Masarykova univerzita Fakulta pedagogická

KAPITOLY Z DIDAKTIKY MATEMATIKY

(slovní úlohy, projekty)

Růžena Blažková
Květoslava Matoušková
Milena Vaňurová

Brno 2001

ÚVOD

Učební text je určen studentům oboru učitelství pro 1. stupeň základní školy jako pomůcka při studiu didaktiky matematiky. Tento učební text je věnován konkrétním úkolům didaktiky matematiky, které souvisejí s problematikou zvládnutí řešení slovních úloh. Jeden z hlavních cílů vyučování matematice je naučit žáky využívat teoretických poznatků v praktickém životě. To znamená, že od 1. ročníku základní školy je potřeba vytvářet modelové situace, které odrážejí reálnou situaci a které se řeší matematickými prostředky. Tyto modelové situace, které jsou ve školské matematice reprezentovány slovními úlohami, komplexy těchto úloh nebo úlohami řešenými v rámci tzv. projektového vyučování, je potřeba využívat mimo jiné i jako prostředky k postupné abstrakci matematických pojmů a zobecňování metod řešení úloh.

V tomto učebním textu ilustrujeme, jak lze řešením konkrétních úloh postupně učit žáky komplexnímu přístupu k řešení problémů z reálného života matematickými prostředky. Jsou zde uvedeny jak obecně platné přístupy k řešení slovních úloh, které jsou vždy doprovázeny konkrétními ukázkami, tak doporučená vzorová řešení vybraných úloh pro učitele i pro žáky. Řešené vzorové úlohy reprezentují úlohy nejčastěji se vyskytující v učivu i učebnicích 1. stupně základní školy. Tato část učebního textu s metodickými návody a doporučeními je zpracována jako soubor návodů vedoucích ke zvládnutí metod řešení celé škály analogických slovních úloh, aniž by řešitele omezovaly v samostatném přístupu a jeho tvořivosti.

V organické návaznosti na předcházející text jsou v poslední části uvedeny ukázky několika námětů k realizaci tzv. projektového vyučování.

I. METODIKA ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH

1. METODY ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH

Vyučování matematice klade velký důraz na důkladné a logické osvojení si učiva žáky a na jeho uvědomělé využívání při řešení situací z reálného života. Ve výuce matematiky jsou tyto reálné situace modelovány především slovními úlohami, s jejichž řešením se žáci setkávají od 1. ročníku základní školy.

Slovní úlohy mají ve vyučování matematice nezastupitelné místo také vzhledem ke svému didaktickému významu, který lze stručně vymezit takto:

a) řešení slovních úloh má velký vliv na rozvoj myšlení žáků, jejich pozornosti a představivosti
b) řešení slovních úloh má při vhodném využití značný výchovný dosah
c) na úlohách se hlouběji objasňují a konkretizují základní matematické pojmy
d) při řešení slovních úloh se upevňují početní návyky a uvědomělé používání základních početních operací
e) řešení slovních úloh připravuje žáky k využívání matematiky v praktickém životě.

Slovními úlohami rozumíme takové úlohy, ve kterých je souvislost mezi danými a hledanými údaji vyjádřena slovní formulací. Pomocí vhodných úvah zjišťujeme, jaké početní operace je třeba provést se zadanými údaji, abychom mohli odpovědět na otázku slovní úlohy. Principem řešení těchto úloh je vytvoření matematického modelu konkrétní situace vyjádřené textem úlohy. Přechod od reálné situace k příslušnému matematickému modelu se nazývá matematizace reálné situace. Tím rozumíme vyjádření vztahů mezi zadanými údaji a hledaným výsledkem v matematickém jazyce. Vyřešením získané matematické úlohy získáme výsledek, který musíme konfrontovat se zadáním slovní úlohy.

Postup při řešení slovních úloh se tedy člení na tři základní fáze:
1) matematizace slovní úlohy
2) řešení matematické úlohy
3) konfrontace výsledku matematické úlohy se zadáním slovní úlohy.

V učebnicích matematiky se setkáváme se slovními úlohami, k jejichž řešení stačí pouze jedna početní operace - **jednoduché slovní úlohy**, a se slovními úlohami, k jejichž řešení je třeba více než jedné početní operace - **složené slovní úlohy**. V jednoduchých slovních úlohách jsou zpravidla zadány dva údaje, z nichž získáme třetí údaj vedoucí k odpovědi na danou otázku. Řešení složené slovní úlohy provádíme tak, že postupně vytváříme a řešíme dílčí jednoduché úlohy, z nichž každá vede jen k jedné početní operaci. Tento postup vytváření dílčích úloh je možno provádět dvěma různými základními metodami - **metodou analytickou** a **metodou syntetickou**.

Při **analytickém způsobu** řešení slovní úlohy vycházíme z její otázky. Nejprve nás tedy zajímá: **„Co máme vypočítat?“** Abychom zjistili, jak získáme výsledek, klademe si další otázky: „**Co k tomu potřebujeme? Které z potřebných údajů jsou známy ze zadání úlohy?“** Jsou-li všechny potřebné údaje obsaženy v zadání úlohy, provedeme matematizaci úlohy a řešíme ji. Pokud zadání úlohy neobsahuje všechny potřebné údaje, pak další analýzou textu zjistíme, jak je získáme. Údaje potom vypočítáme (nebo vyhledáme) a úlohu vyřešíme.

Výhoda tohoto postupu spočívá v tom, že je stále cílevědomě sledována otázka úlohy a postup vede efektivně k cíli.

Pokud však nastane situace, že některý z údajů potřebných k řešení úlohy nelze žádným způsobem zjistit a úloha tedy není řešitelná, pak buď přeformulujeme její zadání, a nebo diskutujeme, za jakých zadaných podmínek by úloha řešení měla. Ve školské matematice však obvykle tato situace nenastává.

Při řešení slovní úlohy **syntetickou metodou** vybíráme z textu slovní úlohy údaje, z nichž tvoříme jednoduché úlohy. Z výsledků těchto jednoduchých úloh a z dalších zadaných údajů tvoříme postupně další jednoduché úlohy tak dlouho, dokud jejich řešením nedostaneme odpověď na otázku zadané slovní úlohy. Při tomto způsobu řešení tedy odpověď na danou otázku získáváme skládáním výsledků řešených jednoduchých slovních úloh.

Zdánlivou výhodou této metody je práce s konkrétními údaji od počátku řešení. Její nevýhodou je možnost náhodné volby údajů k sestavení jednoduchých slovních úloh, které nemusí vést k odpovědi na otázku slovní úlohy.

Při řešení slovních úloh (zejména složitějších) využíváme zpravidla - často ne zcela uvědoměle - obou metod současně. Tento postup řešení označujeme jako **analyticko-syntetický.**

Pro ilustraci uvedeme řešení jedné slovní úlohy oběma způsoby.

Jakub si kupoval náčrtník, vodovky a pastelky. Náčrtník stál 23 Kč, vodovky byly třikrát dražší než náčrtník a pastelky byly o 15 Kč levnější než vodovky. Kolik korun Jakub za nákup zaplatil?

Myšlenkový postup při **metodě analytické:**

Co máme vypočítat?	Kolik zaplatil celkem za nákup.	c
Co k tomu potřebujeme znát?	Cenu za náčrtník, vodovky a pastelky.	$c = n + v + p$
Co známe?	Cenu náčrtníku.	$n = 23$ Kč
Co musíme zjistit?	Cenu vodovek a pastelek.	v, p

Jak vypočítáme cenu vodovek? Vodovky jsou třikrát dražší než náčrtník.

$$v = 3 \,.\, n$$
$$v = 3 \,.\, 23$$

Jak vypočítáme cenu pastelek? Pastelky jsou o 15 Kč levnější než vodovky.

$$p = v - 15$$
$$p = 3 \,.\, 23 - 15$$

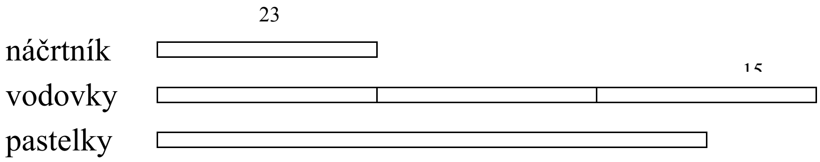
Celková cena nákupu: $c = \overset{n}{23} + \overset{v}{(3 \,.\, 23)} + \overset{p}{(3 \,.\, 23 - 15)}$

$c = 23 + 69 + 54 = 146$

Odpověď na otázku úlohy: Jakub zaplatil 146 Kč.

<u>Žákovský zápis a řešení:</u> (Poznamenejme, že při řešení slovních úloh se žáky se učitel může rozhodnout, zda a kdy bude využívat písmen ve významu čísel k označení neznámých.)

Náčrtník 23 Kč
Vodovky třikrát dražší než
Pastelky o 15 Kč levnější než
Celkem c



$$\underset{n}{23} + \underset{v}{(3.23)} + \underset{p}{(3.23 - 15)} = 23 + 69 + 54 = 146$$

Jakub zaplatil 146 Kč.

(O správnosti řešení slovní úlohy se žák přesvědčí zkouškou správnosti (viz další text)).

Postup při použití **metody syntetické**:
Neuvažujeme předem, jak sestavíme úlohu, která dá odpověď na otázku zadané složené slovní úlohy. Ze zadaných údajů vytvoříme jednoduché slovní úlohy, z nichž vypočítáme ceny jednotlivých druhů zboží.

Vypočítáme cenu vodovek: 3 . 23 = 69
Z tohoto výsledku a z dalšího zadaného údaje vypočítáme cenu pastelek:
69 - 15 = 54
Potom vypočítáme cenu nákupu: 23 + 69 + 54 = 146

Tento postup je zdánlivě jednodušší, avšak žáci po vyřešení jednoduchých úloh často zapomenou sestavit a řešit úlohu, která dává odpověď na danou otázku (např. zapomenou přičíst zadané číslo - v tomto případě cenu náčrtníku, tedy počítají 69 + 54 = 123).

2. POSTUP ŘEŠENÍ SLOVNÍCH ÚLOH

Pro úspěšné řešení slovních úloh je vhodné rozpracovat základní fáze zvoleného postupu podstatně podrobněji. Žáky tím vedeme k uplatňování metody práce, kterou mohou využít ve vyšších ročnících nejen při řešení složitějších slovních úloh, ale i nejrůznějších dalších praktických problémů.

Základní fáze postupu řešení slovní úlohy můžeme podrobněji rozčlenit např. takto:
a) porozumění textu
b) rozbor - analýza podmínek ve vztahu k otázce úlohy
c) matematizace reálné situace vyjádřené textem úlohy

d) provedení odhadu výsledku
e) řešení matematické úlohy
f) zkouška správnosti
g) odpověď na otázku slovní úlohy.

Při realizaci výše uvedených fází postupu je vždy třeba sledovat některé didaktické aspekty, jejichž nerespektování může přinášet dětem problémy a nechuť řešit slovní úlohy.

a) Porozumění textu

Žák musí přečíst zadání úlohy s porozuměním, musí pochopit, co je předmětem otázky a které údaje jsou zadány. Pozornost je nutné věnovat především důkladné orientaci žáků v textu zadání. Pro děti je náročné sledovat text slovní úlohy, pokud je příliš dlouhý a nebo pokud se v něm vyskytují pojmy, kterým nerozumí. Podstatnou roli hraje zápis číselných údajů ve slovní úloze. Pro dítě není totéž, zda jsou zapsány pomocí číslic nebo číslovkami (např. 4 jablka, čtyři jablka). Obtíže se vyskytují i při řešení úloh, v jejichž zadání se vyskytují údaje, které nejsou k řešení úlohy potřebné, např.: *Babička upekla pro 3 vnoučata 16 buchet. Dvě vnoučata snědla po čtyřech buchtách, jedno vnouče snědlo dvě buchty. Kolik buchet děti snědly?* V této úloze jsou pro dítě dominantní čísla 3 a 16 a číselné údaje v dalším textu jsou způsobem zadání potlačeny, takže dítě řeší např. úlohu 3 + 16.

K pochopení úlohy a k systematickému a racionálnímu přístupu ke slovní úloze přispívá také stručný zápis zadání úlohy.

b) Rozbor

Rozboru slovní úlohy je třeba věnovat maximální pozornost. Nejprve sledujeme zadané podmínky ve vztahu k otázce, tj. sledujeme, které údaje jsou zadány a které máme vypočítat. Myšlenkový postup zde mohou charakterizovat následující otázky: *Je možné splnit požadavky úlohy? Stačí či nestačí zadané údaje k určení údajů neznámých? Vyskytují se v zadání úlohy údaje nadbytečné? Odporují si některé údaje? V jakém vztahu jsou zadané údaje k údajům hledaným?*

Správné pochopení vztahu mezi podmínkou a otázkou vede i ke správné volbě početních operací potřebných k řešení úlohy. Pokud žák nezvládne dovednost provést rozbor, volí operace náhodně, hádá, jaké operace se zadanými údaji provede, a tím pracuje beze smyslu.

Při vlastním rozboru slovní úlohy můžeme žákům účinně napomoci tím, že je učíme klást si vhodné otázky, které usnadňují žákům tzv. „uchopení úlohy“. Např.:

- *Řešili jsme již někdy takovouto úlohu nebo úlohu podobnou, příbuznou nebo jen málo pozměněnou?* Někteří žáci se totiž potřebují opřít o předešlou zkušenost v řešení úloh určitého typu. To není na závadu, neboť opakovaný rozbor analogických situací umožňuje žáku pochopit příslušnou problematiku..

- *Známe nějakou poučku nebo větu, která by napomohla řešení*? *Jak jsou definovány pojmy vyskytující se v úloze?* Uvědomělé používání pouček a vět je třeba uplatňovat funkčně tak, aby nedocházelo k formalismu v tom smyslu, že žák sice zná nějaký vzorec, ale neumí jej v příslušné situaci uplatnit.

- *Můžeme najít jinou formulaci úlohy*? Ke správnému pochopení úlohy přispívá i to, že žák umí vyjádřit úlohu vlastními slovy, eventuelně jednodušším způsobem. Někdy si můžeme položit tyto otázky:

- *Dovedeme vyřešit alespoň část úlohy ?*
- *Jak se změní neznámá, vynecháme-li některé podmínky ?*
- *Můžeme volit jiné vhodnější údaje pro určení neznámé ?*

- Využili jsme všech zadaných údajů ? Využili jsme všech podmínek ?

Vztahy mezi údaji v úloze je vhodné znázornit na konkrétním modelu nebo graficky. Žáci by měli poznávat různé možnosti grafického znázornění a vhodně si je podle charakteru úlohy vybírat. Zejména při počítání s většími čísly je třeba využívat abstraktnějších forem názoru.

Grafické znázornění situace, které je důležitou součástí rozboru, dobrým žákům usnadní, slabším někdy přímo umožní řešení. Na dále uvedených příkladech budeme ilustrovat, že je vhodné střídat formy názoru, nesetrvávat formálně na jednom způsobu (modelu).

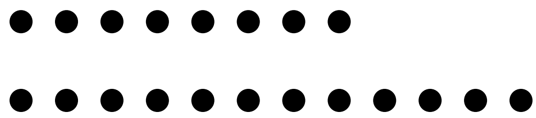
Příklad grafického znázornění jednoduché úlohy:

Petr má 8 kuliček a Jan má o 4 kuličky více než Petr. Kolik kuliček má Jan?

Znázornění konkrétními objekty (kuličkami):

Petr

Jan



Znázornění pomocí zástupců konkrétních objektů (např. kroužky na papíře):

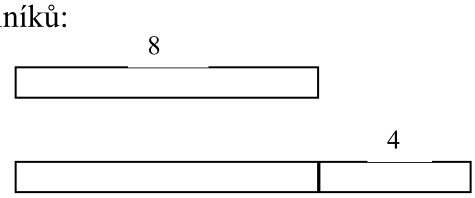
Petr o o o o o o o o

Jan o o o o o o o o o o o o

Znázornění pomocí obdélníků:

Petr

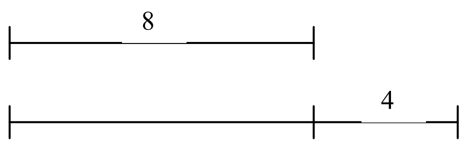
Jan



Znázornění pomocí úseček:

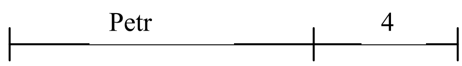
Petr

Jan



Z výše uvedených způsobů znázornění úlohy, je patrné, že je nutno v názoru odlišit kuličky, které patří Petrovi a které Janovi tak, jak to odpovídá konkrétní situaci. Proto je následující znázornění naprosto chybné, neboť zde by 8 zobrazených kuliček patřilo současně Petrovi i Janovi.:

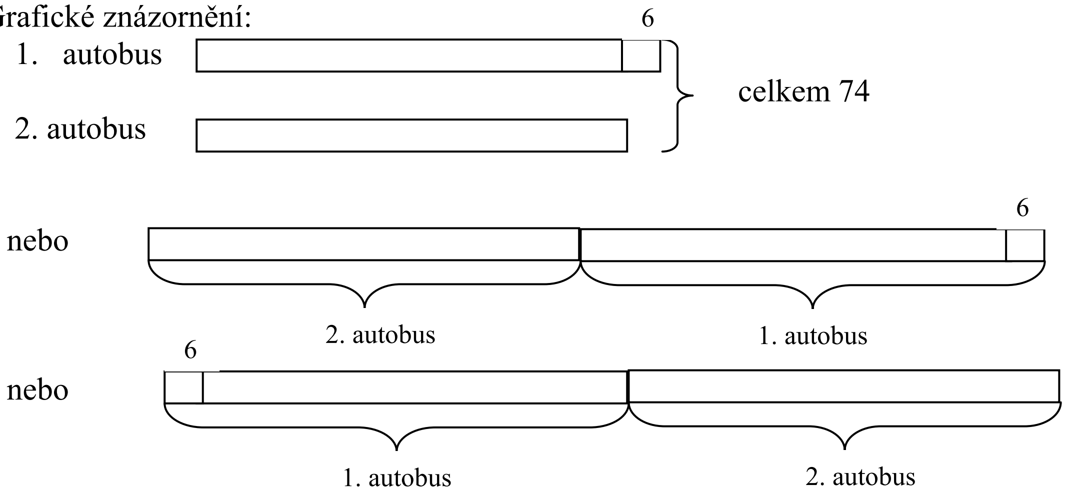
Jan



Význam správného a promyšleného grafického znázornění vzrůstá při řešení úloh složených, neboť zde bez grafického znázornění řada žáků nenajde správný postup řešení vůbec, nebo řeší úlohu špatně. Např.:

Do školy v přírodě jelo ve dvou autobusech celkem 74 dětí. V prvním autobusu bylo o 6 dětí více než ve druhém. Kolik dětí cestovalo v každém autobusu?

Grafické znázornění:



Vhodné grafické znázornění přispívá ke správnému řešení úlohy. Žák může „uvidět“ přímo z obrázku postup řešení.

74 - 6 = 68
68 : 2 = 34
34 + 6 = 40   V prvním autobusu jelo 40 dětí, ve druhém 34 dětí.

Pokud jsou žáci zvyklí opírat se při rozboru slovní úlohy o správné grafické znázornění, dopouštějí se v menší míře chybných úvah. Při řešení této úlohy může vést nedostatečné pochopení úlohy k následujícím výpočtům a samozřejmě k nesprávnému řešení slovní úlohy.

a) Žáci počítají: 74 : 2 = 37
37 - 6 = 31.
Odpověď: V prvním autobusu je 37 dětí, ve druhém 31 dětí.
Řešení je chybné, neboť zkouškou zjistíme, že dětí je dohromady 68, což neodpovídá podmínce úlohy.

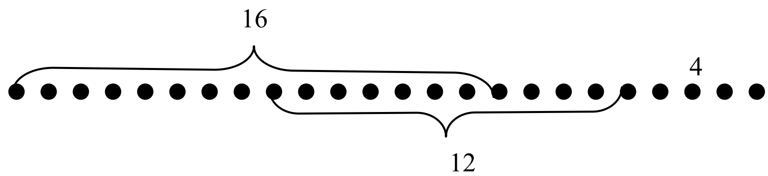
b) Žáci počítají   74 : 2 = 37
37 + 6 = 43
Odpověď: V prvním autobusu je 43 dětí, ve druhém 37 dětí.
Opět chybný postup, který vede k nesprávnému výsledku.. Provedeme-li zkoušku, zjistíme, že všech dětí je 77, nikoliv 74 jak je uvedeno v zadání.

c) Žáci počítají: 74 : 2 = 37
37 - 6 = 31
37 + 6 = 43
Odpověď: V prvním autobusu je 43 dětí, ve druhém je 31 dětí.
Tento chybný postup vede sice k výsledku, že všech dětí je 74, avšak v prvním autobusu je o 12 dětí více než ve druhém, což opět neodpovídá zadání.

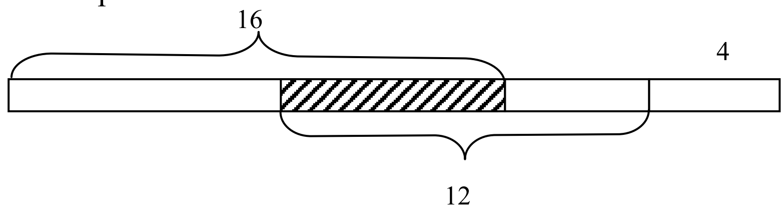
K těmto chybným řešením by zřejmě nemohlo dojít, kdyby se výpočet opíral o správné grafické znázornění. Znovu připomeňme, že grafické znázornění musí být funkční a rozmanité a mělo by vyhovovat mentalitě žáků a jejich matematické vyspělosti. Žáci by měli poznat různé možnosti znázornění a vybrat si a používat ten způsob, který jim nejvíce vyhovuje. Je vhodné ukázat žákům různé formy názoru na jedné úloze. Shrňme tyto možnosti ještě jednou na příkladu znázornění následující složené slovní úlohy.

Příklad:
Do třídy 4.A chodí 25 žáků. Z nich 16 navštěvuje pěvecký kroužek, 12 navštěvuje výtvarný kroužek. Čtyři žáci nenavštěvují žádný z těchto kroužků. Kolik žáků chodí do obou kroužků současně?

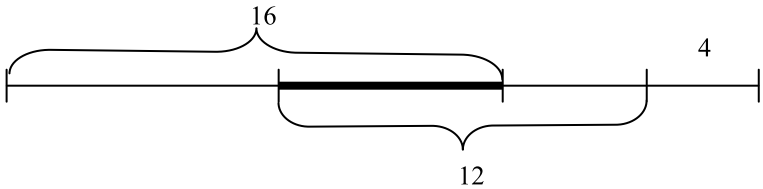
a) znázornění pomocí konkrétních objektů



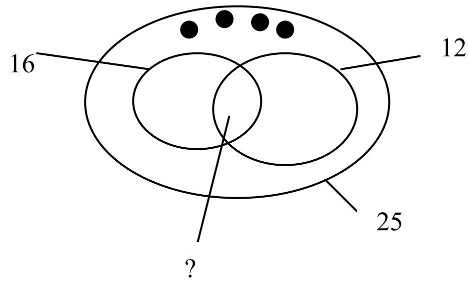
b) znázornění pomocí obdélníků



c) znázornění pomocí úseček



d) znázornění pomocí množinového diagramu



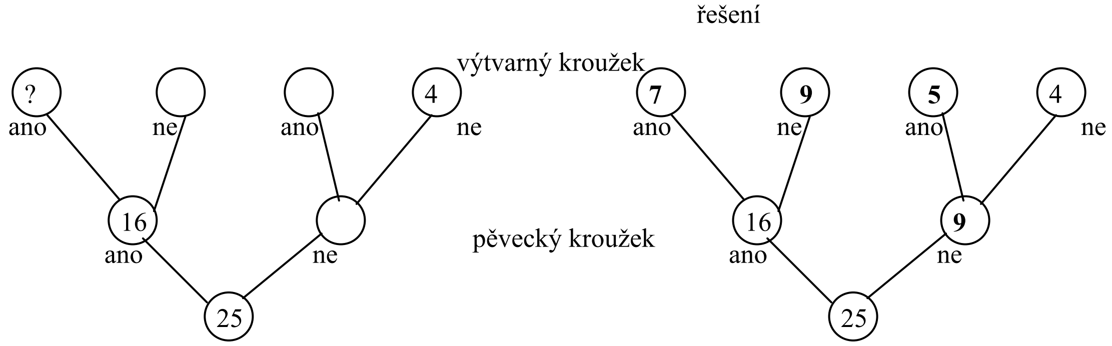
e) znázornění pomocí tabulky

		pěvecký kroužek		celkem
		ano	ne	
výtvarný kroužek	ano	?		12
	ne		4	
celkem		16		25

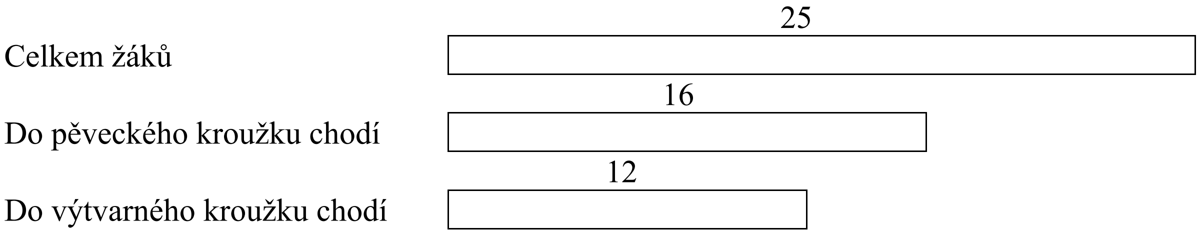
řešení:

		pěvecký kroužek		celkem
		ano	ne	
výtvarný kroužek	ano	**7**	**5**	12
	ne	**9**	4	**13**
celkem		16	**9**	25

f) znázornění pomocí stromu



Při grafickém znázornění úloh tohoto typu postupují žáci často chybně tak, že pouze mechanicky znázorní zadané údaje např.:



Použití takového náčrtku nevede k nalezení postupu řešení úlohy, neboť neodpovídá vztahům mezi veličinami zadanými v úloze. Takový názor není funkční.

c) Matematizace reálné situace

Na základě rozboru slovní úlohy zapíšeme vztahy mezi zadanými a hledanými údaji pomocí matematických výrazů. K tomu je nutné zavést vhodné označení neznámých údajů (tím může být písmeno, otazník, rámeček aj.).

Pro úspěšné zvládnutí této fáze řešení slovní úlohy je důležitý nácvik dovednosti přepsat text slovní úlohy do matematického vyjádření. Je tedy třeba zpočátku systematicky a cílevědomě procvičovat zápis slovního vyjádření matematického výrazu výrazem symbolickým. Např. číslo sedm zvětši pětkrát ... $5 \cdot 7$,

číslo a zvětši o tři ... $a + 3$,

dvojnásobek čísla b zmenši o 2 ... $2b - 2$.

Současně je třeba nacvičovat i čtení a správné chápání symbolických zápisů a jejich slovních interpretací (např. $3x + 5$ znamená trojnásobek čísla x zvětši o 5).

d) Provedení odhadu výsledku

Pro správné řešení některých (zejména aritmetických) slovních úloh je důležité odhadnout výsledek, tj. určit alespoň řád čísla, které bude výsledkem řešení. Odhady provádíme většinou pomocí zaokrouhlených čísel. Odhad provádíme vždy, když k výpočtu používáme kalkulátory. Pokud jsou zadané údaje fyzikálními veličinami, pak je třeba určit, v jakých jednotkách bude výsledek vyjádřen.

e) Řešení matematické úlohy

Vyřešíme matematickou úlohu (početní příklad, rovnici, nerovnici) pomocí pamětných nebo písemných algoritmů.

Stupeň zvládnutí početních operací má vliv na úspěšnost řešení slovní úlohy. Ve vyšších ročnících je důležité zvládnutí řešení rovnic, nerovnic i jejich soustav. To dává žákům možnost výběru mezi aritmetickým a algebraickým řešením.

f) Zkouška správnosti

Zkouškou ověřujeme správnost získaného řešení, a to vzhledem k zadání úlohy. Přitom musíme respektovat nezbytnost zásady „dvou zkoušek při řešení slovní úlohy“, tzn. že zkoušce podrobujeme jak řešení matematických úloh, tak řešení vlastní slovní úlohy. Výsledek řešení slovní úlohy konfrontujeme s jejím zadáním a posuzujeme jej vzhledem k realitě popsané v úloze. Např. v řešené slovní úloze uvedené v první kapitole by postup zkoušky měl být následující:

Vycházíme z výsledku slovní úlohy, tj. celková cena nákupu je 146 Kč. Číslo nezatížené chybou je 23 Kč, což je cena náčrtníku uvedená v zadání. Od výsledku úlohy tedy odečteme toto číslo:

146 – 23 = 123, 123 Kč je cena pastelek a vodovek dohromady.

Podle našeho výpočtu je 123 = 69 + 54. Vypočítané ceny 69 Kč za vodovky a 54 Kč za pastelky odpovídají podmínkám uvedeným v zadání úlohy tj. 69 je větší než 23 třikrát a 54 je menší než 69 o patnáct.

Žáci zapíší: 3 krát o 15
$69 > 23$, $54 < 69$.

Pokud žáci nesledují důsledně otázku a pracují pouze se zadanými údaji (např. při syntetickém způsobu řešení), zpravidla použijí tyto výpočty:

3. 23 = 69 cena vodovek,
69 - 15 = 54 cena pastelek,
69 + 54 = 123 cena nákupu.

Pokud žáci kontrolují pouze správnost těchto výpočtů, pak chybu v řešení slovní úlohy neodhalí. Při konfrontaci se zadáním slovní úlohy by však měli zjistit, že do celkové ceny nákupu není zahrnuta cena náčrtníku, tzn. že slovní úloha nebyla vyřešena správně.

Návyk důsledného provádění zkoušky správnosti řadě žáků usnadní pochopení řešení úlohy a také přispívá k úspěšnosti řešení slovních úloh.

g) Odpověď na otázku slovní úlohy

Po provedené zkoušce správnosti formulujeme podle zadání úlohy stručně slovní odpověď. V nižších ročnících základní školy se však zpravidla nejprve vysloví odpověď a potom se teprve provede zkouška správnosti. Jestliže se totiž provádí zkouška správnosti dříve než se formuluje odpověď, pak děti často uvádějí do odpovědi výsledek zkoušky správnosti. Z tohoto důvodu je v následujícím textu v řešených jednoduchých úlohách zaměněno pořadí odpovědi a zkoušky správnosti. Od 3. ročníku je již možné formulovat odpověď až po provedené zkoušce správnosti. Učíme tím děti zodpovědnosti za výsledky své práce.

3. DALŠÍ METODICKÁ DOPORUČENÍ

Vzhledem k nezastupitelnému významu slovních úloh ve vyučování matematice je třeba věnovat metodickým a didaktickým přístupům náležitou pozornost. Učebnice, pracovní sešity a sbírky úloh by měly poskytovat pro řešení slovních úloh vhodný a přiměřený příkladový materiál. Náměty úloh by měly být pestré, dětem blízké. Je velmi prospěšné, podílejí-li se děti samy na formulaci slovních úloh. Úlohy by měly být dobře a srozumitelně formulovány. Vhodné jsou zejména ty úlohy, jejichž zadání umožňuje úlohu řešit více způsoby. Je nutno zdůraznit, že výuka řešení slovních úloh v rámci matematiky není výukou jednorázovou, tj. není to výuka izolovaného tématu. Jde o dlouhodobý proces, který prolíná výukou matematiky od základní školy. Již na prvním stupni ZŠ by měla výuka řešení slovních úloh procházet postupným vývojem.

V 1. ročníku ZŠ se většinou řeší jednoduché slovní úlohy využívající sčítání nebo odčítání přirozených čísel v oboru do dvaceti, avšak zde se více jedná o nácvik matematizace a pochopení grafického znázorňování slovní úlohy než o její vlastní vyřešení. To znamená, že pro pochopení slovní úlohy je důležité situaci zadanou ve slovní úloze znázornit na vhodném modelu (např. na lavici pomocí konkrétních předmětů), dále danou situaci znázornit nákresem na tabuli a teprve potom jako výsledek těchto činností zapsat příslušný příklad. Pokud není uplatňován tento postup výuky, hrozí nebezpečí formalismu při řešení slovních úloh, kdy žák potřebnou operaci s čísly pouze hádá bez porozumění. Přitom je však třeba respektovat individualitu žáků a netrvat důsledně vždy na grafickém znázornění, pokud je žák schopen řešit úlohu přímo. Řídíme se zásadou přiměřeného využívání názoru, tj. dopřejeme každému žáku tolik názoru, kolik k řešení úlohy potřebuje. Dbáme také na střídání různých forem názoru.

K úspěšnému zvládnutí řešení slovních úloh přispívají i cvičení, ve kterých žáci hledají popis reálné situace k dané početní problematice, tj. k danému příkladu, rovnici, obrázku nebo tabulce formulují slovní úlohy. Tím vznikají předpoklady k provádění abstrakce při řešení a hodnocení různých situací a jejich matematického vyjádření. Uvádíme několik ukázek:

1) K příkladům formulujte slovní úlohy: ***a)*** $(52 - 8) : 2$
b) $3 . 8 + 5 . 4$
c) $(6 + 3) . 7$

Příklady úloh:

a) Eliška a Magda ušetřily dohromady 52 Kč. Eliška ušetřila o 8 Kč více než Magda. Kolik korun ušetřila každá z nich?
b) Maminka koupila 3 jogurty po 8 Kč a 5 koláčů po 4 Kč. Kolik korun stál tento nákup?
c) V sadu je 7 řad stromů. V každé řadě je 6 jabloní a 3 hrušně. Kolik stromů to je celkem?

2) K dané rovnici formulujte slovní úlohy: ***a)*** $32 + x = 50$
b) $6x + 10 = 28$
c) $4x + 2y = 50$

Příklady úloh:

a) Pavel chce koupit babičce dárek za 50 Kč. Kolik korun musí ještě ušetřit, když má již 32 Kč ?
b) Eva si koupila sešity a tužku. Jeden sešit stál 6 Kč, tužka stála 10 Kč. Kolik sešitů si koupila, když celkem zaplatila.28 Kč?
c) Na dvorku jsou králíci a slepice. Dohromady mají 50 nohou. Kolik může být

králíků a kolik slepic?
V obchodě mají koláče za 4 Kč a housky za 2 Kč. Kolik koláčů a kolik housek můžeme koupit za 50 Kč?

3) Sestavujte slovní úlohy podle obrázku:

Příklady úloh:

a) Cestujeme z Ústí nad Labem do Brna.
   - Kolik km ujedeme ?
   - Automobil ujel tuto vzdálenost za 4 hodiny. Jaká byla jeho průměrná rychlost ?

b) Po dálnici z Prahy do Brna jedeme průměrnou rychlostí 100 km za hodinu. Odhadněte, jak dlouho nám bude cesta trvat ?

c) Vyberte nejvýhodnější cestu z Karlových Varů do Ostravy.
   - Kolik km ujedete ?
   - Pan Novák se při cestě z Karlových Varů do Ostravy musí zastavit v Brně. Kolik km ujede ?

4) Formulujte slovní úlohy pomocí údajů uvedených v tabulce:

a)

Jméno	Rok narození	Rok úmrtí	Žil přibližně roků
Mikoláš Aleš	1852	1913	
Josef Lada	1887		70
Ondřej Sekora		1967	68
Jiří Trnka	1912	1969	
K. J. Erben	1811	1870	
Božena Němcová	1820		42
Václav Čtvrtek		1976	65
Karel Čapek	1890	1938	

- Doplňte chybějící údaje v tabulce.
- Zjistěte, kdo se k kým mohl setkávat.

Poznámka: Vzhledem k tomu, že nejsou uvedena přesná data narození a úmrtí (včetně dne a měsíce), lze dobu života stanovit pouze přibližně.

b) Doplňte tabulku přímé úměrnosti a z údajů v tabulce sestavujte slovní úlohy:

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
y	0	5	10	15	…						

Příklady úloh:

- Jeden koláč stojí 5 Kč. Kolik korun zaplatíme za 8 koláčů?
- 3 koláče stojí 15 Kč. Kolik korun stojí 7 (10, 6) koláčů?
- Martin si koupil 12 koláčů, Jana jen 5. O kolik korun zaplatil Martin více než Jana?

Úlohu můžeme postupně zobecňovat:

- Jeden koláč stojí 5 Kč. Kolik Kč zaplatíme za 2, 3, 5, 7, 14, *x* koláčů?
  Jeden koláč stojí *a* Kč, kolik Kč zaplatíme za 2, 3, 4, 8, 11, *x* koláčů?
- Tři koláče stojí 15 Kč, kolik korun stojí 2, 5, 8, *x* koláčů?
- Jeden koláč stojí 5 Kč. Martin si koupil *a* koláčů, Jana si koupila *b* koláčů. Kolik Kč zaplatili za koláče dohromady?

K problematice řešení slovních úloh na 1. stupni ZŠ je třeba si dále uvědomit, že cílem výuky matematiky v oblasti slovních úloh není jen naučit žáky řešit izolovaně některé jednotlivé slovní úlohy, ale naučit je především **metodě řešení slovních úloh**. Schopnost žáků řešit slovní úlohy je totiž jedním z důležitých měřítek matematických schopností žáků, především jejich schopnosti aplikovat teoretické poznatky v praxi. Většině žáků pomůže ke zvládnutí řešení slovních úloh didaktický přístup, který spočívá v postupném zadávání úloh s analogickou tématikou a rostoucí obtížností. Tyto úlohy lze zpracovat do tzv. metodických řad. Úlohy se stejnou tématikou nazýváme v matematice „úlohy typové“. Jsou to úlohy, jejichž zadání vykazují některé shodné znaky. Těmi může být buď tématika s určitým konkrétním obsahem, nebo to, že se k řešení úloh téhož typu užívají stejné úvahy a analogické početní postupy.

Jako příklad metodické řady uvedeme metodickou řadu úloh na porovnávání pomocí vztahů „o *n* více (méně)“ , „*n* krát více (méně)“. Metodická řada obsahuje úlohy s rostoucí obtížností, od jednoduchých úloh se postupně přechází k úlohám složeným. Aby vynikla mnohotvárnost jevů, které poskytuje problematika porovnávání, je k formulaci úloh využita jedna konkrétní situace:

1. Pavel má ve své knihovničce 45 knih, jeho mladší sestra Eva zatím jen 15 knih.
   a) O kolik knih má Pavel více než Eva?
   b) O kolik knih má Eva méně než Pavel?
   c) Kolikrát více knih má Pavel než Eva?
   d) Kolikrát méně knih má Eva než Pavel?

2. Eva má 15 knih, Pavel má o 30 knih více než Eva.
   a) Kolik knih má Pavel?
   b) Kolik knih mají dohromady?

3. Pavel má 45 knih, Eva má o 30 knih méně než Pavel.
   a) Kolik knih má Eva?
   b)Kolik knih mají dohromady?

4. Pavel má 45 knih, což je o 30 knih více než má Eva.
   a) Kolik má Eva?
   b) Kolik knih mají dohromady?

5. Eva má 15 knih, což je o 30 knih méně než má Pavel.
   a) Kolik knih má Pavel?
   b) Kolik knih mají dohromady?

6. Eva má 15 knih, Pavel má třikrát více knih než má Eva.
   a) Kolik knih má Pavel?
   b) Kolik knih mají dohromady?

7. Pavel má 45 knih, Eva má třikrát méně knih než Pavel.
   a) Kolik knih má Eva?
   b) Kolik knih mají dohromady?

8. Pavel má 45 knih, což je třikrát více než má Eva.
   a) Kolik knih má Eva?
   b) Kolik knih mají dohromady?

9. Eva má 15 knih, což je třikrát méně než má Pavel.
   a) Kolik knih má Pavel?
   b) Kolik knih mají dohromady?

10. Eva a Pavel mají dohromady 60 knih. Pavel má o 30 knih více než Eva. Kolik knih má každý?

11. Eva a Pavel mají dohromady 60 knih, Eva má třikrát méně knih než Pavel. Kolik knih má každý ?

Uvedený příklad metodické řady by měl sloužit učiteli k tomu, aby si uvědomil různé možnosti formulace téhož problému. Při práci se žáky je nutné z takovéto metodické řady příklady vhodně vybírat, využívat je k diferencované práci a zadání vhodně modifikovat pro jiné reálné situace.

Další ukázkou metodické řady je následující soubor úloh, které vedou k využití zlomku jako části celku:

Babička upekla 36 buchet .
a) Pavel jich snědl 9, Jirka snědl 6 a Eva snědla 4. Kolik buchet zůstalo na plechu?
b) Pavel snědl jednu čtvrtinu z počtu všech upečených buchet. Kolik buchet zůstalo na plechu?
c) Pavel snědl jednu čtvrtinu z počtu všech upečených buchet a Jirka s Evou snědli dohromady dalších 10 buchet? Kolik buchet zůstalo na plechu?
d) Pavel snědl jednu čtvrtinu z počtu všech upečených buchet, Jirka jednu šestinu ze všech buchet a Eva jednu devítinu ze všech buchet. Kolik buchet snědl každý a kolik buchet zůstalo na plechu?
e) Pavel snědl jednu čtvrtinu z počtu všech upečených buchet, potom Jirka snědl jednu třetinu ze zbytku a Eva snědla 9 buchet. Kolik buchet zbylo?
f) Pavel snědl jednu čtvrtinu z počtu všech upečených buchet, Jirka jednu třetinu ze zbývajících buchet a Eva snědla jednu polovinu ze zbylých buchet po Jirkovi. Kolik buchet snědl každý a kolik buchet zůstalo na plechu?

II. SLOVNÍ ÚLOHY ŘEŠENÉ NA 1. STUPNI ZŠ

Tento oddíl učebního textu je rozdělen na dvě základní části. První část obsahuje typy jednoduchých slovních úloh řešených na 1. stupni ZŠ. Základní klasifikace těchto slovních úloh je provedena podle užitých početních operací – sčítání, odčítání, násobení a dělení. V každé této základní skupině jsou úlohy dále tříděny v závislosti na reálných situacích, které úlohy popisují. V tomto třídění je zejména rozlišován statický a dynamický proces jevů popisovaných v zadání úloh. Přitom jako statické chápeme úlohy, ve kterých se buď ze dvou částí určí celek, nebo se z celku a jedné části určí druhá část (jsou uvedeny jako úlohy na určení součtu a určení rozdílu). V úlohách, které označujeme jako dynamické se jedná o zvětšování, event. zmenšování daného celku o několik jednotek. Velká pozornost je věnována úlohám na porovnávání, které vyžadují specifický rozbor a nemohou být zaměňovány s úlohami na určení součtu a rozdílu.

U jednotlivých typů je vždy uvedena vzorová úloha s podrobným řešením. Každý učitel se podle situace ve třídě může rozhodnout, jak podrobně bude postup řešení uplatňovat. Při řešení slovní úlohy by však nikdy neměl chybět rozbor, který je možno provádět ústně. Grafické znázornění lze využívat podle potřeby. Po provedeném výpočtu by neměla chybět odpověď a zejména zkouška správnosti. Formu zápisů si učitel sám volí na základě vlastních zkušeností, ale tak, aby co nejlépe a nejstručněji vystihovaly situaci popsanou v úloze a zejména vztahy mezi jednotlivými veličinami. Jednoduché úlohy uvedených typů se řeší ve všech ročnících základní školy v číselných oborech probíraných v jednotlivých ročnících. Náměty jsou vždy uvedeny za řešenou úlohou.

Druhá část obsahuje řešené složené slovní úlohy, které odpovídají úlohám běžně zařazovaným do učebnic matematiky 1. stupně ZŠ. Jsou to zejména slovní úlohy, ve kterých se využívá početních operací s více čísly, porovnávání rozdílem i podílem, dělení se zbytkem, přímé úměrnosti, počítání se zlomky, neurčitých rovnic aj. Uvedené postupy řešení jsou doporučené. Zkušený učitel vždy uvítá samostatná správná řešení žáků, odlišná od běžných postupů. Ani nesprávná řešení zcela neodmítá, ale využije je k ilustraci příčin chyb a k jejich nápravě.

1. JEDNODUCHÉ SLOVNÍ ÚLOHY

Úlohy využívající operace sčítání

a) úlohy na určení součtu

Na hřišti si hrálo 5 chlapců a 3 děvčata. Kolik dětí si hrálo na hřišti?

Rozbor: O čem se v úloze hovoří? Co máme vypočítat? Máme vypočítat kolik dětí je celkem na hřišti. Známe počet chlapců a počet děvčat.

Zápis: Chlapci 5
Děvčata 3
Celkem ? nebo *d*

Grafické znázornění: x x x x x o o o

Výsledek určíme pomocí sčítání.

Výpočet : $5 + 3 = 8$ nebo $d = 5 + 3$
$d = 8$

Odpověď: Na hřišti si hrálo 8 dětí.

Zkouška: Zkoušku správnosti můžeme provádět: a) počítáním po jedné
b) řešením úloh obrácených.

Např.: Na hřišti si hrálo 8 dětí. Kolik bylo děvčat, když chlapců bylo 5?
$5 + \_\_ = 8$
$5 + \underline{3} = 8$

Nebo: Na hřišti si hrálo 8 dětí, z toho byla 3 děvčata. Kolik bylo na hřišti chlapců?
$3 + \_\_ = 8$
$3 + \underline{5} = 8$

Protože jsme řešením obrácených úloh získali údaje, které byly v původní úloze zadány, je úloha vyřešena správně.

Poznámka: Z didaktických důvodů je někdy vhodné nejprve formulovat odpověď a potom teprve provést zkoušku správnosti. Děti totiž někdy do odpovědi uvádějí výsledek zkoušky.

Příklady:

1. Ve třídě 3. A je 14 chlapců a 12 děvčat. Kolik dětí chodí do 3. A?
2. Maminka nasbírala 15 hřibů, tatínek nasbíral 8 hřibů. Kolik hřibů nasbírali dohromady?
3. Na začátku školního roku koupili rodiče Janě novou aktovku za 465 Kč a nové přezůvky za 160 Kč. Kolik za tento nákup zaplatili?
4. Poplatek do hudební školy je 1 650 Kč, kurz angličtiny stojí 980 Kč. Kolik korun

zaplatili rodiče za hudební školu a kurz angličtiny pro syna Marka?

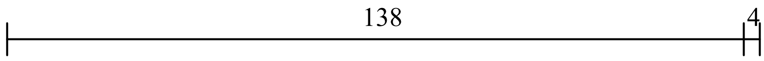
5. Pan Kolář si koupil počítač za 58 200 Kč a tiskárnu za 15 820 Kč. Kolik zaplatil dohromady?

b) úlohy na zvětšení o daný počet jednotek

Toník měřil před prázdninami 138 cm a během prázdnin vyrostl o 4 cm. Kolik cm měřil na konci prázdnin?

Rozbor: Co máme vypočítat? Kolik centimetrů měřil Toník na začátku školního roku. Víme, kolik měřil před prázdninami a o kolik cm vyrostl.

Zápis:	Výška před prázdninami	138 cm
	Vyrostl	o 4 cm
	Výška po prázdninách	?

Grafické znázornění: 

Výsledek získáme přičtením 4 cm k původní výšce.

Výpočet: 138 + 4 = 142
Odpověď: Na konci prázdnin měřil Toník 142 cm.
Zkouška: 142 – 4 = 138

Příklady:

1. Ráno byla teplota vzduchu 16^{0}C a během dopoledne se zvýšila o 11^{o}C. Jaká byla teplota v poledne?
2. Pan Němec uložil na stavební spoření během jednoho roku 18 000 Kč. Tato částka se mu zvětšila o státní příspěvek ve výši 4 500 Kč. Jaká částka byla na jeho účtu na konci prvního roku spoření?
3. Průměrná výška hladiny řeky Moravy v Kroměříži je 150 cm a při povodních v roce 1997 vystoupila o 545 cm. Jaká byla výška hladiny při povodních?
4. Celková délka dálnic v naší republice v roce 1998 byla 485 km. Během dvou let se mělo vybudovat dalších 150 km dálnic. Kolik kilometrů měly mít dálnice v r. 2000?
5. Cena za opravu střechy byla původně stanovena na 146 000 Kč. Pro zdražení materiálu byla cena opravy zvýšena o 10 000 Kč. Kolik stála oprava střechy?

c) úlohy charakterizované vztahem „o n-více“

Jakub našel 13 kaštanů, Filip našel o 4 kaštany více než Jakub. Kolik kaštanů našel Filip?

Rozbor: Co máme vypočítat? Kolik kaštanů našel Filip.Víme, kolik kaštanů našel Jakub a že počet kaštanů, které našel Filip je o 4 větší než počet kaštanů, které našel Jakub.

Zápis:	Jakub	13
	Filip	o 4 více než
	Filip	? nebo x

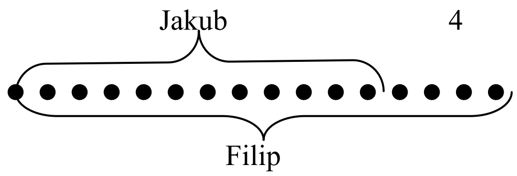
Grafické znázornění: Jakub o o o o o o o o o o o o o 13
Filip o o o o o o o o o o o o o o o o o 13 + 4

Počet kaštanů, které našel Filip, vypočítáme sčítáním.

<u>Výpočet:</u> 13 + 4 = 17 nebo $x = 13 + 4$
$x = 17$

<u>Odpověď:</u> Filip nasbíral 17 kaštanů.
<u>Zkouška:</u> 17 > 13 o 4 nebo 17 - 13 = 4

Poznámka: Při řešení výše uvedené úlohy je třeba dbát na správné grafické znázornění, které musí přesně odpovídat situaci popsané v úloze. Zcela chybné by bylo znázornění následujícím způsobem:



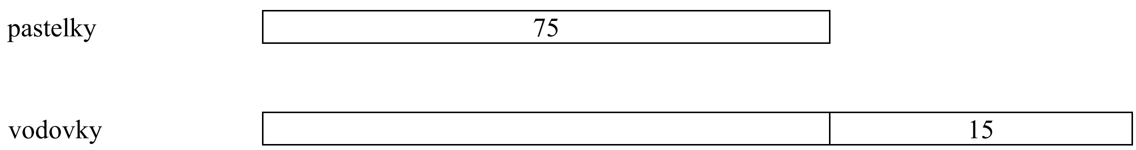
Na obrázku je totiž znázorněno 13 kaštanů, o kterých nelze rozhodnout, zda patří Jakubovi nebo Filipovi (nakreslené kaštany patří jak Jakubovi, tak Filipovi, což neodpovídá zadání úlohy). Navíc, takto znázorněná úloha by způsobila dětem problémy při řešení složené úlohy, v níž mají odpovědět na otázku „Kolik kaštanů měli Filip a Jakub dohromady?“.

Grafické znázornění a řešení úloh, ve kterých se vyskytuje porovnávání pomocí vztahů o několik více, o několik méně, je nutno odlišit od řešení úlohy typu*: „Jakub měl 13 kaštanů a potom našel ještě další 4 kaštany. Kolik kaštanů měl celkem?“*, který byl rozebrán v odstavci b). Grafické znázornění této úlohy je:
Jakub:
o o o o o o o o o o o o o o o o o
13 4

I když obě úlohy vedou ke stejné matematické úloze 13 + 4 = 17, je reálná situace v každé úloze jiná, neboť v první úloze vystupují 2 chlapci a ve druhé pouze jeden. Tuto skutečnost musíme při grafickém znázornění respektovat.

Se vztahy „o několik více“ se setkáváme v celé řadě úloh z praktického života. Vždy musíme pozorně posoudit skutečnost a k ní adekvátně zvolit grafické znázornění.
Např. početní úloha 75 + 15 = 90 je matematizací následujících typů slovních úloh, z nich první dvě jsou na porovnávání a třetí je na určení součtu dvou čísel:

a) Pastelky stojí 75 Kč, vodovky jsou o 15 Kč dražší. Kolik Kč stojí vodovky?



b) Pastelky stály 75 Kč. Po zdražení je jejich cena o 15 Kč vyšší. Kolik Kč stojí pastelky nyní?

Pastelky	75	15

c) Pastelky stojí 75 Kč a sešit stojí 15 Kč. Kolik Kč stojí pastelky a sešit dohromady?

75	15
pastelky	sešit

Výše uvedené příklady snad dostatečně názorně dokumentují, jak důležité je zvládnutí metodiky řešení i jednoduchých slovních úloh. Pokud jim není v průběhu výuky věnována dostatečná pozornost a řeší se pouze formálně, mají v budoucnu žáci problémy s řešením složených slovních úloh, ve kterých se porovnávání vyskytuje.

Příklady:

1. Maminka nasbírala 15 hřibů, tatínek nasbíral o 8 hřibů více než maminka. Kolik hřibů nasbíral tatínek?
2. Ve 3.A je 26 žáků a ve 3.B je o 3 žáky více než ve 3.B. Kolik žáků je ve 3.B?
3. Jirka si ušetřil za půl roku 560 Kč, Jana ušetřila o 85 Kč více než Jirka. Kolik korun ušetřila Jana?
4. Cena židle je 1 460 Kč, křeslo je o 1 190 Kč dražší. Kolik korun stojí křeslo?
5. Pro zlepšení životního prostředí byly v obci vysázeny jehličnaté a listnaté stromky. Jehličnatých stromků bylo vysázeno 725, listnatých o 90 více než jehličnatých. Kolik listnatých stromků bylo vysázeno?

d) úlohy charakterizované vztahem „o n-méně“ řešené sčítáním

Jirka ušetřil 70 Kč. Bylo to o 30 Kč méně než ušetřila Jana? Kolik korun ušetřila Jana?

<u>Rozbor:</u> Co máme vypočítat? Kolik korun ušetřila Jana. Přitom víme, že Jirka ušetřil o 30 Kč méně než Jana. Jana tedy ušetřila o 30 Kč více než Jirka.

Zápis:		
	Jirka	70 Kč
	Jirka	o 30 Kč méně než Jana
	Jana	?

Grafické znázornění:

	70	
Jirka		
	70	30
Jana		

Částku, kterou ušetřila Jana, vypočítáme pomocí sčítání.

<u>Výpočet:</u> 70 + 30 = 100
<u>Odpověď:</u> Jana ušetřila 100 Kč.

Zkouška: 70 < 100 o 30

Poznámka: I když je v úloze použita formulace „o několik méně“, bylo k řešení úlohy užito operace sčítání, což vyplynulo z rozboru úlohy. Volba operace sčítání vyplývá ze vzájemného vztahu mezi zadanými údaji (jestliže má Jirka o 30 Kč méně, má Jana o 30 Kč více).
Z uvedeného řešení je patrná nevhodnost mnemotechnické pomůcky, která se někdy užívá: „Je-li v textu úlohy obsažen vztah *více*, pak řešíme úlohu pomocí sčítání, jestliže je uveden vztah *méně*, řešíme úlohu pomocí odčítání.

Příklady:

1. Tomáš skočil do dálky 307 cm, což bylo o 11 cm méně než skočil David. Jak dlouhý byl Davidův skok.
2. Maminka má 36 roků. Je o 4 roky mladší než tatínek. Kolik roků má tatínek?
3. Za ledničku jsme zaplatili 12 999 Kč. To bylo o 1 500 Kč méně, než kolik stála lednička v minulém roce. Jaká byla původní cena ledničky?
4. Řeka Odra má celkovou délku toku 861 km, což je o 261 km méně než je délka řeky Labe. Jaká je délka toku Labe?
5. První vodovod v Praze se datuje z roku 1212. Byl vybudován o 204 roků dříve, než první vodovod v Brně. V kterém roce byl postaven první vodovod v Brně?

Úlohy využívající operace odčítání

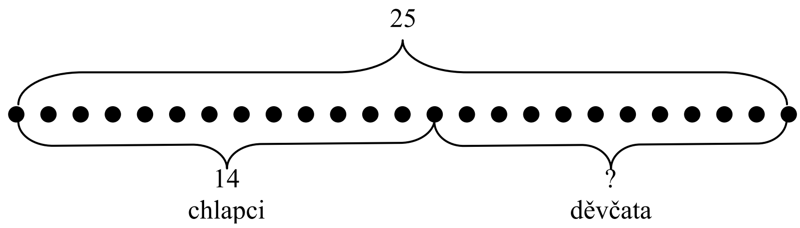
a) úlohy na určení rozdílu

Ve 2. A je 25 dětí, z toho je 14 chlapců. Kolik je ve 2. A děvčat?

Rozbor: Co máme vypočítat? Kolik bylo ve třídě děvčat. Známe počet všech dětí ve třídě (celek) a počet chlapců (jednu část).

Zápis: Všech dětí 25
Chlapců 14
Děvčat ? nebo d

Grafické znázornění:



Počet děvčat (druhou část celku) vypočítáme odčítáním.

Výpočet: 25 – 14 = 11 nebo d = 25 - 14
d = 11

Odpověď: Ve 2.A je 11 děvčat.
Zkouška: 11 + 14 = 25

Příklady:

1. Martin dostal od babičky 50 Kč. 20 Kč si dal do pokladničky a zbytek si nechal na

útratu. Kolik korun to bylo?
2. V divadle je 350 míst k sezení. V předprodeji bylo prodáno 235 vstupenek. Kolik vstupenek zbývá k prodeji?
3. V roce 2001 uplynulo 653 roků od založení Karlovy univerzity v Praze. Ve kterém roce byla Karlova univerzita založena?
4. Pan Novák měl ušetřeno 95 000 Kč. Kolik korun by mu zůstalo, jestliže by si zakoupil zájezd za 48 000 Kč?
5. V závěrečném vyúčtování akciové společnosti bylo uvedeno:
   příjmy 28 650 000 Kč
   výdaje 23 189 000 Kč.
   Kolik Kč činil rozdíl mezi příjmy a výdaji akciové společnosti?

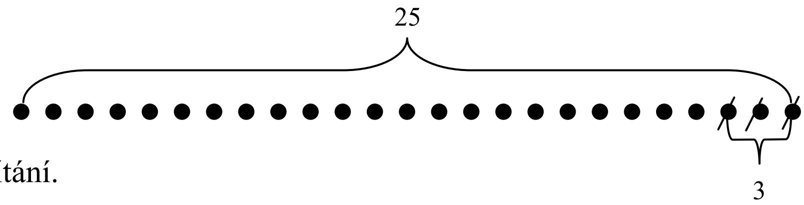
b) úlohy na zmenšení o daný počet jednotek

Do výtvarného kroužku se na začátku školního roku přihlásilo 25 dětí, během září se 3 děti odhlásily. Kolik dětí potom chodilo do výtvarného kroužku?

Rozbor: O čem se v úloze mluví? Co máme vypočítat? Kolik dětí zůstalo ve výtvarném kroužku. Co známe? Známe počet všech dětí a počet dětí, které se odhlásily.

Zápis:	Přihlásilo se	25
	Odhlásilo se	3
	Chodí	? nebo x

Grafické znázornění:



Výsledek získáme pomocí odčítání.

Výpočet: 25 - 3 = 22 nebo $x = 25 - 3$
$x = 22$

Odpověď: Do výtvarného kroužku chodí 22 dětí.

Zkouška: 22 + 3 = 25

Příklady:
1. Jan měl 20 kuliček a 8 kuliček prohrál. Kolik kuliček mu zůstalo?
2. Dělníci měli opravovat chodník 14 dnů. Opravu zkrátili o 2 dny. Jak dlouho opravovali chodník?
3. Večer byla naměřena teplota 12^{O}C, do rána druhého dne klesla o 9^{O}C. Jaká teplota byla naměřena druhý den ráno?
4. Prkno dlouhé 285 cm zkrátil tatínek o 60 cm. Jakou délku mělo zbylé prkno?
5. Cena stavebnice byla snížena o 250 Kč. Jaká je její cena po slevě, jestliže původně stála 869 Kč?

c) úlohy na porovnávání vztahem o několik méně

V zahradě rostly jabloně a hrušně. Jabloní bylo 14 a hrušní bylo o 6 méně než jabloní. Kolik bylo hrušní?

Rozbor: O čem se v úloze hovoří? Co máme vypočítat? Počet hrušní, kterých je o 6 méně než jabloní. Počet jabloní známe.

Zápis:	Jabloně	14
	Hrušně	o 6 méně než
	Hrušně	? nebo *h*

Grafické znázornění:	jabloně	o o o o o o o o o o o o o o	14
	hrušně	x x x x x x x x	14 - 6

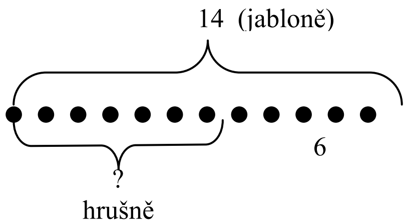
Počet hrušní určíme pomocí odčítání.

Výpočet: 14 - 6 = 8 nebo $h = 14 - 6$
$h = 8$

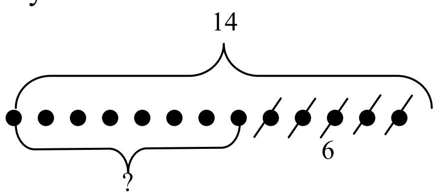
Odpověď: V zahradě rostlo 8 hrušní.

Zkouška: 8 + 6 = 14 nebo 8 < 14 o 6

Poznámka: Při grafickém znázornění musíme zvlášť znázorňovat jabloně, zvlášť hrušně. Chybné znázornění je:



Toto znázornění vyhovuje např. úloze: „V zahradě rostlo 14 hrušní, 6 hrušní pokáceli. Kolik hrušní zbylo?“, která by měla být znázorněna takto:



Příklady:

1. Řidič autobusu ujel v pondělí 412 km, v úterý o 55 km méně než v pondělí. Kolik km ujel v úterý?
2. U chaty rostou dvě borovice. Jedna je vysoká 15 m, druhá je o 4 m nižší. Jak je vysoká druhá borovice?
3. Ivan si ušetřil z kapesného v lednu 150 Kč, v únoru ušetřil o 30 Kč méně než v lednu. Kolik Kč ušetřil Ivan v únoru?
4. Babička oslavila 62. narozeniny. Maminka je o 27 roků mladší než babička. Kolik roků

je mamince?
5. V zoologické zahradě chovali 45 zeber. Antilop bylo o 12 méně než zeber. Kolik měli v ZOO antilop?

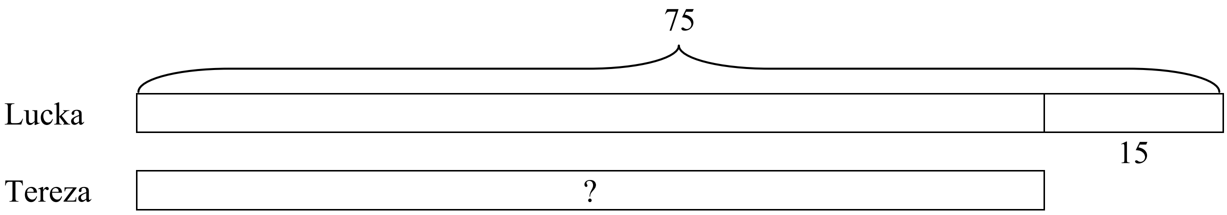
d) úlohy charakterizované vztahem „o několik více“ řešené odčítáním

Lucka s Terezkou sbíraly nálepky. Lucka jich měla 75, což bylo o 15 více než měla Terezka. Kolik nálepek měla Terezka?

Rozbor: Co máme vypočítat? Počet nálepek, které měla Terezka. Víme, že Lucka jich měla 75. Měla jich o 15 více než Terezka, tedy Terezka jich měla o 15 méně než Lucka.

Zápis:	Lucka	75
	Lucka	o 15 více než
	Terezka	?

Grafické znázornění:



Počet nálepek, které měla Terezka vypočítáme odčítáním.

Výpočet: 75 – 15 = 60
Odpověď: Terezka měla 60 nálepek.
Zkouška: 75 > 60 o 15

Příklady:

1. Ve třetí třídě je 18 chlapců. Chlapců je o 7 více než děvčat. Kolik děvčat je ve třetí třídě?
2. Turistická trasa po zelené značce z rozcestí na hrad je dlouhá 12 km. Je o 3 km delší než trasa, která vede po žluté značce. Jak dlouhá je trasa vedoucí po žluté značce?
3. Dědečkovi je 72 roků a je o 27 roků starší než tatínek. Kolik roků je tatínkovi?
4. V počítačové hře dosáhl Lukáš 1 564 bodů, což bylo o 72 bodů více než získal Vláďa. Kolik bodů získal Vláďa?
5. V roce 1996 se zúčastnilo olympijských her v Atlantě 10 781 sportovců, což bylo o 218 více než v roce 1992 v Barceloně. Kolik sportovců se zúčastnilo olympijských her v Barceloně?

e) úlohy na porovnávání rozdílem

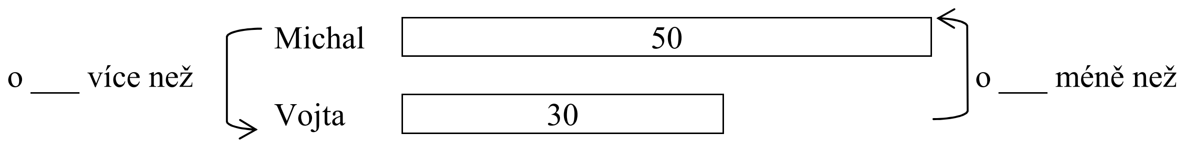
Michal má 50 modelů autíček, Vojta má 30 modelů.
a) O kolik modelů má Michal více než Vojta?
b) O kolik modelů má Vojta méně než Michal?

Rozbor: Co máme vypočítat? O kolik modelů má Michal více než Vojta (Vojta méně než Michal). Víme, kolik modelů má každý z chlapců.

Zápis:

a)		b)	
Michal	50	Michal	50
Vojta	30	Vojta	30
Michal	o ? více než	Vojta	o ? méně než

Grafické znázornění:



Výsledek vypočítáme odčítáním.

Výpočet: 50 - 30 = 20

Odpověď: a) Michal má o 20 modelů více než Vojta.
b) Vojta má o 20 modelů méně než Michal.

Zkouška: 30 + 20 = 50

50 > 30 o 20
30 < 50 o 20

Příklady:

1. Ve třídě je 16 chlapců a 18 děvčat. O kolik je děvčat více než chlapců?
2. Košile stála původně 370 Kč. Ve výprodeji byla zlevněna na 250 Kč. Kolik korun činila sleva?
3. Dědeček se narodil 2. 11. 1907, jeho vnučka Petra se narodila 2. 11. 1980. O kolik roků dříve než vnučka se dědeček narodil?
4. Cena třípokojového bytu ve městě je 750 000 Kč, na venkově je cena třípokojového bytu 620 000 Kč. O kolik korun je byt na venkově levnější?
5. Nejvyšší hora světa Mont Everest má výšku 8 848 m a nejvyšší hora Evropy Mont Blanc má výšku 4 807 m. O kolik m je nižší Mont Blanc než Mont Everest?

Poznámka**:** Z uvedených řešených úloh je patrná souvislost mezi slovními úlohami řešenými pomocí sčítání a odčítání. Tato souvislost vyplývá z toho, že odčítání je inverzní operací ke sčítání. Řešíme-li tedy např. slovní úlohu pomocí operace sčítání, pak zkoušku správnosti provádíme zpravidla pomocí obrácených slovních úloh, které jsou většinou úlohami na odčítání. Při řešení úloh na porovnávání pomocí vztahů „o několik více“, „o několik méně“ bychom vždy měli upozornit na vzájemnou těsnou vazbu těchto vztahů. Např. jestliže Petr má o 5 Kč více než Pavel, pak Pavel má o 5 Kč méně než Petr.

Úlohy využívající operace násobení

a) úlohy na určení součinu (jako součtu několika stejných sčítanců)

Eva sázela astry na záhonek. Vysázela 3 řady, v každé řadě bylo 6 sazenic. Kolik sazenic aster Eva vysázela?

Rozbor: Co máme vypočítat? Počet všech sazenic, které Eva vysázela. Známe počet řad a počet sazenic v každé řadě.

Zápis:	Sazenic v jedné řadě	6
	Všech řad	3
	Všech sazenic	?

Grafické znázornění:

o o o o o o
o o o o o o
o o o o o o

Protože v jedné řadě je 6 sazenic, ve třech řadách bude 3 . 6 sazenic. Výsledek určíme pomocí násobení.

Výpočet: 3 . 6 = 18

Odpověď: Eva vysázela 18 sazenic aster.
Zkouška: 6 + 6 + 6 = 18

Příklady:

1. Hlavní prázdniny trvají 9 týdnů. Kolik dnů to je?
2. V jídelně je 18 stolů, u každého stolu jsou 4 židle. Kolik židlí je v jídelně?
3. V koncertním sále je 25 řad po 20 sedadlech. Kolik sedadel je v sále?
4. Jirka spí obvykle 8 hodin denně. Kolik minut denně prospí?
5. Za 1 hodinu uletí letadlo 800 km. Kolik kilometrů uletí za 3 hodiny?
6. Jedna školní lavice stojí 1 775 Kč. Kolik korun stojí 15 lavic v jedné třídě?

b) úlohy charakterizované vztahem n-krát více

Aleš vyhrál při hře 5 kuliček, Ondra vyhrál třikrát více kuliček než Aleš. Kolik kuliček vyhrál Ondra?

Rozbor: O čem se v úloze hovoří? Co máme vypočítat? Kolik kuliček vyhrál Ondra, když vyhrál třikrát více než Aleš.

Zápis:	Aleš	5
	Ondra	3 krát více než
	Ondra	?

Grafické znázornění: 5

Aleš o o o o o
Ondra o o o o o o o o o o o o o o o
5 5 5
3 krát

Výpočet: 3 . 5 = 15
Odpověď: Ondra vyhrál 15 kuliček.
3 krát
Zkouška: 5 + 5 + 5 = 15 15 > 5

Příklady:

1. Turistická trasa pro děti byla dlouhá 12 km. Trasa pro dospělé byla třikrát delší. Kolik kilometrů měřila turistická trasa pro dospělé?
2. Terezce je 11 roků. Její dědeček je šestkrát starší. Jak starý je dědeček?
3. V prodejně květin objednali 180 růží a dvakrát více karafiátů. Kolik karafiátů objednali?
4. Boty pro Filipa stály 375 Kč, boty pro tatínka byly pětkrát dražší. Kolik korun stály tatínkovy boty?
5. Vzdušná vzdálenost Praha - Helsinky je 1 315 km. Vzdálenost Praha - New York je pětkrát větší. Kolik kilometrů to je?

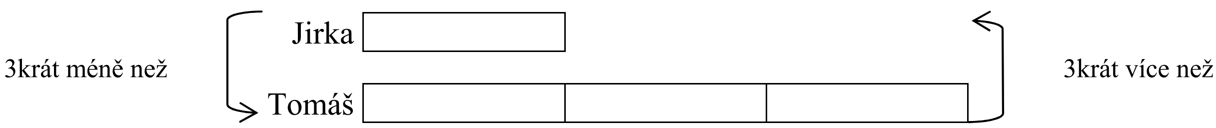
c) úlohy charakterizované vztahem n-krát méně řešené násobením

Jirka měl 7 kuliček, a to bylo třikrát méně kuliček, než měl Tomáš. Kolik kuliček měl Tomáš?

Rozbor: Co máme vypočítat? Kolik kuliček měl Tomáš. Přitom víme, že Jirka měl třikrát méně kuliček než Tomáš, tedy Tomáš měl třikrát více kuliček než Jirka. Počet kuliček, které měl Jirka známe.

Zápis:	Jirka	7
	Jirka	3 krát méně než
	Tomáš	?

Grafické znázornění:



Výpočet: 3 . 7 = 21
Odpověď: Tomáš měl 21 kuliček.
Zkouška: 7 < 21 3krát

Příklady:

1. Ivanka má ve své knihovničce 28 knih. Je to dvakrát méně než má její starší sestra Alenka. Kolik knih má Alenka?
2. Anička má 9 let a je čtyřikrát mladší než její maminka. Kolik roků je mamince?
3. Boty byly zlevněny na 370 Kč. Cena bot po slevě byla dvakrát nižší než cena původní.

Kolik stály boty před slevou?

4. Na obědy do školní jídelny chodí 273 dětí, což je polovina všech žáků školy. Jaký je celkový počet žáků ve škole?
5. Mládě slona má hmotnost 100 kg, a to je 70krát méně než je hmotnost dospělého slona. Jakou hmotnost má dospělý slon?

Úlohy využívající operace dělení

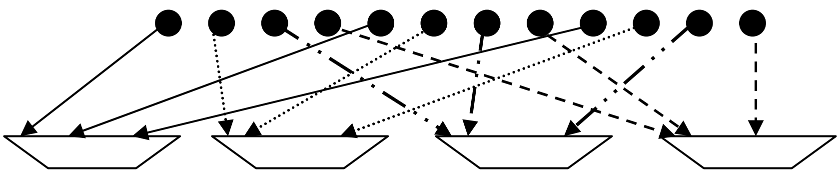
a) úlohy na rozdělování na stejné části

Čtyřem dětem rozdala babička 12 koláčů tak, že každé dítě mělo stejně. Kolik koláčů dostalo každé dítě?

Rozbor: Dvanáct koláčů budeme rozdělovat do čtyř skupin o stejném počtu prvků a to tak, že do každé ze 4 částí (např. talířů) dáme nejprve jeden koláč, potom do každé další koláč a pokračujeme tak dlouho, až všechny koláče rozdělíme.Počet koláčů v jedné části je hledané číslo.

Zápis: Všech koláčů 12
Děti 4
Každé dítě koláčů ?

Grafické znázornění:



Počet koláčů v jedné části vypočítáme dělením.

Výpočet: 12 : 4 = 3
Odpověď: Každé dítě dostalo 3 koláče.
Zkouška: 4 . 3 = 12 nebo 3 + 3 + 3 + 3 = 12

Příklady:

1. Maminka rozdělila 12 jablek mezi tři děti tak, aby měly všechny stejně. Kolik jablek dostalo každé dítě?
2. Za pět stejných čokolád babička zaplatila 80 Kč. Kolik Kč stála jedna čokoláda?
3. Obvod čtverce je 36 cm. Kolik centimetrů měří jedna strana?
4. Permanentní jízdenka na lyžařský vlek pro 10 jízd stojí 140 Kč. Na kolik Kč vyjde jedna jízda?
5. Pan Veselý vydělal za půl roku 95 400 Kč. Jaký byl jeho průměrný měsíční příjem?

b) úlohy na dělení podle obsahu

Babička měla 12 koláčů a rozdělovala je dětem po třech. Kolik dětí podělila?

Rozbor: Dvanáct koláčů budeme rozdělovat na skupiny po třech koláčích. Počet vytvořených skupin bude hledané číslo.

Zápis:	Všech koláčů	12
	Každé dítě	3
	Dětí	?

Grafické znázornění: O O O O O O O O O O O O

☺ ☺ ☺ ☺

Výpočet: 12 : 3 = 4
Odpověď: Babička rozdělila koláče mezi 4 děti.
Zkouška: 4 . 3 = 12

Příklady:

1. Hanka kupovala jogurty po 9 Kč. Kolik jogurtů koupila za 45 Kč?
2. V ovocném sadu je 120 stromů v řadách po deseti. Kolik řad stromů je v sadu?
3. Eliška měla v pokladničce 135 Kč v pětikorunových mincích. Kolik pětikorun měla v pokladničce?
4. Do prodejny přivezli 300 kg banánů v krabicích po 15 kg. Kolik krabic banánů to bylo?
5. Řidič nákladního automobilu jel průměrnou rychlostí 60 km/h. Jak dlouho jel z Hradce Králové do Ostravy, tj. 240 km?

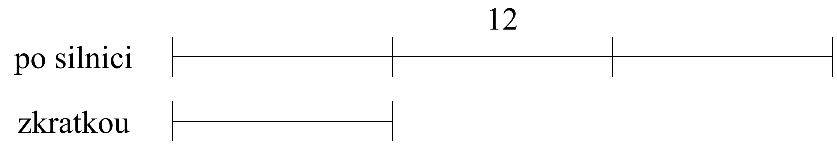
c) úlohy charakterizované vztahem n-krát méně

Jdeme-li z vesnice k lesu po silnici, ujdeme 12 km. Zkratkou přes pole je cesta třikrát kratší. Jak dlouhá je cesta zkratkou?

Rozbor: Máme vypočítat délku cesty zkratkou, když víme, že je třikrát kratší než cesta po silnici.

Zápis:	Cesta po silnici	12
	Cesta zkratkou	3 krát kratší než
	Cesta zkratkou	?

Grafické znázornění:



Délku zkratky vypočítáme dělením.

<u>Výpočet</u>: 12 : 3 = 4

<u>Odpověď:</u> Cesta zkratkou je dlouhá 4 km.

<u>Zkouška</u>: 3 . 4 = 12 12 > 4 3 krát

Příklady:

1. V plaveckém bazénu je 56 osob, v sauně je jich osmkrát méně. Kolik lidí je v saun ě?
2. Vnučka je šestkrát mladší než babička, které je 54 roků. Kolik roků je vnučce?
3. Lední medvěd dosahuje v dospělosti hmotnosti asi 600 kg. Hmotnost jeho mláděte po narození je tisíckrát menší. Kolik gramů váží mládě?
4. Boty pro maminku stojí 990 Kč. Boty pro Aničku jsou třikrát levnější. Jaká je jejich cena?
5. Cena magnetofonu byla snížena na polovinu. Jaká je jeho nová cena, když původně stál 6 298 Kč?

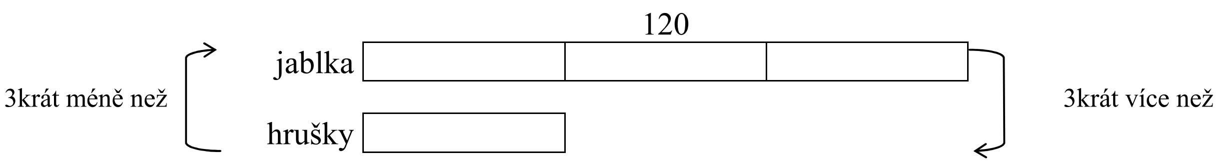
d) úlohy charakterizované vztahem n-krát více řešení dělením

Ze zahrádky jsme sklidili 120 kg jablek, což bylo třikrát více než hrušek. Kolik kg hrušek jsme sklidili?

<u>Rozbor:</u> Máme vypočítat, kolik kg hrušek jsme sklidili. Přitom víme, že 120 kg jablek je třikrát více než množství sklizených hrušek. Hrušek je tedy třikrát méně než jablek.

Zápis:	Jablek	120 kg
	Jablek	třikrát více než
	Hrušek	?

Grafické znázornění:



Počet kg hrušek vypočítáme dělením.

Výpočet: 120 : 3 = 40
Odpověď: Sklidili jsme 40 kg hrušek.
Zkouška: 120 > 40 3krát

Příklady:

1. Babička chová 24 králíků. Králíků má čtyřikrát více než slepic. Kolik má babička slepic?
2. Dálkového pochodu se zúčastnilo 150 dospělých. Bylo to pětkrát více než dětí. Kolik dětí se zúčastnilo pochodu?
3. Za koberec do obývacího pokoje zaplatili rodiče 3 600 Kč, což bylo třikrát více než stál koberec do předsíně. Kolik korun stál koberec do předsíně?
4. Cena vstupenky na muzikál je 480 Kč. Tato vstupenka je čtyřikrát dražší než vstupenka do kina. Kolik korun stojí vstupenka do kina?
5. Vzdálenost Země od Slunce se udává číslem 150 000 000 km, a je přibližně 500 krát větší než vzdálenost Země od Měsíce. Jaká je přibližná vzdálenost Země od Měsíce?

e) úlohy na porovnávání podílem

Do pěveckého sboru chodí 6 chlapců a 24 děvčat. Kolikrát více děvčat než chlapců je ve sboru?

Rozbor: Abychom mohli odpovědět na otázku, kolikrát je ve sboru více děvčat než chlapců, musíme jejich počty porovnat podílem, tj. pomocí dělení.

Zápis: Chlapců 6
Děvčat 24
Děvčat ? krát více než chlapců

Grafické znázornění:

	6			
Chlapci	o o o o o o			
Děvčata	o o o o o o	o o o o o o	o o o o o o	o o o o o o
	6	6	6	6
		? krát		

Výpočet: 24 : 6 = 4
Odpověď: Děvčat je 4 krát více než chlapců.
Zkouška: 4 . 6 = 24 nebo 24 > 6 4 krát

Příklady:

1. Cesta do sousední vesnice po silnici je dlouhá 12 km, přes les je cesta do vesnice dlouhá jen 4 km. Kolikrát kratší je cesta přes les?
2. Honzíkovi jsou 4 roky, jeho tatínek má 32 roků. Kolikrát je tatínek starší než Honzík?
3. Pěšky trvá Kubovi cesta z domu do školy 40 minut. Jede-li na kole, trvá mu cesta

10 minut. Kolikrát déle trvá Kubovi cesta pěšky než na kole?

4. Zájezd pro dospělého stojí 8 000 Kč, tentýž zájezd pro dítě stojí jen 4 000 Kč. Kolikrát je zájezd pro dítě levnější?
5. Svetr stál původně 450 Kč. Ve výprodeji byl zlevněn na 90 Kč. Kolikrát byla jeho cena ve výprodeji nižší?

2. SLOŽENÉ SLOVNÍ ÚLOHY

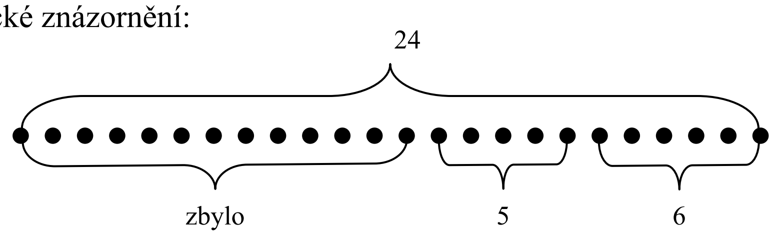
Složené slovní úlohy jsou velmi rozmanité, neboť jejich tematika je především určována konkrétní praxí, která nám poskytuje nepřeberné množství různých situací. Přesto je možné v mnohých slovních úlohách zjistit některé shodné znaky a podle charakteru těchto znaků řadit slovní úlohy do různých skupin. Společným znakem může být buď způsob řešení úlohy, tj. určitý specifický početní obrat (např. úlohy na porovnávání, úlohy využívající přímé úměrnosti, určení zlomku z daného čísla aj.), nebo jejich tematika (např. úlohy o pohybu, o směsích, úlohy využívající aritmetického průměru). Tato sbírka obsahuje několik řešených složených slovních úloh, které jsou typické pro učivo matematiky na 1. stupni ZŠ. Pro jednoduchost jsou zvolena v zadání úloh malá čísla, aby vynikl typ úlohy a princip jejího řešení. Jsou zde uvedena podrobná řešení, která jsou vhodná pro výklad a pochopení dané problematiky. Pokud žáci řešení úloh jednotlivých typů zvládnou, je možné použít stručnější postup (např. zjednodušit zápis, nevyžadovat za každou cenu grafické znázornění). Nelze však nikdy vynechat rozbor úlohy, aby žáci neřešili úlohu formálně, bez porozumění. Vždy je také nutno provést zkoušku správnosti řešení slovní úlohy.

1. Na míse bylo 24 koláčů. Vašík si vzal 6 a Jana 5 koláčů. Kolik koláčů zbylo na míse?

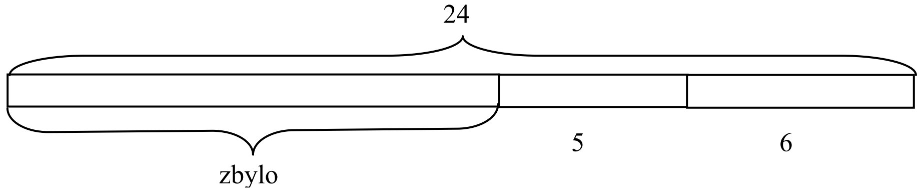
Rozbor: Abychom vypočítali, kolik koláčů zbylo na míse, musíme vědět, kolik koláčů celkem ubylo.

Zápis: Koláčů na míse	24
Vašík	6
Jana	5
Zbylo	?

Grafické znázornění:



nebo



Z grafického znázornění je patrno, že výpočet můžeme provést třemi způsoby:

a) Úlohu si rozložíme na dvě úlohy jednoduché. Od celkového počtu koláčů odečteme nejprve počet koláčů, které si vzal Vašík, a potom od počtu zbylých koláčů odečteme počet koláčů, které si vzala Jana.
   Výpočet: 24 – 6 = 18 18 – 5 = 13
b) Od celkového počtu koláčů odečteme postupně počet koláčů, které si vzal Vašík a které si vzala Jana. Řešíme jednu úlohu složenou.
   Výpočet: 24 - 6 - 5 = 13
c) Od celkového počtu koláčů odečteme celkové množství koláčů, které si děti vzaly (tj. součet). Řešíme jednu složenou úlohu.
   Výpočet: 24 - (6 + 5) = 13

Zkouška: 13 + 5 + 6 = 24
Odpověď: Na míse zbylo 13 koláčů.

2. V autobusu cestovalo 15 dětí a 38 dospělých. Na zastávce vystoupilo 11 osob a nikdo nenastoupil. Kolik osob pokračovalo v jízdě ?

Rozbor: K tomu, abychom vypočítali, kolik osob pokračovalo v jízdě, musíme vědět, kolik osob celkem v autobusu cestovalo a kolik jich vystoupilo. Počet osob, které vystoupily, je zadán. Celkový počet cestujících osob neznáme, ale můžeme ho vypočítat ze zadaných údajů.
.

Zápis:		
	Děti	15
	Dospělí	38
	Vystoupilo	11
	Pokračovalo	?

Grafické znázornění:
Celkový počet cestujících, o kterých v úloze mluvíme, musíme chápat ze dvou hledisek. Jednak je dán součtem počtu dětí a dospělých, jednak součtem počtu osob, které vystoupily a které pokračovaly v jízdě.

Cestovalo	děti 15	dospělí 38
Cestovalo	vystoupilo 11	pokračovalo ?

Výpočet: (15 + 38) - 11 = 42 nebo 15 + 38 = 53
53 - 11 = 42

Zkouška: 42 + 11 = 53 15 + 38 = 53
Odpověď: V jízdě pokračovalo 42 osob.

Úlohu můžeme řešit také pomocí rovnice:

všechny osoby   všechny osoby

děti   dospělí   vystoupilo   pokračovalo

15   38   11   x

$$15 + 38 = 11 + x$$
$$53 = 11 + x$$
$$x = 42$$

3. Maminka koupila 4 čokolády po 21 Kč a 5 jogurtů po 9 Kč. Kolik korun za tento nákup zaplatila ?

<u>Rozbor</u>: K tomu, abychom vypočítali, kolik maminka zaplatila, potřebujeme vědět, kolik korun zaplatila za čokolády a kolik za jogurty.

Zápis: Čokolády   4 po 21 Kč
Jogurty   5 po 9 Kč
Celkem   ?

Grafické znázornění:


21   21   21   21   9   9   9   9   9

<u>Výpočet</u>: 4 . 21 + 5 . 9 = 84 + 45 = 129
<u>Zkouška</u>: např. 129 - 5 . 9 = 84   84 : 4 = 21
<u>Odpověď</u>: Maminka zaplatila celkem 129 Kč.

4. Radek a Věra sázeli na záhon květiny. Radek zasadil 4 řady po 5 sazenicích a Věra zasadila 4 řady po třech sazenicích. Kolik sazenic zasadili dohromady ?

<u>Rozbor</u>: K tomu, abychom vypočítali, kolik sazenic zasadili dohromady, můžeme např. zjistit, kolik sazenic zasadil Radek a kolik sazenic zasadila Věra.

Zápis: Radek   4 řady po pěti
Věra   4 řady po třech
Celkem   ?

Grafické znázornění:

```
          o o o o o     x x x
          o o o o o     x x x
4 řady    o o o o o     x x x    4 řady
          o o o o o     x x x
              5           3
                    8
```

<u>Výpočet</u>   4 . 5 + 4 . 3 = 20 + 12 = 32

Zkouška: Zkoušku správnosti v našem případě můžeme provést tak, že úlohu vyřešíme jiným způsobem. Vycházíme-li z vhodného grafického znázornění, můžeme vypočítat, kolik sazenic je celkem v jedné řadě a toto číslo vynásobit počtem řad.

Sazenic v jedné řadě	5 + 3
Všech řad	4
Sazenic celkem	4 . (5 + 3) = 4 . 8 = 32

Poznámka: V případě, že by sázeli sazenice jinak, než je nakresleno na našem obrázku, bylo by třeba najít odpovídající způsob zkoušky.

Odpověď: Radek a Věra zasázeli celkem 32 sazenic.

5. Do třídy 3.B chodí 30 žáků.
a) Děvčat je stejně jako chlapců. Kolik chlapců chodí do 3.B ?
b) Děvčat je více než chlapců. Kolik chlapců chodí do 3.B ?
c) Děvčat je o 6 více než chlapců. Kolik chlapců chodí do 3.B ?
d) Děvčat je o 4 méně než chlapců. Kolik chlapců chodí do 3.B ?

Úloha je zadána tak, že části a) a b) usnadní dětem řešení složených úloh c), d) a umožní dětem správný vhled do dané problematiky.

a) Protože ve třídě je chlapců a děvčat stejně, musíme 30 žáků rozdělit do dvou skupin o stejném počtu (chlapci a děvčata tvoří dvojice).

Děvčata o o o o o o o o o o o o o o o
Chlapci x x x x x x x x x x x x x x x

Výpočet: 30 : 2 = 15
Zkouška: 15 + 15 = 30 nebo 2 . 15 = 30
Odpověď: Do 3.B chodí 15 chlapců.

b) Protože ve 3.B je 30 žáků, pak na základě předchozí úlohy usoudíme, že děvčat musí být více než 15, a chlapců tedy bude méně než 15. (Předpokládáme, že ve třídě je alespoň 1 chlapec.) Výsledek úvahy můžeme zaznamenat do tabulky, v níž jsou uvedena všechna možná řešení úlohy. Tabulka umožňuje provést přehledně výpočet i zkoušku správnosti.

Děvčata	16	17	18	.....	27	28	29
Chlapci	14	13	12	.....	3	2	1
Celkem	30	30	30		30	30	30

Výsledek můžeme také zapsat nerovnicemi: $x < 15$ a $x > 0$
nebo $0 < x < 15$,
kde x je počet chlapců

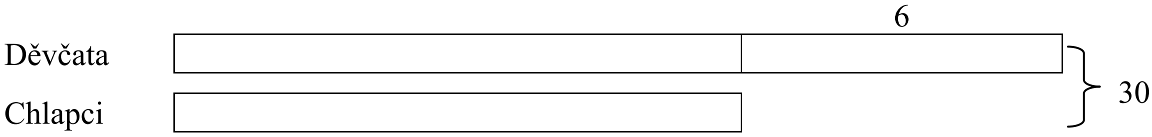
Odpověď: Ve třídě 3.B může být 1, 2, ..., 14 chlapců.

c) Děvčat je o 6 více než chlapců, tzn. že 6 děvčat nemůže vytvořit s chlapci dvojici. Celkový počet chlapců a děvčat je 30.

Děvčata o o o o o o o o o o o o o o o o o o (6; 30)

Chlapci x x x x x x x x x x x x

nebo



Oddělíme-li z celkového počtu žáků 6 děvčat, dostaneme skupinu dětí, ve které je stejně děvčat jako chlapců. Odtud plyne následující výpočet.

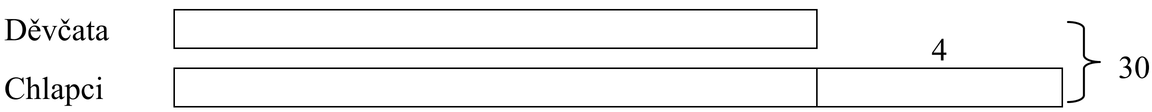
<u>Výpočet:</u> 30 - 6 = 24 24 : 2 = 12
<u>Zkouška:</u> 12 + (12 + 6) = 12 + 18 = 30
<u>Odpověď:</u> Ve třídě je 12 chlapců.

d) Děvčat je o 4 méně než chlapců, takže chlapců je o 4 více než děvčat. Čtyři chlapci tedy nemohou vytvořit s děvčaty dvojice. Chlapců a děvčat je dohromady 30.

Děvčata o o o o o o o o o o o o o (30)

Chlapci x x x x x x x x x x x x x x x x x (4)

nebo



Z grafického znázornění a z úvah provedených v případě c) plyne výpočet.
<u>Výpočet:</u> 30 - 4 = 26 26 : 2 = 13 13 + 4 = 17
.<u>Zkouška:</u> 17 + (17 – 4) = 17 + 13 = 30
<u>Odpověď:</u> Ve třídě je 17 chlapců.

6. Ve třídě 5.A je 18 děvčat. Děvčat je o 5 více než chlapců. Kolik žáků chodí do 5. A ?

<u>Rozbor:</u> Abychom mohli odpovědět na otázku úlohy, musíme znát počet všech děvčat a počet všech chlapců. Počet děvčat známe, počet chlapců musíme určit. Jestliže děvčat je o 5 více než chlapců, pak chlapců je o 5 méně než děvčat.

Zápis: Děvčat 18
Děvčat o 5 více než
Chlapců ?
Žáků ?

Znázornění: 5

o 5 více než — děvčata o o o o o o o o o o o o o o o o o o
chlapci x x x x x x x x x x x x x — o 5 méně než

Výpočet: 18 + (18 - 5) = 18 + 13 = 31

Zkouška: 31 - 18 = 13 18 > 13 o 5
Odpověď: Do 5. A chodí 31 žáků.

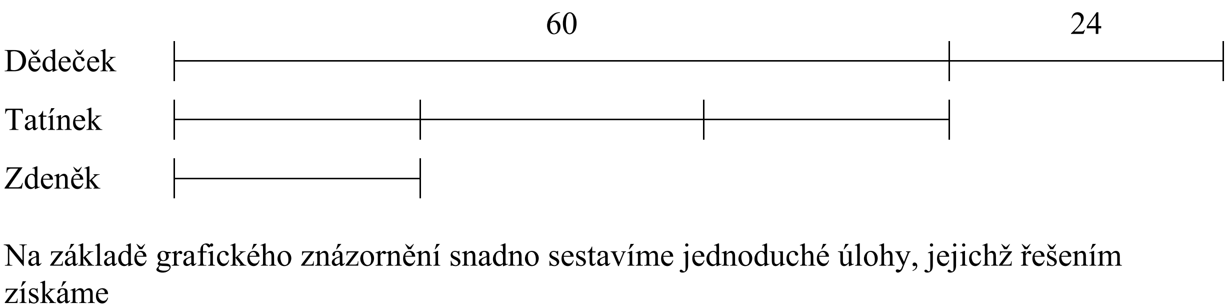
Poznámka. V úlohách tohoto typu je třeba se opírat o správný názor, ze kterého je patrno, že když jedno číslo je o několik jednotek větší než druhé, pak toto druhé číslo je o stejný počet jednotek menší než číslo původní. Ze správného názoru musí pro děti vyplynout také správně zvolená operace. Jak již bylo uvedeno při řešení jednoduchých slovních úloh, nelze ani zde mechanicky uplatňovat mnemotechnické pomůcky typu „více - sčítáme“, „méně - odčítáme“.

7. Zdeňkův tatínek je o 24 roků mladší než Zdeňkův dědeček, kterému je 60 roků. Kolik roků je Zdeňkovi, když je třikrát mladší než tatínek ?

Rozbor: Abychom zjistili, kolik roků je Zdeňkovi, musíme nejprve vypočítat, kolik roků je tatínkovi. Vztahy mezi věkem jednotlivých osob znázorníme graficky.

Zápis: Dědeček 60
Tatínek o 24 méně než
Zdeněk 3 krát méně než
Zdeněk ?

Grafické znázornění:



Na základě grafického znázornění snadno sestavíme jednoduché úlohy, jejichž řešením získáme
hledaný údaj.

Výpočet: Věk tatínka: 60 - 24 = 36 Věk Zdeňka: 36 : 3 = 12

Zkouška: 12 . 3 = 36 36 > 12 3krát
36 + 24 = 60 36 < 60 o 24

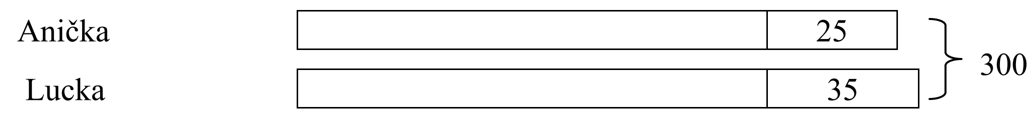
Odpověď: Zdeňkovi je 12 roků.

8. Anička a Lucka ušetřily dohromady 300 Kč. Každá dala stejnou částku na dárek pro bratra. Aničce pak zbylo 25 Kč a Lucce 35 Kč. Kolik korun ušetřila každá z nich ?

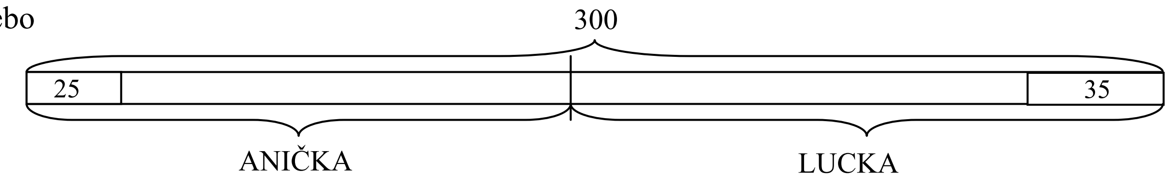
Rozbor: Abychom vypočítali, kolik každé z děvčat ušetřilo, musíme vědět, kolik korun každá dala na dárek. Postup je patrný z vhodného grafického znázornění.

Zápis: Dohromady ušetřily	300
Aničce zbylo	25
Lucce zbylo	35
Anička ušetřila	?
Lucka ušetřila	?

Grafické znázornění:



nebo



Výpočet: 300 - (25 + 35) = 300 - 60 = 240
240 : 2 = 120
120 + 25 = 145 120 + 35 = 155

Odpověď: Anička ušetřila 145 Kč a Lucka 155 Kč.

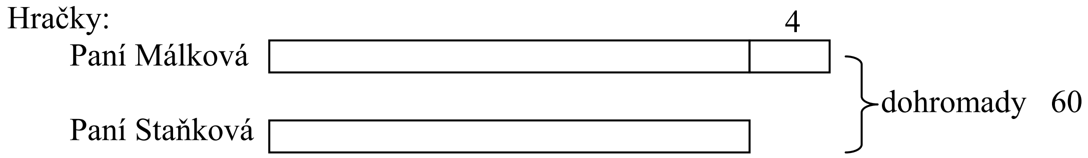
Zkouška: 145 – 120 = 25 155 – 120 = 35 145 + 155 = 300

9. Paní Málková a paní Staňková vyráběly plyšové hračky. Dohromady jich vyrobily 60. Paní Málková vyrobila o 4 hračky víc než paní Staňková. Kolik korun dostala každá za svou práci, jestliže za výrobu jedné hračky obdrží 35 Kč ?

Rozbor: K odpovědi na otázku úlohy můžeme dospět tak, že nejprve vypočítáme, kolik hraček každá paní vyrobila. Další postup vyplyne nejlépe z grafického znázornění, které správně postihne vztahy mezi zadanými a hledanými čísly.

Zápis: Dohromady hraček 60
Paní Málková o 4 více než
Paní Staňková ?
Odměna za 1 hračku 35
Odměna paní Málkové ?
Odměna paní Staňkové ?

Grafické znázornění:



<u>Výpočet:</u> 60 - 4 = 56 56 : 2 = 28 nebo (60 - 4) : 2 = 28

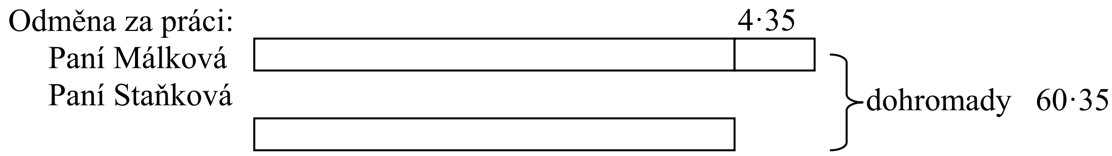
Hračky - paní Staňková 28
paní Málková 28 + 4 = 32
Odměna - paní Staňková 28 . 35 = 980
paní Málková 32 . 35 = 1 120

<u>Odpověď:</u> Paní Málková dostala 1 120 Kč, paní Staňková 980 Kč.
<u>Zkouška:</u> Rozdíl v odměně za 4 hračky: 1 120 – 980 = 140. Tento rozdíl odpovídá odměně za výrobu 4 hraček, neboť 4 . 35 = 140
Počet vyrobených hraček je 28 + 32 = 60, což odpovídá zadání.Přitom 32 > 28 o 4.

2. řešení:

<u>Rozbor:</u> Vypočítáme odměnu za zhotovení všech hraček a odměnu za 4 hračky, tj. částku, o kterou bude mít paní Málková více než paní Staňková, a z těchto údajů určíme odměnu každé z nich.

Grafické znázornění:



<u>Výpočet:</u> (60 . 35 - 4 . 35) : 2 = (2 100 - 140) : 2 = 980
980 + 140 = 1 120

<u>Zkouška:</u> 1 120 + 980 = 2 100 2 100 : 60 = 35
1 120 > 980 o 140 140 Kč je odměna za výrobu 4 hraček.

10. V prodejně bylo odevzdáno 52 prázdných lahví. Prodavač je skládal do přepravek po devíti kusech. Kolik přepravek zcela naplnil a kolik lahví bylo v poslední přepravce ?

<u>Rozbor</u>: Abychom mohli odpovědět na otázky úlohy, musíme zjistit, kolik skupin po devíti

lahvích můžeme utvořit z 52 lahví, tj. kolikrát je devět obsaženo v 52.

Zápis: Všech lahví	52
V jedné přepravce	9
Přepravek	?
Zbylo	?

Grafické znázornění:
Vytváříme skupiny po devíti, pokud to lze. Poslední skupina může být neúplná.

o o o   o o o   o o o   o o o   o o o   o o o
o o o   o o o   o o o   o o o   o o o   o o o
o o o   o o o   o o o   o o o   o o o   o

Nebo sestavujeme prvky do řad po devíti, poslední řada může být neúplná.

x x x x x x x x x
x x x x x x x x x
x x x x x x x x x
x x x x x x x x x
x x x x x x x x x
x x x x x x x

Výpočet: 52 : 9 = 5 můžeme také zapsat 52 : 9 = 5 (zb. 7)
7

Zkouška: 5 . 9 + 7 = 45 + 7 = 52
Odpověď: Prodavač zcela naplnil 5 přepravek, v poslední přepravce bylo jenom 7 lahví.

Poznámka: Řešení předcházející slovní úlohy vychází z vhodného grafického znázornění. Znázornění situace popsané v úloze přispívá k lepšímu chápání operace dělení se zbytkem v oboru přirozených čísel, zejména pochopení vztahů mezi dělencem, dělitelem, neúplným podílem a zbytkem.

Při řešení slovních úloh využívajících dělení se zbytkem je třeba dbát na přesnou formulaci zadání tak, aby byla splněna podmínka pro zbytek. **Zbytek musí být vždy menší než dělitel**. Např. při formálním přístupu by i následující úloha mohla být chápána jednoznačně jako úloha na dělení se zbytkem, avšak uvedená formulace jejího zadání vede ke čtyřem řešením, z nichž pouze jedno lze získat pomocí operace dělení se zbytkem (a sice to, ve kterém předpokládáme, že každý chlapec si vezme největší možný počet koblih při spravedlivém dělení).

11. Na míse bylo 18 koblížků. Každý ze čtyř chlapců si vzal stejné množství. Kolik koblížků si každý vzal a kolik jich zůstalo ještě na míse ?

Každý si vzal 1 2 3 4 5

Celkem si vzali	4	8	12	16	nelze, neboť by se na posledního chlapce dva koblížky nedostaly
Zůstalo na míse	14	10	6	2	

12. Za 20 vstupenek do divadla zaplatila paní učitelka 5.A 500 Kč. Kolik Kč bude stát 18 vstupenek pro žáky 5.B ?

Rozbor: Abychom vypočítali, kolik bude stát 18 vstupenek, musíme zjistit cenu jedné vstupenky, jestliže známe cenu 20 vstupenek.

Zápis: Za 20 vstupenek 500 Kč
Za 18 vstupenek ?
Za 1 vstupenku ?

Výpočet: 500 : 20 = 25 25 . 18 = 450

Zkouška: 450 : 18 = 25 25 . 20 = 500
Odpověď: Za 18 vstupenek paní učitelka zaplatí 450 Kč.

2. řešení:
Na základě zadání úlohy můžeme uvážit, že pro žáky 5.B se kupuje o dvě vstupenky méně než pro žáky 5.A. Odtud plyne následující výpočet.

Výpočet: 500 : 20 = 25 500 – 2 . 25 = 450
Zkouška: 450 : 25 = 18
Odpověď: Za 18 vstupenek paní učitelka zaplatí 450 Kč.

13. Maminka si koupila 12 hrnečků. Zaplatila za ně 480 Kč. Babička si koupila 3 takové hrnečky . Kolik korun zaplatila za hrnečky babička ?

Rozbor: Úlohu by bylo možné řešit stejným způsobem jako předcházející, tj. zjistit nejprve cenu jednoho hrnečku (480 : 12) a potom cenu tří hrnečků.
Je vhodné ukázat žákům i jiný způsob řešení, který využívá principu přímé úměrnosti: Kolikrát se zvětší (zmenší) jedna veličina, tolikrát se zvětší (zmenší) druhá veličina.
Protože babička koupila čtyřikrát méně hrnečků než maminka, zaplatila za ně čtyřikrát méně korun. Budeme tedy hledat číslo čtyřikrát menší než je 480.

Výpočet: 12 > 3 4krát 480 : 4 = 120

Zkouška: 12 = 4 . 3 480 = 4 . 120
nebo přechodem přes jednotku: 120 : 3 = 40 12 . 40 = 480

Odpověď: Babička zaplatila za hrnečky 120 Kč.

14. Ze třídy 5. A chodí do oddílu kopané 16 žáků a do tenisu 12 žáků.

Kolik žáků může chodit do 5.A ?

a) Kdyby každý žák ze třídy chodil právě do jednoho z těchto dvou oddílů (a další děti ve třídě nebyly), pak by do třídy chodilo 28 žáků (16 + 12).

b) Kdyby všichni žáci, co chodí do tenisu, chodili i do oddílu kopané a další žáci ve třídě nebyli, pak by bylo ve třídě 16 žáků.

c) Pokud by do oddílu kopané chodilo jen několik žáků, kteří chodí do tenisu (ne všichni), a další žáci ve třídě nebyli, pak by ve třídě bylo více než 16 žáků, nejvýše však 28 žáků.

Uvažujeme-li případ, že ve třídě jsou ještě žáci, kteří nechodí do žádného z obou uvedených oddílů, pak je nutné tyto žáky připočítat.

Poznámka: Úvahy tohoto typu jsou přípravou pro řešení slovních úloh charakterizovaných sjednocením dvou množin, které mají společné prvky.

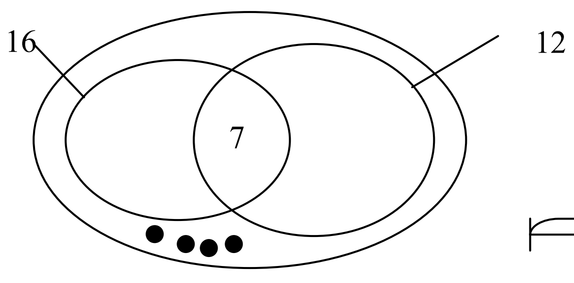
15. Ze třídy 5. A chodí do oddílu kopané 16 žáků a do tenisu 12 žáků. Přitom 7 z nich navštěvuje oba oddíly. Čtyři žáci ze třídy nechodí do žádného z těchto oddílů. Kolik žáků je ve třídě 5. A ?

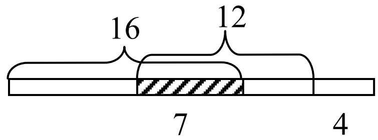
Rozbor: Máme vypočítat počet všech žáků ve třídě. K tomu potřebujeme vědět, kolik žáků chodí pouze do oddílu kopané a kolik pouze do oddílu tenisu. Počet žáků, kteří chodí do obou oddílů a počet žáků, kteří nechodí do žádného z nich známe.
Stačí také zjistit pouze to, kolik žáků chodí jen do oddílu kopané (nebo pouze do tenisu), neboť zbývající údaje ze zadání stačí k řešení úlohy.

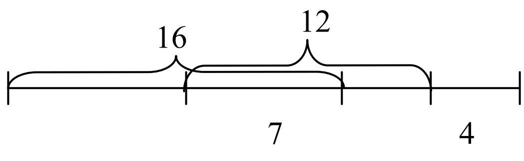
Zápis:

Kopaná	16
Tenis	12
Oba oddíly	7
Nenavštěvuje	4
Celkem žáků	?

Pro grafické znázornění můžeme zvolit jednu z těchto možností:







Výpočet: 16 - 7 = 9 nebo 16 - 7 = 9 nebo 12 - 7 = 5
12 - 7 = 5 9 + 12 + 4 = 25 16 + 5 + 4 = 25

9 + 7+ 5 + 4 = 25

Zkouška: Ke zkoušce správnosti je nejlépe využít jiného z výše uvedených způsobů řešení, než je ten, který jsme použili k výpočtu.

Odpověď: Ve třídě 5.A je celkem 25 žáků.

Poznámka: Připomeňme ještě možnosti řešit tuto úlohu experimentem s využitím konkrétního znázornění žáků, nebo pomocí tabulky, nebo pomocí stromu logických možností:
Řešení experimentem:

o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o o

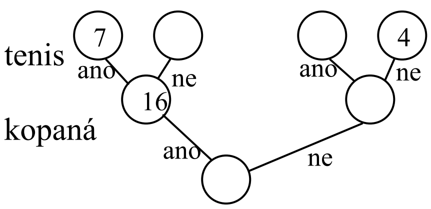
Řešení pomocí tabulky:
Sestavíme tabulku, do které zapíšeme údaje ze zadání. Doplníme řádky a sloupce tak, aby vycházely naznačené součty.

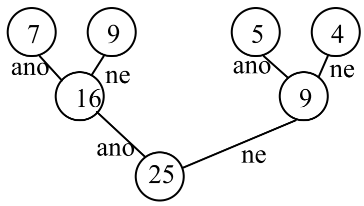
		Kopaná		
		ano	ne	celkem
Tenis	ano	7		12
	ne		4	
	celkem	16		?

řešení:

		Kopaná		
		ano	ne	celkem
Tenis	ano	7	**5**	12
	ne	**9**	4	**13**
	celkem	16	**9**	**25**

Řešení pomocí stromu:
Sestavíme schema, tzv.strom, jehož „kořen“ bude po vyřešení úlohy obsahovat údaj o počtu všech žáků ve třídě, který máme určit. Do uzlu první úrovně vlevo zapíšeme počet žáků, kteří chodí do oddílu kopané (16). Pravý uzel představuje počet žáků, kteří do kopané nechodí a který zatím neznáme. V uzlech další úrovně budou uvedeny údaje o počtu žáků, kteří chodí, ev. nechodí do tenisu. Ze zadání můžeme doplnit: 7 žáků chodí do kopané i tenisu, 4 žáci nechodí do žádného z těchto oddílů. Dále počítáme: Protože 12 žáků chodí do tenisu a 7 chodí do obou oddílů, zbývá 5 žáků, kteří chodí pouze do tenisu a 9 žáků, kteří chodí pouze do kopané (12 - 7, 16 - 7). Dále doplníme údaje do zbývajících uzlů, tj. počet všech žáků, kteří nechodí na kopanou (5 + 4 = 9) a počet všech žáků ve třídě (16 + 9 = 25).





16. V ovocném sadu roste 60 stromů. Jedna čtvrtina z nich jsou broskvoně, tři desetiny z celkového počtu jsou meruňky. Zbývající stromy jsou jabloně. Kolik je v sadu broskvoní, meruněk a jabloní?

Rozbor: Abychom zjistili, kolik je kterých stromů, musíme nejprve vypočítat, kolik je broskvoní a kolik je meruněk. Počty těchto stromů určíme jako části z celku.

Zápis: Všech stromů 60

Broskvoně $\frac{1}{4}$ z 60

Meruňky $\frac{3}{10}$ z 60

Jabloně ?

Grafické znázornění:

BROSKVONĚ	MERUŇKY	JABLONĚ
$\frac{1}{4}$ z 60	$\frac{3}{10}$ z 60	

celkem60

Výpočet: Broskvoně 60 : 4 = 15

Meruňky 60 : 10 = 6 6 . 3 = 18

Jabloně 60 - (15 + 18) = 60 - 33 = 27

Zkouška: V tomto případě se spokojíme s výpočtem 27 + 18 + 15 = 60.

Odpověď: V ovocném sadu je 15 broskvoní, 18 meruněk a 27 jabloní.

17. Babička upekla 36 buchet. Martin snědl z celkového počtu buchet jednu šestinu. Potom přišel Michal a snědl jednu pětinu zbylých buchet. Nakonec přišla Eliška a snědla jednu čtvrtinu zbytku. Kolik buchet zůstalo na pekáči?

Rozbor: Abychom vypočítali, kolik buchet zůstalo na pekáči, musíme zjistit, kolik buchet děti snědly. Počty buchet, které děti snědly, musíme určovat postupně.

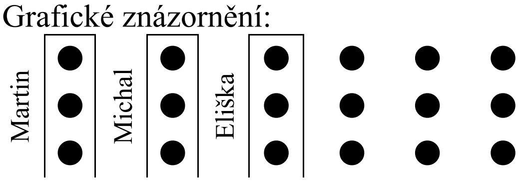
Zápis: Martin $\frac{1}{6}$ z 36

Michal $\frac{1}{5}$ zbylých buchet po Martinovi

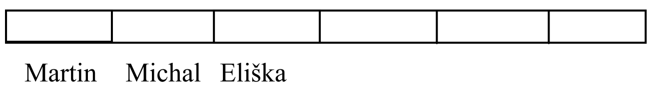
Eliška $\frac{1}{4}$ zbylých buchet po Michalovi

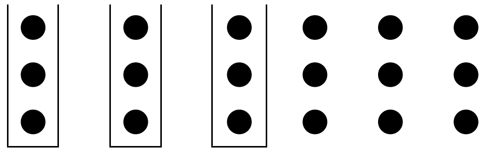
Zůstalo ?

Grafické znázornění:



nebo:

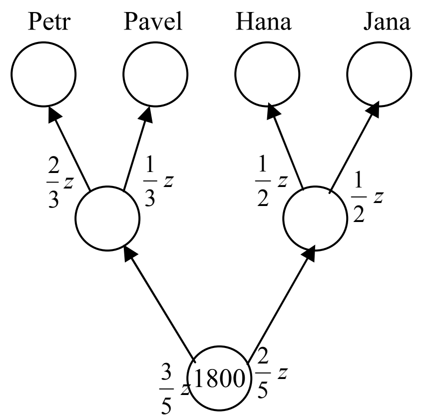




Výpočet: Martin 36 : 6 = 6 zůstalo 36 - 6 = 30
Michal 30 : 5 = 6 30 - 6 = 24
Eliška 24 : 4 = 6 24 - 6 = 18

Zkouška: 18 + 6 + 6 + 6 = 36
Odpověď: Na pekáči zůstalo 18 buchet.

18. Tatínek měl 4 děti, syny Petra a Pavla a dcery Hanu a Janu. Rozdělil jim 1 800 Kč tak, že chlapci dostali tři pětiny této částky a děvčata dvě pětiny této částky. Nejstarší Petr dostal dvě třetiny částky pro chlapce, Pavel jednu třetinu této částky. Děvčata si svůj podíl rozdělila stejným dílem. Kolik korun dostal každý ?
Úlohu můžeme zadat přehledněji graficky:



Rozbor: Rozbor vyplývá z grafického znázornění. Nejprve musíme vypočítat $\frac{1}{5}$ z 1 800.

$\frac{1}{5}$ z 1 800 1 800 : 5 = 360

Na základě grafického znázornění počítáme

Chlapci	$\frac{3}{5}$ z 1 800	3. 360 = 1 080
Děvčata	$\frac{2}{5}$ z 1 800	2 . 360 = 720
Pavel	$\frac{1}{3}$ z 1 080	1 080 : 3 = 360
Petr	$\frac{2}{3}$ z 1 080	2 . 360 = 720

Každá z děvčat $\frac{1}{2}$ z 720 720 : 2 = 360

Zkouška: 720 + 360 + 360 + 360 = 1800
Odpověď: Petr dostal 720 Kč, ostatní tři děti dostaly po 360 Kč.

Výsledek této úlohy srovnejte s řešením úlohy zadané takto:

Číslo 1 800 rozdělte na čtyři sčítance tak, aby první byl dvojnásobek druhého a třetí a čtvrtý sčítanec byli rovni druhému sčítanci.

19. Eva si kupovala sešity a tužky. Jeden sešit stál 4 Kč, tužka stála 6 Kč. Kolik sešitů a kolik tužek si Eva koupila, když celkem zaplatila 50 Kč?

Rozbor: Musíme hledat takové násobky čísla 4 a čísla 6, aby součet těchto násobků byl 50.

Na 1. stupni řešíme úlohy tohoto typu experimentem. Volíme např. počet tužek, vypočítáme jejich cenu a zjišťujeme, zda je možné koupit za všechny zbývající peníze sešity a kolik sešitů to bude.

Počet tužek po 6 Kč	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Cena za tužky	6	12	18	24	30	36	42	48
Zbývá Kč	44	38	32	26	20	14	8	2
Počet sešitů	**11**	**-**	**8**	**-**	**5**	**-**	**2**	**-**

Z tabulky je patrno, že úloha má 4 řešení. O správnosti řešení se přesvědčíme násobením a sčítáním, např. pro 3 tužky a 8 sešitů máme: 3 . 6 + 8 . 4 = 50.

20. Pan Hašek chová slepice a králíky. Dohromady mají 30 noh. Kolik má králíků a kolik má slepic ?

Úlohu budeme opět řešit experimentem, např. s využitím tabulky: Volíme postupně počet slepic. Každá slepice má dvě nohy, počet nohou slepic je uveden ve druhém řádku tabulky. Dále vypočítáme, kolik nohou zbývá pro králíky. Počet králíků určíme tak, že toto číslo dělíme čtyřmi (každý králík má čtyři nohy).

Slepice	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**
Nohy slepic	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
Zbývá nohou	28	26	24	22	20	18	16	14	12	10	8	6	4	2	0

Králíci	**7 -**	**6 -**	**5 -**	**4 -**	**3 -**	**2 -**	**1 -**	**0**

Z tabulky vyčteme, že úloha má 7 řešení (předpokládáme-li, že pan Hašek má alespoň jednoho králíka), tj. pan Hašek může mít 1 slepici a 7 králíků nebo 3 slepice a 6 králíků atd.

Kdybychom v zadání úlohy uvedli další podmínku, např. stanovili, že všechna zvířata mají dohromady 12 hlav, má úloha jediné řešení. Toto řešení můžeme získat buď z uvedené tabulky, nebo následující úvahou:

Každé z 12 zvířat má alespoň 2 nohy. o o o o o o o o o o o o
Tomu odpovídá 2 . 12 = 24 nohou. || || || || || || || || || || || ||

Z celkového počtu nohou ještě zbývá 6: 30 - 24 = 6.

Těchto 6 nohou rozdělíme po dvou: 6 : 2 = 3
tzn. že třem zvířatům přidáme další 2 nohy:

o o o o o o o o o o o o
|||| |||| |||| || || || || || || || || ||

Ze znázornění plyne, že králíci jsou tři a slepic je devět.

<u>Zkouška:</u> Počet hlav: 3 + 9 = 12
Počet nohou: 3.4 + 9.2 = 30

21. Řidič si nechal seřídit motor svého auta. Za seřízení zaplatil 364 Kč. Spotřeba benzínu na 100 km se po seřízení snížila z 8,3 litrů na 7 litrů. Jeden litr benzínu stojí 28 Kč.

a) Kolik Kč řidič ušetří za benzín na každých ujetých 100 kilometrech?
b) Kolik kilometrů musí ujet, aby se mu vrátila částka, kterou vydal za seřízení motoru?

a) <u>Rozbor:</u> Abychom mohli vypočítat, kolik korun řidič ušetřil na každých 100 kilometrech, musíme zjistit cenu ušetřeného benzínu. To můžeme zjistit dvěma způsoby. Buď vypočítat cenu 8,3 litru benzínu, cenu 7 litrů benzínu a odečtením zjistit úsporu. Nebo vypočítáme množství ušetřeného benzínu a jeho cenu. Jeden způsob řešení může být zkouškou správnosti pro řešení druhým způsobem.

Zápis:	Za seřízení zaplatil	364 Kč
	Původní spotřeba na 100 km	8,3 l
	Nová spotřeba na 100 km	7 l
	Cena 1 litru benzínu	28 Kč

<u>Výpočet:</u> 8,3 . 28 = 232,4 7 . 28 = 196 232,4 – 196 = 36,4
nebo 8,3 – 7 = 1,3 1,3 . 28 = 36,4
<u>Odpověď:</u> Na každých 100 kilometrech jízdy ušetří řidič na ceně benzínu 36,4 Kč.

b) Odpověď na otázku b) bychom zjistili snadno, kdybychom celkovou úsporu 364 Kč dělili úsporou za 1 km, což je 0,364 Kč. Protože však dělení desetinným číslem není v učivu matematiky 1. stupně ZŠ, budeme úlohu řešit jiným způsobem. Všimněme si, že číslo 364 je desetkrát větší než číslo 36,4 (36,4 . 10 = 364). Protože částku 36,4 Kč řidič ušetří při ujetí 100 km, ušetří desetkrát větší částku na desetkrát větší vzdálenosti,
tj. 10 . 100 km = 1000 km.

V učivu matematiky 1. stupně se při procvičování operací s přirozenými čísly mohou využít i některé prvky statistiky jako je např. aritmetický průměr. V této situaci je důležité uvádět příklady úloh, ve kterých se vyskytují čísla v různých významech (např. počet prvků souboru, adresa, kód), s nimiž se děti postupně seznamují a učí se s nimi správně nakládat. Jako příklad uvádíme úlohy:

22. Cesta z Brna do Karlových Varů (335 km) autem trvala paní Veselé 5 hodin. Jakou průměrnou rychlostí jela?

23. V dílně vyrobili za týden místo 7 500 m látky utkali 8 400. O kolik metrů více látky vyrobili průměrně každý den (při pětidenním pracovním týdnu)?

24. Určete, v kterých případech má smysl počítat aritmetický průměr čísel. V těchto případech zformulujte úlohu na výpočet aritmetického průměru a průměr vypočítejte.
a) V prodejně měli v uvedených měsících tržbu: leden - 250 865 Kč, únor - 190 440 Kč březen 307 649 Kč.
b) Poštovní směrovací číslo pro Brno – střed je 602 00, pro Brno – Lesná 638 00.
c) V knihovně půjčovali v jednotlivých dnech jednoho týdne knihy v tomto počtu: pondělí – 205, úterý – 188, středa – 430, čtvrtek – 322, pátek - 395.
d) Telefonní číslo Alenky je 43129324, telefonní číslo Jirky je 42219824.

25. Čtyřčlenná rodina Janíčkových byla na dovolené. Ubytování pro celou rodinu za 6 nocí stálo celkem 2 880 Kč. Stravování za 7 dní stálo Janíčkovy 5 040 Kč.
a) Kolik zaplatili celkem za ubytování a stravování?
b) Kolik stál jeden nocleh pro tuto rodinu? Kolik stál jeden nocleh pro jednu osobu?
c) Kolik zaplatili Janíčkovi za stravování na jeden den? Kolik stálo stravování za jeden den pro jednu osobu?
d) Jaké byly náklady na osobu a den?
e) V recepci uvedly tato data narození: 2.10.1965, 10.2.1967, 7.7.1987, 30.5.1990. Kolik roků bylo jednotlivým členům rodiny?

Pro úplnost uveďme i několik slovních úloh, které slouží k rozvoji kombinačního myšlení, což je jeden z aspektů, který by se na 1. stupni neměl opomíjet.

26. V cukrárně prodávali pět druhů zmrzliny – vanilkovou, čokoládovou, jahodovou, oříškovou a citronovou. Anička si chtěla koupit 3 různé kopečky zmrzliny. Kolik možností výběru Anička měla?

27. Jana má tři svetry – bílý, červený a hnědý, dvoje dlouhé kalhoty – modré a šedé a

dvě bundy – riflovou a péřovou. Zjistěte, kolika různými způsoby si může Jana vybrat oblečení tak, aby měla vždy svetr, kalhoty a bundu?

28. Ve čtvrté třídě mají mít žáci ve čtvrtek 5 vyučovacích hodin – český jazyk, matematiku, vlastivědu, přírodovědu a hudební výchovu. Kolika různými způsoby může paní učitelka sestavit rozvrh na čtvrtek?

29. Kolika způsoby můžeme za lokomotivu zařadit 5 vagónů, z toho jsou 3 vagóny nákladní a 2 jsou cisterny?

30. Několik kamarádů se dohodlo, že si o prázdninách pošlou pohlednice, každý každému. Kolik bylo kamarádů, když všech poslaných pohlednic bylo 20?

PROJEKTY

Matematika jako vyučovací předmět má za úkol rozvíjet v žácích aktivní a tvořivé porozumění kvantitativním nebo prostorovým vztahům, a to jak z hlediska přípravy žáků na další studium, tak i pro uplatnění získaných poznatků v praktickém životě. Matematika by měla poskytovat žákům jednoduché a názorné prostředky k popisu kvantitativních stránek světa, jak ho poznávají v běžném životě i v ostatních vyučovacích předmětech. Měla by se opírat o vlastní zkušenosti žáků a měla by být maximálně aplikovatelná. Na základní škole je značná část výuky matematiky věnována řešení úloh. Úlohy by měly být chápány jako modely reálných situací, které mají pro žáky smysl a jsou pro ně aktuální. Proto se kromě jednotlivě zadávaných slovních úloh často řeší komplexy slovních úloh v rámci tzv. projektového vyučování. Pro projektové vyučování je charakteristické, že projekt představuje relativně rozsáhlou, prakticky významnou a reálné skutečnosti blízkou problematiku. Řešení této problematiky žáci plánují někdy ve spolupráci s učitelem, převážně však samostatně. V matematice jsou převážně zadávány a řešeny projekty, které souvisí s probíraným učivem matematiky příslušného ročníku a dávají tak žákům příležitost používat, tj. aplikovat a procvičovat znalosti a dovednosti v podmínkách odpovídajících skutečnosti. Pedagogický slovník (1995) charakterizuje projektovou metodu takto: „Vyučovací metoda, v níž jsou žáci vedeni k řešení komplexních problémů a získávají zkušenosti praktickou činností a experimentováním.“ Výukové projekty mohou mít formu integrovaných témat, praktických problémů ze životní reality nebo praktické činnosti, vedoucí k vytvoření nějakého výrobku, výtvarného či slovesného produktu. Využití projektů ve vyučování matematice charakterizuje výstižněji J.Skalková (1999): „Projektové vyučování je založeno na řešení komplexních teoretických nebo praktických problémů na základě aktivní činnosti žáků.“

Projektová metoda souvisí s reformátorskými snahami, které se ve školství začaly objevovat na přelomu 19. a 20. století a které se zabývaly účinností vyučovacích metod s cílem zlepšit organizační formy vyučování. Byly to např. Mannheimský školní systém, jenský plán, daltonský plán, ilustrativní škola a metoda projektů. Projektová metoda ideově vychází z americké pragmatické pedagogiky, která významně ovlivnila školní praxi. Hlavními představiteli tohoto pedagogického směru byli J.Dewey a W. H. Killpatrick, kteří propagovali vzdělání jako nástroj k řešení problémů, se kterými se člověk setkává ve svém praktickém životě. V Čechách se projektovou metodou v 30. letech zabývali V.Příhoda, S. Velímský, J. Uher aj., kteří vycházeli z prací J. Deweye. Později však byla metoda projektového vyučování zatlačována do pozadí zejména z obav učitelů ze snížení jejich vedoucí úlohy ve vyučování. V současnosti jsou projekty zařazovány mezi aktivizující metody výuky, které podněcují samostatnost získávání vědomostí a dovedností nezbytných pro řešení určitých problémů v praxi. Tato metoda výrazně přispívá k rozvoji žákovy osobnosti.

Přestože projektová metoda klade na učitele i na žáky mnohem vyšší nároky než tradiční výuka, je učiteli hodnocena pozitivně, neboť poskytuje žákům přirozený a nenásilný způsob poznávání, respektuje individuální možnosti a potřeby žáků, nezatěžuje jejich psychiku, pomáhá získávat poznatky spojené s prožitkem a smyslovým vnímáním, připravuje žáky na řešení globálních problémů a má úzký vztah k reálnému životu. Žáci tak prostřednictvím této metody nacházejí smysl poznávání a vzdělávání, získávají pocit, že mají možnost zasahovat do skutečného života, získávají sebedůvěru a poznávají své možnosti.

Při zavádění projektů bychom si měli uvědomit různá kriteria, podle kterých můžeme projekty posuzovat. Jde o tato hlediska:

Účel projektu:

- projekt řeší praktický problém,
- vede k získání určité dovednosti,
- vede k rozvoji estetického vnímání.

Navrhovatel projektu:

- navrhovateli jsou žáci (spontánní, žákovský projekt),
- navrhovatelem je učitel (uměle připravený projekt),
- mezityp (návrh vychází od žáků, ale je korigován učitelem).

Podle počtu žáků:
- individuální projekty
- kolektivní projekty (např. skupinové, třídní aj.).

Podle času:
- krátkodobé projekty,
- dlouhodobé projekty.

Podle způsobu organizace:
- v rámci jednoho předmětu,
- v rámci příbuzných předmětů,
- mimo výuku.

Podle rozsahu:
- malé projekty (cílem je např. příprava dramatizace vztahující se k nějakému probíranému tématickému celku),
- velké projekty (příprava a realizace topografické práce v terénu, příprava třídní nebo školní matematické soutěže aj.).

Náměty k realizaci projektového vyučování.

Naše třída.
Naše škola.
Místo, ve kterém žiji.
Naše rodina.
Cestování.
Práce s jízdními řády.
Organizace školního výletu.
Objevování světa – historie i současnost.
Astronomické zajímavosti.
Zeměpisné zajímavosti.
Země, naše planeta.
Vynálezy pro každý den - objevy předmětů denní potřeby.
Naše zahrada – výměra, uspořádání, plánek osázení, ekonomická stránka, aj.
Ze života zvířat.
Nakupujeme (nerozmanitější druhy zboží, potraviny, školní potřeby, oděvy aj.).
Náš dům, náš byt, můj pokoj – plánek, zařizování.
Ekonomika domácnosti (výdaje související s chodem domácnosti a životem jejich členů, spotřeba vody a různých druhů energií).
Čísla a já – čísla, která nás provázejí od narození až do konce života.
Pošta, telefon, telegraf, internet.
Statistika – využití statistických údajů v praxi.
Práce s tabulkami, grafy a diagramy.
Sport (sportovní soutěže, sportovní výkony, olympiády aj.).

Geometrie kolem nás.
Symetrie a asymetrie kolem nás.

Pro ilustraci jsou v následujícím textu uvedeny příklady projektů sestavených studentkami prezenčního a kombinovaného studia učitelství pro 1. stupeň ZŠ, které vznikly na katedře matematiky PdF MU v rámci zpracování diplomových úkolů a při řešení grantových projektů.

POUŽITÁ LITERATURA

Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M.: Texty k didaktice matematiky. Učební text, PdF MU, Brno 1992.

Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M.: Slovní úlohy na 1. stupni ZŠ. Závěrečná zpráva řešení grantového úkolu, PdF MU, Brno 1998.

Pavlíčková, P.: Náměty ke zvyšování zájmu žáků o matematiku. Diplomová práce. PdF MU Brno 2000.

Průcha, J., Walterová, E., Mareše, J.: Pedagogický slovník. Portál, Praha 1998.

Sedláková, M.: Dyskalkulie, její reedukace na 1. stupni ZŠ. Diplomová práce. PdF MU Brno 2001.

Skalková, J.: Obecná didaktika. ISV, Praha 1999.

Tihlaříková, V.: Využití projektů ve vyučování matematice na 1. stupni základní školy. Diplomová práce. PdF MU Brno 1998.

Učebnice matematiky pro 1. – 5. ročník ZŠ.

OBSAH