

Trojúhelník – příčky

Střední příčka

Střední příčka trojúhelníku je **úsečka**, jejímiž krajními body jsou středy stran tohoto trojúhelníku.

Vlastnosti:

1. Střední příčka je rovnoběžná se stranou, jejímž středem neprochází.
2. Velikost střední příčky je rovna polovině velikosti s ní rovnoběžné strany.

D. viz obrázek

1. Sestrojíme střed strany BC, ozn. K.
2. Tímto bodem vedeme rovnoběžku se stranou AB, průsečík se stranou AC označíme L.
3. Bodem L vedeme rovnoběžku s BC, průsečík označíme M.
4. Sestrojíme úsečku KM.

Dokážeme, že všechny čtyři trojúhelníky jsou shodné (po dvojicích).

Osa strany

Osa strany trojúhelníku je **přímka**, která prochází středem strany a je ke straně trojúhelníku kolmá.

Vlastnosti: Všechny tři osy stran každého trojúhelníku se protínají v jednom bodě. Tento bod je středem kružnice trojúhelníku opsané.

Bod je vnitřním bodem trojúhelníku v trojúhelníku ostroúhlém, bodem hranice v trojúhelníku pravoúhlém (střed přepony), vnějším bodem v trojúhelníku tupoúhlém.

D. viz obrázek

Sestrojíme osy dvou stran, ty jsou různoběžné (kolmice k různoběžným přímkám), jejich průsečík označíme S. Dokážeme, že tímto bodem prochází i třetí osa strany trojúhelníku. Využijeme vlastnosti, že každý bod osy úsečky má od jejích krajních bodů stejnou vzdálenost.

Osa vnitřního úhlu

Osa vnitřního úhlu AVB trojúhelníku ABC je polopřímka VX, pro kterou platí, že úhel AVX a úhel BVX jsou shodné.

Vlastnosti: Všechny tři osy vnitřních úhlů každého trojúhelníku se protínají v jednom bodě. Tento bod je středem kružnice trojúhelníku vepsané. Je vždy vnitřním bodem trojúhelníku.

D. viz obrázek

Sestrojíme osy dvou vnitřních úhlů trojúhelníku, průsečík označíme O a dokážeme, že tímto bodem prochází osa třetí. Využijeme vlastnosti, že každý bod osy úhlu má od jeho ramen stejnou vzdálenost.

Těžnice

Těžnice trojúhelníku je **úsečka**, jejímiž krajními body jsou vrchol a střed protější strany.

Vlastnosti:

1. Těžnice trojúhelníku se protínají v jednom bodě - těžišti.
2. Těžiště dělí těžnici v poměru $2 : 1$. Vzdálenost těžiště od vrcholu je dvakrát větší než vzdálenost těžiště od středu protější strany.

D. viz obrázek

Sestrojíme průsečík dvou těžnic, jejich průsečík označíme T a dokážeme, že tímto bodem prochází i těžnice třetí.

Výška

Výška trojúhelníku příslušná ke straně je

- kolmice k přímce obsahující tuto stranu a procházející protilehlým vrcholem
- úsečka na této kolmici ohraničená tímto vrcholem a patou kolmice k prodloužené straně
- velikost této úsečky.

Vlastnosti: Všechny tři přímky, ve kterých leží výšky trojúhelníku se protínají v každém trojúhelníku v jednom bodě. Tento bod je vnitřním bodem trojúhelníku v trojúhelníku ostroúhlém, bodem hranice v trojúhelníku pravoúhlém (vrchol u pravého úhlu), vnějším bodem v trojúhelníku tupoúhlém.

D. viz obrázek

K důkazu využijeme věty o osách stran trojúhelníku. Vrcholy trojúhelníku ABC vedeme rovnoběžné přímky s protějšími stranami, dostaneme trojúhelník $A_1B_1C_1$. Na osách tohoto trojúhelníku leží výšky stran trojúhelníku ABC .

Zajímavosti pro nadané žáky

1. Narýsujte trojúhelník ABC. Sestrojte jeho osy stran, průsečík os stran označte O. Sestrojte těžnice trojúhelníku, průsečík těžnic označte T. Sestrojte výšky trojúhelníku, průsečík výšek označte V. Jestliže jste správně rýsovali, leží body O, T, V na jedné přímce (Eulerova přímka) a platí: $TV = 2 \cdot TO$.
2. Narýsujte a) ostroúhlý trojúhelník ABC, b) libovolný trojúhelník ABC. Sestrojte středy jeho stran, výšky trojúhelníku, paty výšek trojúhelníku a středy úseček AV, BV, CV, kde bod V je průsečík výšek. Označte těchto 9 bodů a ověřte, že leží na jedné kružnici (Feuerbachova kružnice). Střed této kružnice leží na Eulerově přímce a platí:

$$TO = \frac{1}{3} VO, \quad FT = \frac{1}{4} VT.$$

3.