Rozsah otázek ke zkoušce Algebra 1

Verze 70 … zhruba znalost na 70 bodů

Verze 90 … zhruba znalost na 90 bodů

Ad 1) Definice grupy, nekonečné grupy: 70 … definice grupoidu, pologrupy, monoidu, grupy, komutativity, s příklady každé struktury a vlastnosti na známých množinách a operacích

90 … navíc ještě: důkaz toho, že odmocnina ze dvou není racionální číslo; co je to axiom, definice, věta; definice operace

Ad 2) Pologrupa podmnožin, grupa permutací: 70 … vysvětlení, proč je struktura podmnožin nějaké množiny pologrupa vzhledem k operacím průniku nebo sjednocení; vysvětlení, proč je množina permutací tříprvkové množiny grupa vzhledem k operaci skládání permutací; vysvětlení na příkladu, jak přesně se realizuje skládání dvou permutací a že je nekomutativní

90 … navíc ještě: vysvětlení, proč se množina všech podmnožin označuje „2 na A“; rozhovor nad tabulkou grupy permutací (tabulku dostanete k dispozici): jaké podgrupy má grupa permutací? Jaký je řád některých jejích prvků? Které množiny prvků generují celou grupu permutací?

Ad 3) Dělitelnost v množině Z, grupa zbytkových tříd: 70 … vysvětlete pojmy a uveďte jejich příklady na množině celých čísel: čísla soudělná a nesoudělná, společný dělitel dvou čísel, největší společný dělitel dvou čísel, násobek dvou čísel, nejmenší společný násobek dvou čísel, Euklidův algoritmus nalezení největšího společného dělitele; kongruentní čísla, vysvětlení konstrukce množiny zbytkových tříd modulo 6 včetně obrázku, vysvětlení operací sčítání a násobení těchto tříd

90 … navíc ještě: důkaz Euklidova algoritmu; rozhovor nad tabulkou (Z6,plus) nebo (Z6 s hvězdičkou, krát), tabulku dostanete k dispozici: jaké existují podgrupy (Z6, plus)? Jaký je řád některých jejích prvků? Které množiny prvků generují celou grupu (Z6, plus)? Proč (Z6, krát) není grupa? Ke kterým prvkům v (Z6, krát) existuje inverzní prvek? Kdy je (Zn, krát) grupa?

Ad 4) Okruh, obor integrity, těleso: 70 i 90 stejně: Definice a příklady pojmů: okruh; netriviální dělitelé nuly; obor integrity; těleso.

Ad 5) základní vlastnosti grup: 70 … Rosický 1.6 + důkaz, Rosický 1.8 + důkaz, Rosický 4.1 + důkaz, Rosický 4.17 + důkaz; kladná a záporná mocnina prvku grupy + příklad, řád prvku grupy + příklad;

90 … přidejte něco navíc … např. vlastnosti inverze Rosický 4.6 + důkaz, Rosický 4.13 (přeformulovaný na přednášce srozumitelněji do věty: pro prvek řádu n v grupě platí …, pro prvek nekonečného řádu v grupě platí …) bez důkazu + příklad obou situací

Ad 6) podgrupy, cyklické grupy: 70 … definice a příklad podgrupy nějaké grupy, Rosický 5.5 + důkaz, podgrupa grupy G generovaná množinou M + příklad, cyklická grupa = grupa generovaná jediným svým prvkem + příklad

90 … přidejte něco navíc … např. Rosický 5.13 + důkaz (toto jsme myslím nedělali, ale stejně bych se možná na ten důkaz u zkoušky zeptal v rámci diskuse, tak pro Vás bude lepší, když se na něj podíváte předem)

Ad 7) Izomorfismy, homomorfismy, součiny grup: 70 … definice homomorfismu grup + příklad, definice izomorfismu grup + příklad, definice součinu grup + operace zavedená na součinu grup + příklad; Rosický 6.4 + důkaz; zajímavá je věta Rosický 6.6 bez důkazu

90 … přidejte navíc Rosický 4.18 + důkaz + její význam (v důkazu budete potřebovat vysvětlit a pracovat s pojmy injekce, surjekce, bijekce); Rosický 8.14 bez důkazu (Caleyho věta);

Ad 8) Relace, ekvivalence a rozklad: 70 i 90 stejně … definice relace, jak relaci lze znázornit, vlastnosti (11), (12), anti-(12), (13) a některé příklady těchto relací, ekvivalence + příklad, rozklad množiny + příklad, faktorgrupa + příklad.

Ad 9) Uspořádané množiny: definice a příklady pojmů: 70 … uspořádání, Hasseův diagram, poset, coset, woset, nejmenší a minimální prvek množiny M + příklad rozdílu mezi pojmy, největší a maximální prvek množiny M + příklad rozdílu mezi pojmy, supremum a infimum množiny M + příklady z posetu (N,|) nebo množiny podmnožin, izotonní zobrazení, posetový izomorfismus

90 … příklad neexistence suprema nebo infima, vlastnosti posetového izomorfismu Věta 9.14 + důkaz prvních jejich dvou částí, rozbor všech možných typů izotonních zobrazení (str.39-40, příklad 9.15)

Ad 10) 70 … průsekový polosvaz (vlastnosti 16a, 16b), spojový polosvaz (vlastnosti 17a,17b) + příklady, vlastnosti operací průsek a spojení: platí nebo neplatí vlastnosti (1), (2), (3), (4), (5), (18)? Svaz, příklady svazu, Důkaz věty 11.1.

90 … důkaz vlastnosti (2) pro průsek (s obrázkem, pokud je obrázek pomocí), duální uspořádání a jeho význam (jak ze vztahu (16b) odvodíme duální (17b)).

Ad 11) 70 … některé vlastnosti operací průniku a sjednocení + jejich důkaz pomocí Vennových diagramů (zejména vlastnosti (6),(19), modif-(20)); některé vlastnosti svazů bez důkazu, zejména semi-(6), (19), semi-modif-(20); definice úplného svazu, příklad svazu, který je úplný, příklad svazu, který není úplný;

90 … důkaz semi-(6) pro svazy a příklad, že neplatí (6); důkaz absorbce (19a) pro svazy; důkaz semi-modif-(20) pro svazy a příklad, že neplatí modif-(20)