viz tabulka fermionů na druhé straně). Leptony mají menší hmotnost než odpovídající kvarky. Občasná hmota je složená jen z kvarků  $u$  a  $d$  a elektronů, členů první rodiny.

### Síly a interakce

Kvarky a leptony jsou základní stavební kameny hmoty. Jaké síly je však drží pohromadě? Všechny síly jsou projevem interakcí částic. Existují čtyři základní typy interakcí: *gravitační*, *elektromagnetická*, *silná* a *slabá*. Síly jsou důsledkem výměny dalších fundamentálních částic nazývaných *bosony*. Pro každý typ síly existuje jeden nebo více „nosičů“, které zprostředkovávají interakci (viz bosony v tabulce na druhé straně). Dobře známý foton je například boson, který zprostředkovává elektromagnetickou sílu. Výzkum ukázal, že tato síla a slabá síla odpovídají za radioaktivitu beta jsou dva projevy jedné, sjednocené *elektroslabé interakce*.

### Standardní model

Standardní model základních částic a interakcí je teorie, která popisuje všechny pozorované částice a procesy působené silnou, slabou a elektromagnetickou interakcí kvarků a leptonů. Vysvětluje síly, které drží atomy a jádra pohromadě nebo které vedou k jejich rozpadu. K vytvoření této teorie, kterou dnes fyzikové částic běžně používají, vedla více než tři desetiletí teoretického a experimentálního usilí.

### Co zbyvá udělat?

I přes nesporné úspěchy nechává standardní model mnoho otázek nevyřešených. Proč jsou tři a právě jen tři rodiny kvarků a leptonů? Co dodává těmto částicím jejich velmi různé hmotnosti? Dojde při extrémně vysokých energiích k úplnému sjednocení všech čtyř sil? Budou při vyšších energiích objeveny další částice a síly? Jsou kvarky a leptony skutečně základní částice, nebo mají také strukturu? Proč je vesmír tvořen skoro úplně hmotou a je v něm jen málo antihmoty? Jaké částice tvoří obrovské množství termně (neviditelné) hmoty ve vesmíru? Aby mohli fyzici odpovědět na tyto a další otázky, budou stavět nové urychlovače a detektory částic, které jim umožní studovat stále vzácnější procesy při stále vyšších energiích, takové, které doposud nikdo zkoumat nemohl. Následující odstavce popisují otázky, na které se nové výzkumy zaměřují.

### Tajemný kvark top

Po dlouhých osmnáct let od objevu páteho kvarku (b) hledaly experimenty jeho partnera ve třetí

rodině, kvark top. Trvalo to tak dlouho, protože jeho hmotnost je nečekaně a neuvěřitelně vysoká – 175 GeV/c<sup>2</sup>, více než 40 hmotností kvarku b! Proč je jeho hmotnost mnohem větší než hmotnost ostatních kvarků je záhadou.

### Experimenty s B mesony

V nových experimentech se zkoumají rozpady mezonů obsahujících kvarky  $b$  (viz prosřední obrázek dole na plakátu). Jedním z cílů této snahy je lépe porozumět nepatrným rozdílům mezi interakcí hmoty a antihmoty, například porovnáním rozpadů  $B$  mezonů ( $\bar{d}b$ ,  $\bar{u}b$  a  $s\bar{b}$ ) s odpovídajícími anti- $B$  mezony ( $d\bar{b}$ ,  $u\bar{b}$  a  $s\bar{b}$ ). Věřt se, že zkoumání těchto rozdílů povede k lepšímu pochopení toho, že vesmír, který pravděpodobně začal se stejným podílem hmoty a antihmoty, nyní obsahuje skoro jen hmotu, ale téměř žádnou antihmotu.

### Teorie strun a supersymetrie

Sjednocení kvantové teorie a relativity ve dvacátých letech vedlo k překvapující předpovědi antihmoty. Nyní se teoretici snaží rozvíjet teorii nazývanou *strunová*, která sjednocuje relativistickou kvantovou teorii a gravitaci. Při sjednocování gravitace s ostatními základními silami se objevila další překvapivá předpověď – pro každou známou částici hmoty (fermion) existuje nový partner, který je bosonem, a pro každý známý nosič síly (boson) existuje nový partnerský fermion. Tato nová symetrie mezi částicemi se nazývá *supersymetrie*. Předpovězené partnerské částice nebyly ještě objeveny, ale jejich hmotnosti by mohly být tak velké, že existující urychlovače neposkytnou dostatečné energie na jejich vytvoření.

### Hmotnost neutrin

Mnoho fyziků předpokládalo, že neutrína mají nulovou hmotnost. Jeden způsob, jak zjistit hmotnost neutrin, je sledovat jejich identitu, respektive změny jednoho typu neutrin na jiný (v tomto kontextu se mluví o oscilaci neutrin). Jestliže neutrína mají různé hmotnosti, mohou se  $\nu_e$ ,  $\nu_\mu$ ,  $\nu_\tau$  navzájem měnit jedno v druhé.

Oscilace neutrin byla zjištěna ve velkých podzemních experimentech, které mimo jiné mohou detekovat neutrína produkovaná při průletu kosmického záření atmosférou. Tato neutrína proniknou celou Zemí a proto je detektory „vidí“ přilétat ze všech směrů. Výsledky ukazují, že neutrína  $\nu_e$  vzniklá v atmosféře poblíž místa

experimentu přicházejí s očekávanou frekvencí, zatímco neutrin přilétajících z velké vzdálenosti je méně. Zdá se, že tato neutrína mizí (jinak řečeno, oscilují na jiné typy neutrin).

Protože je neutrin mnoho (okolo 600 milionů na metr krychlový) jen jako pozůstatek velkého třesku, hmotnost odpovídající třeba jen jedné miliontině hmotnosti elektronu by znamenala, že neutrína tvoří významný podíl hmoty vesmíru. Neutrína by tak hrála důležitou roli v utváření galaxií a jejich shluků. Tak by hmotnost neutrin přispívala k existenci neznámé termně hmoty vedle zářící hmoty hvězd a jiných vesmírných objektů. A tak ačkoli neutrína patří do mikrosvěta, sahá jejich vliv až do oblasti kosmologie.

### Hmota a Higgsův boson

Co určuje hmotnost částic? Fyzici věří, že existuje pole nazývané Higgsovo, které je odpovědné za vytváření hmotnosti. Higgsovo pole, stejné jako magnetické a gravitační, prostupuje celým prostorem. Při našem popisu mikrosvěta si vždy navzájem odpovídají pole a částice, a tak vede předpoklad existence Higgsova pole k předpovědi nové částice, Higgsova bosonu. Je to částice s nulovým spinem a pravděpodobně velmi velkou hmotností. Třetí obrázek v dole části schématu ukazuje proces, ke kterému může přispívat produkce a rozpad Higgsova bosonu na dva bosony  $Z$ . Nalezení Higgsova bosonu, který je jednou z ingrediencí standardního modelu, je cílem mnoha experimentů.

### Projekt vzdělávání v oboru současné fyziky

CPEP (Contemporary Physics Education Project) je nezisková organizace pedagogů a fyziků. Materiály CPEP prezentují současný stav porozumění podstatě hmoty a energie, včetně hlavních objevů v posledních desetiletích. CPEP také sponzoruje mnoho akcí pro učitele. Informace o produktech CPEP najdete na webových stránkách: <http://www.cpepweb.org/>, e-mail: [pdg@bi.gov](mailto:pdg@bi.gov) nebo telefon +1510 486-5885.

Český překlad tohoto plakátu vznikl za podpory projektu MŠMT 1P04LA211 „Spolupráce ČR s CERN“.

Mnoho dalších poznatků o fyzice částic najdete na webových stránkách: <http://www-hep.fzu.cz/castice/>



# Použité prameny a literatura k dalšímu studiu

---

## Základní doporučená literatura

- [1] Bajer, J.: *Mechanika 2*. PřF UP Olomouc, 2004, ISBN 80-244-0884-8.
- [2] Bartuška, K.: *Kapitoly ze speciální teorie relativity*. Praha: SPN, 1991, ISBN 80-04-22915-8.
- [3] Bartuška, K.: *Fyzika pro gymnázia – Speciální teorie relativity*. Praha: Prometheus, 2010, ISBN 978-80-7196-388-2.
- [4] Dvořák, L. *Obecná teorie relativity a moderní fyzikální obraz vesmíru*. Praha: SPN, 1984.
- [5] Hartle, J. B.: *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. San Francisco: Addison Wesley, 2003, ISBN 0-8053-8662-9.
- [6] Horský, J.; Novotný, J.; Štefaník, M.: *Mechanika ve fyzice*. Praha: Academia, 2001, ISBN 80-200-0208-1.
- [7] Horský, J.; Novotný, J.; Štefaník, M.: *Úvod do fyzikální kosmologie*. Praha: Academia, 2004.
- [8] d'Inverno, R.: *Introducing Einstein's Relativity*. Oxford: Clarendon Press, 1992, ISBN 0-19-859653-7.
- [9] Lambourne, R. J. A.: *Relativity, Gravitation and Cosmology*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010, ISBN 978-0-521-13138-4.
- [10] Liddle, A. R.: *An Introduction to Modern Cosmology*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 2003, ISBN 978-0470848357.
- [11] Macháček, M.: *Fyzika pro gymnázia – Astrofyzika*. Praha: Prometheus, 1998, ISBN 80-7196-091-8.
- [12] Novotný, J.; Jurmanová, J.; Geršl, J. et al.: *Základy teorie relativity* [online]. Brno: MU, 2005, ISBN 1802-128X. Dostupné z <http://is.muni.cz/elportal/?id=703391>.
- [13] Rindler, W.: *Relativity. Special, General, and Cosmological*. Oxford University Press, 2006, ISBN 0-19-856732-4.
- [14] Schutz, B.: *A First Course in General Relativity*. Cambridge University Press, 2009, ISBN 0-521-88705-4.
- [15] Štefl, V.; Krtička, J.; Korčáková, D.: *Úlohy z astrofyziky*. Brno: PřF MU, 2002. Dostupné z <http://astro.physics.muni.cz/download/documents/skripta/F9090pc.pdf>.
- [16] Tillich, J.: *Teoretická mechanika*. Olomouc: PřF UP Olomouc, 1984.
- [17] Vanýsek, V.: *Základy astronomie a astrofyziky*. Praha: Academia, 1980.

## Učebnice a monografie

- [18] Bondi, H.: *Relativity and the Common Sense*. New York: Anchor Books, Doubleday & Company, Inc., 1964.
- [19] Carroll, S. M.: *Spacetime and Geometry: An Introduction to General Relativity*. San Francisco: Addison-Wesley, 2003, ISBN 0-8053-8732-3. Dostupné z <http://preposterousuniverse.com/spacetimeandgeometry/> (částečně, v podobě poznámek k přednáškám).
- [20] Čulík, F.; Noga, M.: *Úvod do štatistickej fyziky a termodynamiky*. Bratislava: Alfa, 1982.
- [21] Dodelson, S.: *Modern Cosmology*. Amsterdam: Academic Press, Elsevier Science, 2003, ISBN 978-012-219141-1

- [22] Einstein, A.: *Teorie relativity*. VUT Brno: VUTIUM, 2005, ISBN 978-80-214-3418-9.
- [23] Feynman, R. P.; Leighton, R. B.; Sands, M.: *Feynmanovy přednášky z fyziky 1–3*. Havlíčkův Brod: Fragment, 2000–2002, ISBN 80-7200-405-0, 80-7200-420-4, 80-7200-421-2.
- [24] French, A. P.: *Special Relativity*. London: Thomas Nelson and Sons Ltd, 1975. ISBN 0-17-771075-6.
- [25] Fuka, J.: *Základní poznatky teorie relativity*. SPN, 1973.
- [26] Greiner, W.: *Classical mechanics. Point particles and relativity*. New York: Springer-Verlag, 2004, ISBN 0-387-95586-0.
- [27] Grøn, Ø.; Hervik, S.: *Einstein's general theory of relativity: with modern applications in cosmology*. New York: Springer, 2007.
- [28] Havel, V.: *Základy teorie relativity*. Plzeň: PdF Plzeň, 1979.
- [29] Havelka, B.; Tillich, J.: *Teorie relativity*. Praha: SPN, 1964.
- [30] Hlad, O.; Pavlousek, J.: *Přehled astronomie*. Praha: SNTL, 1990, ISBN 80-03-00160-9.
- [31] Horský, J.: *Úvod do teorie relativity*. Praha: SNTL, 1975.
- [32] Horský, J.; Bartoň, S.: *Relativistický vesmír*. Brno: Ando Publishing, 1997, ISBN 80-86047-15-6.
- [33] Jackson, J. D.: *Classical Electrodynamics*. New York-London-Sydney: John Willey & Sons, 1998, ISBN 0-471-30932-X.
- [34] Janků, V.: *Základy statistické fyziky*. Olomouc: UP, 1984.
- [35] Kenyon, I. R.: *General Relativity*. Oxford: Oxford University Press, 1990, ISBN 0-19-851996-6.
- [36] Klepešta, J.; Rükl, A.: *Souhvězdí*. Praha: Artia, 1971.
- [37] Kuchař, K.: *Základy obecné teorie relativity*. Praha: Academia, 1968.
- [38] Kvasnica, J.: *Statistická fyzika*. Praha: Academia, 1983 a 1998.
- [39] Kvasnica, J.; Havránek, A.; Lukáč, P. et al.: *Mechanika*. Praha: Academia, 2004, ISBN 80-200-1268-0.
- [40] Ландау, Л. Д.; Лифшиц, Е. М.: *Теория поля*. Москва: Наука, 1973.
- [41] Ландау, Л. Д.; Лифшиц, Е. М.: *Статистическая физика. Часть I*. Москва: Наука, 1976.
- [42] Lightman, A. P.; Press, W. H.; Price, R. H. et al.: *Problem Book in Relativity and Gravitation*. Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1975.
- [43] Ludvigsen, M.: *General Relativity – A Geometric Approach*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, ISBN 0-521-63976-X.
- [44] McMahon, D. M.: *Relativity Demystified*. New York: McGraw-Hill, 2006, ISBN 0-07-145545-0.
- [45] Misner, C.; Thorne, K. S.; Wheeler, J. A.: *Gravitation*. San Francisco: W. Freeman, 1973.
- [46] Møller, C.: *The Theory of Relativity*. Oxford: Clarendon Press, 1962.
- [47] Narlikar, J. V.: *Introduction to Cosmology*. Cambridge: Cambridge University Press, 1993, ISBN 0-521-41250-1.
- [48] Narlikar, J. V.: Spectral shifts in general relativity. *Am. J. Phys.*, 1994, roč. **62**, č. 10, s. 903–907.
- [49] Natário, J.: *General Relativity Without Calculus: A Concise Introduction to the Geometry of Relativity*. Springer, 2011, ISBN 978-3-642-21451-6.
- [50] Noga, M.: *Teória relativity*. Bratislava: MFF UK, 1987.
- [51] Novotný, J.; Horský, J.: *Teorie relativity*. Brno: PřF UJEP, 1985.
- [52] Padmanabhan, T.: *Cosmology and Astrophysics Through Problems*. Cambridge: Cambridge University Press, 1996, ISBN 0-524-42783-7.
- [53] Padmanabhan, T.: *An Invitation to Astrophysics*. World Scientific, 2006, ISBN 981-256-638-4.
- [54] Padmanabhan, T.: *Gravitation: Foundations and Frontiers*. Cambridge University Press,

- 2010, ISBN 978-0-521-88223-1.
- [55] Peacock, J. A.: *Cosmological Physics*. Cambridge: Cambridge University Press, 1999, ISBN 0-521-42270-1.
- [56] Peebles, P. J.: *Principles of physical cosmology*. New Jersey: Princeton University Press, 1993, ISBN 0-691-01933-9.
- [57] Phillips, A. C.: *The Physics of Stars*. Chichester: John Wiley & Sons Ltd, 1999, ISBN 978-0-471-98798-7.
- [58] Rektorys, K. et al.: *Přehled užití matematiky I, II*. Praha: SNTL, 1988.
- [59] Rindler, W.: *Introduction to Special Relativity*. Oxford: Oxford University Press, 1991, ISBN: 0-19-853952-5.
- [60] Rosser, W. G. V.: *Introductory Special Relativity*. London-New York-Philadelphia: Taylor & Francis, 1991, ISBN 0-85066-838-7.
- [61] Ryan, S. G.; Norton, A. J.: *Stellar Evolution and Nucleosynthesis*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010, ISBN 978-0-521-13320-3.
- [62] Shu, F. H.: *The Physical Universe: An Introduction to Astronomy*. Sausalito: University Science Books, 1982, ISBN 0-935702-05-9.
- [63] Schutz, B.: *Gravity from the ground up*. Cambridge: Cambridge University Press, 2003, ISBN 0-521-44506-5. Další informace dostupné z <http://www.gravityfromthegroundup.org/>.
- [64] Široký, J.; Široká, M.: *Základy astronomie v příkladech*. Praha: SPN, 1966.
- [65] Šolc, V. et al.: *Fyzika hvězd a vesmíru*. Praha: SPN, 1983.
- [66] Takeuchi, T.: *An Illustrated Guide to Relativity*. Cambridge: Cambridge University Press, 2010, ISBN 978-0-521-14100-0.
- [67] Ullmann, V.: *Gravitace, černé díry a fyzika prostoročasu*. Ostrava: ČAS, 1986. Dostupné z <http://www.sweb.cz/AstroNuklFyzika/GravitCerneDiry.htm>.
- [68] Votruba, V.: *Základy speciální teorie relativity*. Praha: Academia, 1977.
- [69] Wald, R. M.: *General Relativity*. Chicago: The University of Chicago Press, 1984, ISBN 0-226-87033-2.
- [70] Weinberg, S.: *Gravitation and Cosmology*. New York: John Wiley & Sons, 1972.
- [71] Wolf, M.: *Astronomická příručka*. Praha: Academia, 1992.
- [72] Woodhouse, N. M. J.: *Special Relativity*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer-Verlag, 1992, ISBN 3-540-55049-6.
- [73] Woodhouse, N. M. J.: *General Relativity*. London: Springer-Verlag, 2007, ISBN 978-1-84628-486-1.

## Časopisecké a internetové zdroje

- [74] Allen, S. W.; Schmidt, R. W.; Fabian, A. C.: Cosmological constraints from the X-ray gas mass fraction in relaxed lensing clusters observed with Chandra. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2002, roč. **334**, L11, DOI: 10.1046/j.1365-8711.2002.05601.x Dostupné z [arXiv:astro-ph/0205007](http://arxiv.org/abs/astro-ph/0205007).
- [75] Ashby, N.: Relativity and the Global Positioning System. *Phys. Today*, 2002, roč. **55**, č. 5, s. 41–47.
- [76] Ashby, N.: Relativity in the Global Positioning System. *Living Reviews in Relativity*, 2003. Dostupné z <http://relativity.livingreviews.org/Articles/lrr-2003-1/>.
- [77] Bennett, C. L.; Banday, A. J.; Gorski, K. M. et al.: Four-Year COBE DMR Cosmic Microwave Background Observations: Maps and Basic Results. *Astrophys. J.*, 1996, roč. **464**, s. L1–L4.

- [78] Bennett, C. L. et al.: First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Preliminary Maps and Basic Results. *Astrophys. J. Suppl.*, 2003, roč. **148**, s. 1–27. Dostupné z [arXiv:1001.4744](https://arxiv.org/abs/1001.4744) [astro-ph.CO].
- [79] Brilliet, A.; Hall, J. L.: Improved Laser Test of the Isotropy of Space. *Phys. Rev. Lett.*, 1979, roč. **42**, č. 9, s. 549–552. DOI: 10.1103/PhysRevLett.42.549.
- [80] Carroll, S. M.; Press, W. H.; Turner, E. L.: The cosmological constant. *Annual Rev. Astron. Astrophys.*, 1992, roč. **30**, s. 499–542.
- [81] Colless, M.; Boyle, B.: Redshift Surveys with 2dF. 1997, dostupné z [arXiv:astro-ph/9710268](https://arxiv.org/abs/astro-ph/9710268).
- [82] Colless M. a kol. (The 2DFGRS): The 2dF Galaxy Redshift Survey: Spectra and redshifts. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 2001, roč. **328**, s. 1039, astro-ph/0106498. Dostupné z <http://www.mso.anu.edu.au/2dFGRS/>.
- [83] Cranor, M. B., Heider, E. M.; Price, R. H.: A circular twin paradox. *Am. J. Phys.*, 2000, roč. **68**, č. 11, s. 1016–1020. DOI: 10.1119/1.1286313.
- [84] Dolby, C. E.; Gull, S. F.: On radar time and the twin “paradox”. *Am. J. Phys.*, 2001, roč. **69**, č. 12, s. 1257–1261. DOI: 10.1119/1.1407254. Dostupné z [arXiv:gr-qc/0104077](https://arxiv.org/abs/gr-qc/0104077).
- [85] Einstein, A.: Zur Elektrodynamik bewegter Körper. *Annalen der Physik*, 1905, s. 891–921. Anglický překlad dostupný z <http://www.fourmilab.ch/etexts/einstein/specrel/www/>.
- [86] Felten, J. E.; Isaacman, R.: Scale factors  $R(t)$  and critical values of the cosmological constant  $\Lambda$  in Friedman universes. *Rev. Mod. Phys.*, 1986, roč. **58**, č. 3, s. 689–698.
- [87] Freedman, W. L. et al.: Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant. *Astrophys. J.*, 2001, roč. **553**, s. 47–72. Dostupné z [arXiv:astro-ph/0012376](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0012376).
- [88] Freedman, W. L. et al.: Carnegie Hubble Program: A Mid-Infrared Calibration of the Hubble Constant. *The Astrophysical Journal*, 2012, roč. **758**, č. 1, 24. DOI: 10.1088/0004-637X/758/1/24. Dostupné z [arXiv:1208.3281](https://arxiv.org/abs/1208.3281) [astro-ph.CO].
- [89] Gwinner, G. et al.: Improved test of time dilation in special relativity. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, roč. 91, č. 19, 190403. DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.190403.
- [90] Hafele, J. C.; Keating, R. E.: Around-the-World Atomic Clocks: Observed Relativistic Time Gains. *Science*, 1972, roč. **177**, č. 4044, s. 168–170. DOI: 10.1126/science.177.4044.168.
- [91] Chou, C. W. et al.: Optical Clocks and Relativity. *Science*, 2010, roč. 329, č. 5999, s. 1630–1633. DOI: 10.1126/science.1192720.
- [92] Iorio, L.: On the clock paradox in the case of circular motion of the moving clock. *European Journal of Physics*, 2005, roč. **26**, s. 535–541. DOI: 10.1088/0143-0807/26/3/018.
- [93] Ives, H. E.; Stilwell, G. R.: An Experimental Study of the Rate of a Moving Clock. *J. Opt. Soc. Am.*, 1938, roč. 28, s. 215–226.
- [94] Ives, H. E.; Stilwell, G. R.: An Experimental Study of the Rate of a Moving Clock II. *J. Opt. Soc. Am.*, 1941, roč. 31, s. 369–374.
- [95] Jarosik, N. et al.: Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Sky Maps, Systematic Errors, and Basic Results. *Astrophys. J. Suppl.*, 2011, roč. **192**, č. 2, s. 14, DOI: 10.1088/0067-0049/192/2/14. Dostupné z [arXiv:1001.4744](https://arxiv.org/abs/1001.4744) [astro-ph.CO].
- [96] Jelen, J.: Paradoxy prostoročasu. *PMFA*, 2001, roč. **46**, č. 1, s. 18–32. Dostupné z <http://aldebaran.feld.cvut.cz/vyuka/paradoxy/>.
- [97] Jordan, T. F.: Cosmology calculations almost without general relativity. *Am. J. Phys.*, 2005, roč. **73**, s. 653. DOI: 10.1119/1.1900095. Dostupné z [arXiv:astro-ph/0309756](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0309756).
- [98] Kaivola, M. et al.: Measurement of the Relativistic Doppler Shift in Neon. *Phys. Rev. Lett.*, 1985, roč. 54, s. 255–258.
- [99] Kallivayalil, N. et al.: The Proper Motion of the Large Magellanic Cloud using HST. *Astrophys. J.*, 2006, roč. **638**, s. 772–785. Dostupné z [arXiv:astro-ph/0508457](https://arxiv.org/abs/astro-ph/0508457).

- [100] Knop, R. A. et al.: New Constraints on  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$ , and  $w$  from an Independent Set of Eleven High-Redshift Supernovae Observed with HST. *Astrophys. J.*, 2003, roč. **598**, s. 102–137. Dostupné z arXiv:astro-ph/0309368.
- [101] Kulhánek, P.; Červenka, M.: *Příklady z astrofyziky* [online]. 2001. Dostupné z <http://www.aldebaran.cz/studium/astrofyzika.pdf>.
- [102] Maddox, S. J.; Efsthathiou, G.; Sutherland, W. J.: The APM Galaxy Survey – Part Two – Photometric Corrections. *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, 1990, roč. **246**, s. 433–457.
- [103] Matsas, G. E. A.: Relativistic Archimedes law for fast moving bodies and the general-relativistic resolution of the “submarine paradox”. *Phys. Rev. D*, 2003, roč. **68**, článek č. 027701. DOI: 10.1103/PhysRevD.68.027701. Dostupné z arXiv:gr-qc/0305106.
- [104] Mikulášek, Z.; Krtička, J.: *Fyzika hvězd a hvězdných soustav* [online]. Dostupné z <http://astro.physics.muni.cz/download/documents/skripta/F3080.pdf>.
- [105] Mikulášek, Z.; Votruba, V.: *Stavba a vývoj vesmíru* [online]. Dostupné z <http://astro.physics.muni.cz/download/documents/skripta/F6550.pdf>.
- [106] Mueller, H. et al.: Modern Michelson-Morley experiment using cryogenic optical resonators. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, roč. **91**, č. 2, s. 020401. DOI: 10.1103/PhysRevLett.91.020401. Dostupné z arXiv:physics/0305117 [physics.class-ph].
- [107] Nemiroff, R. J.; Patla, B.: Adventures in Friedmann cosmology: A detailed expansion of the cosmological Friedmann equations. *Am. J. Phys.*, 2008, roč. **76**, č. 3, s. 265–276. DOI: 10.1119/1.2830536. Dostupné z arXiv:astro-ph/0703739.
- [108] Opatrný, T.; Richterek, L.: *Vybrané partie současné fyziky* [online]. Olomouc: 2005. Dostupné z <http://muj.optol.cz/~richterek/data/media/texty/vkf.pdf>.
- [109] Opatrný, T.: *Kapitoly z termodynamiky a statistické fyziky*. Olomouc: 2009. Dostupné z <http://www.ktf.upol.cz/tom/bookex1.pdf>.
- [110] Perlmutter, S.: „Supernovae, Dark Energy, and the Accelerating Universe.“ *Physics Today*, 2003, roč. **56**, č. 4, s. 53–60. Dostupné z <http://panisse.lbl.gov>.
- [111] Perrin, R.: Twin paradox: A complete treatment from the point of view of each twin. *Am. J. Phys.*, 1979, roč. **47**, č. 4, s. 317–319. DOI: 10.1119/1.11835.
- [112] Pierce, E.: The lock and key paradox and the limits of rigidity in special relativity. *Am. J. Phys.*, 2007, roč. **75**, č. 7, s. 610–614. DOI: 10.1119/1.2711827.
- [113] Pokorný, Z.: *Základy astronomie 1* [online]. Dostupné z <http://astro.physics.muni.cz/download/documents/skripta/F1251.pdf>.
- [114] Pokorný, Z.: *Základy astronomie 2* [online]. Dostupné z <http://astro.physics.muni.cz/download/documents/skripta/F2252.pdf>.
- [115] Price, R. H.; Gruber, R. P.: Paradoxical twins and their special relatives. *Am. J. Phys.*, 1996, roč. **64**, č. 8, s. 1006–1008. DOI: 10.1119/1.18318.
- [116] Scott, G. D.; Viner, M. R.: The Geometrical Appearance of Large Objects Moving at Relativistic Speeds. *Am. J. Phys.* 1965, roč. **33**, č. 7, s. 534–536. DOI: 10.1119/1.1971890.
- [117] Smoljak, L.: Jára Cimrman (K 100. výročí narození). *Čs. čas. fyz. A*, 1973, roč. 23, s. 184–185.
- [118] Spergel, D. N. et al. First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters. 2003, *Astrophys. J. Suppl.*, roč. **148**, s. 175. Dostupné z arXiv:astro-ph/0302209.
- [119] Šedivý, P.: *Kapitoly ze speciální teorie relativity*. Knihovnička FO č. 60. Hradec Králové: MAFY, 2003. Dostupné z <http://fo.cuni.cz/texty/str.pdf>.
- [120] Štefl, V.; Krtička, J.: *Historie astronomie* [online]. Dostupné z <http://astro.physics.muni.cz/download/documents/skripta/F6560.pdf>.
- [121] Hanč, J.; Tuleja, S.: *Teória relativity s príkladmi* [online]. Košice: PrF UPJS, 2008. Dostupné z [http://physedu.science.upjs.sk/modelovanie/files/hanc\\_relativita\\_2008.pdf](http://physedu.science.upjs.sk/modelovanie/files/hanc_relativita_2008.pdf).

- [122] Wesson, P. S.: Olbers's paradox and the spectral intensity of the extragalactic background light. *Astrophys. J.*, 1991, roč. **367**, s. 399–406.
- [123] *Astronomia – astronomický server Fakulty pedagogické ZČU v Plzni* [online]. Dostupné z <http://astronomia.zcu.cz>.

## Populárně naučná literatura

- [124] Balek, V.: *Prečo svietia hviezdy*. Bratislava: Alfa, 1986.
- [125] Barrow, J. D.: *Teorie všeho*. Praha: Mladá fronta, 1999, ISBN 80-204-0602-6.
- [126] Barrow, J. D.: *Konstanty přírody*. Praha a Litomyšl: Paseka, 2005, ISBN 80-7185-689-4.
- [127] Barrow, J. D.: *Teorie ničeho*. Praha: Mladá fronta, 2005, ISBN 80-204-1156-9.
- [128] Barrow, J. D.: *Knihá o nekonečnu*. Praha a Litomyšl: Paseka, 2007, ISBN 978-80-7185-822-5.
- [129] Barrow, J. D.: *Vesmírná galerie*. Praha: Argo/Dokořán, 2011, ISBN 978-80-7363-291-5.
- [130] Close, F.: *Částicová fyzika. Průvodce pro každého*. Praha: Dokořán, 2008, ISBN 978-80-7363-160-4.
- [131] Einstein, A.: *Jak vidím svět*. Praha: Lidové noviny, 1993, ISBN 80-7106-078-X.
- [132] Feynman, R. P.: *O povaze fyzikálních zákonů*. Praha: Aurora, 1998, ISBN 80-85974-53-3.
- [133] Fischer, J.: *Průhledy do mikrokosmu*. Praha: Mladá fronta, 1986.
- [134] Fölsing, A.: *Albert Einstein*. Praha: Volvox Globator, 2001. ISBN: 80-7207-418-0.
- [135] Galison, P.: *Einsteinovy hodiny a Poincarého mapy*. Praha: Mladá fronta, 2005, ISBN 80-204-1188-7.
- [136] Gamow, G.: *Pan Tompkins v říši divů*. Praha: Mladá fronta, 1986.
- [137] Ginzburg, V.: *Astrofyzika*. Bratislava: Alfa, 1983.
- [138] Greene, B.: *Elegantní vesmír*. Praha: Mladá fronta, 2001, ISBN 80-204-0882-7.
- [139] Greene, B.: *Struktura vesmíru*. Praha: Paseka, 2006, ISBN 80-7185-720-3.
- [140] Gribbin, J.: *Pátání po velkém třesku*. Praha: Columbus, 2002, ISBN 80-7249-046-X.
- [141] Gribbin, J.: *Životopis vesmíru – Od velkého třesku po zánik vesmíru*. Praha: Mladá fronta, 2009, ISBN 978-80-204-1902-6.
- [142] Grygar, J.: *Vesmírná zastavení*. Praha: Pyramida, 1990, ISBN 80-7038-202-3.
- [143] Grygar, J.: *Vesmír jaký je*. Praha: Mladá fronta, 1997, ISBN 80-204-0637-9.
- [144] Grygar, J.; Železný, V.: *Okna vesmíru dokořán*. Praha: Naše vojsko, 1989, ISBN 80-206-0126-0.
- [145] Hajduk, A.; Štohl, J.: *Encyklopédia astronómie*. Bratislava: Obzor, 1987.
- [146] Hawking, S. W.: *Stručná historie času*. Praha: Mladá fronta, 1991, ISBN 80-204-0169-5.
- [147] Hawking, S. W.: *Černé díry a budoucnost vesmíru*. Praha: Mladá fronta, 1995, ISBN 80-204-0515-1.
- [148] Hawking, S. W.; Penrose, R.: *Povaha prostoru a času*. Praha: Academia, 2000, ISBN 80-200-0745-8.
- [149] Horský, Z.; Plavec, M.: *Poznávání vesmíru. Malá moderní encyklopedie*. Praha: Orbis, 1962.
- [150] Isaacson, W.: *Einstein Jeho život a vesmír*. Praha: Paseka, 2010, ISBN 978-80-7432-020-0.
- [151] Kaku, M.: *Einsteinův vesmír (Jak vize Alberta Einsteina změnilly naše chápání prostoru a času)*. Praha: Dokořán a Argo, 2005, ISBN 80-7363-015-X.
- [152] Kaku, M.: *Paralelní světy*. Praha: Argo/Dokořán, 2007, ISBN 978-80-7203-847-3.
- [153] Kirshner, R. P.: *Výstřední vesmír (Explodující hvězdy, temná energie a zrychlování kosmu)*. Praha a Litomyšl: Paseka, 2005, ISBN 80-7185-729-7.
- [154] Kleczek, J.: *Encyklopedie Vesmíru*. Praha: Academia, 2002, ISBN 80-200-0906-X.
- [155] Kleczek, J.: *Život se Sluncem a ve vesmíru*. Praha a Litomyšl: Paseka, 2011, ISBN 978-80-7432-075-0.

- [156] Krauss, L. M.: *Proměny vesmíru (Od velkého třesku k životu na Zemi...a ještě dál)*. Praha a Litomyšl: Paseka, 2006, ISBN 80-7185-722-X.
- [157] Landau, L. D.; Rumer, J. B.: *Co je to teorie relativity*. Praha: Albatros, 1976.
- [158] Novikov, I.: *Černé díry a vesmír*. Praha: Mladá fronta, 1989, ISBN 80-204-0028-1.
- [159] Penrose, R.: *Makrosvět, mikrosvět a lidská mysl*. Praha: Mladá fronta, první vydání, 1999, ISBN: 80-204-0780-4.
- [160] Rees, M.: *Náš neobyčejný vesmír*. Praha: Dokořán, 2002, ISBN: 80-86569-17-9.
- [161] Singh, S.: *Velký třesk*. Praha: Argo/Dokořán, 2007, ISBN 978-80-86569-62-8.
- [162] Thorne, K. S.: *Černé díry a zborcený čas (Pozoruhodná dědictví Einsteinova génia)*. Praha: Mladá fronta, 2004, ISBN 80-204-0917-3.
- [163] Veltman, M.: *Fakta a záhady ve fyzice elementárních částic*. Praha: Academia, 2007, ISBN 978-80-200-1500-6.
- [164] Weinberg, S.: *Snění o finální teorii*. Praha: Hynek, 1996, ISBN 80-85906-26-0.
- [165] Weinberg, S.: *První tři minuty*. Praha: Mladá fronta, 1998, ISBN 80-204-0700-6.

# Rejstřík

---

## A

aberrace 8  
analemma 74  
astronomie 43  
azimut 69

## B

Big Bang *viz* třesk velký  
Big Crunch *viz* křach velký  
bod jarní 71  
bolid 66  
budoucnost absolutní 28

## Č

čas  
– absolutní 8  
– Hubbleův 96  
– hvězdný  
– – pravý 71  
– – střední 71  
časoprostor *viz* prostoročas  
čtyřhybnost 32  
čtyřpotenciál 36  
čtyřproud 36  
čtyřrychlost 25  
čtyřvektor  
– proudové hustoty *viz* čtyřproud  
– vlnový 26  
čtyřzrychlení 25

## D

deklinace 70  
délka Hubbleova 100  
den 46  
– hvězdný 71  
– sluneční  
– – pravý 71  
– – střední 72  
diagram Hertzsprungův-Russellův 80  
dvojhvězda  
– fyzická 57  
– optická 57  
– spektroskopická 57

## E

ekliptika 48  
elevace 69  
energie  
– celková 32  
– klidová 32  
éter 8  
experiment  
– Fizeauův 9  
– Hoekův 8  
– Michelsonův-Morleyův 10

## F

faktor expanzní 89  
Friedmann Alexandr Alexandrovič 89

## G

Galaxie 63

## H

hmotnost  
– longitudinální *viz* hmotnost podélná  
– podélná 34  
– příčná 34  
– transverzální *viz* hmotnost příčná  
horizont 67  
Hubble Edwin Powell 96  
hustota kritická 99  
hvězda 54  
hvězdokupa  
– kulová 61  
– otevřená 57  
– pohybová 61  
hypotéza  
– absolutně klidného éteru 8  
– částečně strhávaného éteru 8  
– dokonalého strhávání éteru 8

## I

inflace 95, 100  
interval 12  
– časové povahy *viz* interval časupodobný  
– časupodobný 27  
– nulový *viz* interval světlupodobný



- prostorové povahy *viz* interval  
  prostorupodobný
- prostorupodobný 27
- světlupodobný 28

## J

- jasnost 77
- jednotka astronomická 44, 77
- jev
  - Dopplerův 26
  - – podélný 27
  - – příčný 27

## K

- kometa 67
- konfigurace standardní 14
- konstanta
  - Hubbleova 96
  - kosmologická 88
  - sluneční 44
  - solární *viz* konstanta sluneční
- Koperník Mikoláš 84
- křach velký 101
- kulminace
  - dolní 71
  - horní 71

## L

- librace 52

## M

- meridián 70
- měsíc
  - siderický 50
  - synodický 50
- meteor 65
- meteorický roj 66
- meteorit 66
- meteoroid 65
- minulost absolutní 28
- model standardní kosmologický 84
- modul vzdálenosti 78, 108

## N

- nadhlavník *viz* zenit
- noc astronomická 46

## O

- objekt cirkumpolární 71
- obloha 68
  - hvězdná 69
- obzor 67

- Olbers Heinrich Wilhelm 84
- operátor d'Alembertův 36

## P

- paradox Olbersův 84
- paralaxa 76
- parametr
  - decelerační 100
  - Hubbleův 96
  - hustotní 99
- parsek 77
- planeta
  - vnější 52
  - vnitřní 52
- planetka 53
- podmínka Lorentzova kalibrační 36
- pohyb hyperbolický 30
- pól nebeský 70
- posloupnost hlavní 81
- posuv rudý 97
- pozorovatel inerciální 7
- prach 92
- princip
  - Hamiltonův 41
  - konstantní rychlosti světla 11
  - Koperníkův 84
  - relativity 11
- problém plochosti vesmíru 100
- prostor
  - absolutní 8
  - afinní 21
  - vektorový
    - – Minkowského 21
    - – pseudoeukleidovský 21
- prostorčas 12, 19
  - Minkowského 19

## Q

- quintessence 95

## R

- radiant 66
- rapidita 15
- rektascenze 70
- rok světelný 77
- rotace
  - synchronní *viz* rotace vázaná
  - vázaná 50
- rovnice
  - časová 72
  - Einsteinovy 92
  - ekvinoxíí 71

- Friedmannova 85
- kovariantní 30
- Pogsonova 77
- stavová 91, 92
  - – vakua 94
  - – záření 94
- rovník nebeský 70

## S

- sféra nebeská 69
- síla Lorentzova 41
- snižování indexů 23
- souhvězdí 54
- soumrak
  - astronomický 46
  - nautický 46
  - občanský 46
- souřadnice
  - azimutální 69
  - rovníkové 70
- souřadnice comoving 88
- souřadnice ekvatoreální *viz* souřadnice rovníkové
- soustava vztažná inerciální 7
- STR 11
- světočára 24
- svíčky standardní 105

## T

- tektit 66
- tenzor
  - elektromagnetického pole 37
  - metrický 22

- transformace
  - Galileova 7
  - Lorentzova 7, 14
  - ortogonální 14
- třesk velký 101
- třída luminozitní 82

## U

- událost 12
- úhel hodinový 71

## V

- vektor
  - časupodobný 22
  - prostorupodobný 22
- vektory
  - báze
    - – kovariantní 21
- velikost hvězdná
  - absolutní 78, 107
  - relativní 108
- vesmír
  - Einsteinův statický 101
  - otevřený 89
  - plochý 89
  - uzavřený 89
- vzdálenost fotometrická 106
- vztah Maxwellův 35

## Z

- zákon Hubbleův 96
- zenit 69
- zvyšování indexů 23



Lukáš Richterek

## **Teorie relativity a astronomie**

Výkonný redaktor: prof. RNDr. Tomáš Opatrný, Dr.

Odpovědná redaktorka: Mgr. Lucie Loutocká

Technické zpracování systémem  $\text{\LaTeX}$ : Mgr. Lukáš Richterek, Ph.D.

Návrh obálky: Jiří Jurečka

Publikace neprošla ve vydavatelství redakční ani jazykovou úpravou.

Vydala a vytiskla Univerzita Palackého v Olomouci

Křížkovského 8, 771 47 Olomouc

[www.upol.cz/vup](http://www.upol.cz/vup)

e-mail: [vup@upol.cz](mailto:vup@upol.cz)

Olomouc 2012

1. vydání

Neprodejné

**ISBN 978-80-244-3335-6**