MLADÁ FRONTA

Jak se jmenuje tahle knížka?

Raymond M. Smullyan

Recenzoval prof. RNDr. Miroslav Fiedler, DrSc.,
člen korespondent ČSAV

Věnováno
Lindě Wetzelové a Josephu Bevandovi,
jejichž moudré rady
nelze ničím vyvážit.

Poděkování

Nejdříve bych rád poděkoval svým přátelům Robertovi a Ilse Cowenovým a jejich desetileté dcerušce Lenoře, kteří společně pročetli rukopis a poradili mi mnoho vylepšení. (Lenora objevila správnou odpověď na klíčovou otázku 4. kapitoly: Opravdu Tydlitík existuje, nebo si ho Valihrach vymyslel?)

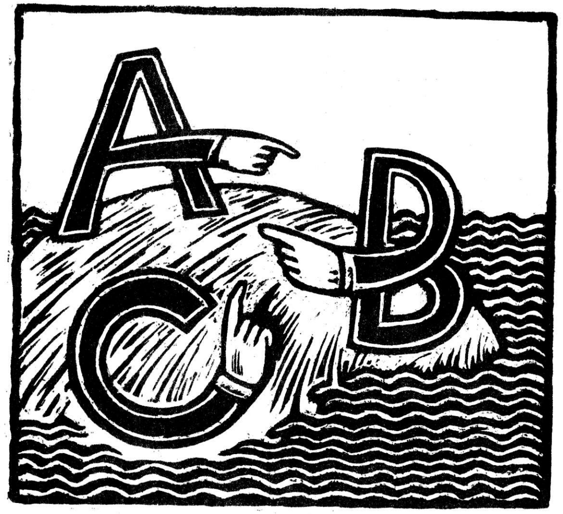
Greer a Melvinovi Fittingovým (autorům hezké a užitečné knihy Chvála obyčejných věcí) vděčím za milý zájem o tohle moje dílko a za to, že na ně upozornili Oscara Colliera z nakladatelství Prentice-Hall. Měl bych vlastně Melvinovi poděkovat i za to, že se v téhle knížce skutečně vyskytuje (a tak vyvrací můj důkaz, že se tu vyskytnout nemůže).

Bylo mi potěšením spolupracovat s Oscarem Collierem a ostatními pracovníky nakladatelství Prentice-Hall. Paní Ilena McGrathová, která byla první redaktorkou textu, měla hodně připomínek, a já jsem je přijal s vděčností. Dorothy Lachmannové děkuji za odbornou pomoc v technických záležitostech.

Rád bych tu znovu připomenul Josepha Bevanda a Lindu Wetzelovou, oba s knížkou od samého počátku přímo srostli.

Moje milá manželka Blanche mi pomáhala svými neustálými dotazy a námitkami. Doufám, že tahle kniha jí umožní zjistit, jestli se vdala za poctivce nebo za padoucha.

I.
Logické kratochvíle



1. Vyveden, nebo nevyveden?

1. Byl jsem vyveden aprílem?

Do logiky jsem byl uveden, když mi bylo šest. Stalo se to takhle: 1. dubna 1925 jsem ležel v posteli s chřipkou nebo s angínou nebo s čím. Ráno za mnou přišel do pokoje bratr Emil (o deset let starší než já): „Raymonde, tak dneska máme prvního apríla, a já tě vyvedu, že tě tak ještě nikdo nikdy nevyved!" Čekal jsem celý den, až mě vyvede, ale on nic. Pozdě večer se mě matka zeptala: „Proč ještě nespíš?" Povídám: „Čekám, až mě Emil vyvede." Máti zavolala Emila: „Emile, tak už to děcko, prosím tě, vyveď!" Emil šel ke mně, a rozvinul se tenhle rozhovor:

Emil: Tak tys čekal, že tě vyvedu?
Raymond: Jo.
Emil: Jenže já tě nevyved, co?
Raymond: Ne.
Emil: Ale tys čekal, že tě vyvedu?
Raymond: Jo.
Emil: Tak jsem tě vyved, ne?

Vzpomínám si, jak jsem ležel v posteli a ještě dlouho poté, co se zhaslo, jsem přemítal, jestli jsem byl vyveden, nebo ne. Na jedné straně, pokud jsem nebyl vyveden, tak jsem se nedočkal toho, na co jsem čekal, takže jsem vyveden byl. (Tak na to hleděl Emil.) Jenomže stejně tak se dá říci, že pokud jsem byl vyveden, tak jsem se dočkal toho, na co jsem čekal, takže z tohoto hlediska jsem vyveden nebyl. Byl jsem tedy vyveden, nebo ne?

Teď ještě otázku nezodpovím — v různých souvislostech na ni ještě několikrát narazíme. Ten oříšek má zapeklité jádro a jeho rozlousknutí bude jedním z hlavních témat knížky.

2. Lhal jsem?

Podobná příhoda se mi stala o mnoho let později, když už jsem studoval na Chicagské univerzitě. Tenkrát jsem si vydělával na živobytí jako kouzelník, jenže pak přišla doba, kdy kouzelnictví moc nevynášelo, a já byl nucen pohlédnout se po nějakém jiném zaměstnání. Rozhodl jsem se, že si najdu místo obchodního cestujícího. Podal jsem si žádost u jedné firmy s vysavači a bylo mi podstoupit zkoušku, jestli se na něco takového hodím. Jednou z věcí, na které se mě ptali, bylo: „Vadí vám, když tu a tam trochu zalžete?" Tenkrát mi něco takového zásadně vadilo, a dodnes mě štve, když obchodní cestující lžou a velebí svoje zboží, ačkoliv na něm není co velebit. Jenže, pomyslel jsem si, když dám popravdě najevo, že mi to vadí, pak mě asi nezaměstnají. A tak jsem zalhal a řekl: „Nevadí."

Když jsem po pohovoru uháněl na kole domů, napadaly mě podivné myšlenky. Kladl jsem si otázku, vadí-li mi lež, se kterou jsem vyrukoval na firmu s vysavači. Odpověděl jsem si, že ne. Ovšem když mi tahle lež nevadí, znamená to, že ne každá lež mi vadí, takže moje záporná odpověď při pohovoru nebyla lež, ale pravda!

Dodnes mi není úplně jasné, lhal-li jsem tenkrát nebo ne. Logicky vzato jsem mluvil pravdu, poněvadž předpoklad, že jsem lhal, vede k rozporu. Logika tedy žádá, abych měl za to, že jsem mluvil pravdu. Jenže já jsem tenkrát jasně cítil, že lžu!

Když už je tu řeč o lhaní, musím vám říci historku o Bertrandu Russellovi a filozofovi G. E. Mooreovi. Podle Russella byl Moore jedním z nejpravdomluvnějších lidí, jaké znal. Jednou se Moora zeptal: „Jestlipak jste vůbec někdy lhal?" Moore odpověděl: „Lhal." Když to pak Russell líčil, dodal: „Myslím si, že to byla jediná lež, kterou kdy Moore vyřkl!"

Má příhoda se zkouškou u firmy vyvolává otázku, zda je možné, že by člověk lhal a nevěděl o tom. Já bych na ni odpověděl, že není. Pro mě lhát neznamená tvrdit něco, co není pravda, ale něco, o čem myslíme, že to není pravda. Ovšem jestliže někdo prohlašuje, co je náhodou pravda, o čem si však myslí, že to pravda není, pak podle mého názoru lže.

Další příhodu jsem se dočetl v jedné učebnici psychia-

trie. V ústavu pro duševně choré se lékaři radili, mají-li propustit jednoho schizofrenika nebo ne. Rozhodli se, že ho prověří na detektoru lži. Jedna z otázek, které mu položili, byla: „Jste Napoleon?" Odpověděl: „Ne." Přístroj odhalil, že lže.

Někde jsem také četl příhodu, která dokládá, že i zvířata se dokážou přetvařovat. Vědci prováděli pokus se šimpanzem v místnosti, uprostřed níž visel ze stropu banán. Byl tak vysoko, že na něj šimpanz nedosáhl. V místnosti byl jenom šimpanz, experimentátor, banán na provázku a několik dřevěných beden různé velikosti. Pokusem se mělo zjistit, zda je šimpanz natolik chytrý, aby dokázal bedny postavit na sebe, vylézt na ně a tak dosáhnout na banán. Ale dopadlo to jinak. Experimentátor stál v rohu a sledoval, co se bude dít. Šimpanz přišel k němu a bezradně ho tahal za plášť, jako že by rád, aby šel s ním. Experimentátor se mu váhavě podvolil. Jakmile byli pod banánem, šimpanz zničehonic vyskočil experimentátorovi na ramena a už měl banán v hrsti.

3. Naletěl jsem sám.

Jeden kolega, se kterým jsem studoval na Chicagské univerzitě, měl dva bratry, šestiletého a osmiletého. Často jsem k nim chodil a předváděl jsem dětem různá kouzla. Jednou také přijdu a povídám: „Umím kouzlo, kterým vás oba proměním ve lvy." K mému překvapení se bratříčkové zaradovali: „Prima, tak nás proměň ve lvy." Namítl jsem: „No, tedy, radši ne, ono by pak nešlo proměnit vás zase zpátky v lidi." Ten menší povídá: „To nevadí, já stejně chci, abys nás proměnil ve lvy." Já na to: „Ne, to vážně nejde, já bych vás pak neuměl proměnit zas v lidi." Ten větší fňukal: „Já chci, abys nás proměnil ve lvy!" Menší se zeptal: „A jak nás v ty lvy proměníš?" Odpověděl jsem: „Když řeknu kouzelná slova." Jeden ze sourozenců se dotázal: „Jaká to jsou kouzelná slova?" Já na to: „Kdybych vám je řekl, vyslovil bych je, a proměnili byste se ve lvy." Chvíli nad tím přemítali, a pak jeden povídá: „Opravdu neznáš kouzelná slova, která by nás proměnila zpátky v lidi?" „Ale jo," povídám, „jenže potíž je v tom, že když řeknu ta první kouzelná slova, pak se nejen vy, ale všichni lidi – taky já – promění ve lvy. A lvi neumějí mluvit, takže by už nikdo nemohl říct ta druhá kouzelná slova, abychom se zase proměnili v lidi." Větší kluk nato: „Tak je napiš!" Menší se zarazil: „Jenže já neumím číst!" Já na to: „Ne, to ne, napsat je nepřipadá v úvahu; i kdyby se napsala a neřekla, stejně by se všichni lidi proměnili ve lvy."

Sourozenci užasli: „Páni!"

Asi tak za týden jsem potkal toho osmiletého. „Strýčku Smullyane, chtěl bych se tě na něco optat, strašně mi to vrtá hlavou." Já na to: „O co jde?" A on povídá: „Jak ses vlastně ta kouzelná slova naučil ty?"

2. Hádanky a chytáky

A. Několik starých známých

Začneme starými osvědčenými hádankami, které už pobavily mnoho generací. Některé z nich jistě budete znát, ale i u těch známých jsem si na vás připravil pár nových špeků.

4. Kdo je na obrázku?

Tahle hádanka byla za mého dětství ohromně populární, dneska, jak se zdá, už tak známá není. Zajímavé je, že většina lidí na ni dá odpověď špatnou, ale trvají na tom, že je správná, a nedají si to vyvrátit. Pamatuji se, jak jsme jednou asi před padesáti lety měli doma nějakou návštěvu a debatovali jsme o téhle hádance. Přeli jsme se celé hodiny, a ti, kdo znali správnou odpověď, nedokázali přesvědčit ostatní, že mají pravdu. O co jde: Dívám se na čísi podobiznu. Zajímalo by vás, kdo je na ní zobrazen? Prozradím vám, že nemám sourozence a že otec toho muže na obrázku je syn mého otce. Kdo je na obrázku?

5. Ještě jeden obrázek.

Teď vám prozradím, že nemám sourozence a že syn toho pána na obrázku je syn mého otce. Kdo je tentokrát na obrázku?

6. Všeprobíjející střela kontra neprůstřelný pancíř.

Také hádanka z dětství, kterou mám ve zvláštní oblibě. Všeprobíjející střelou rozumíme střelu, která všechno prostřelí a nic jí neodolá. Neprůstřelným pancířem rozumíme pancíř, který žádná střela nedokáže prostřelit a všemu odolá. Nuže, jak to dopadne, když všeprobíjející střela zasáhne neprůstřelný pancíř?

7. Ponožky v zásuvce.

Další hádanka je velice jednoduchá a kdekdo ji asi zná.

V pokoji je tma a v zásuvce prádelníku je čtyřiadvacet červených a čtyřiadvacet modrých ponožek. Kolik nejméně ponožek musím vyndat ze zásuvky, abych měl jistotu, že budu mít alespoň dvě ponožky stejné barvy?

8. Jiná varianta předchozí hádanky.

Předpokládejme, že v zásuvce je několik modrých a stejný počet červených ponožek. Přitom nejmenší počet ponožek, které musím vytáhnout, abych si byl jist, že mám alespoň jeden pár stejné barvy, se rovná nejmenšímu počtu ponožek, které musím vytáhnout, abych si byl jist, že budu mít alespoň dvě ponožky různých barev. Kolik ponožek je v zásuvce?

9. Počítáme vlasy.

Ještě jedna velmi známá logická hádanka. Dejme tomu, že v New Yorku žije víc obyvatel, než roste vlasů na hlavě kteréhokoliv člověka, a že ani jeden obyvatel New Yorku není úplně holohlavý. Musí pak v New Yorku žít alespoň dva obyvatelé, kteří mají na hlavě přesně stejný počet vlasů?

10. Jiná varianta.

V Lysé pod Plešivou se věci mají následovně:

(1) Žádní dva obyvatelé nemají na hlavě přesně stejně vlasů.

(2) Žádný obyvatel nemá na hlavě přesně 518 vlasů.

(3) Lysá má víc obyvatel, než má kterýkoliv obyvatel vlasů na hlavě.

Jaký je nejvyšší možný počet obyvatel Lysé pod Plešivou?

11. Kdo je vrah?

Tenhle příběh vypráví o karavaně putující saharskou pouští. Tři hlavní postavy si nazvěme A, B a C. A nenáviděl C a rozhodl se ho zavraždit. Jednou k večeru, když postavili stany, nasypal mu jed do vaku s vodou (to byla jediná zásoba vody, kterou C měl). Nezávisle na tom se B rovněž rozhodl zavraždit C, a (aniž tušil, že voda patřící C

je už otrávená) propíchl C jeho vak, takže voda pomalu vykapala. Výsledkem bylo, že C za několik dní zemřel žízní. Otázkou je: kdo byl vrahem, A, nebo B? Podle jedné úvahy byl vrahem B, protože C se ani nestačil napít jedu, který mu nasypal A do vaku, a zemřel by, i kdyby A nebyl vodu otrávil. Podle jiné úvahy byl skutečným vrahem A, protože jakmile jednou A otrávil vodu, byl C odsouzen k smrti a zemřel by, i kdyby mu B vak nepropíchl. Která z úvah je správná?

A ještě vám povím, jak si zavtipkoval jeden dřevorubec, když hledal práci. Přišel do lesa, kde se zrovna kácelo, a hlásil se u předáka. Ten se podrbal za uchem a řekl: „Nevím, jestli tohle je práce pro vás. Tady se porážejí stromy, víte?" Dřevorubec odpověděl: „To je přesně práce pro mě!" Předák na to: „Dobrá, tak tady máte sekeru — uvidíme, jak dlouho vám bude trvat, než porazíte tenhle strom." Dřevorubec poodešel ke stromu a skácel ho jediným rozmachem. Potěšený předák povídá: „Výborně, teď zkuste támhleten vysoký." Dřevorubec k němu přistoupil — švih, švih — dvěma ranami byl strom na zemi. „Úžasné!" vykřikl předák. „Samozřejmě vás beru, ale kde jste se naučil takhle kácet?" — „Víte," odpověděl dřevorubec, „mám velkou praxi ze saharských lesů." Předák se udiveně zarazil: „Máte na mysli saharskou poušť?" — „Nojo," dřevorubec na to, „ta je tam teď!"

12. Dva rudokožci.

Před vigvamem seděli dva rudokožci, jeden velký a jeden malý. Malý byl syn velkého, ale velký nebyl otec malého. Jak je to možné?

13. Hodiny se zastavily.

Tady máme lahůdkovou starodávnou hádanku. Pan Koumes neměl hodinky, ale na stěně měl viset krásné hodiny, které žel tu a tam zapomněl natáhnout. Jednou, když zase došly, zašel za kamarádem, zůstal u něho celý večer, vrátil se pak domů a hodiny nařídil. Jak to dokázal?

14. Lov na medvěda.

Tuhle hádanku už slyšelo hodně lidí a znají rozluštění, ale proč to je zrovna tak a ne jinak, pořádně zdůvodnit nedovedou. Tak pokud si budete myslet, že víte, jak to je, raději si přece jen ještě přečtěte rozluštění.

Lovec je sto metrů na jih od medvěda. Ujde sto metrů na východ, pak se otočí k severu, vystřelí na sever a trefí toho medvěda. Jakou má medvěd barvu?

15. Kolik devítek?

V jistém hotelu mají 100 pokojů a jejich dveře označili čísly od 1 do 100. Kolikrát při tom použili šablonu, podle které se píše devítka?

B. Chytáky

16. Příbuzenský sňatek.

Jak známo, blízcí příbuzní nesmějí spolu uzavírat manželství. Smí se muž oženit se sestrou své vdovy?

17. Záhada s výtahem.

Pan Dlouhý bydlí v pětadvacátém poschodí. Každý den, vyjma sobot a nedělí, sjede ráno výtahem do přízemí a jde do práce. Večer, když se vrací, vyjede do čtyřiadvacátého poschodí a to jedno patro vyjde vždycky pěšky. Proč vystupuje ve čtyřiadvacátém poschodí a ne v pětadvacátém?

18. Pravopisný test.

Která verze předpisu na sněhový krém je napsána správně?

(1) 200 g práškového cukru, 2 žloutky a trochu citrónové šťávy šlehej až do ztuhnutí.

(2) 200 g práškového cukru, 2 žloudky a trochu citrónové šťávy šlehej až do ztuhnutí.

19. Pohybová úloha.

Z Bostonu do New Yorku vyjede vlak. O hodinu později vyjede vlak z New Yorku do Bostonu. Oba vlaky jedou stejně rychle. Který z vlaků bude blíž k Bostonu, až se potkají?

20. Vliv magnetického pole a rotace Země.

Hřeben střechy směřuje od západu k východu. Sedne na něj holub a snese vejce. Na kterou stranu vejce spadne pravděpodobněji, na severní, nebo na jižní?

21. Podivné mince.

Dvě mince dávají dohromady 3 Kčs, i když jedna z nich není koruna. Co je to za mince?

22. Závody hlemýžďů.

Hlemýžď potřebuje půldruhé hodiny, aby obeplazil kruhovou závodní dráhu ve směru hodinových ručiček. Když se plazí v opačném směru, urazí tutéž dráhu za pouhých devadesát minut. V čem to vězí?

23. Mezinárodně právní problém.

Dejme tomu, že letadlo spadne přesně na hranici mezi dvěma státy. Který z obou států dodá rakve na pozůstalé po obětech?

24. Ještě jeden právní problém.

Dva muži stáli před soudem obžalováni pro vraždu. Soud jednoho z nich uznal vinným a druhého prohlásil za nevinného. Soudce se obrátil k tomu, co byl shledán vinným, a pravil: „Přestože o vaší vině není sebemenších pochyb, zákon mi ukládá, abych vás propustil na svobodu.“ Jak je to možné?

25. Nakonec tu nejlepší.

Jak se jmenuje tahle knížka?

4. *Překvapivě mnoho lidí připadne na nesprávnou odpověď, že se totiž dívám na vlastní podobiznu. Představí si místo mne sebe, a uvažují takto: „Protože nemám sourozence, ten syn mého otce musím být já. Takže se dívám na svou podobiznu."*

První výrok v téhle úvaze je naprosto správný; nemám-li sourozence, pak zmíněný syn mého otce jsem opravdu já. Jenže z toho nevyplývá, že se dívám na svou podobiznu. Kdyby se v druhé polovině hádanky pravilo, že ten člověk na obrázku je syn mého otce, pak by to byla moje podobizna. Jenomže takhle hádanka nezní — říká, že otec toho muže na obrázku je syn mého otce. Z toho plyne, že otec toho muže jsem já (protože syn mého otce jsem já). A protože otec toho muže jsem já, pak ten muž je můj syn. Takže správná odpověď na hádanku je, že se dívám na podobiznu svého syna.

Pokud nedůvěřivý čtenář pořád ještě není úplně přesvědčen (a jsem si jist, že leckdo z vás opravdu ještě přesvědčen není), možná pomůže, když si celou hádanku předvedeme ještě názorněji:

(1) Otec toho muže je syn mého otce.

Nahradíme-li trochu těžkopádný výraz „syn mého otce" slovem „já", dostaneme větu

(2) Otec toho muže jsem já.

5. *Můj otec.*

6. *Podmínky zadané v hádance si logicky odporují. Není možné, aby současně existovala všeprobíjející střela i neprůstřelný pancíř. Jestliže existuje všeprobíjející střela, pak podle své definice prostřelí cokoliv, takže nemůže existovat neprůstřelný pancíř. Podobně, jestliže existuje neprůstřelný pancíř, pak ho podle jeho definice nemůže nic prostřelit, a tedy nemůže existovat všeprobíjející střela. Existence všeprobíjející střely není sama o sobě logicky rozporná, ani sama existence neprůstřelného pancíře není rozporná. Teprve předpokládáme-li existenci obou, vznikne zde rozpor.*

Je to něco podobného, jako kdybych se vás zeptal: „Mám dva kamarády, Frantu a Ferdu. Franta je vyšší než Ferda a Ferda je vyšší než Franta. Jak je to možné?" Je to možné jedině tak, že buď lžu, nebo se mýlím.

7. *Nejčastější nesprávnou odpovědí je 25. Kdyby hádanka zněla: „Kolik jich musím nejméně vytáhnout, abych si byl jist, že budu mít v ruce aspoň dvě ponožky různé barvy?", pak by 25 byla správná odpověď. Jenže v naší hádance se požadují aspoň dvě ponožky stejné barvy, takže správná odpověď jsou tři. Jestliže vytáhnu tři ponožky, pak buď budou všechny stejné barvy (to budu mít aspoň dvě stejné barvy), nebo dvě budou stejné barvy a třetí bude barvy jiné, a i pak budu mít dvě ponožky stejné barvy.*

8. *Čtyři.*

9. *U první hádanky je odpověď kladná. Abychom se o tom ujistili, předpokládejme, že v New Yorku je přesně 8 miliónů lidí. Kdyby každý obyvatel měl na hlavě jiný počet vlasů, pak by existovalo 8 miliónů navzájem různých celých čísel větších než 0 a menších než 8 miliónů, což neexistuje.*

10. *Pokud jde o druhou variantu, odpověď je 518. Abychom si to ozřejmili, dejme tomu, že Lysá má víc než 518 obyvatel — řekněme 520. V tom případě by existovalo 520 navzájem různých nezáporných celých čísel menších než 520 a různých od 518. To není pravda — existuje právě 520 nezáporných celých čísel menších než 520 a jen 519 z nich je různých od 518.*

Mimochodem jeden z obyvatelů Lysé pod Plešivou musí být holohlavý. Proč?

11. *Myslím, že ani jednu z úvah není možné označit za správnou nebo nesprávnou. Obávám se, že u takovéhoto problému je každý názor stejně dobrý. Já osobně si myslím, že pokud se tu má někdo označit za původce smrti C,* *pak to byl A. Ano, kdybych byl obhájcem B., zdůrazňoval bych před soudem dvě věci: (1) připravit někoho o otrávenou vodu přece neznamená usmrtit ho; (2) to, co učinil B, pravděpodobně jen prodloužilo život A (i když to B vůbec neměl v úmyslu), poněvadž jedem je nejspíš rychlejší smrt než žízní.*

Jenže na to by obhájce A namítl: „Jak může někdo se zdravým rozumem vinit A z vraždy jedem, když C ve skutečnosti nepozřel ani kapku jedu?" A máme to, tenhle problém je opravdový hlavolam! Je o to složitější, že se lze na něj dívat z hlediska morálního, z hlediska právního, jakož i z hlediska ryze logického, přes pojem příčinnosti. Z morálního hlediska je zjevné, že oba muži jsou vinni z pokusu o vraždu, avšak přisoudit někomu vraždu dokonanou, to je něco mnohem závažnějšího. Díváme-li se na věc z právního hlediska, nevím, jak by se tu rozhodlo — asi by různé soudy případ posuzovaly různě. Pokud jde o logické aspekty věci, už samotný pojem příčinnosti přináší s sebou mnoho problémů. Myslím, že o téhle hádance by se dala napsat celá kniha.

***12.** Velký rudokožec byla matka malého rudokožce.*

Na stejném principu je založena podobná hádanka: Pan Pech se svým synem Pepíkem se nabourali v autě. Pan Pech byl na místě mrtev a zraněného Pepíka odvezli do nemocnice. Jeden z chirurgů se vyděsil: „Já ho operovat nebudu, je to můj syn Pepík!" Jak je to možné?
(Ten chirurg byla MUDr. Pechová, Pepíkova matka.)

***13.** Když pan Koumes vycházel z domu, natáhl hodiny, spustil je a poznamenal si, kolik právě ukazují. Když došel ke kamarádovi, zapsal si u něho čas, kdy přišel, a potom čas, kdy odešel. Takže věděl, jak dlouho u přítele pobyl. Když došel zpátky domů, podíval se na hodiny, a tak zjistil, jak dlouho byl pryč. Od této doby odečetl dobu, kterou strávil u přítele, a tak zjistil, jak dlouho mu trvala cesta tam i zpátky. Připočetl polovinu výsledné doby k času, kdy odešel od přítele, a tak dostal, kolik je hodin.*)*

***14.** Medvěd byl bílý, byl to lední medvěd. Obvykle se to zdůvodňuje tak, že medvěd musel stát na severním pólu. Opravdu je to jedna možnost, ale ne jediná. Ze severního pólu vedou všechny směry k jihu, takže když medvěd stojí na severním pólu, lovec je sto metrů jižně od něho a ujde sto metrů na východ, potom když se otočí k severu, bude zase čelem k severnímu pólu. Jenomže jak už jsem řekl, to není jediné řešení. Ve skutečnosti je nekonečný počet řešení. Může to být i tak, že lovec je kousek od jižního pólu, na rovnoběžce dlouhé jen sto metrů, a medvěd stojí sto metrů severně od něho. Jestliže lovec pak ujde sto metrů na východ, obejde po zmíněné rovnoběžce pól a dojde zpátky do místa, ze kterého vyšel. To máme druhé řešení. Jenže je další: lovec může být ještě blíž k jižnímu pólu, na rovnoběžce délky 50 metrů, takže ujde-li sto metrů na východ, projde zmíněnou rovnoběžku dvakrát, a zase se vrátí do místa, ze kterého vyšel. Nebo může být jižnímu pólu ještě blíž, na rovnoběžce dlouhé 33 1/3 metru, obejde po ní pól třikrát a octne se zas tam, odkud vyšel. A tak dále pro libovolné přirozené číslo n. Existuje tedy nekonečně mnoho míst na Zemi, kde mohou být splněny dané podmínky.*

*V každém řešení je ovšem medvěd poblíž severního nebo jižního pólu, takže jde o ledního medvěda. Je tu však jistá nepříliš pravděpodobná možnost, že nějaký čtverák dopraví na severní pól medvěda hnědého, autorovi hádanky naschvál.**)*

*) **Pozn. překl.** Mlčky jsme předpokládali, že panu Koumesovi trvala cesta k příteli stejně dlouho jako cesta zpět. Kdyby však cesta vedla třeba do kopce, nemusel by tento předpoklad být splněn.

) **Pozn. překl. Autorovi naschvál zastřelíme hnědého medvěda, aniž se s ním vláčíme k pólu. Stačí, když ho vyhledáme kdekoli v jeho domovině v lesích mírného pásu. Zatímco se lovec ze svého stanoviště 100 m jižně od medvěda bude ubírat 100 m na východ, podobný přesun provede i medvěd a opět bude severně od lovce. (Autor zapomněl dodat předpoklad, že medvěd zůstává na místě.)
Pozn. red. V Antarktidě vůbec medvědi nežijí, bílí, hnědí ani žádní jiní.

15. Čtyřicetkrát — dvacetkrát na devítky a dvacetkrát na šestky.

16. Jak by se asi ženil nebožtík?

17. Pan Dlouhý byl trpaslík a nedosáhl ve výtahu na knoflík do pětadvacátého poschodí. Jeden přítel (nevyniká právě ve vyprávění vtipů) dával jednou tuhle hádanku k lepšímu a začal takhle: „V jednom domě bydlel v pětadvacátém poschodí trpaslík...“

18. Ani jedna. Žloutky se do sněhu nedávají. Ten se dělá z bílků.

19. Oba vlaky budou, až se potkají, samozřejmě stejně daleko od Bostonu.

20. Moderní věda zjistila, že holubi vejce nesnášejí. To je výhradně starost holubic.

21. Dvoukoruna a koruna. Jedna z mincí, totiž dvoukoruna, není koruna.

22. Půldruhé hodiny je totéž jako devadesát minut.

23. Stačí pohřbít pozůstatky po obětech. Pozůstalé necháme pečovat o jejich hroby.

24. Ti dva obžalovaní byli siamská dvojčata.

25. Naneštěstí si zrovna teď nemohu vzpomenout, jak se tahle knížka jmenuje, ale žádné strachy, určitě mě to dřív nebo později napadne.

3. Poctivci a padouši

A. Ostrov poctivců a padouchů

Existuje nepřeberné množství hádanek o ostrově, na němž jedni jeho obyvatelé, nazývaní poctivci, vždycky mluví pravdu, a ostatní, nazývaní padouchy, vždycky lžou. Předpokládá se, že každý obyvatel ostrova je buď poctivec, nebo padouch. Začnu jednou obecně známou hádankou toho druhu a pak uvedu řadu dalších, které jsem vymyslel sám.

26. V té staré hádance klábosí tři obyvatelé — A, B a C — na zahradě. Jde kolem cizinec a zeptá se A: „Jste padouch, nebo poctivec?“ A odpoví, ale nezřetelně, takže cizinec nerozezná, co řekl. Cizinec se nato zeptá B: „Co říkal A?“ B odpoví: „A říkal, že je padouch.“ V tomto okamžiku třetí, C, řekne: „Nevěřte B, ten lže!“ Co jsou B a C?

27. Když jsem poprvé narazil na tuhle hádanku, hned mě napadlo, že C tu nehraje žádnou podstatnou roli, že funguje spíš jako jakýsi přívěšek. Už když promluvil B, mohli jsme poznat, že B lže, a nepotřebovali jsme k tomu výpověď C (viz rozluštění). Další varianta hádanky už taková není.

Dejme tomu, že cizinec se nezeptá A, co je zač, ale: „Kolik je mezi vámi poctivců?“ A odpoví tak jako prve nezřetelně. Tak se cizinec zeptá B: „Co říkal A?“ B odpoví: „A říkal, že je mezi námi jediný poctivec.“ Nato řekne C: „Nevěřte B, ten lže!“ Co jsou B a C?

28. V této hádance vystupují jenom dva, A a B, každý z nich je poctivec nebo padouch. A prohlásí: „Aspoň jeden z nás je padouch.“ Co jsou A a B?

29. Dejme tomu, že A řekne: „Buď já jsem padouch, nebo B je poctivec.“ Co jsou A a B?

30. Dejme tomu, že A řekne: „Buď já jsem padouch, nebo dvě a dvě je pět." Co z toho usoudíte?

31. Zase máme tři, A, B a C, a každý je buď poctivec, nebo padouch. A a B prohlásí:
A: Všichni jsme padouši.
B: Právě jeden z nás je poctivec.
Co jsou A, B a C?

32. Dejme tomu, že A a B namísto toho řeknou:
A: Všichni jsme padouši.
B: Právě jeden z nás je padouch.
Dá se určit, co je B? Dá se určit, co je C?

33. Dejme tomu, že A řekne: „Já jsem padouch, ale B ne." Co jsou A a B?

34. Zase máme tři obyvatele ostrova, A, B a C. Každý z nich je buď poctivec, nebo padouch. O dvou obyvatelích budeme říkat, že mají stejnou povahu, když jsou oba poctivci nebo oba padouši. A a B prohlásí:
A: B je padouch.
B: A i C mají stejnou povahu.
Co je C?

35. Opět máme tři, A, B a C. A řekne: „B a C mají stejnou povahu." Nato se někdo zeptá C: „Mají A a B stejnou povahu?" Co C odpoví?

36. Tohle je pěkná hádanka, navíc ze skutečného života. Když jsem jednou přijel na ostrov poctivců a padouchů, šel jsem kolem dvou obyvatel, kteří odpočívali pod stromem. Zeptal jsem se jednoho z nich: „Je mezi vámi poctivec?" Odpověděl, a já znal na svou otázku správnou odpověď. Co je ten, kterého jsem se zeptal — poctivec, nebo padouch? A co je ten druhý? Ujišťuji vás, že jsem vám poskytl dostatek informací, abyste hádanku snadno rozluštili.

37. Dejme tomu, že přijedete na ostrov poctivců a padouchů. Jdete kolem dvou obyvatel, kteří se líně vyhřívají na sluníčku. Zeptáte se jednoho z nich, je-li ten druhý poctivec, a dostane se vám odpovědi (ano — ne). Pak se zeptáte toho druhého, je-li onen první poctivec. Zase se vám dostane odpovědi (ano — ne). Musí být obě odpovědi stejné?

38. Tentokrát jdete jen kolem jednoho obyvatele, co na sluníčku tluče špačky. Vzpomenete si, že se jmenuje Petr nebo Pavel, ale nemůžete se upamatovat, jestli tak nebo onak. Zeptáte se ho tedy, jak se jmenuje, a on vám odpoví: „Petr." Jak se jmenuje?

B. Poctivci, padouši a normální lidi

Neméně zajímavé jsou hádanky točící se kolem tří typů lidí: poctivců, co vždycky mluví pravdu, padouchů, co vždycky lžou, a normálních lidí, co někdy lžou a někdy mluví pravdu. Dám vám teď několik hezkých hádanek, co jsem si vymyslel o poctivcích, padouších a normálních lidech.

39. Máme tři lidi, A, B, a C, jeden z nich je poctivec, druhý padouch, třetí normální (ale ne nutně v tomhle pořadí). Prohlásí:
A: Já jsem normální.
B: To je pravda.
C: Já nejsem normální.
Co jsou A, B a C?

40. Dva lidi, A a B, z nichž každý je poctivec, padouch, nebo normální člověk, prohlásí:
A: B je poctivec.
B: A není poctivec.
Dokažte, že aspoň jeden z nich mluví pravdu, ale není poctivec.

41. Tentokrát A a B řeknou:
A: B je poctivec.
B: A je padouch.
Dokažte, že buď jeden z nich mluví pravdu, ale není poctivec, nebo jeden z nich lže, ale není padouch.

42. Na ostrově poctivců, padouchů a normálních lidí tvoří padouši nejnižší kastu, normální lidé střední kastu a poctivci kastu nejvyšší.

Dva lidi, A a B, z nichž každý je poctivec, padouch, nebo normální, prohlásí:
A: Jsem z nižší kasty než B.
B: To není pravda!
Lze určit, z které kasty je A a B? Dá se zjistit, jak je to s pravdivostí jejich výroků?

43. Máme tři lidi, A, B a C, jeden z nich je poctivec, jeden padouch a jeden normální. A a B prohlásí:
A: B je z vyšší kasty než C.
B: C je z vyšší kasty než A.
Poté C dostane otázku: „Kdo je z vyšší kasty, A, nebo B?“ Co C odpoví?

C. Ostrov Bahava

Ostrov Bahava je ostrovem ženské rovnoprávnosti, takže se tu i ženy dělí na poctivce, padouchy a normální. Jistá dávná vládkyně Bahavy vydala zákon, podle něhož poctivec může uzavřít sňatek jen s padouchem a padouch jen s poctivcem. (Takže normální člověk si může vzít jenom normálního.) V kterémkoliv manželském páru buď obě jeho polovice patří k normálním lidem, nebo jedna je poctivec a druhá padouch. Na ostrově Bahava se odehrávají další tři hádanky.

44. Nejdříve si představme jeden takový manželský pár, pana a paní A, a ti prohlásí:

Pan A: Moje žena není normální.
Paní A: Můj muž není normální.
Co je pan A, co je paní A?

45. Dejme tomu, že řeknou:
Pan A: Moje žena je normální.
Paní A: Můj muž je normální.
Bude odpověď stejná?

46. Teď půjde o dva manželské páry na ostrově Bahava, o pana a paní A a pana a paní B. Tři z nich řeknou:
Pan A: Pan B je poctivec.
Paní A: Manžel má pravdu, pan B je poctivec.
Paní B: Je to tak. Můj muž je poctivec.
Co je každý z těch čtyř, a které z uvedených tří výroků jsou pravdivé?

Rozluštění

26. *Je vyloučeno, aby ať už poctivec, nebo padouch řekl: „Jsem padouch,“ protože poctivec by nikdy nepronesl nepravdivý výrok, že je padouch, a padouch by nepronesl pravdivý výrok, že je padouch. A tedy nemohl říci, že je padouch. Takže B lhal, když řekl, že A řekl, že je padouch. B je tedy padouch. C řekl, že B lže, a B opravdu lhal, C tedy říkal pravdu a je poctivec. Takže B je padouch a C je poctivec. (Co je A, nedá se usoudit.)*

27. *Odpověď je tu stejná jako u předchozí hádanky, i když zdůvodnění se poněkud liší. Nejprve si všimněme, že B a C mají povahu opačnou, neboť si odporují. Takže z těchto dvou je jeden poctivec a druhý padouch. Kdyby A byl poctivec, pak bychom tu měli dva poctivce a A by nelhal a neříkal, že je mezi nimi jen jeden poctivec. Na druhé straně kdyby A byl padouch, pak by mezi nimi byl jediný poctivec; ovšem to by pak A, jakožto padouch, nemohl pronést tento pravdivý výrok. A tedy v žádném případě nemo-*

hl říci, že je mezi nimi jen jeden poctivec. B tedy nesprávně reprodukoval výrok A, takže B je padouch a C je poctivec.

28. *Předpokládejme, že A je padouch. Potom by výrok „Aspoň jeden z nás je padouch" byl nepravdivý (padouši pronášejí nepravdivé výroky), a oba dva by byli poctivci. Kdyby A byl padouch, musel by být také poctivec, což není možné. Takže A není padouch, a je to poctivec. Jeho výrok je tedy pravdivý, a aspoň jeden z nich je skutečně padouch. Jelikož A je poctivec, tak padouch musí být B. Takže A je poctivec a B padouch.*

29. *Tato hádanka je vhodným uvedením do logické* ***disjunkce.*** *Máme dva výroky, P a Q. To, že platí výrok „buď P, nebo Q", znamená, že alespoň jeden z výroků P a Q je pravdivý (případně jsou pravdivé oba). Když je výrok „buď P, nebo Q" nepravdivý, pak oba výroky, P i Q, jsou nepravdivé. Například když řeknu: „Buď prší, nebo sněží," a můj výrok je nepravdivý, tak není pravda, že prší, a není ani pravda, že sněží.*

V tomhle smyslu se spojení „buď — nebo" užívá v logice, a tak ho také budeme užívat v celé naší knížce. Ve všedním životě se tohoto spojení užívá někdy v tomto smyslu (připouští se, že platí obě možnosti), a někdy ve smyslu vylučovacím — to znamená, že platí právě jedna z obou možností. Příklad takového vylučovacího užití: Řeknu-li „Buď si vezmu Bětku, nebo si vezmu Janu," rozumí se, že obě možnosti se navzájem vylučují, to jest že si nehodlám vzít obě dívky. Na druhé straně jestliže se například podle seznamu přednášek na posluchači požaduje, aby absolvoval buď dva semestry matematiky, nebo dva semestry toho či onoho cizího jazyka, univerzita zajisté nikoho nevyloučí za to, že absolvuje obojí. To je nevylučovací význam spojení „buď — nebo" a výhradně tak je budeme užívat my.

Logická operace „buď — nebo" má další důležitou vlastnost: Uvažujme výrok „P nebo Q" (kratší vyjádření výroku „buď P, nebo Q") a dejme tomu, že je pravdivý. V tom případě pokud ***P*** *je nepravdivý, pak Q musí být pravdivý.*

(Alespoň jeden je pravdivý, takže když P je nepravdivý, tak pravdivý výrok musí být Q). Tak třeba dejme tomu, že je pravda, že buď prší, nebo sněží, není však pravda, že prší. Pak musí být pravda, že sněží.

Tuto teorii teď využijeme k řešení naší hádanky. A pronesl výrok disjunktivního typu: „Buď já jsem padouch, nebo B je poctivec." Dejme tomu, že A je padouch. Pak zmíněný výrok je nepravdivý. To znamená: není pravda, ani že A je padouch, ani že B je poctivec. Kdyby tedy A byl padouch, vyplývalo by z toho, že není padouch, což si odporuje. Takže A musí být poctivec.

Zjistili jsme, že A je poctivec, a tak je pravdivý jeho výrok, že platí aspoň jedna z možností: (1) A je padouch; (2) B je poctivec. Jelikož možnost (1) neplatí (A je poctivec), pak musí platit možnost (2), totiž že B je poctivec. Takže A i B jsou poctivci.

30. *Dojdeme k jedinému závěru, že autor hádanky není poctivec. Ani poctivec, ani padouch by totiž nemohli něco takového vyslovit. Kdyby A byl poctivec, pak výrok, že A je padouch nebo že dvě a dvě je pět, by byl nepravdivý, ježto neplatí, ani že A je padouch, ani že dvě a dvě je pět. Poctivec A by tak pronesl nepravdivý výrok, což není možné. Na druhé straně kdyby A byl padouch, pak výrok, že A je padouch nebo že dva a dva je pět, by byl pravdivý, poněvadž první výrok, že A je padouch, je pravdivý. Padouch A by tak pronesl pravdivý výrok, což je rovněž nemožné.*

Podmínky této hádanky si odporují (podobně jako v hádance o všeprobíjející střele a neprůstřelném pancíři). Takže já, autor hádanky, se buď mýlím, nebo lžu. Ujišťuji vás však, že se nemýlím. Z čehož vyplývá, že nejsem poctivec. V zájmu své pověsti místopřísežně prohlašuji, že jsem už přinejmenším jednou mluvil pravdu, takže nejsem ani padouch.

31. *Především A musí být padouch, protože kdyby byl poctivec, pak by bylo pravda, že všichni tři jsou padouši, tedy i A by byl padouch. Kdyby tedy A byl poctivec, musel by* *být padouch, což není možné, takže A je padouch. Jeho výrok je nepravdivý, ve skutečnosti tedy je mezi nimi aspoň jeden poctivec.*

A teď předpokládejme, že B je padouch. Pak by A i B byli padouši, takže C by byl poctivec (protože mezi nimi je aspoň jeden poctivec). To by znamenalo, že je mezi nimi právě jeden poctivec, takže výrok B by byl pravdivý. Padouch však nemůže pronášet pravdivé výroky. Takže B musí být poctivec.

Teď víme, že A je padouch a že B je poctivec. Poněvadž B je poctivec, jeho výrok je pravdivý, takže je mezi nimi právě jeden poctivec. Tímto poctivcem je B, takže C musí být padouch. Zjistili jsme, že A je padouch, B je poctivec a C je padouch.

***32.** Nelze určit, co je B, lze však dokázat, že C je poctivec.*

Především A musí být padouch, ze stejných důvodů jako u předchozí hádanky, takže i tady je mezi nimi aspoň jeden poctivec. Nu a B je buď poctivec, nebo padouch. Předpokládejme, že je poctivec. Pak je pravda, že právě jeden z nich je padouch. Tímto jediným padouchem bude A, takže C bude poctivec. Jestliže tedy B je poctivec, je jím i C. Na druhé straně jestliže B je padouch, pak C musí být poctivec, (všichni tři nemohou být padouši, jak už víme). Takže ať tak nebo tak, C je poctivec.

***33.** Především A nemůže být poctivec — to by jeho výrok byl pravdivý, což by znamenalo, že je padouch. Takže A je padouch a jeho výrok je nepravdivý. Kdyby B byl poctivec, pak výrok A by byl pravdivý. B je tedy také padouch. Takže A i B jsou padouši.*

***34.** Předpokládejme, že A je poctivec. Pak jeho výrok, že B je padouch, je pravdivý, a B je padouch. Výrok B, že A a C mají stejnou povahu, je tedy nepravdivý, a A a C nemají stejnou povahu. A tak C je padouch (neboť A je poctivec). Takže pokud A je poctivec, pak C je padouch.*

Na druhé straně předpokládejme, že A je padouch. Potom jeho výrok, že B je padouch, není pravdivý, a B je poctivec. Tedy výrok B, že A a C mají stejnou povahu, je pravdivý. To znamená, že C je padouch (protože jím je A).

Ukázali jsme, že bez ohledu na to, je-li A poctivec nebo padouch, C musí být padouch. C je tedy padouch.

***35.** Rozebereme si jednotlivé možnosti.*

***1. možnost: A je poctivec.** Pak B a C mají stejnou povahu. Jestliže C je poctivec, pak B je také poctivec, B má tedy stejnou povahu jako A, takže C, protože mluví vždycky pravdu, odpoví „Ano". Jestliže C je padouch, pak B je také padouch (B má stejnou povahu jako C), a tak B nemá stejnou povahu jako A. Protože C je padouch, bude lhát a odpoví „Ano".*

***2. možnost: A je padouch.** Potom B a C nemají stejnou povahu. Jestliže C je poctivec, pak B je padouch, a B má stejnou povahu jako A. Takže C, protože je to poctivec, odpoví „Ano". Jestliže C je padouch, pak B, protože nemá stejnou povahu jako C, je poctivec, a B nemá stejnou povahu jako A. Pak C, protože je to padouch, bude lhát a odpoví „Ano".*

V obou případech tedy C odpoví „Ano".

***36.** Abyste rozluštili tuhle hádanku, musíte využít informaci, kterou jsem vám poskytl, že totiž poté, co mi jeden z těch dvou odpověděl na mou otázku, znal jsem na ni správnou odpověď.*

Předpokládejme, že ten člověk — nazvěme ho A — odpověděl „Ano". Mohl jsem pak už vědět, je-li aspoň jeden z těch dvou poctivec? Nikoliv. Mohlo by to být totiž tak, že A byl poctivec a odpověděl podle pravdy „Ano" (což by odpovídalo skutečnosti, neboť aspoň jeden z nich — totiž A — byl poctivec), nebo to mohlo být i tak, že oba dva to byli padouši, a potom A odpověděl nepravdivě „Ano" (což by skutečně bylo nepravdivé, protože ani jeden nebyl poctivec). Kdyby tedy A odpověděl „Ano", nic bych se byl nedověděl. Jenže řekl jsem vám přece, že jsem věděl, jak to je, hned jak mi A odpověděl. Takže A musel odpovědět „Ne".

Teď už snadno zjistíme, co je A a co ten druhý — nazvěme ho B: Kdyby A byl poctivec, nemohl by odpovědět „Ne“, takže A je padouch. Poněvadž jeho odpověď „Ne“ je nepravdivá, je z nich aspoň jeden poctivec. Takže A je padouch a B je poctivec.

37. *Ano, musí být stejné. Jestliže ti dva jsou oba poctivci, pak oba odpovědí „Ano“. Pokud jsou oba padouši, pak zase oba odpovědí „Ano“. Jestliže jeden z nich je poctivec a druhý padouch, pak oba odpovědí „Ne.“*

38. *Tady jsem si dovolil trochu zašpásovat. Klíč k rozluštění je ve větě „co na sluníčku tluče špačky“. Z toho plyne, že je to trapič zvířat, a trapiči zvířat jsou odporní padouši. Takže ten člověk se jmenoval „Pavel“.*

39. *Především A nemůže být poctivec, protože poctivec by nikdy neřekl, že je normální. Takže A je buď padouch, nebo normální. Předpokládejme, že A je normální. Pak výrok B je pravdivý, a tedy B je poctivec nebo normální, jenomže B nemůže být normální (protože tím je A), takže B je poctivec. Na C už nezbývá nic než padouch. Jenže padouch nemůže říci, že není normální (protože padouch ve skutečnosti normální není), takže tu máme rozpor a A nemůže být normální. Je tedy A padouch. Potom výrok B je nepravdivý, takže B je normální (nemůže být padouch, protože tím je A). Tak tedy A je padouch, B je normální a C je poctivec.*

40. *Na této hádance je zajímavé, že se tu nedá určit, je-li to A nebo B, kdo mluví pravdu a přitom není poctivec. Můžeme tu dokázat jen to, že aspoň jeden z nich má uvedené vlastnosti.*

Buď A mluví pravdu, nebo ji nemluví. Dokážeme:

(1) Jestliže A mluví pravdu, pak to není poctivec.

(2) Jestliže A nemluví pravdu, pak B mluví pravdu, avšak není poctivec.

(1) Předpokládejme, že A mluví pravdu. Pak B je poctivec a mluví pravdu, takže A není poctivec. Jestliže tedy A mluví pravdu, pak není poctivec.

(2) Předpokládejme, že A nemluví pravdu. Pak B není poctivec. Ale B mluví pravdu, protože A není poctivec (neboť A nemluví pravdu). Takže v tomto případě B mluví pravdu, avšak není poctivec.

41. *Ukážeme, že pokud B mluví pravdu, tak není poctivec, a pokud nemluví pravdu, tak A lže, ale není padouch.*

(1) Předpokládejme, že B mluví pravdu. Potom A je padouch a nemluví pravdu, a tedy B není poctivec. Takže v tomto případě B mluví pravdu, avšak není poctivec.

(2) Předpokládejme, že B nemluví pravdu. Potom A není padouch. Jenomže A lže, protože B nemůže být poctivec, když nemluví pravdu. Takže v tomto případě A lže, ale není padouch.

42. *Především A nemůže být poctivec, poněvadž poctivec nemůže být z nižší kasty než někdo jiný. A teď předpokládejme, že A je padouch. Potom je jeho výrok nepravdivý a A není z nižší kasty než B. Takže B musí být také padouch (kdyby nebyl, A by byl z nižší kasty než B). Jestliže tedy A je padouch, je jím i B. Jenomže to je vyloučeno, protože B říká opak toho, co A, a dvě navzájem opačná tvrzení nemohou být obě nepravdivá. Předpoklad, že A je padouch, vede k rozporu, takže A není padouch. Tak tedy A je normální.*

A pokud jde o B? Nu, kdyby to byl poctivec, pak A (normální) by byl z nižší kasty než B, a tak výrok A by byl pravdivý a výrok B nepravdivý. Měli bychom tu poctivce B vyslovujícího nepravdivý výrok, což není možné. B tedy není poctivec. Předpokládejme, že B je padouch. Pak by výrok A byl nepravdivý a výrok B pravdivý, a měli bychom padoucha B vyslovujícího pravdivý výrok. Takže B není ani padouch. Tak tedy B je normální.

Zjistili jsme, že A i B jsou normální. Tedy výrok A je nepravdivý a výrok B pravdivý. Podařilo se nám zodpovědět všechny otázky.

43. ***1. krok:*** *Nejprve prokážeme, že z výroku A vyplývá, že C nemůže být normální. Jestliže A je poctivec, pak B je skutečně z vyšší kasty než C, takže B je normální a C je padouch. V tomto případě tedy C není normální. Předpokládejme dále, že A je padouch. Potom B ve skutečnosti není z vyšší kasty než C, takže B je normální a C je poctivec. Ani v tomto případě C není normální. Třetí možnost je, že A je normální, pak ovšem C není normální (normální je jenom jedna z osob A, B a C). Takže C není normální.*

2. krok: *Stejná úvaha nás dovede k tomu, že z výroku B vyplývá, že A není normální. Takže A ani C nejsou normální, a tak normální je B.*

3. krok: *Protože C není normální, je to poctivec nebo padouch. Předpokládejme, že je poctivec. Pak A je padouch (podle 2. kroku je B normální), a tak B je vyšší kasty než A. Takže C, protože je poctivec, odpoví podle pravdy: „B je z vyšší kasty než A."*

Na druhé straně předpokládejme, že C je padouch. Potom A je poctivec, a tak B není z vyšší kasty než A. Takže C, protože je padouch, zalže a řekne: „B je z vyšší kasty než A." Tedy bez ohledu na to, je-li poctivec nebo padouch, C odpoví, že B je z vyšší kasty než A.

44. *Pan A nemůže být padouch, protože pak by jeho manželka byla poctivec a nebyla by normální, takže výrok pana A by byl pravdivý. Podobně paní A nemůže být padouch. Nikdo z nich nemůže být ani poctivec (jinak by choť byl(a) padouch), takže jsou oba normální (a oba lžou).*

45. *U téhle hádanky je odpověď stejná. (Tentokrát však oba mluví pravdu.)*

46. *Uvidíte, že všichni čtyři jsou normální, a že všechny tři výroky jsou lži.*

Především musí být normální paní B. Kdyby byla poctivec, její muž by byl padouch, a ona by nelhala a neříkala, že její muž je poctivec. Kdyby byla padouch, její muž by byl poctivec, jenomže pak by o tom nemluvila pravdu. Takže paní B je normální, a tak i pan B je normální. To znamená, že pan A i paní A lhali. Takže pan A (ani paní) není poctivec, a tedy ani padouch, jsou oba normální.

4. Alenka v Lese zapomínání*)

A. Lev a Jednorožec

Když Alenka vešla do Lesa zapomínání, nezapomínala všechno, jenom něco. Často zapomínala, jak se jmenuje, a asi vůbec nejvíc zapomínala, který den v týdnu zrovna je. Do Lesa také chodili Lev a Jednorožec. To jsou zvláštní stvoření. Lev každé pondělí, úterý a středu lže a ostatní dny v týdnu mluví pravdu. Jednorožec lže vždycky ve čtvrtek, v pátek a v sobotu, zato ve zbylé dny v týdnu mluví pravdu.

47. Jednou Alenka potkala Lva a Jednorožce, když zrovna odpočívali pod stromem. Ti dva prohlásili:
Lev: Včera jsem měl lhací den.
Jednorožec: Já měl včera taky lhací den.
Z těchhle dvou výroků Alenka (bylo to náramně bystré děvče) dokázala vyvodit, který je právě den v týdnu. Který to byl?

48. Při jiné příležitosti Alenka potkala Lva samotného. Prohlásil:
(1) Včera jsem lhal.
(2) Popozítří budu lhát zas.
Který den v týdnu byl?

49. Které dny v týdnu může Lev prohlásit:
(1) Včera jsem lhal.
(2) Zítra budu lhát zase.

*) **Pozn. překl.** Zde jsou parafrázovány příběhy hrdinů klasické pohádkové knížky Lewise Carrolla Alenka v kraji divů a za zrcadlem. Vyšli jsme z překladu Aloyse a Hany Skoumalových.

50. V které dny v týdnu může Lev prohlásit:
„Včera jsem lhal a zítra budu lhát zas."
Pozor! Odpověď v tomto případě není stejná jako u předchozí hádanky!

B. Tydliták a Tydlitek

Jednou se Lev a Jednorožec v Lese zapomínání celý měsíc ani neukázali. Měli co dělat jinde, horlivě bojovali za Krále.

Zato pilnými návštěvníky v Lese byli Tydliták a Tydlitek. Jeden z nich je jako Lev — lže každé pondělí, úterý a středu a mluví pravdu ostatní dny v týdnu. Druhý je jako Jednorožec — lže vždycky ve čtvrtek, v pátek a v sobotu, ostatní dny v týdnu mluví pravdu. Alenka nevěděla, který z nich je jako Lev a který jako Jednorožec. A aby to bylo všechno ještě zamotanější, oba bratři si byli tak podobní, že je Alenka dokonce od sebe ani nerozeznala, jedině když měli své límečky s vyšitým jménem, což bylo zřídkakdy. Takže pro Alenku to byla situace setsakra zapeklitá! Tady máme pár příhod, co Alenka zažila s Tydlitákem a Tydlitkem.

51. Jednou Alenka potkala oba bratry, a ti prohlásili:
První: Já jsem Tydliták.
Druhý: Já jsem Tydlitek.
Který z nich byl vlastně Tydliták a který Tydlitek?

52. Jiný den téhož týdne bratři prohlásili:
První: Já jsem Tydliták.
Druhý: Jestliže je to pravda, tak já jsem Tydlitek!
Kdo byl kdo?

53. Jindy zas Alenka potkala bratry a optala se jednoho: „Ty lžeš v neděli?" Odpověděl: „Ano." Pak se úplně stejně optala druhého. Co jí ten odpověděl?

54. Jindy bratři prohlásili:
První: (1) Já lžu v sobotu.
(2) Já lžu v neděli.
Druhý: Já budu lhát zítra.
Co bylo za den?

55. Jednou takhle Alenka potká jednoho z bratrů, a ten prohlásí: „Dneska lžu a jsem Tydlitek." Který to byl?

56. Dejme tomu, že by namísto toho prohlásil: „Dneska lžu, nebo jsem Tydlitek." Dá se pak určit, který z bratrů to byl?

57. Jednou Alenka potkala oba bratry. Prohlásili:
První: Jestliže já jsem Tydliták, tak on je Tydlitek.
Druhý: Jestliže on je Tydlitek, tak já jsem Tydliták.
Dá se určit, kdo byl kdo? Dá se určit, který den v týdnu byl?

58. Záhada je vyřešena!

Alenka využila jedinečné příležitosti a rozřešila tři veliké záhady. Zastihla bratry, jak se kření pod stromem. Doufala, že při tomhle setkání přijde na kloub třem věcem:
(1) který je den v týdnu,
(2) který z bratrů je Tydliták,
(3) lže-li Tydliták jako Lev, nebo jako Jednorožec (to chtěla vědět už dávno).
Bratři prohlásili:
První: Dneska není neděle.
Druhý: Dneska je pondělí.
První: Zítra má Tydlitek jeden ze svých lhacích dní.
Druhý: Lev lhal včera.
Alenka zatleskala ručkama, takovou měla radost. Přišla všem záhadám na kloub! Vy také?

C. Komu patří řehtačka?

Tydliták vám s Tydlitkem
začal divou rvačku,
protože mu Tydlitek
šlápl na řehtačku.

Najednou, propánajána!
Ti se ale lekli,
přiletěla černá vrána,
hned se rozutekli.

„No prosím," vyhrkl jednoho krásného dne na Alenku vítězoslavně Bílý Král, „já řehtačku našel, a spravil jsem ji. Že vypadá jako nová?"

„Opravdu," žasla Alenka, „vypadá, jako by ji vyrobili právě dnes. Ani malé dítě by to nepoznalo."

„Ani malé dítě?" vzkřikl Bílý Král přísně. „To přece není logické! Samozřejmě že malé dítě to nepozná, od malého dítěte se něco takového vůbec nedá čekat!"

„Měla jsi říci," pokračoval Král už o něco mírněji, „že ani dospělý člověk by to nepoznal, ani ten největší světový odborník na řehtačky."

„Dobrá," pokračoval Král, „odpouštím ti. Důležité je, že se řehtačka musí vrátit pravoplatnému majiteli. Uděláš to, prosím tě, za mě?"

„A kdo je ten pravoplatný majitel?" zeptala se Alenka.
„No to bys měla vědět sama!" odsekl Král nedůtklivě.

„Jak to?" vyzvídala Alenka.

„Protože je to jasně řečeno v říkance, jistě ji znáš, přece Tydliták tam prohlašuje, že mu Tydlitek šlápl na novou řehtačku, no tak řehtačka patří Tydlitákovi, ne?"

„Ne tak docela," odporovala Alenka, měla totiž zrovna chuť se hádat, „znám tu říkanku dobře, a věřím tomu, co říká."

„Tak o co jde?" rozkřikl se popletený Král.

„Vždyť je to jednoduché," vysvětlila mu Alenka. „Řekněme, že říkanka říká pravdu. Tydliták tedy opravdu říká, že

Tydlitek mu šlápl na řehtačku. Že to Tydliták říká, však ještě neznamená, že to je pravda. Třeba to Tydliták řekl v jednom ze svých lhacích dní. No a to by pak přece mohlo být úplně jinak — třeba Tydliták šlápl na novou řehtačku Tydlitkovi."

„Propánajána," nato Král celý zoufalý. „Na to jsem vůbec nepomyslel! Teď si mohu všechny svoje dobré úmysly strčit za klobouk!"

Nebohý Král vypadal tak nešťastně, že se Alenka bála, aby se nerozbrečel. „To nevadí," řekla Alenka tak vesele, jak jen to svedla. „Dejte mi tu řehtačku, a já se pokusím vypátrat jejího pravého majitele. Mám dost zkušeností s lháři a pravdomluvci ve zdejším kraji, a už jsem se trochu naučila s nimi jednat."

„No doufejme!" pravil Král chmurně.

Budu vám teď vyprávět, co všechno se Alence přihodilo s tou řehtačkou.

59. Popadla řehtačku a šla do Lesa zapomínání — doufala, že tam natrefí aspoň jednoho z bratří. Jaká byla její radost, když zničehonic narazila na oba dva, jak se kření pod stromem! Popošla k prvnímu bratrovi a pravila přísně: „Chci znát pravdu! Komu patří řehtačka?" Odpověděl: „Tydlitkovi." Chvíli uvažovala, a pak se zeptala druhého: „Který jsi ty?" Odpověděl: „Tydlitek." Alenka zrovna v tu chvíli zapomněla, který je den v týdnu, ale byla si jistá, že není neděle. Kterému z bratří měla Alenka dát řehtačku?

60. Alenka odevzdala řehtačku pravoplatnému majiteli. Pár dní nato mu ji bratr rozbil znovu. Tentokrát nepřiletěla žádná černá vrána, aby se rozutekli, a tak do sebe začali bušit a řezat, až se z nich kouřilo. Alenka sebrala ze země rozšlápnutou řehtačku a co nejrychleji pelášila z lesa.

Zanedlouho byla zpět u Bílého Krále a podrobně mu vylíčila, co se stalo.

„Zajímavé," pravil Král. „Nejzajímavější ovšem je, že ačkoliv jsi věděla, komu řehtačku dát, pořád ještě nevíme, je-li jejím pravoplatným majitelem Tydliták nebo Tydlitek."

„Velmi správně," pochválila ho Alenka, „jenže co teď?"

„Nedělej si starosti," uklidnil ji Král, „pro mě je hračka dát řehtačku zase do pořádku."

Král nelhal, za pár dní řehtačku krásně spravil a odevzdal ji Alence. Ta se celá vyděšená vydala do lesa; bála se, že bitva pořád ještě zuří. Bratři však vyhlásili dočasné příměří, a Alenka jednoho z nich zastihla, jak znaveně odpočívá pod stromem. Alenka se nad něj naklonila a optala se: „Komu patří řehtačka?" Odpověděl jí hádankou: „Ten, co mu patří, dneska lže." Jaká je pravděpodobnost, že Alenka mluvila s pravoplatným vlastníkem řehtačky?

61. Za pár dní Alenka opět zastihla jednoho z bratrů, jak si hoví pod stromem. Položila mu touž otázku, a dostalo se jí odpovědi: „Majitel řehtačky dneska mluví pravdu." Nad tím se Alenka zahloubala. Moc ráda by byla věděla, jaká je pravděpodobnost, že mluví s vlastníkem řehtačky. „Vím, na co myslíš," povídá Valihrach, který čirou náhodou stál kousek dál, „pravděpodobnost je tu třináct ke čtrnácti!" Jak Valihrach připadl zrovna na tahle čísla?

62. Tentokrát Alenka zastihla bratry oba. Zeptala se prvního: „Je to tvoje řehtačka?" Odpověděl jí: „Ano." Pak se zeptala druhého: „Je to tvoje řehtačka?" Druhý také cosi odpověděl, a Alenka jednomu z nich řehtačku dala. Odevzdala Alenka řehtačku prvnímu, nebo druhému bratrovi?

D. Z tlamy Tlachapoudovy

Ze všech příhod, co kdy Alenka zažila s povedenými bratříčky v Lese zapomínání, je ta, o které se vám teď chystám vyprávět, jedna z nejpodivnějších, a Alenka na ni jistě nikdy nezapomene.

Začalo to tak. Jednou Valihrach potká Alenku a povídá: „Děvenko, povím ti veliké tajemství. Skoro nikdo o tom neví, ale Tydliták a Tydlitek mají ještě jednoho bratra, jmenuje se Tydlitík. Žije v jedné daleké zemi, ale tu a tam zavítá i sem. Je podobný Tydlitákovi i Tydlitkovi zrovna tak, jako jsou si podobní Tydliták s Tydlitkem."

Tahle zvěst nadělala Alence v hlavě pořádný zmatek! Především možnost, že tu třeba je ještě někdo třetí, znamenala, že všechny její dosavadní závěry mohly být mylné, a že možná nepřišla ani na to, který den v týdnu byl, ačkoliv si myslela, že na to přišla. A ještě závažnějším důsledkem praktického dosahu bylo, že řehtačku třeba vůbec nevrátila pravoplatnému majiteli.

Alenka si chvíli lámala hlavu nad tou komplikací. Nakonec položila Valihrachovi důvtipnou otázku:

„V kterých dnech Tydlitík lže?"

„Tydlitík lže pořád," odpověděl jí Valihrach.

Alenka odešla s hlavou plnou starostí. „Třeba si to celé Valihrach vymyslel," říkala si. „Nechce se mi tomu věřit." Nicméně Alence pořád vrtalo hlavou: co když je to pravda?

Jsou čtyři různé verze, jak příhoda pokračovala, a řeknu vám je všechny. Mějte jen na paměti dvě věci:

(1) Pokud existuje jedinec, který není Tydliták ani Tydlitek, a je jim k nerozeznání podobný, tak se jmenuje Tydlitík.

(2) Pokud takový jedinec existuje, tak pořád lže.

Podotýkám, že druhý předpoklad není zapotřebí k řešení první záhady, kterou teď uvedu, je však nezbytný pro další dvě.

63. První verze.

Alenka potkala v lese jednoho bratra. Vypadal, jako by to byl Tydliták nebo Tydlitek. Alenka mu řekla, co jí pověděl Valihrach, a pak se ho zeptala: „Který jsi ty?" Obdařil ji záhadnou odpovědí: „Jsem Tydlitek nebo Tydliták a dneska mám jeden ze svých lhacích dnů." Otázka zní: Existuje Tydlitík, nebo je to Valihrachův výmysl?

64. Druhá verze.

Alenka zastihla v lese oba bratry (aspoň jí to tak připadalo). Zeptala se prvního: „Který jsi ty?" Dostalo se jí odpovědi:

První: Jsem Tydlitík.

Druhý: Ano, je.

Existuje Tydlitík?

65. Třetí verze.

Alenka potkala jednoho z bratrů. Prohlásil: „Dneska mám jeden ze svých lhacích dní." Existuje Tydlitík?

66. Čtvrtá verze.

Alenka jednou, a nebylo to v neděli, potkala oba bratry (tak jí to aspoň připadalo). Zeptala se jich: „Existuje Tydlitík?" Dostalo se jí odpovědí:

První: Tydlitík existuje.

Druhý: Existuji.

Existuje Tydlitík?

Jak to bylo doopravdy?

Tak jak ono to vlastně je? Existuje Tydlitík, nebo ne? Vyprávěl jsem vám čtyři různé verze Alenčiny příhody. Kde se vzaly? Tedy abych vám řekl pravdu, nevymyslel jsem si je sám, vyšly přímo z tlamy Tlachapoudovy. Rozhovor mezi Alenkou a Valihrachem skutečně proběhl — Alenka mi o něm sama vyprávěla, a Alenka mluví vždycky pravdu. Jenže ty čtyři verze o tom, co se událo potom, mi všechny vykládal Tlachapoud. A já vím, že Tlachapoud lže v tytéž dny jako Lev (v pondělí, v úterý a ve středu), a vyprávěl mi ty historky ve čtyřech po sobě jdoucích všedních dnech. Dobře vím, že to byly všední dny, protože jsem lenoch a vždycky celou sobotu a neděli prospím. Vyprávěl mi je ve stejném pořadí, v jakém jsem vám je vylíčil i já.

Z toho, co jsem vám tu řekl, byste neměli, milí čtenáři, mít sebemenší potíž se zjištěním, existuje-li Tydlitík nebo je to jen Valihrachův výmysl. A zjistila Alenka, existuje-li Tydlitík?

***47.** Lev může říci „Včera jsem lhal" pouze v pondělí a ve čtvrtek. Jednorožec může říci „Včera jsem lhal" jedině ve čtvrtek a v neděli. Oba současně to mohou říci jedině ve čtvrtek.*

***48.** Z prvního Lvova výroku vyplývá, že je pondělí nebo čtvrtek. Z druhého výroku vyplývá, že čtvrtek není. Je tedy pondělí.*

***49.** Nejde to ani jeden den v týdnu! Jedině v pondělí a ve čtvrtek by mohl pronést první výrok; jedině ve středu a v neděli by mohl pronést druhý. Takže oba zároveň nemůže nikdy pronést.*

50.** Tady jde o situaci úplně odlišnou. Výborně to ukazuje rozdíl mezi tím, když proneseme dva jednotlivé výroky, a když proneseme jeden výrok, který je jejich konjunkcí. Mějme dva výroky X a Y. Jestliže jejich* ***konjunkce, *tj. výrok „X a Y", je pravdivá, samozřejmě z toho vyplývá, že oba výroky X, Y jsou pravdivé i jednotlivě. Pokud však konjunkce „X a Y" je nepravdivá, pak z toho vyplývá jen to, že aspoň jeden z obou výroků je nepravdivý — nemusí být nepravdivé oba.*

Jediný den v týdnu, kdy je pravda, že Lev včera lhal a zítra bude lhát zase, je úterý (to je totiž jediný den, který padne mezi dva Lvovy lhací dny). Takže den, kdy Lev vyslovil tenhle výrok, nemohlo být úterý, protože v úterý by takový výrok sice byl pravdivý, ale Lev v úterý pravdivé výroky nevyslovuje. Takže to v úterý nebylo, a tak Lvův výrok je nepravdivý. Lev lže. Dnem, po němž se Alenka pídí, je pondělí nebo středa.

***51.** Jestliže je první výrok pravdivý, pak první z bratrů je Tydliták, takže druhý je Tydlitek a druhý výrok je také pravdivý. Jestliže je první výrok nepravdivý, pak první z bratrů je Tydlitek a druhý je Tydliták, a druhý výrok je*

rovněž nepravdivý. Takže buď jsou oba výroky pravdivé, nebo jsou oba nepravdivé. Oba být nepravdivé nemohou, poněvadž bratři nikdy nelžou oba v týž den. Oba výroky jsou tedy pravdivé. První z bratrů je Tydliták, druhý je Tydlitek a Alenka je potkala v neděli.

***52.** A tohleto je kvítí z úplně jiné zahrádky! Výrok druhého z bratrů je určitě pravdivý. Nu a my víme, že je jiný den v týdnu než u předchozí hádanky, tj. není neděle. Takže tady nemohou být oba výroky pravdivé, první tedy musí být nepravdivý. První z bratří je Tydlitek a druhý je Tydliták.*

***53.** První odpověď je zřejmě lživá, příhoda se tedy neudála v neděli. Takže druhý odpověděl pravdivě a řekl „Ne".*

***54.** Výrok (2) prvního z bratrů je evidentně nepravdivý, a tak jeho výrok (1) je také nepravdivý (bratr ho pronesl v týž den). Takže první z bratrů nelže v sobotu, tedy druhý v sobotu lže. Druhý z bratrů mluví právě pravdu (první z bratrů právě lže), takže je pondělí, úterý nebo středa. Jediným dnem, kdy je pravda, že bude zítra lhát, je středa. Takže byla středa.*

***55.** Jeho výrok je zřejmě nepravdivý (kdyby byl pravdivý, pak by bratr toho dne lhal, což si protiřečí). Takže alespoň jeden z výroků „Dneska lžu" a „Jsem Tydlitek" je nepravdivý. První výrok („Dneska lžu") je pravdivý, a tak druhý výrok je nepravdivý. Je to tedy Tydliták.*

***56.** Dá. Kdyby ten den lhal, pak první výrok v disjunkci by byl pravdivý, a tak by bylo pravdivé celé prohlášení, což je rozpor. Ten den tedy mluvil pravdu a jeho prohlášení je pravdivé: Ten den lže, nebo je Tydlitek. A protože ten den nelže, je to Tydlitek.*

***57.** Oba výroky jsou zjevně pravdivé, takže je neděle. Kdo je kdo, se určit nedá.*

58. *Především v neděli není možné, aby bratři lhali a říkali, že není neděle. Takže nemůže být neděle. První z bratrů tedy mluví pravdu, a druhý (není neděle) lže. Druhý říká, že je pondělí, ale lže, takže není pondělí.*

Druhý z bratrů lže, i když říká, že Lev včera lhal, takže včera měl Lev jeden ze svých pravdomluvných dnů. To znamená, že včera byl čtvrtek, pátek, sobota nebo neděle a dnes je pátek, sobota, neděle nebo pondělí. Už jsme vyloučili neděli a pondělí, takže musí být pátek nebo sobota.

A nyní přihlédněme k tomu, že zítra je jeden z Tydlitkových lhacích dnů (první z bratrů, který právě mluví pravdu, to přece řekl). Takže dnes nemůže být sobota, a je pátek.

Z toho dále plyne, že Tydlitek lže v sobotu, jako Jednorožec. A první z bratrů dneska mluví pravdu, a dnes je pátek, takže je to Tydliták. Všechny záhady jsou objasněny.

59. *Předpokládejme, že první z bratrů mluví pravdu. Pak řehtačka patří Tydlitkovi. Autor druhé odpovědi lže (není neděle), takže to není Tydlitek, ale Tydliták. Autorem první odpovědi je Tydlitek a měl dostat řehtačku.*

Předpokládejme, že první z bratrů lže. Pak řehtačka patří Tydlitákovi. V tom případě druhý z bratrů mluví pravdu a je tedy skutečně Tydlitek. Potom je majitelem řehtačky opět první z bratrů. Takže ať tak nebo onak, řehtačka patří autorovi první odpovědi.

60. *Pravděpodobnost je tu nulová. Předpokládejme, že výrok je pravdivý. Potom majitel řehtačky lže, a tak to nemůže být ten, co s Alenkou mluví. Předpokládejme, že jeho výrok je nepravdivý. Pak majitel řehtačky mluví pravdu, a tak ani v tomto případě to nemůže být ten, co s ní mluví.*

61. *Valihrach měl pravdu. Předpokládejme, že ten, co s Alenkou mluví, lže. To znamená, že majitel řehtačky lže, tedy majitelem je ten, co s Alenkou mluví. Předpokládejme, že ten, co s Alenkou mluví, mluví pravdu. Potom majitel řehtačky mluví pravdu. Jestliže není neděle, pak musí*

být majitelem řehtačky autor odpovědi, pokud je ale neděle, pak mluví pravdu oba bratři a kterýkoli může být majitelem.

Když to shrneme, pokud není neděle, majitelem řehtačky je nesporně autor odpovědi. Pokud je neděle, jsou možnosti vyrovnané. Takže pravděpodobnost, že Alenka mluvila s vlastníkem řehtačky, je šest a půl k sedmi, neboli třináct ke čtrnácti.

62. *Klíč je v tom, že Alenka zjistila, kterému z bratrů ji má dát. Kdyby druhý řekl „Ano", pak jeden z nich by mluvil pravdu a druhý lhal, a tak by Alenka nemohla zjistit, kdo je majitelem. Jenomže já jsem vám už prozradil, že Alenka to zjistila, takže druhý neodpověděl „Ano". Tak tedy buď oba bratři lhali, nebo oba mluvili pravdu. To znamená, že oba mluvili pravdu, a byla neděle. A tak Alenka řehtačku odevzdala tomu prvnímu.*

63. *Tydlitík existuje a Alenka mluvila právě s ním.*

Ten, co s Alenkou mluvil, tvrdil, že pravdivé jsou oba tyto výroky:

(1) Je to Tydliták nebo Tydlitek.

(2) Dnes lže.

Kdyby výpověď byla pravdivá, pak by byly pravdivé oba výroky (1) i (2), a tak by byl pravdivý výrok (2), což by byl rozpor. Takže jeho výpověď je nepravdivá, tedy výroky (1) a (2) nemohou být oba pravdivé. Přitom výrok (2) pravdivý je (to, co dotazovaný právě tvrdí, není pravda), nepravdivý je tedy výrok (1). Takže to není Tydliták ani Tydlitek a musí to být Tydlitík.

64. *První nemůže být Tydlitík (Tydlitík lže pořád), je to tedy Tydliták nebo Tydlitek, a právě lže. Takže druhý také lže. Kdyby ten druhý byl Tydliták nebo Tydlitek, potom by Tydliták a Tydlitek lhali v týž den, což není možné. Takže ten druhý je Tydlitík.*

65. *Tahleta verze je jasně nemožná.*

66. Ať už je ten druhý kdokoliv, jeho výrok je pravdivý. (To tuším Descartes podotkl, že když někdo tvrdí, že existuje, vyslovuje pravdivý výrok. Neznám nikoho, kdo by neexistoval.) Poněvadž druhý výrok je pravdivý a není neděle, pak první výrok musí být nepravdivý. Takže pokud tahle verze příhody odpovídá skutečnosti, pak Tydlitík neexistuje.

A jak to bylo doopravdy? Třetí verze příhody se nemohla udát. Ani jednu verzi mi Tlachapoud nevykládal v sobotu nebo v neděli. Jediná možnost, podle které by jeho čtyři verze mohly zapadat do čtyř po sobě jdoucích dní splňujících dané podmínky, je ta, že třetí verzi mi vykládal ve středu. Potom mi poslední verzi vyprávěl ve čtvrtek, takže ta je pravdivá. Tak tedy Tydlitík neexistuje! (Jsem si ostatně naprosto jist, že kdyby Tydlitík existoval, Lewis Carroll by o tom byl věděl.)

A co Alenka? Čtvrtá verze je jediná, která se opravdu udála, a tak pro Alenku nebylo vůbec obtížné přijít na to, že její obavy z Tydlitíka byly zbytečné.

II. Porciiny skříňky a jiné záhady

5. Záhada Porciiných skříněk

A. Vyprávění první

67 a. V Shakespearově Benátském kupci vystupuje dívka Porcie, a ta má tři skříňky — zlatou, stříbrnou a olověnou — a v jedné z nich je Porciina podobizna. Kdo se uchází o její ruku, musí určit, v které skříňce podobizna je, a pokud má štěstí (nebo je tak chytrý) a uhodne, smí se s ní oženit. Na víku každé skříňky je nápis, který má nápadníkovi při volbě pomoci.

Dejme tomu, že by si Porcie chtěla vybrat manžela ne podle toho, jak je ctnostný, ale jen podle toho, jak je inteligentní. Dala na skříňky nápisy:

Zlatá	Stříbrná	Olověná
PODOBIZNA JE V TÉTO SKŘÍŇCE	PODOBIZNA NENÍ V TÉTO SKŘÍŇCE	PODOBIZNA NENÍ VE ZLATÉ SKŘÍŇCE

Nápadníkovi prozradila, že z těch tří nápisů je nanejvýš jeden pravdivý. Kterou skříňku měl nápadník vybrat?

67 b. Porciin nápadník vybral správnou skříňku, a tak byla svatba a žili spolu šťastně — alespoň nějaký čas. Pak však jednoho krásného dne Porcii napadlo: I když manžel jistou inteligenci při výběru správné skříňky prokázal, ta hádanka nebyla vůbec těžká. Raději jsem tenkrát měla dát těžší hádanku, a byla bych dostala opravdu chytrého manžela. A tak nelenila, rozvedla se a chtěla se vdát za někoho chytřejšího.

Tentokrát umístila na skříňky nápisy:

Zlatá	Stříbrná	Olověná
PODOBIZNA NENÍ VE STŘÍBRNÉ SKŘÍŇCE	PODOBIZNA NENÍ V TÉTO SKŘÍŇCE	PODOBIZNA JE V TÉTO SKŘÍŇCE

Nápadníkovi prozradila, že aspoň jeden z nápisů je pravdivý a aspoň jeden je nepravdivý. V které skříňce byla podobizna?

Jak už osud někdy dělá schválnosti, ukázalo se, že nápadníkem je Porciin bývalý manžel. A byl tak chytrý, že rozluštil i tuhle hádanku, takže se vzali znovu. Manžel si Porcii odvedl domů, přehnul ji přes koleno, pořádně jí naplácal, a Porcii už ty bláznivé nápady přešly.

B. Vyprávění druhé

Porcie a její choť už pak spolu žili pořád šťastně a narodila se jim dcera Porcie II. – dál už jí budeme říkat jenom Porcie. Když Porcie dospěla v mladou ženu, byla krásná a chytrá po mamince. Také ona se rozhodla vybrat si muže stejným způsobem. Nápadník musel podstoupit dvě zkoušky.

68 a. Zkouška první.
Při první zkoušce byly na každém víku nápisy dva a Porcie nápadníkovi prozradila, že ani na jednom z vík není více než jeden nepravdivý nápis. V které skříňce byla podobizna?

Zlatá	Stříbrná	Olověná
(1) ZDE PODOBIZNA NENÍ (2) PORTRÉTISTA JE Z BENÁTEK	(1) PODOBIZNA NENÍ VE ZLATÉ SKŘÍŇCE (2) PORTRÉTISTA JE Z FLORENCIE	(1) ZDE PODOBIZNA NENÍ (2) PODOBIZNA JE VE STŘÍBRNÉ SKŘÍŇCE

68 b. Zkouška druhá.
Když nápadník obstál v první zkoušce, odvedla ho Porcie do vedlejší síně, kde byly další tři skříňky. A také tady byly na každém víku dva nápisy. Porcie nápadníkovi prozradila, že na jednom z vík jsou oba pravdivé, na jednom jsou oba nepravdivé, a na jednom je jeden nápis pravdivý a druhý nepravdivý. V které skříňce byla podobizna?

Zlatá	Stříbrná	Olověná
(1) PODOBIZNA NENÍ V TÉTO SKŘÍŇCE (2) PODOBIZNA JE VE STŘÍBRNÉ SKŘÍŇCE	(1) PODOBIZNA NENÍ VE ZLATÉ SKŘÍŇCE (2) PODOBIZNA JE V OLOVĚNÉ SKŘÍŇCE	(1) PODOBIZNA NENÍ V TÉTO SKŘÍŇCE (2) PODOBIZNA JE VE ZLATÉ SKŘÍŇCE

C. Na scénu vstupují Bellini a Cellini

Nápadník obstál při obou zkouškách a dostal Porcii II. za ženu. Žili spolu šťastně a měli roztomilou dcerušku, Porcii III. – dále už jí budeme říkat jenom Porcie. Když pak Porcie dospěla v mladou ženu, vynikala krásou a chytrostí, stejně jako její maminka i babička. A také ona se rozhodla vyvolit si manžela metodou skříněk. Uchazeč o její ruku musel obstát ve třech zkouškách, aby ji získal! Zkoušky byly důvtipně vymyšlené. Porcie se vrátila k babiččinu nápadu a namísto dvou nápisů dala na každou skříňku jen jeden. Ale obohatila zkoušky o nový prvek. Prozradila nápadníkovi, že každou skříňku zhotovil jeden ze dvou proslulých florentských řemeslníků – Cellini nebo Bellini. Když Cellini zhotovil skříňku, vždycky ji opatřil nepravdivým nápisem, kdežto Bellini své skříňky vždy popisoval podle pravdy. Porcie přitom dbala, aby tuto tradici neporušila.

69 a. Zkouška první.

Při nové zkoušce měl nápadník šanci na úspěch (kdyby hádal naslepo) dvě ku třem, a ne jen jedna ku třem jako předtím. Porcie namísto podobizny vložila do jedné ze tří skříněk dýku. Ostatní dvě skříňky byly prázdné. Pokud si nápadník nevybral skříňku s dýkou, mohl se pustit do další zkoušky.
Na skříňkách byly nápisy:

Zlatá	Stříbrná
DÝKA JE V TÉTO SKŘÍŇCE	TATO SKŘÍŇKA JE PRÁZDNÁ

Olověná

Olověná
NANEJVÝŠ JEDNU Z TĚCHTO TŘÍ SKŘÍNĚK ZHOTOVIL BELLINI

Kterou ze skříněk měl nápadník vybrat?

69 b. Zkouška druhá.

V další zkoušce byly nápadníkovy šance na úspěch (kdyby hádal naslepo) jedna ku dvěma. Porcie použila jen dvě skříňky, zlatou a stříbrnou, a do jedné z nich vložila svou podobiznu (při téhle zkoušce nebylo použito dýky). Každou ze skříněk zase zhotovil buď Cellini, nebo Bellini.
Na skříňkách bylo napsáno:

Zlatá	Stříbrná
ZDE PODOBIZNA NENÍ	PRÁVĚ JEDNU Z TĚCHTO DVOU SKŘÍNĚK ZHOTOVIL BELLINI

Kterou ze skříněk měl nápadník vybrat, aby našel podobiznu?

69 c. Zkouška třetí.

Pokud nápadník obstál u předchozích dvou zkoušek, uvedli ho do další síně, kde byla zlatá, stříbrná a olověná skříňka. A zase, každou ze skříněk zhotovil buď Cellini, nebo Bellini. U téhle zkoušky měl nápadník šanci (kdyby hádal naslepo) jedna ku třem — Porcie vložila svou podobiznu do jedné ze skříněk. Aby úspěšně obstál, nápadník musel

(1) správně vybrat skříňku, v níž byla podobizna;

(2) určit, kdo kterou skříňku zhotovil.

Byly na nich nápisy:

Zlatá	Stříbrná
PODOBIZNA JE ZDE	PODOBIZNA JE ZDE

Olověná
ALESPOŇ DVĚ Z TĚCHTO SKŘÍNĚK ZHOTOVIL CELLINI

D. Záhadná chyba

70. Čtvrté a poslední vyprávění je trochu zvláštní a názorně ukazuje důležitost jednoho logického principu.

Nápadník z minulého příběhu obstál ve všech třech zkouškách a směl si odvést Porcii III. Měli hodně dětí, vnuků, pravnuků atd. O několik generací později se

v Americe narodil jejich prapraprapotomek ženského pohlaví, ani nevím z kolikátého kolena, a jako by z oka vypadl svým předkům na starých podobiznách. Tak mu dali jméno Porcie Ntá — dál už jí budeme říkat jenom Porcie. Když Porcie posléze vyspěla v mladou ženu, vynikala krásou a chytrostí, stejně jako všechny předchozí Porcie. Navíc byla náramně čilá, skoro až nezbedná. Také ona se rozhodla vyvolit si manžela metodou skříněk (v dnešním New Yorku je to věc značně neobvyklá, ale toho si nevšímejme).

Zkouška, kterou připravila, vypadala dost jednoduše. Porcie měla jen dvě skříňky, stříbrnou a zlatou, a v jedné z nich byla Porciina podobizna. Na víkách byly nápisy:

Zlatá	Stříbrná
ZDE PODOBIZNA NENÍ	PRÁVĚ JEDEN Z TĚCHTO DVOU NÁPISŮ JE PRAVDIVÝ

Kterou skříňku byste vybrali vy?

Nápadník uvažoval takhle: Pokud výrok na stříbrné skříňce je pravdivý, pak právě jeden z obou výroků je pravdivý. To znamená, že výrok na zlaté skříňce musí být nepravdivý. Na druhé straně předpokládejme, že výrok na stříbrné skříňce není pravdivý. Pak není pravda, že by právě jeden z obou výroků byl pravdivý, to znamená, že výroky jsou buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé. Nemohou být oba pravdivé (předpokládáme přece, že druhý je nepravdivý), a tak jsou oba nepravdivé. Takže i výrok na zlaté skříňce je nepravdivý. Tedy bez ohledu na to, je-li výrok na stříbrné skříňce pravdivý nebo nepravdivý, výrok na zlaté skříňce je nepravdivý. Takže podobizna musí být ve zlaté skříňce.

A tak nápadník vítězoslavně vyhrkl: „Podobizna je ve zlaté skříňce!“ a odklopil víko. Jaký byl jeho úlek, když zlatá skříňka byla prázdná! Nápadník dočista zkoprněl a vykřikl, že ho Porcie podvedla. „K podvodům bych se nikdy nesnížila,“ rozesmála se Porcie a pohrdavě otevřela stříbrnou skříňku. A nastojte, podobizna byla v ní!

Ale kde proboha udělal nápadník chybu ve své úvaze?

„Tak, tak,“ řekla Porcie, a bylo na ní vidět, jak tu situaci vychutnává, „úvaha se vám moc nepovedla, že? Ovšem jste docela přitažlivý mladík, a tak vám dám ještě jednu příležitost. Vlastně bych to dělat neměla, ale že jste to vy! Dobrá, zapomenu na tu zkoušku a dám vám něco jednoduššího. Teď budete mít šanci získat mě dvě ku třem, a ne jen jedna ku dvěma. Bude to skoro jako jedna ze zkoušek, kterou si vymyslela moje dávná předchůdkyně Porcie III. Teď ale už byste měl obstát!“

To řekla a odvedla nápadníka do vedlejšího pokoje, kde byly tři skříňky — zlatá, stříbrná a olověná. Porcie mu řekla, že v jedné ze skříněk je dýka a ostatní dvě že jsou prázdné. Aby nápadník získal Porciinu ruku, stačí, aby vybral jednu z prázdných. Na skříňkách byly nápisy:

Zlatá

DÝKA JE
V TÉTO SKŘÍŇCE

Stříbrná

TATO
SKŘÍŇKA
JE PRÁZDNÁ

Olověná

NANEJVÝŠ
JEDEN NÁPIS
NA TĚCHTO
TŘECH SKŘÍŇKÁCH
JE PRAVDIVÝ

(Srovnejte tuhle hádanku s první zkouškou Porcie III. Nezdá se vám, že je úplně stejná?)

Tentokrát nápadník uvažoval velice obezřetně. Předpokládejme, že výrok (3) je pravdivý. Potom oba ostatní výroky musí být nepravdivé, takže výrok (2) je nepravdivý, dýka je tedy potom ve stříbrné skříňce. Na druhé straně pokud je (3) nepravdivý, pak tu musí být přinejmenším dva pravdivé výroky, jedním z nich je nutně (1), a v tomto případě je tedy dýka ve zlaté skříňce. V obou případech je olověná skříňka prázdná.

A tak tedy si nápadník vybral olověnou skříňku, otevřel ji, a jaká hrůza, byla v ní dýka! S úsměvem na rtech otevřela Porcie ostatní dvě skříňky, a ty byly prázdné.

Čtenář se jistě zaraduje, když se dozví, že Porcie si nápadníka přesto vzala. (Rozhodla se tak totiž už dávno před zkouškami a přiměla ho, aby je podstoupil, jenom proto, aby ho trochu poškádlila.) Jenže zbývá ještě odpovědět na otázku: Kde nápadník udělal chybu?

Rozluštění

67 a. *Výroky na zlaté a olověné skříňce tvrdí opak, takže jeden z nich musí být pravdivý. Poněvadž nanejvýš jeden ze tří výroků je pravdivý, výrok na stříbrné skříňce musí být nepravdivý, a podobizna je tedy ve stříbrné skříňce.*

Hádanka se dá řešit i jinak. Kdyby podobizna byla ve zlaté skříňce, měli bychom dva pravdivé výroky (na zlaté a stříbrné skříňce), což je v rozporu s danými podmínkami. Kdyby byla podobizna v olověné skříňce, zase bychom měli dva pravdivé výroky (tentokrát na olověné a na stříbrné skříňce). Takže podobizna musí být ve stříbrné skříňce.

Oba postupy řešení jsou správné, a to ukazuje, že u mnoha úloh může existovat více správných cest vedoucích ke stejným závěrům.

67 b. *Kdyby podobizna byla v olověné skříňce, pak by všechny tři výroky byly pravdivé, a to by odporovalo daným podmínkám. Kdyby podobizna byla ve stříbrné skříňce, pak by všechny tři výroky byly nepravdivé, což by opět bylo v rozporu s danými podmínkami. Takže podobizna musí být ve zlaté skříňce. (Pak jsou první dva výroky pravdivé a třetí nepravdivý, což je ve shodě s danými podmínkami.)*

68 a. *Můžeme rovnou vyloučit olověnou skříňku, poněvadž kdyby podobizna byla v ní, pak by výroky na olověné skříňce byly oba nepravdivé. Podobizna je tedy ve zlaté nebo ve stříbrné skříňce. První výroky na zlaté a stříbrné skříňce tvrdí totéž, tedy jsou buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé. Kdyby byly oba nepravdivé, pak druhé výroky by byly oba pravdivé — jenomže to být nemohou, poněvadž si navzájem odporují. Takže první výroky jsou oba pravdivé a podobizna není ani ve zlaté skříňce. Je tedy ve stříbrné skříňce.*

68 b. *Jestliže je podobizna ve zlaté skříňce, potom na zlatém i na stříbrném víku jsou oba výroky nepravdivé. Jestliže je ve stříbrné skříňce, pak na stříbrném i olověném víku je vždy jeden výrok pravdivý a jeden nepravdivý. Podobizna je tedy v olověné skříňce. (Na stříbrném víku jsou pak oba výroky pravdivé, na olověném oba nepravdivé a na zlatém je jeden pravdivý a jeden nepravdivý).*

69 a. *Předpokládejme, že olověnou skříňku zhotovil Bellini. Potom je výrok na ní pravdivý, takže ostatní skříňky musel zhotovit Cellini. To znamená, že oba zbývající výroky jsou nepravdivé, tedy výrok na stříbrné skříňce je nepravdivý a dýka je ve stříbrné skříňce. Takže pokud je olověná skříňka dílem Belliniho, pak dýka je ukryta ve stříbrné skříňce.*

A nyní předpokládejme, že olověnou skříňku zhotovil Cellini. Pak je výrok na ní nepravdivý, a tedy Bellini zhotovil alespoň dvě skříňky. To znamená, že zlatá i stříbrná skříňka jsou dílem Belliniho (olověnou podle našeho před-

pokladu zhotovil Cellini). Výroky na zlaté i na stříbrné skříňce jsou tedy pravdivé. Výrok na zlaté skříňce je pravdivý, a v tomto případě je tedy dýka ve zlaté skříňce.

Při první ani při druhé eventualitě dýka není v olověné skříňce, měl tedy nápadník vybrat olověnou skříňku.

69 b. *Jestliže stříbrná skříňka je dílem Belliniho, pak výrok na ní je pravdivý, a v tom případě zlatou zhotovil Cellini. Předpokládejme, že stříbrná skříňka je dílem Celliniho. V tomto případě není pravda, že Bellini zhotovil právě jednu ze skříněk. To znamená, že zlatá je také dílem Celliniho (kdyby byla dílem Belliniho, pak by Bellini zhotovil právě jednu). Takže ať už stříbrnou zhotovil Bellini nebo Cellini, zlatá je určitě dílem Celliniho. Výrok na zlaté skříňce je proto nepravdivý, a tedy je podobizna ve zlaté skříňce.*

69 c. *Nejprve doložíme, že olověná skříňka musí být dílem Belliniho. Předpokládejme, že by byla dílem Celliniho. Pak by výrok na ní byl nepravdivý, což by znamenalo, že by alespoň dvě musely být dílem Belliniho, a to by musela být skříňka stříbrná a zlatá. To není možné, podobizna přece nemůže být zároveň ve stříbrné i ve zlaté skříňce. Proto olověná skříňka je ve skutečnosti dílem Belliniho. Takže výrok na ní je pravdivý a aspoň dvě ze skříněk jsou dílem Celliniho. To znamená, že Cellini zhotovil zlatou a stříbrnou. Výroky na obou těchto skříňkách jsou tedy nepravdivé a podobizna není ve zlaté ani ve stříbrné skříňce. Tedy je v olověné skříňce.*

Zároveň jsme dokázali, že olověná skříňka je dílem Belliniho a ostatní dvě zhotovil Cellini, což odpovídá na druhou otázku.

70. *Nápadník si měl uvědomit, že když nemá žádné informace o pravdivosti a nepravdivosti nápisů, ani o vzájemném vztahu jejich pravdivosti, pak mohou nápisy tvrdit cokoliv a dotyčný předmět (podobizna nebo dýka) může být kdekoliv. Přece mohu klidně vzít skříněk, kolik mě napadne, vložit do kterékoliv z nich to nebo ono a pak napsat* cokoliv na jejich víka — nápisy pak nemusí mít vůbec žádnou souvislost se skutečným obsahem skříněk! Porcie tedy vůbec nelhala, uvedla jenom to, že dotyčný předmět je v jedné ze skříněk, a při každé zkoušce tomu tak skutečně bylo.

Situace je tu ovšem podstatně odlišná od příběhů předcházejících Porcií. Tam kdyby předmět byl jinde, než podle nápadníkova úsudku měl být, znamenalo by to, že příslušná Porcie vyslovila nějaký nepravdivý výrok (jak záhy uvidíme).

Můžeme to vzít ještě z jiného hlediska: Nápadníkovou chybou bylo, že předpokládal, že každý z nápisů je buď pravdivý, nebo nepravdivý. Podívejme se trochu důkladněji na první zkoušku Porcie Nté se dvěma skříňkami. Výrok na zlaté skříňce „Zde podobizna není" je zřejmě buď pravdivý, nebo nepravdivý, protože podobizna ve zlaté skříňce buď je, nebo není. Náhodou byl pravdivý, poněvadž Porcie skutečně vložila podobiznu do stříbrné skříňky. Nu a když tedy Porcie dala podobiznu do stříbrné skříňky, byl výrok na stříbrné skříňce pravdivý nebo nepravdivý? Nemůže být pravdivý ani nepravdivý, obě možnosti vedou k rozporu. Předpokládejme, že výrok na stříbrné skříňce říká pravdu. Pak právě jeden z výroků je pravdivý, jenže poněvadž první výrok (na zlaté skříňce) pravdivý je, tak druhý výrok pravdivý není. Je-li tedy pravdivý, není pravdivý. Předpokládejme naopak, že výrok na stříbrné skříňce je nepravdivý. Pak první výrok je pravdivý, druhý nepravdivý, což znamená, že právě jeden z výroků je pravdivý. Právě o tom nás dotyčný výrok ujišťuje, a tak je pravdivý! Takže obojí předpoklad, i že výrok je pravdivý, i že je nepravdivý, vede k rozporu.

Názorně si to osvětlíme, porovnáme-li si tuto zkoušku se zkouškou Porcie III. Tam se také použily dvě skříňky a na zlaté skříňce se také pravilo „Zde podobizna není", jenomže na stříbrné namísto nápisu „Právě jeden z těchto dvou nápisů je pravdivý" stálo „Právě jednu z těchto dvou skříněk zhotovil Bellini". Čtenář se může divit, jaký že to je tak závažný rozdíl mezi těmito dvěma výroky, víme-li, že Bellini umisťoval na skříňky jenom pravdivé nápisy a Cellini jenom nepravdivé. Tak tedy, rozdíl, i když na první pohled nepatrný, je tu ve skutečnosti podstatný. Výrok „Právě jednu z těchto dvou skříněk zhotovil Bellini" musí být buď pravdivý, nebo nepravdivý. Je to výrok o reálné skutečnosti — buď tomu tak je, nebo tomu tak není, že Bellini zhotovil právě jednu z oněch dvou skříněk. Dejme tomu, že v případě hádanky Porcie III. by se bylo ukázalo, že podobizna je ve stříbrné, a nikoliv ve zlaté skříňce. Usuzovali byste z toho, že výrok na stříbrné skříňce nebyl ani pravdivý, ani nepravdivý? To by byl závěr nesprávný! Výrok na stříbrné skříňce, jak jsem už podotkl, v tomto případě musí být buď pravdivý, nebo nepravdivý. Správně by si tu počínal ten, kdo by usoudil, že pokud byla podobizna ve stříbrné skříňce, pak Porcie III. lhala, když podávala informace o Bellinim a Cellinim. A naopak Porcie Ntá mohla vložit podobiznu do stříbrné skříňky a vůbec nelhat, protože neřekla ani slovo o pravdivosti nápisů.

Problematika výroků vypovídajících o své vlastní pravdivosti je velmi jemnou a přitom základní součástí moderní logiky a později se k ní ještě vrátíme.

6. Ze zápisníku inspektora Fishtrawna

A. Z inspektorových případů

Inspektor Nick Fishtrawn ze Scotland Yardu byl tak laskav a souhlasil s uveřejněním některých ze svých slavných případů pro potěchu i poučení všech, kdo se zajímají o využití logiky v boji proti zločinu.

71. Jednoduchý případ na začátek.
Bylo vyloupeno skladiště a pachatel (nebo pachatelé) odvezl lup autem. Do Scotland Yardu předvedli tři podezřelé zločince, A, B a C, a vyslýchali je. Zjistilo se toto:
(1) Do loupeže nebyl zapleten nikdo jiný než A, B a C.
(2) C se nikdy nepouští do akce bez A.
(3) B neumí řídit auto.
Je A vinen?

72. Další jednoduchý případ.
Zase šlo o loupež.
Podezřelé A, B a C předvedli k výslechu a zjistily se tyto skutečnosti:
(1) Do případu nebyl zapleten nikdo jiný než A, B a C.
(2) A pracuje vždycky aspoň s jedním společníkem.
(3) C je nevinen.
Je B vinen?

73. Případ s dvojčaty.
V tomto neobvyklém případě šlo o loupež, jež se stala v Londýně. Tři podezřelé zločince A, B a C pochytali a předvedli k výslechu. Přitom však A a C byli dvojčata podobná si jak vejce vejci a jen málokdo je od sebe dokázal rozeznat. Všichni tři podezřelí měli už hustě popsaný trestní rejstřík a ve Scotland Yardu dobře věděli, co jsou zač a jaké mají zvyky. Dvojčata byla dost bojácná, a ani jedno z nich by se neodvážilo pustit se do akce bez společníka. Naproti tomu B byl ostrý hoch a spolčováním přímo opovrhoval. Několik svědků vypovědělo, že v době, kdy došlo k loupeži, viděli jedno z dvojčat, jak popíjí v jistém baru v Doveru, nevědělo se však, které z dvojčat to bylo. Pokud do loupeže nebyl zapleten nikdo jiný než A, B a C, kdo z nich je vinen a kdo nevinen?

74. Komplikovaný případ.
„Co vyplývá ze zjištěných faktů?“ zeptal se inspektor Fishtrawn seržanta Collohnatha:
(1) Pokud je A vinen a B nevinen, pak C je vinen.
(2) C nikdy nepracuje sám.
(3) A nikdy nepracuje s C.
(4) Kromě A, B a C není do případu zapleten nikdo další a aspoň jeden z těch tří je vinen.
Seržant se poškrábal za uchem a řekl: „Obávám se, pane inspektore, že z toho moc nevyždímám. Vy byste dokázal na základě těch faktů zjistit, který z podezřelých je vinen a který ne?“
„Nedokázal,“ odtušil Fishtrawn, „ale máme tu dost podkladů, abychom jednoho z nich obvinili.“
Komu z těch tří lze dokázat vinu?

75. Případ McGregorova obchodu.
Pan McGregor, obchodník z Londýna, telefonoval do Scotland Yardu, že mu vyloupili obchod. Byli předvedeni k výslechu tři podezřelí, A, B a C. Zjistily se tyto skutečnosti:
(1) Každý z těch tří, A, B i C, byl v den loupeže v obchodě, a nikdo další ten den v obchodě nebyl.
(2) Pokud je vinen A, měl právě jednoho společníka.
(3) Pokud je B nevinen, je nevinen i C.
(4) Pokud jsou vinni právě dva, pak jedním z nich je A.
(5) Pokud je C nevinen, je nevinen i B.
Koho inspektor Fishtrawn obvinil z loupeže?

76. Případ čtyř.
Tentokrát byli předvedeni k výslechu čtyři podezřelí, A,

B, C a D; opět šlo o loupež. Bylo známo, že alespoň jeden z nich je vinen a že do loupeže není zapleten nikdo další. Dále vyšly najevo tyhle skutečnosti:

(1) A je nevinen.

(2) Pokud je B vinen, pak měl právě jednoho společníka.

(3) Pokud je C vinen, pak měl právě dva společníky.

Inspektora Fishtrawna zejména zajímalo, je-li vinen D, byl to totiž obzvlášť nebezpečný zločinec. Naštěstí mu to uvedené skutečnosti umožňují zjistit. Je D vinen?

B. Ze soudních případů

Inspektor Fishtrawn chodil často k soudu a sledoval jednání i u případů, které sám nevyšetřoval. Seděl tam, aby se pocvičil v logice — chtěl si vyzkoušet, jak by si s případy poradil on.

Uvedeme několik případů, které sledoval.

77. Byl souzen jistý muž obviněný z účasti na loupeži — žalobce a obhájce prohlásili:

Žalobce: Pokud je obžalovaný vinen, pak měl společníka!

Obhájce: To není pravda!

Prospěl tím obhájce svému klientovi?

78. V dalších dvou případech stáli před soudem tři muži, A, B a C, obvinění z účasti na loupeži.

V prvním případě bylo zjištěno:

(1) Pokud je A nevinen nebo B vinen, pak C je vinen.

(2) Pokud je A nevinen, pak C je nevinen.

Dá se tu některému ze tří obviněných dokázat vina?

79. U druhého případu se zjistilo:

(1) Aspoň jeden ze tří obviněných je vinen.

(2) Pokud je A vinen a B nevinen, pak C je vinen.

Tyto informace nestačí k usvědčení žádného z obviněných, ale umožňují určit dva, z nichž jeden je určitě vinen. Kteří dva to jsou?

80. V posledních dvou případech stáli před soudem obžalovaní A, B, C a D.

V prvním případě vyšly najevo čtyři skutečnosti:

(1) Pokud jsou A i B oba vinni, pak C byl jejich společníkem.

(2) Pokud je A vinen, pak alespoň jeden z B a C byl jeho společníkem.

(3) Pokud je C vinen, pak D byl jeho společníkem.

(4) Pokud je A nevinen, pak D je vinen.

Kterým z obviněných lze dokázat vinu a kterým nelze?

81. V druhém případě byly zjištěny tyto skutečnosti:

(1) Pokud je A vinen, pak B byl jeho společníkem.

(2) Pokud je B vinen, pak buď C byl jeho společníkem, nebo A je nevinen.

(3) Pokud je D nevinen, pak A je vinen a C nevinen.

(4) Pokud je D vinen, pak je vinen i A.

Kteří z obviněných jsou vinní a kteří nevinní?

C. Šest exotických případů

82. Na jednom malém ostrově byl souzen jistý člověk. Soudu bylo známo, že obviněný se narodil a vyrostl na sousedním ostrově poctivců a padouchů. (Připomeňme si, že poctivci vždycky mluví pravdu a padouši vždycky lžou.) Obžalovanému dovolili pronést na svou obhajobu jen jediný výrok. Na chvíli se zamyslel, a pak prohlásil: „Ten, kdo spáchal ten zločin, je padouch." Bylo od něho moudré, že to řekl? Pomohlo mu to, nebo mu to přitížilo? Nebo to bylo jedno?

83. Při jiné příležitosti bylo na ostrově vedeno přelíčení proti dvěma mužům, X a Y. O žalobci bylo známo, že je buď poctivec, nebo padouch. Žalobce před soudem prohlásil:

(1) X je vinen.
(2) X a Y nejsou vinni oba.

Kdybyste vy, vážený čtenáři, byl soudcem, jak byste se zachoval? Dokázal byste usoudit, je-li X nebo Y vinen? Jaký názor byste si učinil na žalobcovu věrohodnost?

84. Dejme tomu, že by ve stejné situaci žalobce prohlásil:

(1) Buď X, nebo Y je vinen.
(2) X je nevinen.

Jaký závěr byste z toho vyvodili?

85. Dejme tomu, že by ve stejné situaci žalobce prohlásil:

(1) Buď X je nevinen, nebo Y je vinen.
(2) X je vinen.

Jaký závěr byste z toho vyvodili?

86. Další případ se stal na ostrově poctivců, padouchů a normálních lidí. Připomeňme si, že poctivci vždycky mluví pravdu, padouši vždycky lžou a normální lidi někdy lžou a někdy mluví pravdu.

Tři obyvatelé ostrova, A, B a C, byli pohnáni k soudu. Bylo známo, že zločin spáchal jen jeden z nich. Dále bylo známo, že ten, co zločin spáchal, byl poctivec, a to jediný poctivec mezi obviněnými.

Obžalovaní prohlásili:

A: Jsem nevinen.
B: To je pravda.
C: B není normální.

Který z nich je vinen?

87. Poslední případ, vůbec nejzajímavější, se na první pohled podobá předcházejícím, ale ve skutečnosti se od nich podstatně liší. Došlo k němu rovněž na ostrově poctivců, padouchů a normálních lidí. Hlavní osoby zde jsou obviněný, žalobce a obhájce. První komplikace: bylo známo, že jeden z nich je poctivec, jeden padouch a jeden je normální, ovšem kdo je kdo, to už známo nebylo. Aby byl zmatek ještě větší, soudu bylo známo, že pokud obviněný je nevinen, pak vinen je buď obhájce, nebo žalobce. Dále bylo známo, že viník je jen jeden a není to padouch. Dotyční tři prohlásili u soudu:

Obviněný: Jsem nevinen.
Obhájce: Můj klient je opravdu nevinen.
Žalobce: Není tomu tak, obviněný je vinen.

Tyto postoje samozřejmě nikoho nepřekvapily. Soud se odebral k poradě, ale nedokázal dojít k žádnému rozhodnutí — uvedené informace na to nestačily. V té době patřil ostrov Velké Británii a místní vláda zatelegrafovala do Scotland Yardu a požádala, nemohli-li by k nim poslat inspektora Fishtrawna, aby jim pomohl případ vyřešit.

Inspektor Fishtrawn za pár týdnů připlul a soud se znovu sešel. Fishtrawn si umínil: Tomu musím přijít na kloub. Chtěl zjistit, nejen kdo je vinen, ale i který z těch tří je poctivec, který padouch a který je normální. A tak se rozhodl vyptávat se tak dlouho, dokud to nezjistí. Nejdřív se zeptal žalobce: „Nejste náhodou vinen vy?“ Žalobce mu odpověděl. Inspektor se na chvíli zamyslel, a pak se zeptal obviněného: „Je žalobce vinen?“ Obviněný mu odpověděl, a Fishtrawn už věděl všechno.

Kdo byl vinen, kdo byl normální, kdo byl poctivec a kdo padouch?

Rozluštění

71. *Nejprve prokážeme, že alespoň jeden z A a C je vinen. Pokud B je nevinen, pak je zřejmé, že vinen je A nebo C (případně oba), protože podle (1) nemůže být vinen nikdo jiný než A, B nebo C. Pokud B je vinen, pak musel mít společníka (neumí řídit), tedy musí být zase vinen A nebo C. Je tedy A nebo C vinen (nebo oba). Pokud je C nevinen,* *pak je A vinen. Na druhé straně pokud je C vinen, pak podle (2) je rovněž vinen A. Takže A je vinen v každém případě.*

72. *Tahle hádanka je ještě lehčí. Pokud je A nevinen, pak, protože C je nevinen, musí být podle (1) vinen B. Pokud je A vinen, pak podle (2) měl společníka, a tím podle (3) nemohl být C, takže B musí být vinen. Tedy v prvním i ve druhém případě je B vinen.*

73. *Předpokládejme, že B je nevinen. Pak musí být jedno z dvojčat vinno. To mělo při činu společníka, tím nemohl být B, a tak to muselo být druhé z dvojčat. Jenomže to není možné, poněvadž jedno z dvojčat bylo v době činu v Doveru. Takže B je vinen. A poněvadž B vždycky pracuje sám, dvojčata jsou nevinná.*

74. *B je vinen. To lze prokázat dvěma způsoby.*

1. úvaha: *Předpokládejme, že by B byl nevinen. Pak pokud by byl vinen A, tak C by musel být podle (1) rovněž vinen, jenže to by znamenalo, že A pracoval s C, a to je v rozporu s (3). Takže A je nevinen. Potom je jediný možný viník C, což je v rozporu s (2). Takže B vinen je.*

2. úvaha *vede k cíli kratší cestou:*

(a) Předpokládejme, že A je vinen. Pak podle (1) nemohou být B a C oba nevinni, takže A musel mít společníka. Tímto společníkem nemohl podle (3) být C, a tak jím musel být B. Pokud je tedy A vinen, je vinen i B.

(b) Předpokládejme, že C je vinen. Potom měl podle (2) společníka, tím nemohl podle (3) být A, a tak to byl B.

(c) Pokud není vinen A ani C, pak je B ovšem vinen.

75. *Inspektor Fishtrawn obvinil pana McGregora z předstírání loupeže, protože ve skutečnosti k žádné dojít nemohlo. Inspektor usuzoval takto:*

1. krok: *Předpokládejme, že A je vinen. Pak měl podle (2) při činu právě jednoho společníka. Potom tedy je jeden z B a C vinen a druhý nevinen. To je v rozporu s (3) a (5),*

odtud totiž vyplývá, že B a C jsou buď oba nevinni, nebo oba vinni. Takže A musí být nevinen.

2. krok: *Podle (3) a (5) jsou B a C buď oba vinni, nebo oba nevinni. Kdyby byli oba vinni, pak už nikdo další by vinen nebyl (A je nevinen). Pak by tedy byli právě dva viníci, což by podle (4) znamenalo, že A je vinen. To je rozpor, protože A je nevinen. Takže B a C jsou oba nevinni.*

3. krok: *Teď už víme, že A, B i C jsou nevinni. Ovšem podle (1) v den, kdy došlo k loupeži, v obchodě nebyl nikdo další, kdo by mohl loupež spáchat. Takže se žádná loupež nekonala a pan McGregor lhal.*

Tváří v tvář Fishtrawnově nezvratné logice se pan McGregor zhroutil a přiznal se, že skutečně lhal a že se tak pokoušel vymoci na pojišťovně náhradu.

76. *Pokud je B vinen, pak podle (2) byly do případu zapleteny právě dvě osoby; pokud je vinen C, pak podle (3) byly do případu zapleteny právě tři osoby. Ale obojí nemůže platit zároveň, proto aspoň jeden z B a C je nevinen. A je rovněž nevinen, jsou tu tedy nanejvýš dva viníci. Takže C nemohl mít dva společníky a podle (3) je C nevinen. Pokud je B vinen, pak měl právě jednoho společníka, a tím nemohl být nikdo jiný než D (A i C jsou oba nevinni). Pokud je B nevinen, pak A, B i C jsou nevinni, a tak je vinen D. Tedy bez ohledu na to, je-li B vinen nebo nevinen, D je vinen. Takže D jsme vinu dokázali.*

77. *Obhájce vlastně prohlásil, že obviněný zločin spáchal, a to sám.*)*

78. *To je obzvlášť jednoduché. Podle (1), pokud A je nevinen, pak C je vinen (pokud A je nevinen, pak výrok „buď je A nevinen, nebo B je vinen" je pravdivý). Podle (2), pokud A je nevinen, pak C je nevinen. Takže pokud A je nevinen,*

---

*) **Pozn. překl.** Pokud je obžalovaný nevinen, je žalobcův výrok pravdivý (viz úvod k 8. kapitole).

tak C je vinen i nevinen, což není možné. Takže A musí být vinen.

79. *Ti dva jsou B a C. Kdyby totiž B i C byli nevinni, potom podle (1) by A byl vinen a podle (2) by pak C musel být vinen, což není možné.*

80. *Nejdříve dokážeme, že pokud je A vinen, pak je vinen i C. Předpokládejme, že A je vinen. Potom podle (2) je vinen i B nebo C. Jestliže B je nevinen, pak musí být vinen C. Předpokládejme, že B je vinen. Potom jsou vinni A i B a podle (1) je C rovněž vinen. Dokázali jsme, že pokud je A vinen, je vinen i C. Podle (3), pokud je C vinen, je vinen i D. Když zkombinujeme oba tyto závěry dohromady, vidíme, že pokud je A vinen, je vinen i D. Podle (4), pokud je A nevinen, je D vinen. Takže bez ohledu na to, je-li A vinen nebo nevinen, D vinen je.*

D je tedy vina prokázána. Ostatním nelze vinu prokázat.

81. *Vinni jsou všichni čtyři. Podle (3), pokud je D nevinen, pak A je vinen. Podle (4), pokud je D vinen, pak A je vinen. Ať už tedy je D nevinen nebo vinen, A vinen je. Podle (1) je tedy B rovněž vinen. Podle (2) je pak buď C vinen, nebo A nevinen. Jenže my už víme, že A není nevinen, takže C musí být vinen. A konečně podle (3), pokud je D nevinen, pak C je také nevinen. Jenže my jsme doložili, že C není nevinen, takže D musí být vinen. Jsou tedy vinni všichni.*

82. *Ano, bylo to moudré, zprostilo ho to obžaloby. Předpokládejme, že obviněný je poctivec. Pak jeho prohlášení je pravdivé, takže viník je padouch a obviněný musí být nevinen. Naopak předpokládejme, že obviněný je padouch. Pak jeho prohlášení je nepravdivé, pachatelem je tedy poctivec, takže i takto je obviněný nevinen.*

83. *Předpokládejme, že žalobce by byl padouch. Potom by (1) ani (2) nebyla pravda. A protože by (1) nebyla pravda, byl by X nevinen. Protože (2) by rovněž nebyla pravda, byli*

by X a Y oba vinni, takže X by byl vinen. To je rozpor. Žalobce je tedy poctivec. Tedy X skutečně je vinen, a poněvadž nemohou být vinni oba, Y je nevinen. Takže X je vinen, Y je nevinen, a žalobce je poctivec.

84. *Kdyby žalobce byl padouch, pak by podle (1) X i Y byli nevinni, a podle (2) by byl X vinen. To je zase rozpor, žalobce je tedy poctivec, X je nevinen a Y vinen.*

85. *Opět předpokládejme, že žalobce je padouch. Potom (1) není pravda, X je tedy vinen a Y nevinen. Takže X je vinen. Jenže ani (2) není pravda, tedy X je nevinen — další rozpor. Takže žalobce je poctivec. Podle (2) je X vinen a podle (1), poněvadž X není nevinen, musí být Y vinen. Tentokrát jsou vinni X i Y.*

86. *A nemůže být poctivec, protože kdyby byl, pak by byl vinen a nemohl by lhát, že je nevinen. Nemůže být ani padouch, protože kdyby byl, jeho výrok by byl nepravdivý, tedy by byl vinen a byl by to poctivec. Takže A je normální, a je nevinen.*

Protože A je nevinen, výrok pronesený B je pravdivý. Takže B není padouch, je buď poctivec, nebo normální. Předpokládejme, že B by byl normální. Pak výrok C by byl nepravdivý a C by byl buď padouch, nebo normální. To by znamenalo, že A, B ani C nejsou poctivci, a tak nikdo z nich není vinen, v rozporu s danými skutečnostmi. B tedy nemůže být normální, je to poctivec a je vinen.

87. Před Fishtrawnovým příjezdem. *Označme A obviněného, B obhájce a C žalobce.*

Především A nemůže být padouch, protože kdyby byl padouch, jeho výrok by byl nepravdivý, takže by byl vinen, v rozporu s daným faktem, že padouch není vinen. A tedy je buď poctivec, nebo normální.

1. možnost: A je poctivec. *Pak jeho výrok je pravdivý a je nevinen. Potom výrok B je rovněž pravdivý, takže B je buď poctivec, nebo normální. Jenže A je poctivec, B je tedy* *normální. Tím nám vychází C jako padouch. Poněvadž je známo, že padouch není vinen, je vinen B.*

2. možnost: A je normální a je nevinen. *Potom výrok B je zase pravdivý, takže B je poctivec (normální je A). Protože A je nevinen a C (což je padouch) je rovněž nevinen, je vinen B.*

3. možnost: A je normální a je vinen. *Potom výrok C je pravdivý, a C je poctivec (normální je A). Zde nám vychází B jako padouch.*

Shrňme si všechny tři možnosti, které jsou v souladu s výroky pronesenými před příjezdem inspektora Fishtrawna:

		1. možnost	2. možnost	3. možnost
Obviněný	A	nevinen poctivec	nevinen normální	vinen normální
Obhájce	B	vinen normální	vinen poctivec	nevinen padouch
Žalobce	C	nevinen padouch	nevinen padouch	nevinen poctivec

Po Fishtrawnově příjezdu. *Inspektor se zeptal žalobce, není-li vinen on. To už však věděl, že žalobce je nevinen (protože ve všech uvedených možnostech je nevinen), žalobcova odpověď tedy mohla Fishtrawnovi nanejvýš posloužit, aby se dozvěděl, je-li žalobce poctivec nebo padouch. Kdyby podle pravdy odpověděl: „Nejsem," čímž by se projevil jako poctivec, Fishtrawn by věděl, že skutečnosti odpovídá jedině 3. možnost, a už by nemusel žádné další otázky klást. Jenže když mu žalobce odpověděl, Fishtrawn další otázky kladl. Žalobce tedy musel být padouch a odpovědět: „Jsem." Fishtrawn (stejně jako čtenář) tak zjistil, že 3. možnost je vyloučena, takže zbývají první dvě. To znamená, že ve skutečnosti je vinen obhájce, pořád ale není jasné, je-li obviněný poctivec a obhájce normální nebo obráceně. Fishtrawn se poté zeptal obviněného, je-li žalobce vinen, a když se mu dostalo odpovědi, věděl už*

naprosto všechno. Poctivec by mu musel odpovědět „Není", kdežto normální člověk by mohl odpovědět buď „Je", nebo „Není". Kdyby byl odpověděl „Není", Fishtrawn by nemohl usoudit, je-li obviněný poctivec nebo normální. Ale Fishtrawn to zjistil, a muselo se mu tedy dostat odpovědi „Je". Takže obviněný je normální a obhájce poctivec (i když vinen).

7. Jak se vyhnout vlkodlakům a jiné praktické rady

Tahle kapitola se týká spíše praktických než zábavných stránek logiky. V životě se často naskytnou situace, kdy se hodí různé praktické dovednosti. Dám vám tu podrobné návody, podle nichž se postupně naučíte:

(A) jak se v lese vyhnout vlkodlakům,
(B) jak si vybrat nevěstu,
(C) jak se hájit před soudem,
(D) jak dostat královskou dceru za ženu.

Samozřejmě vám nemohou nijak zaručit, že se někdy opravdu v takové situaci octnete, ale jak Bílý Jezdec moudře děl Alence, je třeba být připraven na všechno.

A. Jak si počínat ve vlkodlačím lese

Předpokládejme, že jste zavítali do lesa, jehož každý obyvatel je buď poctivec, nebo padouch. (Připomeňme si, že poctivci vždycky mluví pravdu a padouši vždycky lžou.) Navíc někteří z obyvatel jsou vlkodlaci a mají takový protivný zvyk, že se občas v noci proměňují ve vlky a dáví lidi. Vlkodlaci se také dělí na poctivce a padouchy.

88. Zpovídáte tři zdejší obyvatele, A, B a C, a je známo, že právě jeden z nich je vlkodlak. Prohlásí:

A: C je vlkodlak.
B: Já nejsem vlkodlak.
C: Aspoň dva z nás jsou padouši.

Hádanka má dvě části:

(a) Je vlkodlak poctivec, nebo padouch?
(b) Kdybyste si měli jednoho z nich vzít za průvodce, a kdyby vám víc záleželo na tom, aby to nebyl vlkodlak, než aby to nebyl padouch, kterého byste si vybrali?

89. Stejná situace: každý z A, B a C je buď poctivec, nebo padouch, a právě jeden z nich je vlkodlak. Prohlásí:

A: Jsem vlkodlak.
B: Jsem vlkodlak.
C: Nanejvýš jeden z nás je poctivec.

Charakterizujte A, B a C.

90. V dalších třech hádankách se vyskytují opět tři obyvatelé lesa, A, B a C, a z nich každý je buď poctivec, nebo padouch. Výroky pronesou pouze dva, A a B.

V první hádance prohlásí:

A: Aspoň jeden z nás tří je poctivec.
B: Aspoň jeden z nás tří je padouch.

Přitom alespoň jeden z těch tří je vlkodlak a nikdo z nich není zároveň poctivec i vlkodlak. Kdo je vlkodlak?

91. V druhé hádance pronesou výroky:

A: Aspoň jeden z nás tří je padouch.
B: C je poctivec.

Přitom je mezi nimi právě jeden vlkodlak, a je to poctivec. Kdo je vlkodlak?

92. Ve třetí hádance máme výroky:

A: Aspoň jeden z nás tří je padouch.
B: C je vlkodlak.

Zase tu je právě jeden vlkodlak, a ten je poctivec. Kdo je to?

93. Zde máme právě jednoho vlkodlaka, a ten je poctivec, ostatní dva jsou padouši. Jeden z nich, B, pronese výrok: „C je vlkodlak." Kdo je vlkodlak?

94. A nakonec jednu elegantní a přitom jednoduchou. Vyskytují se v ní jen dva obyvatelé, A a B. Právě jeden z nich je vlkodlak. Pronesou výroky:

A: Vlkodlak je poctivec.
B: Vlkodlak je padouch.

Kterého z nich byste si vybrali za průvodce?

B. Jak si vybrat nevěstu?

95. Představte si, vážený čtenáři, že žijete na ostrově poctivců a padouchů. Zamilujete se do děvčete a chcete si je vzít. Jenže milá dívka má podivný vkus; z jakýchsi záhadných důvodů si nechce vzít za muže poctivce a hodlá se vdát jedině za padoucha. Ovšem chce se vdát za bohatého padoucha, ne za nějakého chuďasa. (Pro jednoduchost předpokládejme, že každého tam lze zařadit mezi boháče nebo mezi chuďasy.) A teď si představte, že skutečně jste bohatý padouch. Smíte k dotyčné dívce pronést jediný výrok. Dokážete ji přesvědčit, že jste bohatý padouch?

96. A teď si naopak představte, že dívka, kterou milujete, si chce vzít za muže jen bohatého poctivce. Jak byste ji jediným výrokem přesvědčil, že jste bohatý poctivec?

97. Tentokrát jste přijel na ostrov poctivců a padouchů na návštěvu. Každá žena je tu poctivec nebo padouch. Zamilujete se do jedné ze zdejších dívek, jmenuje se Alžběta, a chcete si ji vzít. Rád byste ovšem věděl, co je Alžběta vlastně zač, nehodláte se oženit s padouchem. Kdybyste se jí směl vyptat, nebyla by to žádná potíž, jenže na ostrově jedno dávné tabu zapovídá muži promlouvat se ženou dříve, než s ní uzavře sňatek. Alžběta má však bratra Artura, a ten je rovněž buď poctivec, nebo padouch (nemusí být totéž co sestra). Smíte bratrovi položit jedinou otázku, aby na ni bylo možné odpovědět „Ano“ nebo „Ne“. Vaším úkolem je vymyslet si takovou otázku, abyste z odpovědi na ni mohl s jistotou určit, je-li Alžběta poctivec nebo padouch. Jakou otázku byste položil?

98. Tentokrát jste přicestoval na ostrov Bahavu, kde žijí poctivci, co vždycky mluví pravdu, padouši, co vždycky lžou, a normální lidé, co někdy lžou a jindy zas říkají pravdu. Připomínáme, že Bahava je ostrov ženské rovnoprávnosti, i ženy jsou tu poctivci, padouši nebo normální. Jelikož nepatříte mezi obyvatele ostrova, nevztahuje se na

vás nařízení, že poctivec smí uzavřít sňatek jen s padouchem a padouch jen s poctivcem, takže si můžete vzít dívku, jaká se vám bude líbit.

Máte si vybrat nevěstu ze tří sester, A, B a C. Je známo, že jedna z nich je poctivec, jedna padouch a jedna je normální. Dále je však známo, že ta normální je vlkodlak (jaká hrůza!) a že ostatní dvě nejsou. Předpokládejme, že by vám nevadilo uzavřít sňatek s padouchem (ani s poctivcem), ale vlkodlaka si vzít nechcete. Smíte položit jedinou otázku, kterou si sám zvolíte, jedné ze sester, kterou si sám zvolíte, a odpověď na otázku zase musí být buď „Ano“, nebo „Ne“. Jakou otázku položíte?

C. Ano, jste nevinen, jenže můžete to dokázat?

Dostáváme se ke skupince zvláště půvabných hádanek. Všechny se odehrávají na ostrově poctivců, padouchů a normálních lidí. Vy tentokrát patříte mezi obyvatele ostrova.

Na ostrově byl spáchán zločin, a z nějakých důvodů vzniklo podezření, že pachatelem jste vy. Postaví vás před soud. Smíte učinit ve svůj prospěch pouze jediné prohlášení. Je ve vašem zájmu, abyste přesvědčil soud, že jste nevinen!

99. Dejme tomu, že jste padouch (soud to neví) a že zločinem vinen nejste. Je známo, že zločinec je padouch. Smíte pronést jediný výrok. Co řeknete, abyste přesvědčil soud, že na zločinu nenesete vinu?

100. Představte si, že jste ve stejné situaci, až na to, že jste vinen. Jaké prohlášení učiníte, abyste přesvědčil soud, že jste nevinen?

101. Dejme tomu, že jste poctivec (soud to neví) a zločinem vinen nejste. Je známo, že pachatel je poctivec. (Na tom není nic divného — kdo páše zločiny, nemusí ještě lhát.) Jaký výrok byste pronesl?

102. Teď přijde trochu těžší hádanka. Jste nevinen a o pachateli je známo, že není normální. Proneste výrok, který nezávisí na tom, jste-li poctivec, padouch, nebo normální, a přitom přesvědčí soud, že jste nevinen.

103. A teď zas jednu lehčí. Nejste pachatel, jste normální a je známo, že pachatel není normální. Proneste výrok, který přesvědčí soud o vaší nevině.

104. Je známo, že pachatel není normální. Jste nevinen a nejste padouch. Dokázal byste jediným výrokem přesvědčit soud o obou těchto skutečnostech?

105. Dvojník právě uvedené hádanky: Pachatel není normální, vy jste nevinen a nejste poctivec. Z nějakého záhadného důvodu vám nevadí pověst padoucha ani normálního, ale opovrhujete poctivci. Dokázal byste jediným výrokem přesvědčit soud, že jste nevinen a nejste poctivec?

D. Jak dostat královskou dceru za ženu

Konečně se dostáváme k zlatému hřebu, jistě se už nemůžete dočkat!

106. Jste obyvatelem ostrova poctivců, padouchů a normálních. Milujete královskou dceru Margozitu a chtěl byste ji za ženu. Král si nepřeje, aby se jeho dcera vdala za normálního člověka. Říká jí: „Zlato moje, neměla by sis brát normálního člověka. Tihleti normální jsou náladoví, nedůslední a naprosto nespolehliví. S normálním nikdy nevíš, na čem jsi. Jeden den ti řekne pravdu, a druhý den ti zalže. Kam by to vedlo? Takový poctivec je naprosto spolehlivý, s ním vždycky víš, na čem jsi. No a padouch, to je

taky dobrá partie, ten ať řekne co chce, stačí si jen domyslet opak, a hned víš, jak to vlastně je. Já myslím, že mužský má mít svoje zásady. Když se jednou dá na pravdu, tak ať vždycky mluví pravdu. Když se rozhodne lhát, tak ať lže důsledně. Jenže tihleti kolísaví, nestálí normálové, ti táhnou jednou hot, pak zas čehý — ne, zlato moje, to není nic pro tebe!“

Dejme tomu, že vy normální nejste, takže jakéstakés vyhlídky máte. Ovšem musíte krále přesvědčit, že nejste normální, jinak by vám svou dceru nedal. Král vám udělil audienci a smíte k němu pronést výroků, kolik je vám libo. Hádanka má dvě části:

(a) Jaký nejmenší počet pravdivých výroků vám stačí pronést, abyste krále přesvědčil, že nejste normální?
(b) Jaký nejmenší počet nepravdivých výroků vám stačí pronést, abyste přesvědčil krále, že nejste normální?

107. Na jiném ostrově poctivců, padouchů a normálních zastává král názory opačné. Říká dceři: „Děvenko moje, nepřeji si, aby sis vzala poctivce ani padoucha, chci, aby sis vzala obyčejného normálního člověka. Nedovolím, aby sis vzala poctivce, protože poctivci jsou nesnesitelní svatoušci. Nechci ani, aby sis vzala padoucha, protože padouši jsou proradní lháři. Tihleti to ani v diplomacii nikam nedotáhnou. Ne, děvenko, počestný normální oportunista, který říká, co je právě zapotřebí, to je mužský pro tebe!“

A teď si představte, že jste na tom ostrově a jste normální. Vaším úkolem je přesvědčit krále, že jste normální.

(a) Jaký nejmenší počet pravdivých výroků vám stačí pronést, abyste krále přesvědčil, že jste normální?
(b) Jaký nejmenší počet nepravdivých výroků vám stačí pronést, abyste krále přesvědčil, že jste normální?

108. Obtížnější verze minulé hádanky. Její rozluštění dává jiné (i když zbytečně složité) řešení minulé hádanky, ale rozluštění minulé hádanky nestačí k vyluštění této hádanky.

Zase jste obyvatelem ostrova poctivců, padouchů a normálních lidí a jste normální. Opět si zdejší král přeje, aby si jeho dcera vzala výlučně normálního člověka, ovšem navíc žádá důkaz uchazečovy výjimečné duchaplnosti a chytrosti. Takže abyste získal jeho dceru, musíte před ním pronést výrok, který současně vyhoví dvěma požadavkům:

(1) Musí přesvědčit krále, že jste normální.
(2) Musí být takový, aby král nemohl zjistit, je-li pravdivý nebo nepravdivý.

Rozluštění

88. *C je buď poctivec, nebo padouch. Předpokládejme, že je poctivec. Pak tu máme alespoň dva padouchy, a to A a B. B je potom vlkodlak (říká, že vlkodlak není, je to ale padouch). Takže pokud je C poctivec, potom vlkodlak je padouch (a je to B). Předpokládejme naopak, že C je padouch. Potom není pravda, že alespoň dva z nich jsou padouši, je tu tedy nanejvýš jeden padouch. Tímto padouchem je C, zatímco A a B jsou oba poctivci. Protože A je poctivec a tvrdí, že C je vlkodlak, C je doopravdy vlkodlak. Takže i tady je vlkodlak padouch (a je to C).*

A tak bez ohledu na to, je-li C poctivec nebo padouch, vlkodlak je padouch (i když to není v obou případech týž člověk). Odpověď na první otázku tedy zní, že vlkodlak je padouch. Dále jsme dokázali, že vlkodlak je buď B, nebo C. Chcete-li si tedy vybrat za průvodce někoho, kdo s určitostí není vlkodlak, vyberte si A.

89. *Nejprve prokážeme, že C je poctivec. Předpokládejme, že je padouch. Pak jeho výrok je nepravdivý, tudíž tu jsou aspoň dva poctivci. Potom A a B jsou poctivci (C podle našeho předpokladu je padouch), což znamená, že jejich výroky jsou pravdivé a že jsou oba vlkodlaci, ale to je v rozporu s danými podmínkami. Takže C je poctivec. Pak tu jsou dva padouši, a to A a B. Jejich výroky jsou nepravdivé, a tak A ani B není vlkodlak, musí to tedy být C. Takže*

C je poctivec a vlkodlak, kdežto A a B jsou padouši a nejsou vlkodlaci.

90. *Kdyby B byl padouch, pak by opravdu byl mezi nimi alespoň jeden padouch a jeho výrok by byl pravdivý, jenomže padouši nevyslovují pravdivé výroky. Takže B je poctivec. Potom výrok A je pravdivý, je tedy A rovněž poctivec. A a B jsou tedy oba poctivci. B je poctivec, jeho výrok je pravdivý, takže tu je aslepoň jeden padouch. Tímto padouchem je C. Takže C je padouch a je to jediný vlkodlak mezi nimi.*

91. *A musí být poctivec ze stejného důvodu, jako byl B poctivec v minulé hádance. Kdyby totiž A byl padouch, pak by byla pravda, že alespoň jeden z těch tří je padouch, ale to bychom měli padoucha pronášejícího pravdivý výrok. A je poctivec, jeho výrok je pravdivý, opravdu tu tedy je alespoň jeden padouch. Kdyby B byl poctivec, pak C by rovněž byl poctivec (podle výroku B) a měli bychom tři poctivce. Jenže A mluví pravdu a říká, že tu je alespoň jeden padouch, takže B musí být padouch. B říká, že C je poctivec, a tak C je ve skutečnosti padouch. Takže A je jediný poctivec, a tedy je vlkodlak.*

92. *Zde opět podle toho, co říká, musí A být poctivec a musí být mezi nimi alespoň jeden padouch. Kdyby B byl poctivec, pak C by byl vlkodlak, tedy rovněž poctivec, a to bychom měli poctivce tři. Takže B je padouch a C není vlkodlak. Ani B nemůže být vlkodlak (je dáno, že vlkodlak je poctivec). Opět je tedy vlkodlak A.*

93. *Kdyby B byl poctivec, pak C by byl vlkodlak, a tedy rovněž poctivec, a to bychom měli dva poctivce. B je tedy padouch a C není vlkodlak. Ani B, protože je padouch, není vlkodlak. Je tedy opět vlkodlak A.*

94. *Měl byste si vybrat B. Předpokládejme, že B je poctivec. Pak je jeho výrok pravdivý, tedy vlkodlak je padouch,* *a tak to nemůže být B. Předpokládejme, že B je padouch. Pak jeho výrok je nepravdivý, což znamená, že vlkodlak je poctivec, a zase to nemůže být B.*

***95.** Stačí, abyste řekl: „Jsem chudý padouch.“ V tu chvíli bude vědět, že nemůžete být poctivec (poctivec, protože nikdy nelže, by neřekl, že je chudý padouch), takže jste padouch. Váš výrok je nepravdivý, nejste tedy chudý padouch. Ovšem padouch jste, tedy musíte být bohatý padouch.*

***96.** Řeknete: „Nejsem chudý poctivec.“ Dívka bude uvažovat takhle: Kdybyste byl padouch, opravdu byste nebyl chudý poctivec, a tak váš výrok by byl pravdivý. Byl byste tedy padouch, který vyslovil pravdivý výrok. Takže jste poctivec. A protože jste poctivec, musíte být bohatý poctivec.*

***97.** Tuhle hádanku lze rozluštit více způsoby. Nejjednodušší, na který jsem připadl, je ten, že se ho zeptáte: „Máte vy a Alžběta stejnou povahu?“ Zajímavé na tom je, že řekne-li „Ano“, pak Alžběta je nutně poctivec, bez ohledu na to, je-li její bratr poctivec nebo padouch, a řekne-li bratr „Ne“, pak Alžběta je nutně padouch, bez ohledu na to, co je její bratr. Dokažme si to.*

Předpokládejme, že řekne „Ano.“ Bratr je buď poctivec, nebo padouch. Pokud je poctivec, pak jeho výrok, že Alžběta má stejnou povahu, je pravdivý, takže Alžběta je rovněž poctivec. Pokud je bratr padouch, pak jeho výrok je nepravdivý, tedy nemají s Alžbětou stejnou povahu, což znamená, že Alžběta je opět poctivec. Pokud tedy Artur odpoví „Ano,“ Alžběta je poctivec.

Předpokládejme, že Artur odpoví „Ne.“ Pokud je poctivec, pak říká pravdu, tedy nemají stejnou povahu a Alžběta je padouch. Pokud je bratr padouch, pak jeho výrok je nepravdivý, takže ve skutečnosti mají stejnou povahu a Alžběta je padouch. Pokud tedy Artur odpoví „Ne,“ je Alžběta padouch.

***98.** Opět tu je více způsobů řešení. Nejjednodušší a nejelegantnější, o kterém vím, je vybrat si jednu — řekněme A — a zeptat se jí: „Je B z nižší kasty než C?“*)*

Předpokládejme, že A odpoví „Ano“. Pak byste si měl vyvolit za nevěstu B z těchto důvodů: Předpokládejme, že A je poctivec. Potom B je skutečně z nižší kasty než C, takže B je padouch a C je normální. Pak tedy B není vlkodlak (tím je C). Předpokládejme, že A je padouch. Potom B je ve skutečnosti z vyšší kasty než C, což znamená, že B je poctivec a C je normální, B tedy opět není vlkodlak. Jestliže A je normální, pak B není vlkodlak, tím je A. Proto bez ohledu na to, je-li A poctivec, padouch nebo normální, pokud A odpoví na vaši otázku „Ano“, tak byste si měl vyvolit za ženu B.

Kdyby snad A odpověděla „Ne“, pak je to totéž, jako kdyby prohlásila, že C je z nižší kasty než B, namísto toho, že B je z nižší kasty než C. Tentokrát si vyvolte za ženu C.

***99.** Obžaloby vás spolehlivě zprostí výrok: „Jsem vinen.“ Jako padouch to můžete říci, protože tento výrok je nepravdivý. Přitom vás zprostí obžaloby, protože soud bude uvažovat takhle: Kdybyste byl vinen, pak byste byl padouch (o pachateli je známo, že je padouch), jenomže to byste vyslovil pravdivý výrok. Tedy předpoklad, že jste vinen, vede k rozporu, takže jste nevinen.*

*Tato úvaha je příkladem tzv. **nepřímého důkazu** neboli **důkazu sporem** (latinsky výstižně zvaného reductio ad absurdum). Je to důkaz nepravdivosti výroku tak, že se z něho jako jeho důsledek odvodí rozpor (též se říká spor). Soud mohl uvažovat také přímo: Buď jste padouch, nebo nejste (porota neví, jste-li padouch nebo ne). Pokud jste padouch, pak váš výrok je nepravdivý, tedy jste nevinen. Pokud padouch nejste, potom jste nevinen, protože viníkem je padouch.*

---

*) Připomeňme si, že poctivci tvoří nejvyšší kastu, normální lidé střední kastu a padouši kastu nejnižší.

100. *Žádné takové prohlášení tu učinit nelze. Kdybyste nějaké prohlášení učinil a soud by z něho odvodil, že jste nevinen, pak pokud uvažoval logicky správně, musel byste být skutečně nevinen. Jenomže to je v rozporu s předpokladem, že jste vinen.*

101. *Tohle je analogie hádanky 99, a je ještě jednodušší. Stačí, abyste řekl: „Jsem nevinen." Soud bude uvažovat tak, že pokud jste poctivec (což neví), pak váš výrok je pravdivý a jste nevinen, a pokud nejste poctivec, pak stejně jste nevinen, poněvadž je známo, že viník je poctivec.*

102. *Jedním řešením je říci: „Buď jsem poctivec a nevinen, nebo jsem padouch a vinen." Můžete to vyjádřit ještě trochu jednodušeji: „Jsem buď nevinný poctivec, nebo vinný padouch." Soud pak bude uvažovat takto:*

1. krok: *Předpokládejme, že je poctivec. Pak jeho výrok je pravdivý, tedy je buď nevinný poctivec, nebo vinný padouch. Nemůže být vinný padouch, protože není padouch, takže je nevinný poctivec. Tak je nevinen.*

2. krok: *Předpokládejme, že je padouch. Pak jeho výrok je nepravdivý, tedy není ani nevinný poctivec, ani vinný padouch. Takže není vinný padouch a je padouch. Tak to musí být nevinný padouch, tedy je nevinen.*

3. krok: *Jestliže je normální, pak je zřejmě nevinen, protože viník není normální.*

103. *Tahle je opravdu jednoduchá. Postačí, když řeknete: „Jsem padouch." To by nemohl říci poctivec ani padouch, takže jste normální, tedy i nevinen.*

104. *Stačí říci: „Nejsem vinný poctivec." Soud by uvažoval takto:*

1. krok: *Předpokládejme, že je padouch. Pak není poctivec, tedy ani vinný poctivec, a tak jeho výrok je pravdivý. To není možné, padouši nepronášejí pravdivé výroky. Takže nemůže být padouch.*

2. krok: *Teď už víme, že je buď poctivec, nebo normální.*

Jestliže je normální, pak je nevinen. Předpokládejme, že je poctivec. Pak jeho výrok je pravdivý, takže není vinný poctivec. Ale je poctivec. Tak je to nevinný poctivec.

Mohli byste pronést i jiný výrok: „Buď nejsem poctivec, nebo jsem nevinen," nebo: „Jestliže jsem poctivec, pak jsem nevinen."

105. *Mohl byste říci: „Jsem vinný padouch." Soud by uvažoval takhle: Zřejmě není poctivec.* ***Je tedy buď normální, nebo padouch.*** *Pokud je normální, je nevinen. Předpokládejme, že je padouch. Potom je jeho výrok nepravdivý, není tedy vinný padouch. Tak je to nevinný padouch.*

106. *To nesvedete sebevětším počtem výroků. Ať pronesete co chcete, normální člověk by mohl pronést totéž, protože normální člověk může říkat cokoliv. Takže není nijak možno získat ruku královy dcery. Bohužel. Ať máte na jiném ostrově víc štěstí!*

107. *U (a) i (b) vám stačí jediný výrok. Pravdivý výrok, který dokáže krále přesvědčit, je: „Nejsem poctivec." (To by nemohl říci poctivec ani padouch.) Nepravdivý výrok, který ho přesvědčí, zní: „Jsem padouch."*

Podotýkám (v souvislosti s příští hádankou), že když pronesete první výrok, král zjistí, že jste normální, i že jste pronesl pravdivý výrok.

108. *Vezměme jakékoliv tvrzení, o jehož pravdivosti nebo nepravdivosti král nic neví — třeba, že máte v kapse jedenáct dolarů. Pak byste mohl pronést výrok: „Buď jsem normální a mám v kapse jedenáct dolarů, nebo jsem padouch." Padouch by takový výrok nikdy pronést nemohl (je pravda, že padouch je buď normální, co má v kapse jedenáct dolarů, nebo je padouch). Ani poctivec by nemohl takový výrok pronést (poctivec není ani normální, co má v kapse jedenáct dolarů, ani padouch). Takže král zjistí, že jste normální, ale nezjistí, je-li váš výrok pravdivý nebo nepravdivý, protože nebude vědět, kolik máte v kapse.*

8. Logické hádanky

Úvod

Hodně hádanek v této kapitole souvisí s tzv. **podmíněnými výroky.** Jsou to výroky typu „Pokud (jestliže, když) platí P, pak (potom, tak) platí Q", kde P a Q jsou dané výroky. Než se dáme do hádanek toho druhu, předejděme raději případným nedorozuměním. Některé vlastnosti podmíněných výroků jsou každému zřejmé, jsou tu však i takové, na něž se názory mohou rozcházet.

Vezměme si konkrétní příklad. Podívejme se na výrok

(1) Pokud je John vinen, pak je vinna jeho žena.

Každý jistě souhlasí s tím, že pokud John vinen je a pokud výrok (1) je pravdivý, pak jeho žena je také vinna.

Nikdo rovněž nebude nic namítat proti tomu, že pokud John je vinen a jeho žena je nevinna, pak výrok (1) je nepravdivý.

Dejme tomu, že je známo, že Johnova žena je vinna, ale už není známo, je-li John vinen nebo nevinen. Považujete pak výrok (1) za pravdivý nebo za nepravdivý? Jistě se shodneme v tom, že ať už je John vinen nebo ne, jeho žena je vinna v každém případě. Jinými slovy: Pokud je John vinen, pak jeho žena je vinna, a pokud je John nevinen, pak jeho žena je opět vinna.

Příkladů takového užití podmíněného výroku najdeme hojně v literatuře. Tak třeba v povídce Rudyarda Kiplinga Riki-Tiki-Tavi říká kobra vyděšené rodině: „Když se pohnete, zaútočím, a když se nepohnete, zaútočím." Což neznamená nic víc a nic míň než „Zaútočím". Je znám i příběh učitele zenového buddhismu Tokusana, který na všechny otázky i na jiné podněty obvykle reagoval ťukáním své hole. Proslul větou: „Třicetkrát klepnu, když se mi to zamlouvá, stejně tak třicetkrát klepnu, když se mi to nelíbí."

Shodli jsme se, že pokud je výrok Q pravdivý, pak jsou pravdivé i výroky „Pokud P, pak Q" a „Pokud neplatí P, pak Q".

A teď se konečně dostáváme k otázce, na kterou už možná nebude jednotný názor. Předpokládejme, že P i Q jsou nepravdivé. Je potom výrok „Pokud P, pak Q" pravdivý, nebo nepravdivý? Anebo to závisí na výrocích P a Q? Vraťme se k našemu příkladu. Pokud John a jeho žena jsou oba nevinní, máme pak výrok (1) považovat za pravdivý, nebo ne? Hned si tuto důležitou otázku rozebereme.

Úzce s ní souvisí jiná otázka. Shodli jsme se, že pokud John je vinen a jeho žena nevinná, pak výrok (1) je nepravdivý. Platí to obráceně? To jest pokud výrok (1) je nepravdivý, vyplývá z toho, že John je vinen a jeho žena nevinná? Jinak řečeno, je případ, že John je vinen a jeho žena nevinná, jediná možnost, kdy (1) je nepravdivý? Ve shodě s tím, jak většina logiků, matematiků a vědců vůbec užívá spojení pokud — pak, odpověď je kladná, a k téhle všeobecné dohodě se připojíme i my. Jinými slovy, když jsou dány dva výroky P a Q, pak výrok „Pokud P, pak Q" tvrdí přesně totéž jako výrok „Není pravda, že P platí a Q neplatí". V našem příkladě pokud John i jeho žena jsou nevinní, pak výrok (1) bude pravdivý. Totiž jediná možnost, kdy výrok (1) je nepravdivý, je, že John je vinen a jeho žena je nevinná; tato situace však nenastává, když John i jeho žena jsou nevinní. Vyjádříme to ještě jinak. Pokud John a jeho žena jsou oba nevinní, pak tu nejde o případ, kdy John je vinen a jeho žena je nevinná, takže výrok (1) nemůže být nepravdivý.

Další příklad:

(2) Jestliže Konfucius byl Řek, tak jsem papež.

Výrokem (2) chci vyjádřit, že jsem přesvědčen, že Konfucius nebyl Řek. Nás však zajímá jiná otázka, totiž jak je to s pravdivostí výroku (2). Já ve skutečnosti nejsem papež a Konfucius, jak známo, nebyl Řek, ale Číňan, takže výrok (2) je pravdivý.

Můžeme na to hledět také tak, že výrok (2) by byl nepravdivý jen tehdy, kdyby Konfucius byl Řek a já bych nebyl papež. No a protože Konfucius Řek nebyl, tak není pravda, že Konfucius byl Řek a já nejsem papež. Takže (2) není nepravdivý, tedy musí být pravdivý.

Vezměme si dva libovolné výroky P a Q a utvořme z nich výrok

(3) Pokud P, pak Q.

Tento výrok se označuje symbolem $P \to Q$, a čte se také „z P vyplývá Q“, nebo (zejména v odborných kruzích) „P implikuje Q“. Toto spojení výroků se nazývá **implikace**. Výrok (3) znamená, jak víme, že tomu není tak, že P je pravdivý a Q je nepravdivý. Výrok $P \to Q$ má tedy tyto vlastnosti:

Vlastnost 1: Jestliže P je nepravdivý, pak $P \to Q$ je pravdivý.

Vlastnost 2: Jestliže Q je pravdivý, pak $P \to Q$ je pravdivý.

Vlastnost 3: Jediná možnost, kdy $P \to Q$ je nepravdivý, je, že P je pravdivý a Q je nepravdivý.

Vlastnost 1 se často vyjadřuje jinak: „Z nepravdivého tvrzení vyplývá jakékoliv tvrzení.“ Tento výrok už šokoval mnoho filozofů (viz historka 244 v kapitole 14). Vlastnost 2 se často vyjadřuje také: „Pravdivé tvrzení vyplývá z jakéhokoliv tvrzení.“

Tabulka pravdivosti implikace.

Máme-li dány dva výroky P a Q, jsou čtyři možnosti:

(1) P i Q jsou oba pravdivé,

(2) P je pravdivý a Q je nepravdivý,

(3) P je nepravdivý a Q je pravdivý,

(4) P i Q jsou oba nepravdivé.

Vždy nastane právě jedna z těchto možností. Podívejme se blíže na výrok „Pokud P, pak Q“ (vyjádřený symbolem $P \to Q$). Dá se určit, v kterých ze čtyř výše uvedených možností platí a v kterých neplatí?

Rozebereme si všechny čtyři možnosti:

1. možnost: P i Q jsou oba pravdivé. V tomto případě je Q pravdivý, takže $P \to Q$ je pravdivý, podle vlastnosti 2.

2. možnost: P je pravdivý a Q je nepravdivý. V tomto případě je $P \to Q$ nepravdivý podle vlastnosti 3.

3. možnost: P je nepravdivý a Q je pravdivý. Pak $P \to Q$ je pravdivý podle vlastnosti 1 (a také podle vlastnosti 2).

4. možnost: P je nepravdivý a Q je nepravdivý. Pak $P \to Q$ je pravdivý podle vlastnosti 1.

Všechny čtyři případy shrnuje tzv. **tabulka pravdivosti**

P	Q	$P \to Q$
p	p	p
p	n	n
n	p	p
n	n	p

První řádek, p, p, p (pravdivý, pravdivý, pravdivý), znamená, že pokud P je pravdivý a Q je pravdivý, pak $P \to Q$ je pravdivý. Druhý řádek, p, n, n, znamená, že pokud P je pravdivý a Q je nepravdivý, pak $P \to Q$ je nepravdivý. Třetí řádek říká, že pokud P je nepravdivý a Q je pravdivý, pak $P \to Q$ je pravdivý. Čtvrtý řádek říká, že pokud P je nepravdivý a Q je nepravdivý, pak $P \to Q$ je pravdivý. Všimněte si, že $P \to Q$ je pravdivý ve třech ze čtyř uvedených případů, jen v druhém je nepravdivý.*)

*) **Pozn. překl.** Už dříve jsme se setkali s jinými typy spojení dvou výroků — s konjunkcí (rozluštění hádanky 50) a s disjunkcí (rozluštění hádanky 29). Jejich pravdivostní tabulky jsou

P	Q	P a Q
p	p	p
p	n	n
n	p	n
n	n	n

P	Q	P nebo Q
p	p	p
p	n	p
n	p	p
n	n	n

Závěrem si uvedeme ještě jednu důležitou vlastnost implikace. Abychom dokázali, že platí výrok „pokud P, pak Q", stačí předpokládat platnost P a ukázat, že pak platí i Q. Jinými slovy, odvodíme-li z pravdivosti P pravdivost Q, je výrok $P \rightarrow Q$ pravdivý. Na tuto skutečnost se budeme odvolávat jako na **vlastnost 4.**

A. Aplikace implikace na poctivce a padouchy

109. Máme dva lidi, A a B, a každý je buď poctivec, nebo padouch. A pronese výrok: „Pokud jsem poctivec, pak B je taky poctivec." Dá se určit, co je A a co je B?

110. Zeptáte se A: „Jste poctivec?" A odpoví: „Když jsem poctivec, tak sním svůj klobouk!" Dokažte, že A musí sníst svůj klobouk.

111. A řekne: „Jestliže jsem poctivec, dvě a dvě jsou čtyři." Je to poctivec, nebo padouch?

112. A řekne: „Jestliže jsem poctivec, dvě a dvě je pět." Co z toho usoudíte?

113. Máme dva, A a B, každý je buď poctivec, nebo padouch. A řekne: „Pokud je B poctivec, tak já jsem padouch." Co je A a co B?

114. X a Y byli pohnáni před soud pro účast na loupeži. U soudu svědčí A a B, a každý je buď poctivec, nebo padouch. Svědkové prohlásí:

A: Jestliže je X vinen, pak je vinen i Y.

B: Buď je X nevinen, nebo je Y vinen.

Mají A i B nutně stejnou povahu? (Připomeňme si, že o dvou lidech z ostrova poctivců a padouchů říkáme, že mají stejnou povahu, když jsou buď oba poctivci, nebo oba padouši.)

115. Máme tři obyvatele, A, B a C z ostrova poctivců a padouchů. A a B pronesou výroky:

A: B je poctivec.

B: Pokud je A poctivec, pak je poctivec i C.

Dá se určit, co jsou A, B a C zač?

B. Logika a láska

116. Dejme tomu, že jsou pravdivé výroky:

(1) Miluji Bětku, nebo miluji Janu.

(2) Pokud miluji Bětku, pak miluji Janu.

Vyplývá z nich, že miluji Bětku? Vyplývá z nich, že miluji Janu?

117. Dejme tomu, že se mě kdosi zeptá: „Je to vážně pravda, že pokud miluješ Bětku, pak taky miluješ Janu?" Odpovím mu podle pravdy: „Jestliže je to pravda, tak miluji Bětku."

Vyplývá z toho, že miluji Bětku? Vyplývá z toho, že miluji Janu?

118. Tentokrát máme dvě dívky, Evu a Markétu. Někdo se mě zeptá: „Je to vážně pravda, že pokud miluješ Evu, miluješ i Markétu?" Odpovím mu podle pravdy: „Jestliže je to pravda, miluji Evu, a jestliže miluji Evu, je to pravda."

Kterou z dívek miluji?

119. Tentokrát máme tři dívky, Ivu, Marii a Danu.

Situace je složitá:

(1) Miluji aspoň jednu z těch tří dívek.

(2) Pokud miluji Ivu, ale ne Danu, pak miluji Marii.

(3) Buď miluji Danu i Marii, nebo nemiluji ani jednu z nich.

(4) Pokud miluji Danu, pak taky miluji Ivu.

Kterou z dívek miluji?

Nejsou ti logici praštění? Copak na to, abych věděl, miluju-li Bětku, Janu, Evu, Markétu, Ivu, Marii, Danu a já nevím ještě kterou, potřebuju zasednout za stůl a vypočítat si to? Představte si, že by se manželka optala svého učeného mužíčka: „Máš mě rád?“, a on by si na půlhodinku sedl, počítal tužkou na papíře, a pak by jí odpověděl: „Ano, vyšlo mi, že tě miluju.“

Připomíná mi to jednu údajně pravdivou historku o filozofovi Leibnizovi. Jednou prý přemítal, má-li se oženit s jistou dámou, nebo ne. Posadil se, vzal tužku a papír a napsal si dva sloupce: do jednoho sepisoval výhody, do druhého nevýhody takového kroku. Nakonec byl druhý sloupec delší, a tak se rozhodl neoženit se s ní.

120. Další hádanka je jednoduchá, má však překvapivé rozluštění. Jsem buď poctivec, nebo padouch. Pronesu dva výroky:

(1) Miluji Lindu.
(2) Pokud miluji Lindu, pak miluji Katku.

Jsem poctivec, nebo padouch?

121. Nová varianta starého přísloví.
Známé přísloví říká: „Pes, který štěká, nekouše.“ Mimochodem, zjistil jsem, že to není pravdivý výrok. Tuhle na mě vyběhl jeden pes, štěkal jako zběsilý a utrhl mi nohavici i s kusem lýtka. Vraťme se ale k přísloví. Co říkáte jeho nové variantě: „Pes, který štěká, nekouše, ledaže by štěkal?“ Je to pravda, nebo ne?

C. Je na ostrově poklad?

Hádanky z předchozích dvou skupin se většinou týkaly podmíněných výroků, tj. výroků typu „Jestliže je pravdivý P, pak je pravdivý i Q“. Hádanky z další skupiny budou mít co dělat hlavně s takzvanými vzájemně podmíněnými výroky, to znamená výroky typu „P je pravdivý, právě když

Q je pravdivý“. Tento výrok znamená, že pokud je pravdivý P, pak je pravdivý i Q, a pokud je pravdivý Q, pak je pravdivý i P. Jinými slovy, je-li pravdivý jeden z výroků P a Q, je pravdivý i druhý. Znamená to rovněž, že P a Q jsou buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé. Výrok „P, právě když Q“ se označuje symbolem $P \leftrightarrow Q$ a říká se „P je ekvivalentní s Q“, nebo „P a Q jsou ekvivalentní“. Tabulka pravdivosti pro **ekvivalenci** je

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
p	p	p
p	n	n
n	p	n
n	n	p

Všimněme si ještě dvou vlastností ekvivalence:

V_1: Každé tvrzení ekvivalentní pravdivému tvrzení je pravdivé.
V_2: Každé tvrzení ekvivalentní nepravdivému tvrzení je nepravdivé.

122. Je na ostrově poklad?
Rozšířila se pověst, že na jistém ostrově poctivců a padouchů je zakopán poklad. Přijedete na ostrov a ptáte se domorodce A, je-li na ostrově poklad. Odpoví vám: „Na tomhle ostrově je poklad, právě když jsem poctivec.“ Hádanka má dvě části:

(a) Dá se určit, je-li A poctivec nebo padouch?
(b) Dá se určit, je-li na ostrově poklad?

123. Dejme tomu, že jste se A zeptal: „Je výrok, že jste poctivec, ekvivalentní výroku, že na tomhle ostrově je poklad?“ Kdyby vám odpověděl „Ano“, pak by se hádanka převedla na problém předchozí. Kdyby však odpověděl „Ne“, dozvěděl byste se, je-li na ostrově poklad?

124. Jak jsem zbohatl.

Tenhle příběh naneštěstí není pravdivý. Ale je to krásná představa, a tak vám ho budu vyprávět.

Pátral jsem na třech nedaleko od sebe ležících ostrovech A, B a C. Věděl jsem, že aspoň na jednom z nich je zakopán poklad, jenomže jsem nevěděl, na kterém. Ostrovy B a C byly neobydlené. Na ostrově A žili poctivci a padouši, a bylo docela možné, že jsou tam i normální lidé, jenže jsou-li tam opravdu, to jsem nevěděl.

Dopuštěním Štěstěny se mi dostala do rukou mapa souostroví, kterou po sobě zanechal proslulý kapitán Marston, pirát, který poklad zakopal. Zpráva připsaná na mapě byla samozřejmě zašifrovaná. Když se mi ji podařilo rozšifrovat, ukázalo se, že se skládá ze dvou vět:

(1) Na ostrově A poklad není.

(2) Jestliže je na ostrově A někdo normální, tak jsou poklady na dvou ostrovech.

To víte, uháněl jsem na ostrov A, seč mi síly stačily; bylo mi zřejmé, že domorodci budou vědět, jak to s pokladem je. Vládce ostrova se dovtípil, o co mi jde, a řekl mi zcela jednoznačně, že se mi povoluje položit jedinou otázku obyvateli ostrova, kterého si vyberu. A že se nedozvím, je-li dotyčný domorodec poctivec, padouch nebo normální.

Musel jsem si tedy vymyslet takovou otázku, abych z odpovědi poznal, na kterém ostrově je poklad.

Jakou otázku jsem měl položit?

125. Jednou jsem zavítal na jiný ostrov poctivců, padouchů a normálních lidí. Roznesla se totiž zvěst, že na ostrově je poklad, a chtěl jsem zjistit, je-li tomu tak. Vládce ostrova, byl to poctivec, mi ráčil představit tři domorodce, A, B a C, a milostivě mi prozradil, že nanejvýš jeden z nich je normální. Směl jsem jim položit dvě otázky, každou jednomu z nich, aby odpověď na ně byla buď „Ano“, nebo „Ne“. Dá se dvěma otázkami zjistit, je-li na ostrově poklad?

126. Máte dobrý úsudek?

Vedle sebe jsou dva ostrovy a na každém z nich žijí jen poctivci a padouši (tedy nejsou na nich normální lidé). Víte, že na jednom z těch dvou ostrovů je sudý počet poctivců a na druhém je lichý počet poctivců. Dále je vám známo, že na ostrově se sudým počtem poctivců je poklad, a na druhém není. Vyberete si namátkou jeden z ostrovů a vydáte se tam. Všichni, kdo na něm žijí, vědí, kolik je tam poctivců a kolik padouchů. Vyptáte se tří obyvatel ostrova, A, B a C, a ti prohlásí:

A: Na tomhle ostrově je sudý počet padouchů.

B: Právě teď je na ostrově lichý počet lidí.

C: Já jsem poctivec, právě když A a B mají stejnou povahu.

Dejme tomu, že nejste poctivec ani padouch a že v té chvíli jste jediným návštěvníkem na ostrově. Je na ostrově poklad, nebo není?

Rozluštění

109—112. *Všechny hádanky jsou založeny na stejné základní myšlence. Máme výrok P. Jestliže obyvatel A ostrova poctivců a padouchů řekne: „Pokud jsem poctivec, pak P,“ tak je A zaručeně poctivec a P musí být pravdivý! To je na první pohled možná překvapivé, ale můžeme to dokázat, dokonce dvěma způsoby.*

1. způsob: *Ukažme, že výrok pronesený A je pravdivý. Podle vlastnosti 4 implikace k tomu stačí z platnosti výroku „A je poctivec“ odvodit platnost výroku P. Předpokládejme tedy, že A je poctivec. Potom jeho výrok „Pokud je A poctivec, pak P“ je pravdivý. A je tedy poctivec a je pravda, že pokud je A poctivec, pak P. Z těchto dvou faktů vyplývá, že P je pravdivý. Dokázali jsme, že pokud A je poctivec, pak P. A právě to A tvrdil! Je tedy poctivec. A protože jsme dokázali, že pokud je A poctivec, pak P, je P pravdivý.*

2. způsob: *Připomeňme si, že z nepravdivého tvrzení ply-*

ne jakékoliv tvrzení. Kdyby A nebyl poctivec, tak výrok „Pokud je A poctivec, pak P“ by byl pravdivý. Avšak padouch by tento pravdivý výrok nikdy nepronesl. Jestliže tedy člověk, který je buď poctivec, nebo padouch, pronesl tento výrok, musí to být poctivec a P musí být pravdivý.

Využijme tento princip k řešení našich hádanek. Pokud jde o 109, když za P vezmeme tvrzení, že B je poctivec, vidíme, že A musí být poctivec a jeho výrok je pravdivý, takže B je poctivec. Odpověď u 109 tedy je, že A i B jsou poctivci.

U 110 vezměme za P tvrzení, že A sní svůj klobouk. Vidíme, že A musí být poctivec, a že tedy musí sníst svůj klobouk. (Což mimochodem ukazuje, že poctivci, ačkoliv není pochyb, že jsou to lidé šlechetní a čestní, mohou být občas i pořádní hlupáci!) Pokud jde o 111, A je poctivec.

U 112 docházíme k závěru, že autor zase tahá čtenáře za nos. Hádanka je rozporná — takový výrok nemůže pronést poctivec ani padouch.

***113.** A je poctivec a B je padouch. Abychom to dokázali, nejprve ukážeme, že jedině poctivec může pronést výrok typu „Pokud P, tak jsem padouch“. Jistě si vzpomínáte, že pravdivé tvrzení plyne z jakéhokoliv tvrzení. Jestliže je tedy výrok „Já jsem padouch“ pravdivý, pak je pravdivý i celý výrok „Pokud P, tak jsem padouch“. Jenomže jsem-li padouch, nemohu nikdy pronést tento pravdivý výrok. Takže když řeknu „Pokud P, tak jsem padouch“, jsem zaručeně poctivec.*

A je tedy poctivec a je pravda, že pokud je B poctivec, tak A je padouch (říká to poctivec A). Potom B nemůže být poctivec, protože z toho by vyplývalo, že A je padouch, což není.) Takže B je padouch.*

*) Každé tvrzení, ze kterého plyne nepravdivé tvrzení, je nepravdivé, neboť z pravdivého tvrzení nemůže plynout nepravdivé tvrzení. V uvedeném případě z tvrzení, že B je poctivec, plyne nepravdivé tvrzení, že A je padouch, takže není pravda, že B je poctivec. To je další příklad důkazu sporem.

***114.** A vlastně říká, že tomu není tak, že by X byl vinen a Y nevinen. To je pouze jiný způsob, jak vyjádřit, že buď je X nevinen, nebo Y je vinen. A a B tedy ve skutečnosti říkají totéž, jen každý jinými slovy. Výroky jsou buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé, A i B tedy mají stejnou povahu.*

***115.** Předpokládejme, že A je poctivec. Potom je poctivec i B (A říká, že je). Výrok, který pronesl B, „Pokud je A poctivec, pak je poctivec i C“, je pravdivý. A je poctivec (podle našeho předpokladu), takže C je poctivec (za předpokladu, že A je poctivec).*

Právě jsme doložili, že pokud A je poctivec, pak je jím i C.) Nu a B přesně tohle řekl, a tak B je poctivec. Potom výrok A, že B je poctivec, je pravdivý. A je tedy rovněž poctivec. Už jsme dokázali, že pokud A je poctivec, je jím i C. Takže C je také poctivec. A všichni tři jsou poctivci.*

***116.** Nevyplývá z nich, že miluji Bětku, a vyplývá z nich, že miluji Janu. Abychom si dokázali, že miluji Janu, uvažujme takto:*

Buď miluji Bětku, nebo ji nemiluji. Pokud nemiluji Bětku, pak podle podmínky (1) miluji Janu (je dáno, že miluji alespoň jednu z nich). Na druhé straně pokud miluji Bětku, pak podle podmínky (2) miluji i Janu. Takže ať už miluji Bětku nebo ne, miluji Janu.

Čtenářky, které se jmenují Bětka, nemusí truchlit. I když z daných podmínek nevyplývá, že miluji Bětku, ještě to neznamená, že z nich vyplývá, že Bětku nemiluji. Je docela dobře možné, že miluji Bětku taky — možná ještě víc než Janu.

***117.** Tentokrát z daných okolností nevyplývá, že miluji Janu, ale že miluji Bětku. Předpokládejme, že nemiluji Bětku. Potom výrok „Pokud miluji Bětku, pak taky miluji*

*) Vyšli jsme z předpokladu, že A je poctivec, a vyvodili z něho závěr, že C je poctivec. Podle vlastnosti 4 implikace z toho vyplývá, že pokud A je poctivec, pak C je poctivec.

Janu" je pravdivý (z nepravdivého tvrzení plyne jakékoliv tvrzení). Je však dáno, že jestliže zmíněný výrok je pravdivý, tak Bětku miluji. Takže pokud nemiluji Bětku, vyplývá z toho, že Bětku miluji, což si protiřečí. Jediný způsob, jak vybřednout z rozporu, je, že Bětku miluji.

Nedá se zjistit, miluji-li Janu nebo ne.

***118.** Z daných podmínek vyplývá, že miluji obě dívky. Řekněme, že P je výrok „Pokud miluji Evu, miluji i Markétu". Máme dáno:*

(1) Jestliže je P pravdivý, miluji Evu.

(2) Jestliže miluji Evu, P je pravdivý.

V rozluštění předchozí hádanky jsme viděli, že z (1) vyplývá, že miluji Evu. Takže miluji Evu a podle (2) je P pravdivý. Tedy je pravda, že pokud miluji Evu, miluji také Markétu. A já Evu miluji, takže miluji také Markétu.

***119.** Miluji všechny tři dívky. Můžeme to dokázat několika způsoby, uvedeme jen jeden.*

Podle (3) buď miluji Danu i Marii, nebo nemiluji jednu ani druhou. Předpokládejme, že nemiluji Danu ani Marii. Potom podle (1) miluji Ivu. Takže miluji Ivu, ale ne Danu, a přitom nemiluji Marii. To je v rozporu s výrokem (2). Takže to není tak, že nemiluji ani Danu, ani Marii, ale že je miluji obě. Protože miluji Danu, podle (4) miluji rovněž Ivu. Miluji tedy všechny tři.

***120.** Jsem poctivec. Kdybych byl padouch, pak (1) i (2) by byly nepravdivé. Předpokládejme, že (2) je nepravdivý. Potom bych miloval Lindu, ale ne Katku. Takže bych miloval Lindu a (1) by byl pravdivý. Není tedy možné, aby (1) i (2) byly nepravdivé, takže nemohu být padouch, za kterého mě Lindina matka považuje od té doby, co mě viděla s Katkou.*

***121.** Řekneme-li „P neplatí, ledaže by platil Q", je to jen jiné vyjádření výroku „Pokud P, pak Q". (Např. řekneme-li „Nepůjdu do kina, ledaže bys šla se mnou", je to totéž jako*

„Pokud půjdu do kina, pak půjdeš se mnou".) Výrok „Pes, který štěká, nekouše, ledaže by štěkal" je jiným způsobem vyjádřený výrok „Pokud pes, který štěká, kouše, pak štěká". To je samozřejmě pravda — pes, který štěká, vždycky štěká, ať už kouše, nebo ne.

***122.** Nedá se určit, je-li A poctivec nebo padouch, nicméně na ostrově musí být poklad.*

Řešení téhle a dalších hádanek je založeno na obecném principu: Pokud mluvčí (který je buď poctivec, nebo padouch) pronese výrok „Jsem poctivec, právě když P", pak P je pravdivý (bez ohledu na to, je-li mluvčí poctivec nebo padouch).

Abychom si to dokázali, označme si jako K tvrzení, že mluvčí je poctivec. Mluvčí říká, že K je ekvivalentní P. Předpokládejme, že mluvčí je skutečně poctivec. Pak K je opravdu ekvivalentní P, a přitom K je pravdivý výrok. A tak P je ekvivalentní pravdivému výroku, takže P je pravdivý. Naopak předpokládejme, že mluvčí je padouch. Potom jeho výrok je nepravdivý, P tedy není ekvivalentní K. Protože mluvčí je padouch, je K nepravdivý. Takže P není ekvivalentní nepravdivému tvrzení K, a tedy P je pravdivý (kdyby byl nepravdivý, pak by byl ekvivalentní K). Ať už je mluvčí poctivec nebo padouch, P je tedy vždy pravdivý.

Je poučné srovnat tento princip s principem, na němž bylo založeno řešení hádanek 109—112: Jestliže poctivec nebo padouch řekne: „Pokud jsem poctivec, pak P," vyplývá z toho, že je poctivec a že P je pravdivý. Ale když poctivec nebo padouch řekne: „Jsem poctivec, právě když P," vyplývá z toho jen to, že P je pravdivý, ale nedá se určit, je-li mluvčí poctivec, nebo padouch.

***123.** Dozvěděl byste se, že na ostrově poklad není.*

Označme si jako G tvrzení, že na ostrově je poklad, a jako K tvrzení, že mluvčí je poctivec. Když mluvčí odpoví „Ne", ujišťuje vás, že G není ekvivalentní K. Předpokládejme, že mluvčí je poctivec. Pak je tomu opravdu tak, že G *není ekvivalentní K. Mluvčí je poctivec, a tak K je pravdivé. Takže G, neboť není ekvivalentní pravdivému tvrzení K, je nepravdivé. Předpokládejme naopak, že mluvčí je padouch. Potom G je ve skutečnosti ekvivalentní K (padouch řekl, že ekvivalentní není). Přitom K je nepravdivé tvrzení (mluvčí je padouch). Takže G, protože je ekvivalentní nepravdivému tvrzení K, je nepravdivé. Ať už je tedy mluvčí poctivec nebo padouch, jeho odpověď „Ne" znamená, že G je nepravdivé. Na ostrově tedy poklad není.*

Při luštění posledních dvou hádanek jsme užili důležité metody, kterou experti přes poctivce a padouchy dobře ovládají: Když chcete zjistit, je-li nějaký výrok P pravdivý, stačí položit jedinou otázku člověku, který to ví a je poctivec nebo padouch. Prostě se ho zeptáte: „Je výrok, že jste poctivec, ekvivalentní výroku, že P je pravdivý?" Jestliže vám odpoví „Ano", víte, že P je pravdivý; pokud vám odpoví „Ne", víte, že P je nepravdivý.

Tento poznatek uplatníme při luštění dalších tří hádanek a budeme se na něj odvolávat jako na ***základní pravidlo.***

124. *Hned víme, že na ostrově A poklad není. Je tedy na ostrově B nebo na ostrově C, a pokud je na ostrově A někdo normální, pak jsou poklady na ostrovech B i C.*

Položil jsem otázku: „Je výrok, že jste poctivec, ekvivalentní výroku, že na ostrově B je poklad?"

Předpokládejme, že odpoví „Ano". Pokud je to buď poctivec, nebo padouch, pak je na ostrově B poklad (podle základního pravidla, které jsme odvodili na konci rozluštění hádanky 123). Pokud je normální, jsou poklady na ostrovech B i C, takže v obou případech je na ostrově B poklad. Odpověď „Ano" tedy znamená, že na ostrově B je poklad.

Předpokládejme, že odpoví „Ne". Pokud je to buď poctivec, nebo padouch, pak na ostrově B poklad není (opět podle základního pravidla). To znamená, že musí být na ostrově C. Pokud je normální, jsou poklady na ostrovech B i C. V obou případech je tedy na ostrově C poklad. Odpověď „Ne" tedy znamená, že na ostrově C je poklad.

125. *Hádanku rozluštíme, když dvakrát použijeme základní pravidlo (viz konec rozluštění hádanky 123).*

Jednou otázkou lze mezi těmi třemi, co vám byli představeni, najít jednoho, který není normální. A to tak, že se zeptáte A: „Je výrok, že jste poctivec, ekvivalentní výroku, že B je normální?" Předpokládejme, že odpoví „Ano". Pokud je A buď poctivec, nebo padouch, tak B musí být normální (podle základního pravidla). To znamená, že C normální není. Pokud A není poctivec ani padouch, tak je normální, takže C zase nemůže být normální. Odpověď „Ano" tedy znamená, že C není normální.

Předpokládejme, že A odpoví „Ne". Jestliže je A poctivec nebo padouch, pak B není normální (opět podle základního pravidla). Jestliže A poctivec ani padouch není, potom B opět není normální, protože tím je A. Odpověď „Ne" tedy znamená, že B není normální.

Když se vám od A dostalo odpovědi „Ano", položte druhou otázku C; pokud se vám dostalo odpovědi „Ne", ptejte se B. Pak máte zaručeno, že se tážete někoho, kdo je buď poctivec, nebo padouch. A položte mu stejnou otázku jako v hádance 123, to jest je-li výrok, že je poctivec, ekvivalentní výroku, že na ostrově je poklad. Odpověď „Ano" bude znamenat, že na něm poklad je; odpověď „Ne", že tu není.

126. *Kdybyste neznali základní pravidlo, byla by to hádanka zapeklitá. Jenomže vy přece už základní pravidlo znáte (viz rozluštění 123), a tak to bude pro vás hračka. Jistě víte, že součet dvou sudých čísel je sudý, a že součet dvou lichých čísel je také sudý. Odečtete-li od sudého čísla sudé, vyjde vám sudé číslo, a odečtete-li od lichého liché, také vám vyjde sudé. (Například dvanáct minus osm je čtyři, třináct minus sedm je šest.)*

Z výroku C vyplývá (podle základního pravidla), že A a B mají stejnou povahu, to jest buď jsou oba poctivci, nebo oba padouši. Jejich výroky jsou tedy buď oba pravdivé, nebo oba nepravdivé. Předpokládejme, že jsou oba pravdivé. Pak podle výroku A je na ostrově sudý počet padouchů. Podle výroku B je na ostrově lichý počet lidí, *včetně vás. Jenomže vy nejste ani poctivec, ani padouch, a jste jediným návštěvníkem na ostrově, takže na ostrově je sudý počet domorodců. Když odečtete od sudého počtu domorodců sudý počet padouchů, vyjde vám sudý počet poctivců. V tomhle případě tedy na ostrově poklad je. Naopak předpokládejme, že oba výroky jsou nepravdivé. To znamená, že na ostrově je lichý počet padouchů a lichý počet domorodců (všech lidí na ostrově včetně vás je sudý počet). Potom tu musí opět být sudý počet poctivců, takže zase na ostrově poklad je.*

9. Bellini, nebo Cellini?

Navážeme na příběh o Porciiných skříňkách. Připomeňme si, že když Bellini zhotovil skříňku, vždycky na ni umístil pravdivý nápis, a když skříňku zhotovil Cellini, vždycky na ni umístil nápis nepravdivý. Nu a Bellini i Cellini měli syny, a z těch byli také výrobci skříněk. Synové se potatili, takže Belliniho syn psal na skříňky, co zhotovil, jen pravdivé výroky a Celliniho syn umisťoval na svoje skříňky jen výroky nepravdivé.

Dejme tomu, že Belliniové a Celliniové byli jediní výrobci skříněk v celé renesanční Itálii; každou skříňku zhotovil buď Bellini starší, Cellini starší, Bellini mladší, nebo Cellini mladší.

Kdybyste náhodou na takovou skříňku někde narazili, jsou velmi cenné, zvláště ty, co zhotovili Bellini starší a Cellini starší.

A. Kdo zhotovil skříňku?

127. Jednou se mi dostala do rukou skříňka, na níž byl nápis:

TUTO SKŘÍŇKU
NEZHOTOVIL
BELLINI ML.

Kdo zhotovil skříňku, Bellini st., Cellini st., Bellini ml., nebo Cellini ml.?

128. Jindy se mi zas dostala do rukou skříňka s nápisem, ze kterého se mi podařilo usoudit, že skříňku zhotovil Cellini st. Přijdete na to, jaký to byl nápis?

129. Ze všech nejvzácnější jsou ty skříňky, co mají na sobě nápis, z něhož se dá usoudit, že skříňku zhotovil buď Bellini st., nebo Cellini st., ale nedá se usoudit, který z nich. Jednou jsem měl to štěstí, že se mi taková skříňka dostala do rukou. Dokážete přijít na to, jaký byl na ní nápis?

130. Dostane se vám do rukou skříňka, na níž je nápis:

TUTO SKŘÍŇKU
JSEM ZHOTOVIL
JÁ

Co z toho usoudíte?

131. Jistý florentský šlechtic pořádával společenské radovánky. Vrcholily vždy hrou, a kdo v ní zvítězil, dostal cenný šperk. Dotyčný šlechtic znal příběh s Porciinými skříňkami, a ten ho inspiroval, když hru vymýšlel. Vzal tři skříňky,

zlatou, stříbrnou a olověnou, a do jedné z nich vložil šperk. Šlechtic oznámil společnosti, že skříňky zhotovil buď Bellini st., nebo Cellini st. (levnější výrobky jejich synů nesbíral). První, kdo uhádl, ve které ze skříněk šperk je, a kdo to uměl přesvědčivě dokázat, šperk získal. Na skříňkách bylo napsáno:

Zlatá

JESTLIŽE JE ŠPERK
VE STŘÍBRNÉ SKŘÍŇCE,
PAK STŘÍBRNOU SKŘÍŇKU
ZHOTOVIL BELLINI

Stříbrná

JESTLIŽE JE ŠPERK
V TÉTO SKŘÍŇCE,
PAK ZLATOU SKŘÍŇKU
ZHOTOVIL CELLINI

Olověná

SKŘÍŇKU, V NÍŽ JE
ŠPERK,
ZHOTOVIL CELLINI

Ve které skříňce je šperk?

B. Dvojice skříněk

V některých muzeích si můžete prohlédnout dvojice skříněk, vždy jednu zlatou a jednu stříbrnou, původně zhotovené a prodávané jako soupravy. Belliniho i Celliniho rodina bývaly kdysi důvěrně spřáteleny a občas na dvojicích skříněk spolupracovaly. Každou skříňku ovšem zhotovila jen jedna osoba, u některých dvojic však každá dílna zhotovila jednu. Obě rodiny si velmi vyhrály s tím, že vymýšlely na dvojice skříněk nápisy tak, aby pak po letech dokázali inteligentní sběratelé úplně nebo alespoň zčásti zjistit, kdo kterou zhotovil. Pro každou soupravu je šestnáct možností: zlatou skříňku mohl zhotovit Bellini st., Bellini ml., Cellini st. nebo Cellini ml., a pro každou z těchto čtyř možností jsou ještě čtyři možnosti autorství stříbrné skříňky.

132. Jednou se mi dostala do rukou dvojice skříněk:

Zlatá	Stříbrná
KAŽDOU SKŘÍŇKU Z TÉTO SOUPRAVY ZHOTOVIL CELLINI	ŽÁDNOU Z TĚCHTO SKŘÍNĚK NEZHOTOVIL BELLINI ML. ANI CELLINI ML.

Kdo kterou skříňku zhotovil?

133. Jindy se mi dostala do rukou dvojice:

Zlatá	Stříbrná
JESTLIŽE TUTO SKŘÍŇKU ZHOTOVIL BELLINI, PAK STŘÍBRNOU SKŘÍŇKU ZHOTOVIL CELLINI ST.	ZLATOU SKŘÍŇKU ZHOTOVIL BELLINI ML.

Kdo zhotovil kterou skříňku?

134. Dokažte, že alespoň jednu skříňku z této soupravy zhotovil Bellini st.:

Zlatá	Stříbrná
STŘÍBRNOU SKŘÍŇKU ZHOTOVIL BELLINI ML.	ZLATOU SKŘÍŇKU NEZHOTOVIL BELLINI ML.

135. Dokažte, že alespoň jednu ze skříněk zhotovil Cellini ml.:

Zlatá	Stříbrná
STŘÍBRNOU SKŘÍŇKU ZHOTOVIL CELLINI ST.	ZLATOU SKŘÍŇKU NEZHOTOVIL CELLINI ST.

136. Dokažte, že alespoň jednu ze skříněk zhotovil Bellini st. nebo Cellini st.:

Zlatá	Stříbrná
STŘÍBRNOU SKŘÍŇKU ZHOTOVIL BELLINI ML.	ZLATOU SKŘÍŇKU ZHOTOVIL CELLINI ML.

137. Další moje příhoda je obzvlášť zajímavá. Dostala se mi do rukou jedna dvojice skříněk, a chtěl jsem zjistit, zhotovil-li aspoň jednu z nich Bellini st. Přečetl jsem si nápis na jedné, ale z něho jsem to nevyčetl. Pak jsem se podíval na druhý nápis, a ten byl k mému údivu stejný jako první, ale ještě víc mě udivilo, že teď už jsem byl přesvědčen, že obě skříňky zhotovil Bellini st. Dokážete určit, jaké to byly nápisy?

138. Jindy se mi opět dostala do rukou dvojice s totožnými nápisy. Tentokrát jsem z nich dokázal odvodit, že obě skříňky zhotovil Cellini st., ale z jednoho nápisu samotného bych nedokázal odvodit, že některou zhotovil Cellini st. Dokázali byste sestavit takový nápis?

139. Do třetice se mi dostala do rukou dvojice s identickými nápisy. Dokázal jsem z nich odvodit, že skříňky zhotovil buď obě Bellini st., nebo obě Cellini st., ale nedokázal jsem rozhodnout, který z nich. Z jednoho nápisu samotného jsem to odvodit nedokázal. Dovedli byste sestavit takový nápis?

140. Nejvzácnější dvojice skříněk, s jakými se můžete setkat, vyhovují těmto podmínkám:

(1) Z nápisů na skříňkách se dá odvodit, že jednu z nich zhotovil Bellini st. a druhou Cellini st., nelze však zjistit, kdo kterou skříňku zhotovil.

(2) Z jedné ani z druhé skříňky samotné se nedá odvodit, že jde o dvojici skříněk zhotovenou oběma mistry.

Měl jsem to štěstí, že se mi jednou taková dvojice dostala do rukou. (Mám za to, že taková dvojice byla zhotovena jen jediná.) Dovedli byste na ni sestavit dvojici nápisů?

141. Příjemné dobrodružství.

Kdysi, ještě za svobodna, jsem pobýval ve Florencii, a četl jsem v novinách inzerát: „Přijme se logik." Vydal jsem se tedy do muzea, které inzerát uveřejnilo, a tam mi řekli, že potřebují logika, aby jim pomohl přijít na kloub jedné záhadě. Našly se čtyři skříňky, dvě zlaté a dvě stříbrné. Vědělo se, že tvoří dvojice, jenomže milé soupravy se nějak pomíchaly, a tak se nevědělo, která zlatá patří ke které stříbrné. Ukázali mi ty čtyři skříňky, a brzo se mi podařilo tu záhadu rozřešit. Za mou expertizu se mi dostalo tučné odměny. Navíc se mi podařilo zodpovědět otázku, kterou skříňku kdo zhotovil, za což jsem dostal další honorář (mimo jiné celou bednu znamenitého chianti), a byl jsem z vděčnosti obdařen polibkem od jedné z nejpůvabnějších dam ve Florencii.*)

*) Když byl Benvenuto Cellini takový chvastoun, proč se nedržet jeho příkladu?

Tady jsou ty čtyři skříňky:

A Zlatá

STŘÍBRNOU SKŘÍŇKU
ZHOTOVIL
CELLINI

B Zlatá

BUĎ STŘÍBRNOU SKŘÍŇKU
ZHOTOVIL CELLINI,
NEBO OBĚ SKŘÍŇKY
ZHOTOVIL BELLINI ST.

C Stříbrná

ZLATOU SKŘÍŇKU
ZHOTOVIL
BELLINI

D Stříbrná

ZLATOU SKŘÍNKU ZHOTOVIL
BELLINI A ASPOŇ JEDNU
SKŘÍŇKU ZHOTOVIL
BELLINI ML.
NEBO CELLINI ML.

Máme tu dvě hádanky:

(a) Měla A tvořit dvojici s C, nebo s D?

(b) Kdo kterou skříňku zhotovil?

Rozluštění

127. *Zhotovil ji Bellini st. Kdyby skříňku zhotovil Bellini ml., výrok na skříňce by byl nepravdivý, což není možné. Kdyby skříňku zhotovil některý Cellini, výrok by byl pravdivý, což rovněž není možné. Takže ji zhotovil Bellini st.*

128. *Jeden z nápisů, který tu vyhovuje:*
„Tuto skříňku zhotovil Cellini ml."

129. *„Tuto skříňku zhotovil buď Bellini st., nebo Cellini ml."*

130. *Výrok je samozřejmě pravdivý, a tak skříňku zhotovil buď Bellini st., nebo Bellini ml.*

131. 1. krok: *Předpokládejme, že olověnou skříňku zhotovil Bellini. Potom výrok na ní je pravdivý, a tak šperk je ve skříňce od Celliniho, nemůže tedy být v olověné skříňce. Naopak předpokládejme, že olověnou skříňku zhotovil Cellini. Potom je výrok na ní nepravdivý, takže šperk je ve skříňce od Belliniho, a tak opět není v olověné skříňce. To je důkaz, že v olověné skříňce šperk není.*

2. krok: *Teď přijdeme na to, že šperk nemůže být ve stříbrné skříňce. Kdyby tam totiž byl, vedlo by to k rozporu. Připusťme, že šperk je ve stříbrné skříňce. Nejprve předpokládejme, že zlatou skříňku zhotovil Bellini. Potom výrok na ní je pravdivý, a protože šperk ve stříbrné skříňce skutečně je (jak předpokládáme), tak stříbrná skříňka je od Belliniho. Z toho pak vyplývá, že zlatou skříňku zhotovil Cellini. Takže pokud je zlatá od Belliniho, potom je od Celliniho!*

Naopak předpokládejme, že zlatá skříňka je od Celliniho. Potom výrok na zlaté skříňce je nepravdivý, z čehož vyplývá, že stříbrná skříňka není od Belliniho, a tak je od Celliniho. Takže výrok na stříbrné skříňce je nepravdivý, z čehož vyplývá, že zlatá skříňka je od Belliniho. Jestliže tedy zlatá skříňka je od Celliniho, potom je od Belliniho, a to není možné.

Dokázali jsme, že šperk nemůže být ani ve stříbrné skříňce. Tedy je ve zlaté skříňce.

132. *Výrok na zlaté skříňce nemůže být pravdivý, jinak by vznikl rozpor. Zlatou skříňku tedy zhotovil některý Cellini. Výrok na ní je nepravdivý, takže Celliniové nezhotovili skříňky obě, a tak stříbrnou skříňku zhotovil některý Bellini. Výrok na stříbrné skříňce je tedy pravdivý, a žádnou skříňku tedy nezhotovil mladší z mistrů. Takže zlatou skříňku zhotovil Cellini st. a stříbrnou skříňku Bellini st.*

133. *Připomeňme si, že když obyvatel ostrova poctivců a padouchů řekne: „Jestliže jsem poctivec, pak platí to a to," tak je to skutečně poctivec a to a to opravdu platí. Na podobné myšlence založíme důkaz, že výrok na zlaté skříňce je pravdivý.*

Předpokládejme, že zlatou skříňku zhotovil některý Bellini. Potom nápis na zlaté skříňce „Jestliže tuto skříňku zhotovil Bellini, pak stříbrnou skříňku zhotovil Cellini st." je pravdivý. Nu a protože zlatou skříňku skutečně zhotovil některý Bellini (takový je náš předpoklad), tak stříbrnou skříňku zhotovil Cellini st. Dokázali jsme, že pokud zlatou skříňku zhotovil některý Bellini, tak stříbrnou skříňku zhotovil Cellini st.) Jinými slovy dokázali jsme, že nápis na zlaté skříňce je pravdivý. Takže zlatou skříňku zhotovil některý Bellini. To spolu s potvrzenou skutečností, že pokud zlatou skříňku zhotovil některý Bellini, pak stříbrnou skříňku zhotovil Cellini st., dává, že stříbrnou skříňku zhotovil Cellini st. Takže nápis na stříbrné skříňce je nepravdivý, zlatou skříňku tedy nezhotovil Bellini ml. Jenže zlatou skříňku zhotovil některý Bellini, takže ji zhotovil Bellini st. Zlatou skříňku tedy zhotovil Bellini st. a stříbrnou skříňku Cellini st.*

134. *Předpokládejme, že výrok na zlaté skříňce je pravdivý. V tom případě stříbrnou skříňku zhotovil Bellini ml., a tak je na ní pravdivý výrok. To znamená, že zlatou skříňku nezhotovil Bellini ml., ale na zlaté skříňce je pravdivý výrok, takže ji zhotovil Bellini st.*

Předpokládejme, že výrok na zlaté skříňce je nepravdivý. Potom stříbrnou skříňku nezhotovil Bellini ml. Ovšem výrok na stříbrné skříňce je pravdivý (nepravdivý výrok na zlatou skříňku nemohl umístit Bellini). Stříbrnou skříňku tedy zhotovil Bellini st.

---

*) Předpoklad, že zlatou skříňku zhotovil některý Bellini, vedl k důsledku, že stříbrnou skříňku zhotovil Cellini st. Opět jsme použili 4. vlastnost implikace (viz poslední odstavec úvodu ke kapitole 8).

Když to shrneme, pokud výrok na zlaté skříňce je pravdivý, tak Bellini st. zhotovil zlatou skříňku. Pokud je výrok na zlaté skříňce nepravdivý, tak Bellini st. zhotovil stříbrnou skříňku.

***135.** Předpokládejme, že výrok na stříbrné skříňce je pravdivý. Protože je to pravdivý výrok, tak stříbrnou skříňku zhotovil některý Bellini, a tedy výrok na zlaté skříňce „Stříbrnou skříňku zhotovil Cellini st." je nepravdivý. Výrok na stříbrné skříňce je pravdivý (podle našeho předpokladu), a tak zlatou skříňku nezhotovil Cellini st. Takže na zlaté skříňce je nepravdivý výrok a nezhotovil ji Cellini st., tedy ji zhotovil Cellini ml.*

Naopak předpokládejme, že výrok na stříbrné skříňce je nepravdivý. Potom zlatou skříňku zhotovil Cellini st., a tak výrok na ní je nepravdivý, stříbrnou skříňku tedy nezhotovil Cellini st. Tak tedy na stříbrné skříňce je nepravdivý výrok a nezhotovil ji Cellini st., takže ji zhotovil Cellini ml.

***136.** Předpokládejme, že nápis na zlaté skříňce je pravdivý. Potom by nápis na stříbrné byl rovněž pravdivý, a to by znamenalo, že nápis na zlaté je nepravdivý. To je rozpor, takže nápis na zlaté je nepravdivý a stříbrnou skříňku nezhotovil Bellini ml. Takže pokud je nápis na stříbrné skříňce pravdivý, stříbrnou skříňku zhotovil Bellini st. Pokud je nápis na stříbrné skříňce nepravdivý, tak zlatou skříňku nezhotovil Cellini ml., protože ale nápis na zlaté je nepravdivý, zhotovil zlatou skříňku Cellini st.*

Když to shrneme, pokud nápis na stříbrné je pravdivý, pak stříbrnou skříňku zhotovil Bellini st. Pokud je nápis na stříbrné nepravdivý, pak zlatou skříňku zhotovil Cellini st. Je tedy buď stříbrná skříňka od Belliniho st., anebo je zlatá skříňka od Celliniho st.

***137.** Tahle i další tři hádanky mají mnoho řešení. Jedno z řešení téhle hádanky je, že na obou skříňkách byl nápis: „Buď obě skříňky zhotovil Bellini st., nebo aspoň jednu z nich zhotovil Cellini."*

Žádnou skříňku nemohl zhotovit Cellini, protože pak by výrok na ní byl pravdivý. Každou skříňku tedy zhotovil některý Bellini a výroky jsou pravdivé, buď tedy obě skříňky zhotovil Bellini st., nebo aspoň jednu zhotovil některý Cellini. Druhou možnost jsme vyloučili, obě skříňky jsou tedy od Belliniho st.

***138.** Jedním z řešení jsou nápisy: „Alespoň jednu z těchto skříněk zhotovil Cellini ml." Kdyby tyto výroky byly pravdivé, pak by alespoň jednu ze skříněk zhotovil Cellini ml., jenomže není možné, aby Cellini ml. zhotovil skříňku s pravdivým výrokem. Takže výroky jsou to nepravdivé, a to znamená, že ani jednu ze skříněk nezhotovil Cellini ml., a tak obě skříňky zhotovil Cellini st.*

***139.** Jeden z možných nápisů: „Buď obě skříňky zhotovil Bellini st., nebo aspoň jednu zhotovil Cellini ml."*

Dokážeme, že pokud jsou nápisy pravdivé, pak obě skříňky zhotovil Bellini st., a pokud jsou nápisy nepravdivé, pak obě skříňky zhotovil Cellini st.

Předpokládejme, že nápisy jsou pravdivé. Potom je tomu opravdu tak, že buď obě skříňky zhotovil Bellini st., nebo že alespoň jednu zhotovil Cellini ml. Druhá možnost nemůže nastat (Cellini ml. nemůže dělat skříňky s pravdivými nápisy), takže obě skříňky zhotovil Bellini st.

Předpokládejme, že nápisy jsou nepravdivé. Potom obě části tohoto disjunktivního výroku jsou nepravdivé. To, že druhá možnost (alespoň jednu skříňku zhotovil Cellini ml.) je nepravdivá, znamená, že ani jednu ze skříněk nezhotovil Cellini ml. Protože nápisy jsou nepravdivé, obě skříňky tedy zhotovil Cellini st.

***140.** Jedno řešení je:*

Zlatá: „Tyto skříňky zhotovil Bellini st. a Cellini st., právě když stříbrnou skříňku zhotovil Cellini."

Stříbrná: „Zlatou skříňku zhotovil Cellini."

Označme si jako P tvrzení, že skříňky zhotovili Bellini st. a Cellini st., a jako Q tvrzení, že stříbrnou skříňku zhotovil *některý Cellini. Nápis na zlaté skříňce říká, že P je ekvivalentní Q. Nápis na stříbrné skříňce říká, že na zlatou skříňku umístil nápis lhář, čili že nápis na zlaté skříňce je nepravdivý. To znamená, že jeden z nápisů je pravdivý a druhý je nepravdivý.*

Předpokládejme, že nápis na zlaté skříňce je pravdivý. Potom (dokázali jsme, že jeden nápis je pravdivý a druhý je nepravdivý) je nápis na stříbrné skříňce nepravdivý, takže ji zhotovil některý Cellini, Q je tedy pravdivé. A když je nápis na zlaté skříňce pravdivý, je P skutečně ekvivalentní Q. Potom (Q je pravdivé) je P pravdivé.

Předpokládejme, že nápis na zlaté skříňce je nepravdivý. Potom nápis na stříbrné skříňce je pravdivý, a tak ji nezhotovil žádný Cellini, Q je nepravdivé, a přitom P není ekvivalentní Q. Takže P je opět pravdivé.

Jak vidno, ať tak nebo onak, P je vždy pravdivé, a to znamená, že jednu ze skříněk zhotovil Bellini st. a druhou Cellini st.

141. *Skříňka A tvoří dvojici se skříňkou D, protože kdyby byla ve dvojici se skříňkou C, došli bychom k rozporu.*

Připusťme, že by A byla ve dvojici s C. Předpokládejme, že nápis na A je pravdivý. Potom nápis na C je nepravdivý. To znamená, že i nápis na A je nepravdivý, což je rozpor. Naopak předpokládejme, že nápis na A je nepravdivý. Potom nápis na C je pravdivý. To znamená, že nápis na A je také pravdivý — znovu rozpor. Proto A nepatří do dvojice s C. Rozluštili jsme první polovinu hádanky.

Vezměme si dvojici B—C. Předpokládejme, že nápis na C by byl nepravdivý. Potom B zhotovil některý Cellini a je na ní nepravdivý výrok. To znamená, že ani jedna možnost neplatí. To, že první možnost neplatí, znamená, že C zhotovil některý Bellini. Pokud tedy je výrok na C nepravdivý, pak C zhotovil některý Bellini, což není možné. Takže výrok na C je pravdivý, a tedy výrok na B je rovněž pravdivý (výrok na C praví, že B zhotovil některý Bellini). První možnost z výroku na B pravdivá není, takže pravdivá je druhá možnost. A tak skříňku B i skříňku C zhotovil Bellini st.

Zbývá určit autory u dvojice A—D. Předpokládejme, že nápis na A by byl nepravdivý. Potom by D zhotovil některý Bellini a nápis na skříňce D by byl pravdivý. To by znamenalo, že A zhotovil některý Bellini, a to by byl rozpor. Takže nápis na A je pravdivý, z čehož vyplývá, že nápis na D je nepravdivý. Alespoň jedna možnost z výroku na D je tedy nepravdivá. První je pravdivá (výrok na A je pravdivý), a tak nepravdivá je druhá. To znamená, že ani jednu skříňku nezhotovil Bellini ml. ani Cellini ml. Takže A zhotovil Bellini st. a D zhotovil Cellini st.

III. Tajuplné příběhy

10. Ostrov Baal

A. Hledání absolutna

V jedné filozofické knížce, už ani nevím v které, jsem četl: „Opravdový filozof je desetileté děvče, které se dívá z okna, a najednou se otočí k matce: ‚Mami, čím to asi je, že vůbec něco je?‘“

Tento problém už přivedl do rozpaků nejednoho filozofa. Někteří myslitelé právě tohle považují za základní problém vší filozofie. Přeformulovali ho do otázky: „Proč něco existuje, místo aby neexistovalo nic?“

No jen se nad tou otázkou trochu zamyslete; nemá něco do sebe? Opravdu, proč něco existuje, místo aby neexistovalo nic? Byl jednou jeden filozof a ten se rozhodl, že za hlavní badatelský úkol svého života si zvolí právě problém, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic. Nejdřív přečetl všechny knížky pojednávající o filozofii, jenomže žádná z nich mu neprozradila, proč něco existuje, místo aby neexistovalo nic. A tak se tedy vrhl na teologii. Vyptával se všech učených rabínů, kněží, biskupů, pastorů a jiných sluhů božích, ale žádný z nich mu nedokázal uspokojivě vysvětlit, proč něco existuje, místo aby neexistovalo nic. Tak upřel svou pozornost na orientální filozofii. Putoval po dvanáct let Indií a Tibetem, promlouval s nejrůznějšími místními vykladači světa, ale nikdo z nich nevěděl, proč něco existuje, místo aby neexistovalo nic. Poté strávil dvanáct let v Číně a v Japonsku a obcházel všelijaké taoistické poustevníky a učitele zenového buddhismu. Nakonec navštívil jednoho mudrce a ten mu na smrtelné posteli řekl: „Ne, synu, ani já nevím, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic. Jediné místo na této planetě, kde znají odpověď na tvou otázku, je ostrov Baal. Jeden z velekněží baalské svatyně zná odpověď.“

„A kde je ten ostrov Baal?“ zeptal se filozof dychtivě. „Ani na to ti nedokážu odpovědět,“ pravil mudrc. „Věru, za celý život jsem nepoznal nikoho, kdo by věděl, jak dospět na ostrov Baal. Vše, co vím, je jen poloha jednoho dosud nepopsaného souostroví. Na jednom z těch ostrovů je mapa s podrobným návodem, jak se dostat na ostrov Baal. Nevím, na kterém z ostrovů by se měla mapa hledat, vím jen to, že jeho jméno je Maya. Pamatuj, že všechny ty ostrovy obývají výhradně poctivci, kteří vždy mluví pravdu, a padouši, kteří vždy lžou. Takže tam se musíš mít velice na pozoru!"

To byla nejnadějnější zvěst, jaké se filozofovi dostalo za celých čtyřiadvacet let! Abychom to zkrátili, bez valných obtíží se dostal na to souostroví, systematicky zkoumal ostrov za ostrovem a doufal, že odhalí, který z nich je Maya.

142. První ostrov.

Na prvním ostrově potkal dva domorodce, A a B, a ti prohlásili:

A: B je poctivec a tohle je ostrov Maya.
B: A je padouch a tohle je ostrov Maya.

Byl to ostrov Maya?

143. Druhý ostrov.

Na druhém ostrově dva domorodci, A a B, prohlásili:

A: Oba jsme padouši a tohle je ostrov Maya.
B: To je pravda.

Byl to ostrov Maya?

144. Třetí ostrov.

Na třetím ostrově A a B řekli:

A: Aspoň jeden z nás je padouch a tohle je ostrov Maya.
B: To je pravda.

Byl to ostrov Maya?

145. Čtvrtý ostrov.

Na čtvrtém ostrově mu řekli:

A: Oba jsme padouši a tohle je ostrov Maya.

B: Nanejvýš jeden z nás je padouch a tohle není ostrov Maya.

Byl to ostrov Maya?

146. Pátý ostrov.

Na pátém ostrově mu řekli:

A: Oba jsme padouši a tohle je ostrov Maya.
B: Aspoň jeden z nás je poctivec a tohle není ostrov Maya.

Byl to ostrov Maya?

147. Šestý ostrov.

Na šestém ostrově mu řekli:

A: Buď je B poctivec, nebo je tohle ostrov Maya.
B: Buď je A padouch, nebo je tohle ostrov Maya.

Byl to ostrov Maya?

148. Mapa cesty na Baal.

Tak tedy náš filozof ostrov Maya našel. Ovšem najít mapu s cestou na Baal nebyla věc tak snadná, jak původně předpokládal. Musel zajít za veleknězem ostrova Maya. Kněz ho zavedl do síně, kde na stole ležely tři mapy, X, Y a Z. Prohlásil, že jenom jedna z map opravdu vede k Baalu, ostatní dvě že ukazují cestu na ostrovy démonů, a jakmile někdo přistane na ostrově démonů, ti ho okamžitě rozsápou. Filozof si směl z těch tří map jednu vybrat.

V síni bylo také pět šamanů, A, B, C, D a E, každý z nich buď poctivec, nebo padouch. Ti mu dali dobré rady:

A: X je ta správná mapa.
B: Y je ta správná mapa.
C: A a B nejsou oba padouši.
D: Buď je A padouch, nebo je B poctivec.
E: Buď jsem padouch, nebo C a D mají stejnou povahu (oba jsou poctivci, nebo oba padouši).

Která z map X, Y, Z je ta pravá?

B. Ostrov Baal

Ze všech ostrovů, na nichž žijí poctivci a padouši, je ostrov Baal ten nejzvláštnější a nejzáhadnější. Žijí na něm výhradně lidé a opice. Opice jsou stejně vysoké jako lidé a mluví stejně plynně jako oni. Každá opice, stejně tak jako každý člověk, je tu buď poctivec, nebo padouch.

Uprostřed ostrova se tyčí baalská svatyně, jedna z nejpodivuhodnějších svatyní, co jich vůbec na světě je. Tamní velekněží jsou metafyzici a ve Vnitřním svatostánku sídlí kněz, o němž jdou zvěsti, že prý zná nejzazší tajemství všehomíra, totiž proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic.

Ti, kdo se ucházejí o Posvátné vědění, smějí vstoupit do Vnitřního svatostánku, pokud prokáží své kvality v trojích zkouškách. Dozvěděl jsem se o všech těch tajemstvích úskokem. Pronikl jsem do svatyně tak, že jsem se převlékl za opici. Riskoval jsem při tom nemálo; kdyby mě byli chytili, stihl by mě strašlivý trest. Nebyli by mě jen prostě usmrtili, kněží by změnili běh všehomíra tak, abych se nebyl vůbec narodil!

Nu, náš filozof si vybral tu správnou mapu, šťastně se dostal na ostrov Baal a podrobil se zkouškám. První kolo zkoušek probíhalo tři dny po sobě v rozlehlé síni nazývané Vnější svatostánek. Uprostřed seděla na zlatém trůně zahalená postava. Byl to buď člověk, nebo opice, a také buď poctivec, nebo padouch. Pronesl posvátná slova a z nich musel filozof poznat, kdo dotyčná postava je — poctivec, nebo padouch, člověk, nebo opice.

149. Zkouška první.
Postava pravila: „Jsem buď padouch, nebo opice." Co byla?

150. Zkouška druhá.
Postava pravila: „Jsem padouch a opice." Co byla?

151. Zkouška třetí.
Postava pravila: „Nejsem zároveň opice a poctivec." Co byla?

Filozof v těchto třech zkouškách obstál, a tak směl podstoupit druhé kolo, které se rovněž konalo ve třech po sobě jdoucích dnech v další prostorné síni, známé jako Prostřední svatostánek. Zde seděly na platinových trůnech dvě zahalené postavy. Pronesly posvátná slova a filozof musel určit, co která postava je. Pojmenujeme je A a B.

152. Zkouška čtvrtá.
A: Aspoň jeden z nás je opice.
B: Aspoň jeden z nás je padouch.
Co byla A a co B?

153. Zkouška pátá.
A: Oba jsme opice.
B: Oba jsme padouši.
Co byla A a co B?

154. Zkouška šestá.
A: B je padouch a opice. Já jsem člověk.
B: A je poctivec.
Co byla A a co B?

Filozof obstál i ve druhém kole zkoušek a čekalo ho kolo třetí, které sestávalo ze zkoušky jediné, ale nejtěžší.

155. Z Prostředního svatostánku vedou čtvery dveře, X, Y, Z a W. Alespoň jedny vedou do Vnitřního svatostánku. Když někdo vejde do nesprávných, sežere ho litá saň. Ve svatostánku bylo osm kněží, A, B, C, D, E, F, G a H, a každý z nich byl buď poctivec, nebo padouch, a ti filozofovi pravili:
A: X jsou správné dveře.
B: Alespoň jedny ze dveří Y a Z jsou správné.
C: A i B jsou poctivci.

D: X i Y jsou správné dveře.
E: X i Z jsou správné dveře.
F: Buď D, nebo E je poctivec.
G: Pokud je C poctivec, pak je jím i F.
H: Pokud G i já jsme oba poctivci, pak je poctivec i A.
Které dveře si měl filozof vybrat?

156. Konečně ve Vnitřním svatostánku!

Filozof si vybral správné dveře a živ a zdráv vešel do Vnitřního svatostánku. Na dvou diamantových trůnech tam seděli dva nejvyšší kněží veškerého všehomíra! Alespoň jeden z nich snad zná odpověď na Velkou otázku: „Proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic?"

Každý velekněz byl buď poctivec, nebo padouch. (Byli-li to lidé nebo opice, není tady důležité.) My ovšem ani o jednom nevíme, je-li padouch nebo poctivec, ani zná-li odpověď na Velkou otázku. Velekněží pravili:

První kněz: Jsem padouch a nevím, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic.

Druhý kněz: Jsem poctivec a nevím, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic.

Věděl některý z velekněží, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic?

157. Konečně odpověď!

A teď už stojíte na prahu odpovědi na Velkou otázku, proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic!

Nuže, jeden ze dvou velekněží, který skutečně znal odpověď na Velkou otázku, když se ho filozof zeptal: „Proč existuje něco, místo aby neexistovalo nic?", odpověděl: „Existuje něco, místo aby neexistovalo nic." Jaký závěr z toho všeho plyne?

Rozluštění

142. *Předpokládejme, že B je poctivec. Potom jde o ostrov Maya a A je padouch. A tak výrok A je nepravdivý, není*

tedy pravda, že B je poctivec a že ostrov je Maya. My však předpokládáme, že B je poctivec. Potom první část výroku je pravdivá, a tak druhá část výroku musí být nepravdivá, takže nejde o ostrov Maya. Pokud tedy B je poctivec, plyne z toho, že dotyčný ostrov je i není ostrov Maya. Proto B musí být padouch.

Protože B je padouch, tak je A rovněž padouch (A tvrdí, že B je poctivec). B je padouch a jeho výrok je nepravdivý, není tedy pravda, že A je padouch a že jde o ostrov Maya. První část výroku je pravdivá (A je skutečně padouch), takže druhá část výroku musí být nepravdivá, a tak nejde o ostrov Maya.

143. *Je zřejmé, že A je padouch (poctivec by nemohl pronést výrok, jaký vyslovil A). Poněvadž B souhlasí s A, tak B je také padouch. Výrok A je nepravdivý, tj. není pravda, že (1) oba jsou padouši a že (2) jde o ostrov Maya. Přitom (1) pravdivý je, (2) tedy musí být nepravdivý. Takže ostrov není ostrovem Maya.*

144. *Protože B souhlasí s A, jsou buď oba poctivci, nebo oba padouši. Kdyby byli oba poctivci, pak by nebyl alespoň jeden z nich padouch, a tak výrok A by byl nepravdivý. To není možné, když A je poctivec. Takže oba jsou padouši. To znamená, že výrok A je nepravdivý. Avšak první část výroku A je pravdivá (oba jsou padouši, tedy alespoň jeden z nich je padouch), a tak druhá část musí být nepravdivá. Takže ostrov není Maya.*

145. *A je zřejmě padouch, poctivec by nemohl vyslovit takový výrok. Jestliže B je poctivec, pak podle jeho výroku nejde o ostrov Maya. Jestliže B je padouch, potom první část výroku A je pravdivá. Výrok A je celý nepravdivý, když A je padouch, takže druhá část musí být nepravdivá. Ani tady nejde o ostrov Maya.*

146. *Opět A musí být padouch, B může být poctivec, nebo padouch, ale ani v jednom případě nejde o ostrov Maya.*

147. *Kdyby A byl padouch, potom by obě části jeho disjunktivního výroku byly nepravdivé, což by znamenalo, že B je padouch. To by znamenalo, že obě části disjunktivního výroku B by byly nepravdivé, A by tedy byl poctivec. To je rozpor, a tak A je poctivec. Takže jeho výrok je pravdivý, buď B je poctivec, nebo to je ostrov Maya. Pokud je pravdivá druhá možnost, pak to ovšem je ostrov Maya. Předpokládejme, že je pravdivá první možnost, to jest předpokládejme, že B je poctivec. Potom výrok B „Buď A je padouch, nebo je tohle ostrov Maya" je pravdivý. Přitom A padouch není, takže první možnost je nepravdivá. Pravdivá je možnost druhá, jde tedy o ostrov Maya.*

Shrňme si naši úvahu: Zjistili jsme, že buď je B poctivec, nebo tu jde o ostrov Maya. Avšak i když je B poctivec, jde o ostrov Maya. Takže to je ostrov Maya.

Konečně jsme tedy nalezli ostrov Maya!

148. *Kdyby E byl padouch, pak by bylo pravda, že buď je E padouch, nebo C a D mají stejnou povahu. To by znamenalo, že padouch vyslovil pravdivý výrok, a to není možné. Takže E je poctivec a jeho výrok je pravdivý. Buď tedy je E padouch, nebo C a D mají stejnou povahu. Jenomže on není padouch, a tak C a D mají stejnou povahu.*

Předpokládejme, že by C byl padouch. Pak by A i B byli padouši. Potom by výrok D byl pravdivý a D by byl poctivec. C by tedy byl padouch a D poctivec, což odporuje skutečnosti, že C a D mají stejnou povahu. Takže C musí být poctivec a D je také poctivec. Protože C je poctivec, A a B nejsou oba padouši, takže buď X, nebo Y je pravá mapa. Předpokládejme, že X je pravá mapa. Potom A je poctivec a B je padouch, což je v rozporu s pravdivým výrokem D, že buď A je padouch, nebo B je poctivec. X tedy nemůže být pravá mapa, pravá mapa je tedy Y.

149. *Kdyby autor výroku byl padouch, potom by byl buď padouch, nebo opice, a jeho výrok by byl pravdivý, což odporuje skutečnosti, že je padouch. Takže je poctivec. To znamená, že jeho výrok je pravdivý, je buď padouch, nebo*

opice. Není padouch, takže je opice. Je to tedy opičí poctivec.

150. *Autor výroku zřejmě není poctivec, a tak je padouch a jeho výrok je nepravdivý. Takže je buď poctivec, nebo člověk. Není poctivec, a tak je člověk. Je to lidský padouch.*

151. *Předpokládejme, že autor výroku je padouch. Potom by tomu bylo tak, že není současně opice i poctivec, jeho výrok by byl pravdivý, a my bychom měli před sebou padoucha vyslovujícího pravdivý výrok. Takže autor výroku je poctivec. Pak je pravda, že není zároveň opice i poctivec. Kdyby byl opice, pak by byl opice i poctivec, takže je člověk. Je to tedy lidský poctivec.*

152. *Není možné, aby B byl padouch, to by jeho výrok byl pravdivý. Takže B je poctivec, jeho výrok je pravdivý, a A je tedy padouch. Potom výrok A je nepravdivý, jsou to tedy oba lidé. Takže A je lidský padouch a B je lidský poctivec.*

153. *B musí být padouch, protože poctivec by nemohl vyslovit takový výrok. Takže A a B nejsou oba padouši, A je tedy poctivec. Výrok A je pravdivý, oba jsou tedy opice. Takže A je opičí poctivec a B je opičí padouch.*

154. *Předpokládejme, že B je poctivec. Potom by A byl poctivec (B to říká), a tak B by byl padouch a opice, což je rozpor. Takže B je padouch. Podle toho, co prohlásil B, je A také padouch. První výrok A je tedy nepravdivý a B není padouch a opice. Jenže B padouch je, a tak není opice. B je tedy lidský padouch. Z druhého výroku A vyplývá, že A je opice. A je tedy opičí padouch.*

155. *Nejprve doložíme, že G je poctivec. K tomu stačí prokázat, že jeho výrok je pravdivý. Musíme tedy dokázat, že pokud je C poctivec, pak je poctivec i F. Z předpokladu, že C je poctivec, odvodíme, že F je rovněž poctivec.*

Tak tedy předpokládejme, že C je poctivec. Potom jsou poctivci A i B, a tak X jsou správné dveře a správné jsou rovněž buď Y, nebo Z.

1. možnost: Y jsou správné. Potom jsou správné X i Y. V tomto případě je D poctivec.

2. možnost: Z jsou správné. Potom jsou správné X i Z. V tomto případě je E poctivec.

Tak tedy buď D, nebo E je poctivec. Takže výrok F je pravdivý, F je tedy poctivec.

Náš předpoklad, že C je poctivec, vede k závěru, že F je poctivec. Takže je pravda, že pokud C je poctivec, pak je jím i F. A právě tohle řekl G, takže G je poctivec.

A teď dokážeme, že výrok H je pravdivý. H řekl, že pokud jsou G i H poctivci, pak je poctivec i A. Předpokládejme, že H je poctivec. Potom jsou poctivci G i H. Je rovněž pravda, že jsou-li G i H poctivci, je jím též A (H řekl, že to tak je, a my předpokládáme, že H je poctivec). Takže pokud H je poctivec, potom (1) G i H jsou poctivci; (2) pokud G i H jsou poctivci, je jím též A. Z (1) a (2) vyplývá, že A je poctivec. Je-li tedy H poctivec, je jím i A. Právě tohle H řekl, H je tedy poctivec. Jeho výrok je pravdivý, a poněvadž G i H jsou poctivci, tak A je poctivec.

Nyní tedy víme, že A je poctivec, a tak X jsou opravdu správné dveře. Filozof si tedy měl vybrat dveře X.

156. První kněz nemůže být poctivec, je to padouch. Jeho výrok je nepravdivý, a to znamená, že není pravda, že je padouch a že nezná odpověď na Velkou otázku. Jenže on padouch je, první část výroku je tedy pravdivá. Takže druhá část výroku je nepravdivá, odpověď tedy zná. První kněz je padouch a zná odpověď.

Pokud jde o druhého kněze, nedá se přesně charakterizovat. Buď je to poctivec, který nezná odpověď, nebo je to padouch. Ať tak nebo tak (a to je podstatné pro další hádanku), pokud odpověď zná, tak je padouch.

157. Zjistili jsme, že první kněz zná odpověď a je padouch, a druhý kněz, pokud zná odpověď, je padouch. Je dáno, že

ten, který řekl: „Existuje něco, místo aby neexistovalo nic," odpověď zná. Takže ten, který to řekl, je padouch, a tak výrok „Existuje něco, místo aby neexistovalo nic" je nepravdivý. To znamená, že neexistuje nic!

Zdá se tedy, že odpověď, po níž se filozof pídil celý život, zní, že ve skutečnosti neexistuje vůbec nic.

Tady však cosi nehraje: Když nic neexistuje, jak to, že existuje kněz, který vyslovil ten výrok?

Odtud vyplývá, že ostrov Baal, jak jsem ho tu vylíčil, nemůže existovat. Nejde ani tak o to, že ten ostrov ve skutečnosti neexistuje (to bylo nanejvýš pravděpodobné už na začátku našeho příběhu), ale především o to, že je logicky zaručeno, že nemůže existovat. Kdyby totiž existoval, a moje vyprávění by bylo pravdivé, potom (jak jsem dokázal) by z toho logicky vyplývalo, že nic neexistuje, a tak by neexistoval ani ostrov Baal. To je rozpor, takže ostrov Baal nemůže existovat.

Je zajímavé, že všechno, co jsem vám tu povídal před poslední epizodou (hádanka 157), bez ohledu na to, jak nevěrohodné se vám leccos z toho mohlo zdát, bylo logicky možné. Teprve poslední příběh byl tou kapkou, kterou nádoba přetekla.

11. Ostrov zakletých

A. BAL a GA

Na jednom tichomořském ostrově se dařilo černé magii. Dobrá polovina obyvatel byla zakleta kouzlem vudu. Zakletí domorodci na tom ostrově se však nechovají tak, jak bývá u vudu obvyklé. Nejsou němí ani zdánlivě mrtví, pohybují se a mluví jako obyčejní lidé. Liší se jen tím, že zakletí lidé vždycky lžou a obyčejní lidé vždycky mluví pravdu.

Jistě vám to připomíná poctivce a padouchy, jen v jiném převleku. Jenomže je to jinak! Tady situaci komplikuje skutečnost, že i když všichni místní obyvatelé rozumějí evropským jazykům, dávné tabu platící na ostrově jim zakazuje mluvit cizím jazykem. Ať jim položíte jakoukoliv otázku, na niž je odpověď „Ano" nebo „Ne", vždycky odpovědí buď „Bal", nebo „Ga"; jedno slovo znamená „Ano" a druhé „Ne". Potíž je ale v tom, že nevíme, které z dotyčných domorodých slov znamená „Ano" a které „Ne".

158. Jednou jsem potkal obyvatele zmíněného ostrova a zeptal jsem se ho: „Znamená ‚Bal' ‚Ano'?" Odpověděl mi: „Bal."

(a) Dá se z toho odvodit, co znamená „Bal"?
(b) Dá se z toho odvodit, je-li ten obyvatel zakletý?

159. Lze jednou jedinou otázkou zjistit, co znamená „Bal"? (Pamatujte, že dostanete odpověď buď „Bal", nebo „Ga".)

160. Dejme tomu, že vás nezajímá, co znamená „Bal", ale jen to, je-li dotazovaný člověk zakletý. Dokážete to zjistit jedinou otázkou? (Opět dostanete odpověď buď „Bal", nebo „Ga".)

161. Jste na témž ostrově a chcete se oženit s královskou dcerou. Král hodlá dát svou dceru jen tomu, kdo je mimořádně inteligentní. A tak musíte podstoupit zkoušku. Ta spočívá v tom, že smíte medicinmanovi položit jedinou otázku. Pokud odpoví „Bal", můžete si královskou dceru vzít, pokud odpoví „Ga", budete o hlavu kratší.

Máte tedy vymyslet takovou otázku, aby bez ohledu na to, je-li medicinman obyčejný, nebo zakletý a znamená-li „Bal" „Ano", nebo „Ne", musel odpovědět „Bal".

162. A teď trochu těžší hádanku. Povídá se, že je na ostrově poklad. Připlujete na ostrov, a než začnete kopat, chcete vědět, je-li tam poklad opravdu. Všichni domorodci vědí, jak to s pokladem je. Jak to zjistíte jedinou otázkou? Připomeňme si, že odpoví buď „Bal", nebo „Ga", a z odpovědi se musíte dozvědět, je-li tam poklad, bez ohledu na to, co „Bal" a „Ga" vlastně znamená.

B. Inspektor Fishtrawn přichází

163. Přelíčení.

I na sousedním ostrově obyčejných a zakletých lidí se „Ano" a „Ne" řekne „Bal" a „Ga", i když třeba ne v tomhle pořadí. Někteří domorodci na otázky odpovídají „Bal" a „Ga", jiní ale nerespektují tabu a odpovídají „Ano" a „Ne".

Z jakéhosi záhadného důvodu tam mají v každé rodině všichni členové stejnou povahu, tj. buď všichni lžou, nebo všichni mluví pravdu. Tak například když si vezmeme dva bratry, jsou to vždycky buď oba obyčejní lidé, nebo jsou oba zakletí.

Jeden z domorodců byl v podezření, že spáchal těžký zločin. Případ to byl tak závažný, že přivolali inspektora Fishtrawna až z Londýna. Všichni tři korunní svědkové A, B a C byli domorodci z ostrova. Inspektor Fishtrawn je před soudem vyslechl. Uvádíme zápis výslechu podle protokolu z přelíčení:

Otázka na A: Je obviněný nevinen?
A odpovídá: Bal.
Otázka na B: Co znamená „Bal"?
B odpovídá: „Bal" znamená „Ano".
Otázka na C: Jsou A a B bratři?
C odpovídá: Ne.
Druhá otázka na C: Je obviněný nevinen?
C odpovídá: Ano.
Je obviněný vinen?

164. Lze v předchozí hádance určit, mají-li A a B stejnou povahu?

165. Zpola zakletí.

Když přelíčení skončilo, inspektor Fishtrawn navštívil jeden zvláštní ostrov v sousedství. Někteří obyvatelé tam jsou obyčejní lidé, jiní jsou zakletí, a ostatní jsou zpola zakletí. Ti zpola zakletí jsou také pod vlivem kouzla vudu, jenomže zaklínání mělo u nich úspěch jenom napůl. Výsledkem je, že zpola zakletí někdy lžou a jindy mluví pravdu. „Ano" a „Ne" se tu opět řekne „Bal" a „Ga", někdy „Ano" a „Ne".

Inspektor Fishtrawn potkal domorodce a položil mu otázku: „Když se vás někdo zeptá, znamená-li ‚Bal' ‚Ano', a vy odpovíte ve svém domorodém jazyce, odpovíte ‚Bal'?"

Domorodec mu cosi odpověděl, a Fishtrawn z odpovědi dokázal odvodit, je-li její autor obyčejný, zakletý nebo zpola zakletý. Co domorodec odpověděl?

166. Kdo to byl?

Jindy se inspektor Fishtrawn na témž ostrově zeptal jiného domorodce: „Když se vás někdo zeptá, jsou-li dvě a dvě čtyři, a vy odpovíte ve svém domorodém jazyce, odpovíte ‚Bal'?" Inspektor zase dokázal z odpovědi odvodit, je-li její autor obyčejný, zakletý nebo zpola zakletý. Jak zněla odpověď?

158. *Nelze odvodit, co znamená „Bal", ale můžeme odvodit, že autor odpovědi není zakletý.*

Předpokládejme, že „Bal" znamená „Ano". Potom „Bal" je pravdivá odpověď na otázku, znamená-li „Bal" „Ano". V tomto případě tedy autor výroku byl obyčejný člověk.

Předpokládejme, že „Bal" znamená „Ne". Potom je „Bal" pravdivá odpověď na otázku, znamená-li „Bal" „Ano". Opět je tedy autor výroku obyčejný člověk. Bez ohledu na to, znamená-li „Bal" „Ano" nebo „Ne", je tedy autor výroku obyčejný člověk.

159. *Stačí se ho zeptat, je-li obyčejný člověk. Všichni domorodci na ostrově tvrdí, že jsou obyčejní lidé, obyčejný i zakletý tedy odpoví kladně. Jestliže tedy odpoví „Bal", potom „Bal" znamená „Ano"; jestliže odpoví „Ga", potom „Ga" znamená „Ano" (a „Bal" „Ne").*

160. *Poslouží vám spolehlivě otázka z hádanky 158. Zeptejte se ho prostě, znamená-li „Bal" „Ano". Pokud „Bal" znamená „Ano", potom pravdivá odpověď na otázku je „Bal", obyčejný člověk tedy řekne „Bal" a zakletý „Ga". Pokud „Bal" neznamená „Ano", potom pravdivá odpověď na otázku je opět „Bal", takže obyčejný člověk řekne „Bal" a zakletý „Ga".*

161. *Je několik možností, jak dceru získat. Jedna je, že se zeptáte medicinmana, je-li „Bal" pravdivá odpověď na otázku, je-li on obyčejný člověk. Dokážeme, že musí odpovědět „Bal". Pro jednoduchost si označme písmenem H otázku: „Jste obyčejný člověk?" Připomeňme si, že se ho neptáte, je-li odpověď na H kladná, ale je-li „Bal" pravdivá odpověď na H.*

1. případ: Medicinman je obyčejný. *Pokud „Bal" znamená „Ano", potom „Bal" je pravdivá odpověď na H, a poněvadž medicinman je obyčejný člověk, řekne vám podle pravdy, že to tak je, tedy řekne „Bal". Pokud „Bal" znamená*

„Ne", potom je „Bal" nepravdivá odpověď na H, a medicinman vám podle pravdy řekne, že to tak není, řekne tedy „Bal". Takže obyčejný medicinman odpoví „Bal", bez ohledu na to, znamená-li „Bal" „Ano" nebo „Ne".

2. případ: Medicinman je zakletý. *Pokud „Bal" znamená „Ano", potom „Bal" není pravdivá odpověď na H, ale protože medicinman je zakletý, zalže a řekne, že to pravdivá odpověď je, řekne tedy „Bal". Pokud „Bal" znamená „Ne", potom „Bal" je pravdivá odpověď na H, medicinman zalže a řekne, že to pravdivá odpověď není, řekne tedy „Bal". Zakletý medicinman tedy řekne „Bal", bez ohledu na to, znamená-li „Bal" „Ano" nebo „Ne".*

Spolehlivě tu poslouží i jiné otázky:

(1) Je pravda, že buď jste obyčejný člověk a „Bal" znamená „Ano", nebo jste zakletý a „Bal" znamená „Ne"?

(2) Je pravda, že jste obyčejný člověk, právě když „Bal" znamená „Ano"?

162. *Zase existuje několik možností, jak toho dosáhnout. Jedna možnost je, že se zeptáte: „Kdyby se vás někdo ptal, je-li na tomhle ostrově poklad, odpověděl byste ‚Bal'?" Dokážeme, že pokud je na ostrově poklad, tak odpoví „Bal", a pokud tam není, odpoví „Ga", bez ohledu na to, je-li obyčejný člověk nebo zakletý, a bez ohledu na to, co vlastně znamená „Bal" a „Ga".*

Otázku „Je na tomhle ostrově poklad?" označme jako G.

1. případ: Domorodec je obyčejný člověk a „Bal" znamená „Ano".

Předpokládejme, že na ostrově poklad je. Potom by na otázku G odpověděl „Bal". Protože je obyčejný člověk, řekne vám podle pravdy, že by odpověděl „Bal", takže jeho odpověď na vaši otázku bude „Bal". Předpokládejme, že na ostrově poklad není. Potom by na otázku G neodpověděl „Bal", a protože je obyčejný člověk, řekne vám, že by „Bal" neodpověděl, a jeho odpověď na vaši otázku bude tedy „Ga".

2. případ: Domorodec je zakletý a „Bal" znamená „Ano".

Předpokládejme, že na ostrově poklad je. Potom „Bal" je pravdivá odpověď na G, a domorodec je zakletý, neodpověděl by tedy na G „Bal". Vám bude lhát a jeho odpověď tedy bude „Bal". Předpokládejme, že na ostrově poklad není. Potom „Bal" je nepravdivá odpověď na G, takže by domorodec na G odpověděl „Bal". Ale vám bude lhát a řekne, že by „Bal" neodpověděl, zodpoví tedy vaši otázku „Ga".

3. případ: Domorodec je obyčejný člověk a „Bal" znamená „Ne".

Předpokládejme, že na ostrově je poklad. Potom „Bal" je nepravdivá odpověď na G, takže obyčejný člověk by tak neodpověděl. Řekne vám podle pravdy, že by neodpověděl „Bal", jeho odpověď na vaši otázku tedy bude „Bal". Jestliže na ostrově poklad není, pak „Bal" je pravdivá odpověď na G, a obyčejný člověk by tak na G odpověděl. Zodpoví vám tedy vaši otázku „Ga" (což znamená „Ano", na G by odpověděl „Bal").

4. případ: Domorodec je zakletý a „Bal" znamená „Ne".

Předpokládejme, že na ostrově poklad je. Potom by domorodec na G odpověděl „Bal", jenže vám zalže, že by tak neodpověděl, dá vám tedy na vaši otázku odpověď „Bal". Předpokládejme, že na ostrově poklad není. Pak by na G odpověděl „Ga". Jenomže vám zalže, že by odpověděl „Bal". Na vaši otázku tedy dá odpověď „Ga".

Když to shrneme, pokud na ostrově poklad je, ve všech čtyřech případech dostanete odpověď „Bal"; pokud na ostrově poklad není, dostane se vám vždycky odpovědi „Ga".

Jiná otázka, která by to také vyřešila: „Je pravda, že jste obyčejný člověk, právě když ‚Bal' je pravdivá odpověď na otázku, je-li na tomhle ostrově zlato?"

163. *Nejprve dokážeme, že C nemůže být zakletý. Připusťme, že C zakletý je. Potom A a B jsou bratři, a tedy buď oba obyčejní, nebo oba zakletí. Předpokládejme, že oba jsou obyčejní. Potom „Bal" opravdu znamená „Ano", takže A odpověděl kladně na otázku, je-li obviněný nevinen,* *a tak obviněný je nevinen. Předpokládejme, že A i B jsou zakletí. Potom „Bal" ve skutečnosti znamená „Ne", a protože A je zakletý a odpověděl záporně na otázku, je-li obviněný nevinen, je obviněný nevinen. Jestliže tedy C je zakletý, potom je obviněný nevinen (bez ohledu na to, jsou-li A i B obyčejní nebo zakletí). Na druhé straně, pokud je C zakletý, potom je obviněný vinen, poněvadž C říká, že je nevinen. A to je rozpor, takže C nemůže být zakletý, je tedy obyčejný. A protože C říká, že obviněný je nevinen, je obviněný skutečně nevinen.*

164. *C je obyčejný člověk, a tak A a B nejsou bratři. To ještě neznamená, že musí mít různou povahu — mohou ji mít stejnou, i když nejsou bratři. V našem případě stejnou povahu mají, protože kdyby neměli, potom by obviněný musel být vinen. Čtenáři by nemělo činit potíže dokázat si to sám.*

165. *Ze všech čtyř možných odpovědí („Bal", „Ga", „Ano", „Ne") jen jednu nemůže dát ani obyčejný člověk, ani zakletý, a tou je „Ne". Podrobněji: ať už by tázaný domorodec byl obyčejný, nebo zakletý, pokud by odpověděl po evropsku, jeho odpověď by byla „Ano"; kdyby odpověděl v domorodém jazyce, potom pokud „Bal" znamená „Ne", odpověděl by „Ga", a pokud „Bal" znamená „Ano", odpověděl by „Bal". (Ponechávám čtenáři, aby si to dokázal sám.) Takže kdyby se Fishtrawnovi dostalo jiné odpovědi než „Ne", nebyl by s to poznat, jaký je její autor. Jenže on to poznal, a tak dostal odpověď „Ne" a její autor byl zpola zakletý.*

166. *Opět je autor odpovědi zpola zakletý, a Fishtrawn to mohl zjistit jedině tak, že dostal odpověď „Ga". Kdyby byla odpověď po evropsku, Fishtrawn by na nic nepřišel, protože jak obyčejný člověk, tak zakletý by odpověděl „Ano", pokud „Bal" znamená „Ano", a „Ne", pokud „Bal" znamená „Ne". Kdyby dotyčný odpověděl „Bal", mohl by být buď obyčejný, zakletý nebo zpola zakletý.*

12. Je Dracula živ?

A. V Transylvánii

Ať už nám Bram Stoker*) namluvil cokoliv, měl jsem závažný důvod pochybovat, že hrabě Dracula byl skutečně zahuben. A tak jsem se rozhodl, že se vydám do Transylvánie, abych vypátral, jak se věci doopravdy mají. Šlo mi o tohle: (1) zjistit, je-li hrabě Dracula ještě živ, (2) v případě, že byl zahuben, chtěl jsem vidět na vlastní oči jeho pozůstatky, (3) v případě, že žije, chtěl jsem se s ním setkat.

V době, kdy jsem pobýval v Transylvánii, asi tak polovina obyvatel byli lidé a polovina byli upíři. Lidé se podle zevnějšku od upírů nedají rozeznat, lidé však (alespoň v Transylvánii) vždycky mluví pravdu a upíři vždycky lžou. Celou situaci značně komplikuje to, že polovina obyvatel Transylvánie se úplně pomátla. Jsou popleteni v tom, že o každém pravdivém tvrzení si myslí, že je nepravdivé, a každé nepravdivé pokládají za pravdivé. Druhá polovina si zachovala zdravý rozum a dobře ví, které tvrzení je pravdivé a které nepravdivé. A tak obyvatelé Transylvánie jsou čtyř druhů: (1) rozumní lidé, (2) pomatení lidé, (3) rozumní upíři, (4) pomatení upíři. Vše, co řekne rozumný člověk, je pravda; nic, co řekne pomatený člověk, není pravda; nic, co řekne rozumný upír, není pravda; a vše, co řekne pomatený upír, je pravda. Tak třeba rozumný člověk řekne, že dvě a dvě jsou čtyři; pomatený člověk řekne, že nejsou (protože si vážně myslí, že nejsou); rozumný upír rovněž řekne, že nejsou (protože ví, že jsou, a lže); pomatený upír řekne, že jsou (protože myslí, že nejsou, a lže).

*) **Pozn. překl.** Autor proslulého románu o Draculovi.

167. Jednou jsem potkal jednoho Transylvánce, a ten řekl: „Buď jsem člověk, nebo jsem rozumný." Ke kterému druhu patřil?

168. Jiný místní obyvatel řekl: „Nejsem rozumný člověk." Ke kterému druhu patřil?

169. Další místní obyvatel řekl: „Jsem pomatený člověk." Patřil ke stejnému druhu jako obyvatel z předchozí hádanky?

170. Jednou jsem potkal jednoho místního obyvatele a zeptal se ho: „Jste pomatený upír?" Cosi odpověděl, a já už věděl, co je zač. Co byl zač?

171. Jednou jsem zase potkal jednoho Transylvánce, a ten mi řekl: „Já jsem upír." Dá se z toho usoudit, je-li to člověk nebo upír? Dá se z toho usoudit, je-li rozumný nebo pomatený?

172. Dejme tomu, že Transylvánec řekne: „Jsem pomatený." Dá se z toho usoudit, je-li to člověk nebo upír? Dá se z toho usoudit, je-li rozumný nebo pomatený?

173. Lahůdková hádanka.
Obrácením výroku „Jestliže P, potom Q" je výrok „Jestliže Q, potom P". Existují dva výroky, X a Y, které jsou navzájem obrácené a přitom pro ně platí:
(1) X nevyplývá z Y ani Y nevyplývá z X.
(2) Když Transylvánec vysloví libovolný z výroků X, Y, pak je druhý z výroků pravdivý.
Dokázali byste takové dva výroky sestavit?

174. Mějme nějaký výrok X. Transylvánec T si myslí, že výrok „T si myslí, že platí X" je pravdivý. Vyplývá z toho, že X platí?
Dejme tomu, že si T myslí, že výrok „T si myslí, že platí X" není pravdivý. Vyplývá z toho, že X neplatí?

175. Transylvánec řekne: „Myslím si, že platí X." Když je člověk, vyplývá z toho, že X platí? Když je upír, vyplývá z toho, že X neplatí? Odpověď na tuhle hádanku se pro nás stane důležitým pravidlem.

176. Jednou jsem potkal dva Transylvánce, A a B. Zeptal jsem se A: „Je B člověk?" A odpověděl: „Myslím si, že ano." Pak jsem se zeptal B: „Myslíte si, že A je člověk?" Jak B odpověděl, „Ano", nebo „Ne"?

177. Řekněme, že Transylvánec je spolehlivý, když je to buď rozumný člověk, nebo pomatený upír, a nespolehlivý, když je to buď pomatený člověk, nebo rozumný upír. Spolehliví jsou tedy ti, co vyslovují pravdivé výroky, a nespolehliví ti, co vyslovují výroky nepravdivé (ať už ze zlého úmyslu, nebo z pomatenosti).
Zeptáte se Transylvánce: „Jste spolehlivý?", a on vám odpoví buď „Ano", nebo „Ne". Poznáte z jeho odpovědi, je-li to upír? Poznáte z ní, je-li rozumný?

178. Namísto toho se ho zeptáte: „Myslíte si, že jste spolehlivý?" Odpoví vám buď „Ano", nebo „Ne". Poznáte z jeho odpovědi, je-li to upír? Poznáte, je-li rozumný?

B. Je hrabě Dracula živ?

179. Jak už jsem řekl, první záhadou, kterou jsem chtěl vyřešit, byla otázka, je-li hrabě Dracula živ. Zeptal jsem se na to jednoho Transylvánce, a ten mi řekl: „Jestliže jsem člověk, tak je hrabě Dracula živ." Dá se z toho určit, je-li Dracula živ?

180. Jiný Transylvánec mi řekl: „Jestliže jsem rozumný, tak je hrabě Dracula živ." Dá se z toho určit, je-li Dracula živ?

181. Další mi řekl: „Jestliže jsem rozumný člověk, tak je hrabě Dracula živ." Dá se z toho určit, je-li Dracula živ?

182. Transylvánec řekne: „Jestliže jsem buď rozumný člověk, nebo pomatený upír, tak je hrabě Dracula živ." Dá se z toho určit, je-li Dracula živ?

183. Existuje výrok, kterým by vás Transylvánec přesvědčil, že Dracula je živ a že ten výrok je nepravdivý?

184. Existuje výrok, kterým by vás Transylvánec přesvědčil, že Dracula je živ, a přitom byste nepoznali, je-li to výrok pravdivý nebo nepravdivý?

185. Transylvánec vyslovil dva výroky:
(1) Jsem rozumný.
(2) Myslím si, že hrabě Dracula je mrtev.
Dá se z toho určit, je-li Dracula živ?

186. Transylvánec vyslovil dva výroky:
(1) Jsem člověk.
(2) Jestliže jsem člověk, tak je hrabě Dracula živ.
Dá se z toho určit, je-li Dracula živ?

C. Jak se jen zeptat?

187. Dokázali byste jedinou otázkou z Transylvánce vytáhnout, je-li upír?

188. Dokázali byste jedinou otázkou z Transylvánce vytáhnout, je-li rozumný?

189. Jakou otázku byste položili Transylvánci, aby musel odpovědět „Ano", bez ohledu na to, ke kterému ze čtyř druhů patří?

190. Dokázali byste jedinou otázkou z Transylvánce vytáhnout, je-li hrabě Dracula živ?

D. Na Draculově hradě

Kdybych byl vzal rozum do hrsti a rozluštil poslední hádanku, byl bych si ušetřil spoustu nepříjemností. Jenomže já byl už tak umořený tím věčným tříděním Transylvánců na rozumné a pomatené, tak zpitomělý z toho věčného dohadování, kdo lže a kdo mluví pravdu, že mi už myšlení vynechávalo. To víte, byl jsem také nervózní, že jsem tu mezi Transylvánci, a mezi nimi jsou upíři. A to mě teprve čekaly situace, proti kterým tohle všechno byla legrace!

Pořád jsem ještě nevěděl, je-li hrabě Dracula živ. Zdálo se mi, že se na tu otázku mohu dozvědět odpověď, jedině když se mi podaří proniknout na Draculův hrad. Neuvědomil jsem si tehdy, že se tím všechno jen zkomplikuje, však uvidíte.

Dobře jsem věděl, kde stojí Draculův hrad, a bylo mi známo, že tam panuje čilý ruch. Věděl jsem i to, že na hradě je přítomen domácí pán, ale nevěděl jsem, je-li to hrabě Dracula (vždyť jsem ani nevěděl, je-li živ). Nu a na hrad se mohlo jenom na pozvání, a pozvánky se rozdávaly jenom výkvětu transylvánské společnosti. A tak jsem strávil několik měsíců pracného šplhání po společenském žebříčku, než jsem si stál tak dobře, abych mohl být pozván na hrad. Ten den konečně přišel, a já dostal pozvání, abych se zúčastnil slavnosti na Draculově hradě, která měla trvat několik dní a nocí.

Šel jsem tam pln nadějí, ale záhy se dostavil první otřes. Hned jak jsem vešel do hradu, uvědomil jsem si, že v tom chvatu jsem si zapomněl vzít kartáček na zuby, kapesní šachy a nějaké čtivo. Vydal jsem se tedy zpátky k bráně, že si dojdu do hotelu, jenže mě zarazil neobyčejně přísně a drsně vyhlížející Transylvánec a zdvořile, leč rozhodně mi sdělil, že kdo jednou vejde do Draculova hradu, nesmí odejít bez svolení domácího pána. „V tom případě," pravil jsem, „bych se s domácím pánem rád sešel." „To je naprosto vyloučeno," zvěstoval mi, „ale mohu mu vyřídit vzkaz, pokud si přejete." No dobrá, poslal jsem domácímu pánovi písemný vzkaz, v němž jsem se dotazoval, mohl-li bych se na chvilku z hradu vzdálit. Odpověď tu byla obratem, stručná a nepříliš povzbudivá. Pravilo se v ní: „Samozřejmě že ne!"

Tak tedy jsem byl vězněm na hradě hraběte Draculy! No co jsem mohl dělat? V té chvíli zřejmě nic, takže věren zásadám zenového buddhismu jsem se rozhodl, že se budu večer veselit jak náleží a že se dám do díla, jen se k tomu naskytne příležitost.

Toho večera byl ten nejnádhernější ples, jaký jsem kdy zažil a o jakém jsem kdy slyšel. Asi tak ve dvě ráno jsem se rozhodl, že půjdu spát, a zavedli mě do mého pokoje. Byl jsem pln dojmů, a tak vzdor nebezpečí, v němž jsem se ocitl, spal jsem tvrdě. Probudil jsem se druhého dne kolem poledního, a po vydatném jídle jsem se vmísil mezi hosty v naději, že se dozvím víc. A to jsem zažil druhý otřes. Všichni ti lidé (až na mne) patřili k elitě Transylvánců, kteří namísto slov „Ano" a „Ne" užívali výrazů „Bal" a „Ga" — přesně jako na ostrově zakletých! Tak jsem tu trčel mezi transylvánskou elitou, každý tu byl buď člověk, nebo upír, buď rozumný, nebo pomatený, a vrcholem všeho bylo, že jsem nevěděl, co znamená „Bal" a „Ga"! Takže všechny trampoty, co jsem měl s Transylvánci, kterých jsem se vyptával tam dole v podhradí, se tu spojily s obtížemi, které mě pronásledovaly na ostrově zakletých. Připadalo mi, že když jsem přišel na hrad, dostal jsem se z deště pod okap.

Když jsem si to uvědomil, pozbyl jsem vyrovnanosti, která tak zdobí stoupence zenového buddhismu, a celý den jsem byl úplně na dně. Brzo jsem odešel do pokoje, neměl jsem nejmenší chuti oddávat se radovánkám druhého večera. Svalil jsem se na postel, a nemohl jsem ani spát, ani přemýšlet. A pak jsem zničehonic vyskočil jako jelen. Uvědomil jsem si, že nové komplikace s „Bal" a „Ga" se

dají snadno překonat. Celý vzrušený jsem vytáhl tužku a zápisník a hbitě jsem rozluštil tyhle hádanky:

191. Jedinou otázkou (na niž je odpověď buď „Bal", nebo „Ga") dokážu z kohokoli na hradě vytáhnout, je-li upír.

192. Jedinou otázkou mohu zjistit, je-li rozumný.

193. Jedinou otázkou mohu zjistit, co znamená „Bal".

194. Když se mi zachce, mohu komukoli na hradě položit takovou otázku, že na ni bude muset odpovědět „Bal".

195. Jedinou otázkou mohu zjistit, je-li Dracula živ.

Které otázky to jsou?

E. Draculova hádanka

A už jsme před vrcholem celého dobrodružství! Příštího dne jsem si zjistil všechno, co jsem potřeboval vědět — Dracula byl opravdu živ, těšil se skvělému zdraví, a byl domácím pánem na hradě. Ke svému překvapení jsem zjistil i to, že Dracula je pomatený upír, takže všechny výroky, které vysloví, jsou pravdivé.

Jenomže k čemu mi to všechno bylo dobré, teď když jsem byl vydán na milost a nemilost osudu a hrozilo mi nebezpečí, že budu proměněn v upíra a navždycky přijdu o duši? Za několik dnů všechny radovánky skončily a všem hostům bylo dovoleno z hradu odejít, až na mne. Zůstal jsem opuštěn na hrůzostrašném hradě, vězeň domácího pána, kterého jsem ještě ani nespatřil.

Nečekal jsem dlouho. Krátce před půlnocí mě vyburcovali z tvrdého spánku a s chladnou zdvořilostí eskortovali do soukromých komnat hraběte Draculy. Zřejmě se mu zachtělo udělit mi audienci. Mí průvodci se ztratili a já stál tváří v tvář samotnému hraběti Draculovi. Po chvíli mlčení, která mi připadala věčná, Dracula řekl: „Je vám známo, že svým obětem vždy poskytuji jistou možnost záchrany?"

„Ne," odpověděl jsem upřímně, „to mi známo nebylo."

„Inu," Dracula nato, „myslím, že ani tentokrát bych se neměl připravit o to potěšení."

Tón, kterým to říkal, se mi vůbec nelíbil, znělo v něm nejhlubší opovržení.

„Vězte," pravil Dracula, „dám své oběti vždy hádanku. Když mi dá na ni správnou odpověď do čtvrthodiny, propustím ji na svobodu. Když nedá, nebo dá nesprávnou, zakousnu ji a navždy se z ní stane upír."

„Rozumný, nebo pomatený?" zeptal jsem se s nevinným výrazem.

Dracula zesinal vzteky. „Však on vás ten humor přejde!" vybuchl. „Uvědomujete si plně vážnost své situace? Nemám ani v nejmenším náladu na nějaké hloupé žerty! Ještě jednou, a neposkytnu vám ani tuto možnost!"

I když mi naháněl strach, mou bezprostřední reakcí byla hlavně zvědavost, proč vlastně Dracula o své vůli riskuje, že přijde o oběť. „Co vám dává příčinu k tak sportovní velkorysosti?" vyzvídal jsem.

„Velkorysosti?" pravil Dracula přezíravě. „Co vás napadá, já nemám v sobě velkorysosti ani špetku. Dělám to pro své sadistické potěšení. Když se dívám na svou oběť, jak se kroutí, svíjí a prohýbá pod tíhou marné duševní námahy, nahrazuje mi to mnohonásobně obavu z nepatrné možnosti, že bych o oběť přišel."

To slovo „nepatrné" zrovna moc útěchy neskýtalo. „Věřte," pokračoval Dracula, „že mi dosud ještě žádná oběť neunikla, takže tak mnoho neriskuji."

„Dobrá," sebral jsem všechny síly, „jaká je to hádanka?"

196. Dracula se na mne chvíli pronikavě díval. „Otázky, které jste kladl mým hostům, byly velice chytré — ó ano, vím vše. Vskutku, velice chytré, ale zase ne tak chytré, jak se domníváte. Musel jste pro každou jednotlivou informaci, kterou jste chtěl získat, vymyslet zvláštní dotaz. Nevystihl jste jednoduchý univerzální princip, který by vám byl

ušetřil mnoho duševní námahy. Existuje totiž jistý výrok S, a ten má téměř kouzelnou moc. Chcete-li zjistit pravdivost nějakého výroku X, stačí se pouze dotázat kohokoliv na hradě: ‚Je S ekvivalentní X?' Pokud se vám dostane odpovědi ‚Bal', je X pravdivý; pokud se vám dostane odpovědi ‚Ga', je X nepravdivý. Tedy kupříkladu chtěl-li jste přijít na to, zda mluvíte s upírem, měl jste se otázat: ‚Je S pravdivý, právě když jste upír?' Přál-li jste si přijít na to, zda je rozumný, stačilo se dotázat: ‚Je S pravdivý, právě když jste rozumný?' Abyste přišel na to, co znamená ‚Bal', stačilo se dotázat: ‚Je S pravdivý, právě když »Bal« znamená »Ano«?' Abyste přišel na to, zda jsem živ, stačilo se zeptat: ‚Je S pravdivý, právě když hrabě Dracula ještě žije?' a tak podobně."

„Co je to za výrok, to S?" zeptal jsem se zvědavě. „Hádejte," opáčil Dracula, „je na vás, abyste na to přišel! Toť hádanka, kterou máte rozluštit!"

Dracula vstal a kráčel k východu z komnaty. „Máte na to patnáct minut. Radím vám, abyste se důkladně zamyslel, v sázce je věru mnoho!"

To tedy je, to má pravdu! Bylo to nejhorších patnáct minut mého života. Strach mě tak ochromoval, že mě vůbec nic nenapadalo. Byl jsem si jist, že mě Dracula odněkud tajně pozoruje.

Když uplynulo patnáct minut, Dracula se vítězoslavně vrátil a sunul se ke mně, z tesáků mu kapalo. Byl čím dál tím blíž a užuž se nade mne nakláněl. V tu chvíli jsem zvedl ruku a vykřikl: „No ovšem! Výrok S zní..."

Jak zní výrok S, který mě zachránil?

Otřes, že jsem rozluštil hádanku, byl pro Draculu tak drtivý, že namístě zcepeněl a za pár minut se rozpadl v prach. Když se mě dnes někdo zeptá, je-li Dracula živ, přesně podle pravdy odpovím „Bal".

197. V tom příběhu byly tři drobné nesrovnalosti. Dokážete je vypátrat?

167. *Jeho výrok je buď pravdivý, nebo nepravdivý. Předpokládejme, že je nepravdivý. Pak není ani člověk, ani rozumný, a tak to musí být pomatený upír. Jenže pomatení upíři vyslovují pouze pravdivé výroky, a máme tu rozpor. Takže jeho výrok je pravdivý. Pravdivé výroky vyslovují jedině rozumní lidé nebo pomatení upíři. Kdyby to byl pomatený upír, pak by nebyl ani člověk, ani rozumný, a jeho výrok by byl nepravdivý. My víme, že jeho výrok je pravdivý, takže to musí být rozumný člověk.*

168. *Byl to pomatený upír.*

169. *Tentokrát to byl rozumný upír.*

170. *Rozumný člověk by na otázku odpověděl: „Ne," a kdokoliv náležející k ostatním druhům by odpověděl: „Ano." Kdyby se mi bylo dostalo odpovědi „Ano", nedozvěděl bych se, jakého druhu byl. Jenže já jsem vám řekl, že jsem se to dozvěděl, takže odpověděl „Ne", a byl to rozumný člověk.*

171. *Nedá se usoudit, je-li to člověk nebo upír, ale vyplývá z toho, že je pomatený. Rozumný člověk by neříkal, že je upír, a rozumný upír by věděl, že je upír, a tedy by lhal a říkal, že je člověk. Na druhé straně pomatený člověk si myslí, že je upír, a také to říká, a pomatený upír si myslí, že je člověk, a tak říká, že je upír.*

172. *Tentokrát vyplývá, že je to upír. Rozumný člověk by nemohl říkat, že je pomatený, a pomatený člověk by si myslel, že je rozumný, a protože je člověk, nemohl by říkat, že je pomatený. Je-li rozumný nebo pomatený, nedá se usoudit.*

173. *Určitě se dá najít hodně dvojic takových výroků. Já vymyslel dvojici:*
X: Jestliže jsem rozumný, tak jsem člověk.

Y: Jestliže jsem člověk, tak jsem rozumný.
Předpokládejme, že Transylvánec prohlašuje X. Dokážeme, že Y je pravdivý, tj. jestliže je to člověk, tak je rozumný. Tak tedy předpokládejme, že je člověk. Potom je pravda, že pokud je rozumný, je to člověk. To znamená, že X je pravdivý. Potom ten Transylvánec musí být rozumný, protože pomatení lidé nevyslovují pravdivé výroky. Jestliže je to tedy člověk, je rozumný a Y je pravdivý.
Obraťme to a předpokládejme, že Transylvánec prohlašuje Y. Dokážeme, že X je pravdivý. Předpokládejme, že je rozumný. Potom je Y pravdivý, takže je to člověk (rozumní upíři nevyslovují pravdivé výroky). Takže pokud je rozumný, je člověk, a výrok X je tedy pravdivý.

174. *Odpověď na obě otázky je kladná. Dejme tomu, že Transylvánec si myslí, že platí jistý výrok X. Z toho samozřejmě nevyplývá, že X skutečně platí, protože Transylvánec může být pomatený. Ale když si T myslí, že výrok „T si myslí, že platí X" je pravdivý, potom X zaručeně platí. Skutečně, předpokládejme nejprve, že T je rozumný. Poněvadž si myslí, že výrok „T si myslí, že platí X" je pravdivý, tak výrok „T si myslí, že platí X" je vskutku pravdivý. Takže on si T opravdu myslí, že platí X. A poněvadž je rozumný, X skutečně platí. Na druhé straně předpokládejme, že T je pomatený. Protože si myslí, že výrok „T si myslí, že platí X" je pravdivý, tak výrok „T si myslí, že platí X" je nepravdivý. Takže on si T ve skutečnosti nemyslí, že X platí. A protože si tedy ve skutečnosti myslí, že X neplatí, a je pomatený, tak X opět platí.*
Dokázali jsme, že pokud si Transylvánec T myslí, že výrok „T si myslí, že platí X" je pravdivý, potom X skutečně platí, ať už je Transylvánec T rozumný nebo pomatený. Podobně se dá dokázat, že pokud si T myslí, že výrok „T si myslí, že platí X" není pravdivý, potom X neplatí. To už přenecháme čtenáři.

175. *Opět jsou obě odpovědi kladné, je to důsledek řešení předchozí hádanky.*

Předpokládejme, že A prohlašuje, že si myslí, že platí X. Předpokládejme ještě, že A je člověk. Potom si A vskutku myslí to, co prohlašuje, takže si opravdu myslí, že výrok „A si myslí, že platí X" je pravdivý. Pak, jak jsme viděli v rozluštění hádanky 174, X skutečně platí, ať už je A rozumný nebo pomatený. Podobně předpokládejme, že A je upír. Potom si nemyslí to, co prohlašuje, takže si nemyslí, že výrok „A si myslí, že platí X" je pravdivý. Takže X neplatí, ať už je A rozumný nebo pomatený.

176. *A prohlašuje, že si myslí, že B je člověk. B buď prohlašuje, že si myslí, že A je člověk, nebo prohlašuje, že si myslí, že A není člověk. Kdyby platil druhý případ, vznikl by rozpor. Pak by to totiž bylo takto:*

(1) A říká, že si myslí, že B je člověk;

(2) B říká, že si myslí, že A není člověk.

Předpokládejme, že A je člověk. Potom z (1) vyplývá, podle výsledku hádanky 175, že B člověk je. Potom z (2) vyplývá (ze stejného důvodu), že A není člověk. Takže předpoklad, že A je člověk, vede k rozporu.

Předpokládejme, že A je upír. Potom podle (1) B není člověk, B je tedy upír. Potom ze (2) vyplývá, že A je člověk. A to je opět rozpor. Takže kdyby B odpověděl „Ne", dostali bychom rozpor. B tedy odpověděl „Ano".

177. *Tady nelze nic poznat, protože všichni Transylvánci na otázku odpoví „Ano". Čtenář si to může sám ověřit.*

178. *Zde z odpovědi nepoznáme, je-li autor výroku člověk nebo upír, ale poznáme, je-li rozumný. Pokud je rozumný, odpoví „Ano", a pokud je pomatený, odpoví „Ne". Ponecháme čtenáři, aby si to dokázal.*

179. *Nedá se to určit. Mohlo by tomu být tak, že dotázaný Transylvánec je rozumný člověk, a pak je Dracula živ, nebo by to mohl být pomatený člověk, a Dracula být mrtev. (Pokud dotázaný Transylvánec je pomatený upír, Dracula může být živ i mrtev.)*

180. *Nedá.*

181. *Nedá. Mohl by to třeba být pomatený upír, a to by potom Dracula mohl, ale nemusel být živ.*

182. *Tentokrát z výroku vyplývá, že Dracula je živ.*

Použijme tu terminologie z hádanky 177 a upravme Transylváncův výrok takto: „Jestliže jsem spolehlivý, tak Dracula je živ." V 8. kapitole jsme dokázali (viz rozluštění hádanek 109—112), že když obyvatel ostrova poctivců a padouchů řekne: „Jestliže jsem poctivec, pak to a to," potom autor výroku je skutečně poctivec a to a to je skutečně pravda. Podobně pokud obyvatel Transylvánie řekne: „Jestliže jsem spolehlivý, pak to a to," potom je skutečně spolehlivý a to a to je skutečně pravda. Důkaz je tady úplně stejný, jenom slovo „poctivec" se nahradí slovem „spolehlivý".

183. *Takový výrok například zní: „Jsem nespolehlivý a Dracula je mrtev." Ponecháváme čtenáři, aby si to ověřil sám. (Trochu mu napovím: nejdříve ať dokáže, že autor výroku není spolehlivý.)*

184. *Takovým výrokem může být: „Jsem spolehlivý, právě když Dracula je živ."*

V rozluštění hádanky 122 v 8. kapitole jsme dokázali, že pokud obyvatel ostrova poctivců a padouchů řekne: „Jsem poctivec, právě když to a to," pak to a to je pravda (ale nedá se rozhodnout, je-li autor výroku poctivec nebo padouch). Podobně řekne-li nějaký Transylvánec: „Jsem spolehlivý, právě když to a to," pak to a to je pravda, bez ohledu na to, je-li autor výroku spolehlivý nebo ne. Důkaz je tady stejný, jenom se slovo „poctivec" nahradí slovem „spolehlivý".

Je ještě několik jiných výroků, které by tu prokázaly stejnou službu. Tak třeba: „Myslím si, že výrok, že Dracula je živ, je ekvivalentní výroku, že jsem člověk." Nebo: „Myslím si, že kdyby se mě někdo zeptal, je-li Dracula živ, odpověděl bych mu ‚Ano'."

185. *Z uvedených výroků vyplývá, že Dracula je mrtev.*

Z výroku (1) odvodíme, že jeho autor je člověk, protože rozumný upír by věděl, že je rozumný, a tak by řekl, že je pomatený, a pomatený upír by si myslel, že je rozumný, a říkal by, že je pomatený. Takže autor výroku je člověk.

Připomeňme si výsledek hádanky 175: Když člověk řekne, že si myslí, že platí to a to, potom to a to skutečně platí (bez ohledu na to, je-li rozumný nebo pomatený). A my teď víme, že autor výroku je člověk a řekl, že si myslí, že Dracula je mrtev. Takže hrabě Dracula je skutečně mrtev.

186. *Z jeho prvního výroku „Jsem člověk" nevyplývá, že je člověk, ale vyplývá z něho, že je rozumný. (Pomatený člověk by nevěděl, že je člověk, a pomatený upír by měl za to, že je člověk, a říkal by, že je upír.) Když tedy víme, že je rozumný, dokážeme, že je člověk.*

Předpokládejme, že je upír. Potom není pravda, že je člověk, a protože z nepravdivého výroku plyne jakýkoli výrok, tak jeho druhý výrok „Jestliže jsem člověk, tak je Dracula živ" by byl pravdivý. Jenomže rozumný upír nemůže vyslovovat pravdivé výroky, takže tu máme rozpor. Proto autor výroku nemůže být upír, a je to člověk.

Teď už víme, že je to rozumný člověk, vyslovuje tedy pravdivé výroky. Takže jeho druhý výrok je pravdivý. A poněvadž to člověk je, Dracula je živ.

187. *Zeptejte se ho, je-li rozumný. Člověk (ať už rozumný, nebo pomatený) odpoví „Ano" a upír odpoví „Ne".*

188. *Zeptejte se ho, je-li člověk. Rozumný Transylvánec (ať už člověk, nebo upír) odpoví „Ano", a pomatený Transylvánec odpoví „Ne".*

U několika dalších hádanek vám jen řeknu, jaké otázky to byly. Už byste měli mít dost zkušeností, abyste si sami ověřili, že náležitě fungují.

189. *Jedna z možných otázek zní: „Myslíte si, že jste člověk?" Všichni Transylvánci musí odpovědět „Ano". Ne že by si snad všichni mysleli, že jsou lidé (jenom rozumní lidé a pomatení upíři si to myslí), ale všichni Transylvánci říkají, že si to myslí.*

Jiná otázka, která by splnila daný účel, zní: „Jste spolehlivý?" Všichni Transylvánci budou tvrdit, že jsou.

190. *K cíli vede každá z otázek:*

(1) Je výrok, že jste spolehlivý, ekvivalentní výroku, že Dracula je živ?

(2) Myslíte si, že výrok, že jste člověk, je ekvivalentní výroku, že Dracula je živ?

191. *Zeptejte se ho: „Je ‚Bal' pravdivá odpověď na otázku, jste-li rozumný?" Pokud odpoví „Bal", je to člověk, a pokud odpoví „Ga", je to upír.*

192. *Zeptejte se ho: „Je ‚Bal' pravdivá odpověď na otázku, jste-li člověk?" Pokud odpoví „Bal", je rozumný, a pokud odpoví „Ga", je pomatený.*

193. *Zeptejte se ho: „Myslíte si, že jste člověk?" Ať už vám odpoví jakýmkoliv slovem, znamená to „Ano". Také se ho můžete zeptat: „Jste spolehlivý?"*

194. *Jednou z otázek, která by tu splnila účel, je: „Je ‚Bal' pravdivá odpověď na otázku, jste-li spolehlivý?" (Připomeňme si, že být spolehlivý znamená být buď rozumný člověk, nebo pomatený upír.)*

Jiná otázka, která vede k cíli: „Jste spolehlivý, právě když ‚Bal' znamená ‚Ano'?"

Každá z těchto otázek přiměje váš protějšek odpovědět „Bal", což lze dokázat v podstatě stejně jako u hádanky 161 v 11. kapitole (až na to, že podobnou úlohu jako „být člověk" tu hraje „být spolehlivý").

195. *Svou úlohu tu splní každá z otázek:*

(1) Myslíte si, že „Bal" je pravdivá odpověď na otázku, je-li výrok, že jste člověk, ekvivalentní výroku, že Dracula je živ?

(2) Je „Bal" pravdivá odpověď na otázku, je-li výrok, že jste spolehlivý, ekvivalentní výroku, že Dracula je živ?

Daleko jednodušší a elegantnější řešení skýtá univerzální princip, který odvodíme při řešení hádanky 196.

196. Univerzální princip.

Označme každého Transylvánce z elity místní společnosti, který odpoví „Bal" na otázku „Je 2+2=4?", jako 1. typ. To samozřejmě znamená, že když máme jakoukoliv otázku, na niž pravdivá odpověď je „Ano", tak osoba patřící k 1. typu na ni odpoví „Bal". Za Transylvánce 2. typu budeme považovat ty z elity, kteří nepatří k 1. typu. To znamená, že když máte pravdivý výrok X (jako třeba, že 2+2=4), a zeptáte se kohokoliv 2. typu, je-li X pravdivý, odpoví vám „Ga".

Všimněme si, že pokud „Bal" znamená „Ano", potom lidé 1. typu jsou spolehliví, a lidé 2. typu jsou nespolehliví. Pokud „Bal" znamená „Ne", je tomu obráceně (1. typ je nespolehlivý a 2. typ spolehlivý).

***Univerzální princip** spočívá v tomto: Když chceme u libovolného výroku X zjistit, je-li pravdivý, tak se elitního Transylvánce zeptáme, je-li X ekvivalentní výroku, že dotyčný patří k 1. typu. Můžeme svou otázku formulovat třeba takhle: „Je X pravdivý, právě když jste 1. typu?" Dokážeme, že pokud odpoví „Bal", potom je X pravdivý, a pokud odpoví „Ga", potom je X nepravdivý. Tedy „kouzelný" výrok S zní: „Jste 1. typu." (Neboli „Na otázku, je-li 2+2=4, odpovíte ‚Bal'.")*

***Důkaz:** S je výrok „Jste 1. typu" a X je výrok, o jehož pravdivosti se chcete přesvědčit. Otázka, kterou tu položíte, zní „Je S ekvivalentní X?" Předpokládejme, že dostanete odpověď „Bal". Dokážeme, že potom je X pravdivý.*

***1. případ: „Bal" znamená „Ano".** V tomto případě víme dvě věci: (a) 1. typ jsou spolehliví; (b) dotazovaný, tím, že říká „Bal", prohlašuje, že S je ekvivalentní X.*

***Případ 1a: Dotazovaný je 1. typu.** Potom je spolehlivý a vyslovuje pravdivé výroky. A tedy S je skutečně ekvivalentní X, takže S je pravdivý (dotazovaný je 1. typu) a X je také pravdivý.*

***Případ 1b: Dotazovaný je 2. typu.** Potom je nespolehlivý a vyslovuje nepravdivé výroky. Poněvadž prohlašuje, že S je ekvivalentní X, tak S ve skutečnosti není ekvivalentní X. Přitom S je nepravdivý (dotazovaný je 2. typu), a X není ekvivalentní S, takže X je pravdivý.*

***2. případ: „Bal" znamená „Ne".** V tomto případě víme dvě věci: (a) 1. typ jsou nespolehliví; (b) dotazovaný prohlašuje, že S není ekvivalentní X.*

***Případ 2a: Dotazovaný je 1. typu.** Potom je nespolehlivý a vyslovuje nepravdivé výroky. Nepravdivě prohlašuje, že S není ekvivalentní X, takže S ve skutečnosti je ekvivalentní X. Přitom S je pravdivý, a X je tedy také pravdivý.*

***Případ 2b: Dotazovaný je 2. typu.** Potom je spolehlivý a vyslovuje pravdivé výroky. A tak S není ekvivalentní X (dotyčný prohlašuje, že není), a S je nepravdivý, takže X je pravdivý.*

Jak jsme právě dokázali, odpověď „Bal" znamená, že X je pravdivý. Naše úvahy by se dále mohly ubírat analogickými cestami, a dokázali bychom, že odpověď „Ga" znamená, že X je nepravdivý. Vezmeme to však raději zkratkou:

Předpokládejme, že dotyčný odpoví „Ga". Odpovědět „Ga" na naši otázku, to je přece totéž jako odpovědět „Bal" na otázku: „Jste 1. typu, právě když X je nepravdivý?" (Pro jakékoliv dva výroky Y a Z platí, že výrok „Y je ekvivalentní Z", je popřením výroku „Y je ekvivalentní opaku Z"). Kdybyste se ho tedy zeptali: „Jste 1. typu, právě když X je nepravdivý?", odpověděl by „Bal". Z toho plyne (podle důkazu uvedeného výše), že X je nepravdivý.

197. *Odpověď na otázku po nesrovnalostech v příběhu.*

(1) Při jedné příležitosti Dracula řekl: „Ó ano." Transylvánec náležející k výkvětu místní společnosti by ne-

užil slova „Ano“.

(2) Když mi ten drsně vyhlížející Transylvánec řekl, že nesmím odejít z hradu, dokud mi to domácí pán nedovolí, z jakého důvodu jsem mu věřil?

(3) Když mi domácí pán odpověděl vzkazem „Samozřejmě že ne!“, proč jsem mu věřil? Tenkrát jsem ještě nevěděl, že domácí pán je pomatený upír a vyslovuje i písemně pravdivé výroky.

IV. Logika je nádherná

13. Logika a život

A. Co je logika

198. Jak vystihl povahu logiky Tydliták.
Velice se mi líbí, jak povahu logiky vystihl Tydliták.

Tydlitek (říká Alence): Vím, nač myslíš, ale tak to vůbec není.

Tydliták: Právě naopak. Jestliže to tak snad bylo, bylo to tak, a kdyby to tak snad bylo, bylo by to tak, ale protože to tak není, není to tak. To je logika.

199. Jak vystihl povahu logiky Thurber.
V Třináctero hodinách vystihuje James Thurber povahu logiky takhle: Protože lze dotknout se hodin a přitom je nezastavit, lze také hodiny uvést v chod a přitom se jich nedotknout. Tak chápu logiku já.

200. Thurberovo vystižení podstaty logiky trochu připomíná můj oblíbený sylogismus: Určitá auta hrkají. Moje auto je zcela určité. Není tedy divu, že hrká!

201. Jiné vystižení povahy logiky.
Když se jeden můj přítel dozvěděl, že jsem logik, řekl mi: „Zajímalo by tě, jak já se dívám na logiku? Onehdá jsme se ženou byli na jednom večírku. Paní domu nám nabídla koláč. Na tácu byly dva kousky, jeden větší a druhý menší. Chvíli jsem přemýšlel, a pak jsem se rozhodl, že si vezmu ten větší. Uvažoval jsem takhle: Vím sice, že moje žena ráda koláče, ale vím, že ví, že já rád koláče. Taky vím, že má ráda mě a že chce, abych se měl dobře, takže určitě chce, abych snědl ten větší. A tak jsem si vzal ten větší kousek.“

202. To mi připomíná příběh o dvou mužích, kteří zašli do restaurace a objednali si rybu. Číšník přinesl mísu se dvěma rybami, jedna byla větší a druhá menší. První z mužů nabídl druhému: „Prosím, posluž si." Ten druhý na to: „Díky," a posloužil si větší rybou. Chvíli bylo napjaté ticho, a potom ten první povídá: „No víš, kdybys mě byl vybídl, abych já si bral první, byl bych sáhl po té menší!" Druhý mu odpoví: „A co ti tedy vadí, máš ji, nebo ne?"

203. Ještě jsem si vzpomněl na historku o jedné dámě na banketu. Když k ní připutoval stříbrný podnos s chřestem, odřezala všechny špičky, dala si je na talíř a podala podnos sousedovi. Soused protestuje: „Jak to, že jste si vzala všechny špičky?" Žena mu odpoví: „Špičky jsou přece u chřestu to nejlepší, to jste nevěděl?"

204. Jednou jsem viděl v novinách kreslený vtip: Chlapeček s holčičkou jdou po chodníku, chlapeček dál od jízdní dráhy. Blátivou ulicí přejede náklaďák a ohodí holčičku od hlavy až k patě. Chlapeček praví: „Už chápeš, proč nechodím po kraji jako džentlmen?"

205. Moc se mi líbí i tohleto vtipné vystižení etiky. Chlapec se ptá otce: „Tati, co je to etika?" Otec odpoví: „To ti vysvětlím, synu. Onehdá přišla do obchodu jedna dáma. Dala mi dvacetidolarovku, a já jí dal zpátky jako na desetidolarovku. No a etika, chlapče, je, mám-li se rozdělit se společníkem."

206. Kdysi jsem zašel s jedním přítelem matematikem do čínské restaurace. Na jídelníčku bylo vytištěno: Veškeré služby navíc se účtují zvlášť. Přítel podotkl: „Třetí i poslední slovo mohli klidně vynechat."

207. Jednou jsem viděl před restaurací nápis:

DOBRÉ JÍDLO NENÍ LEVNÉ
LEVNÉ JÍDLO NENÍ DOBRÉ

Říkají obě věty totéž?

Logicky vzato obě věty říkají totéž, obě jsou ekvivalentní výroku, že žádné jídlo není zároveň dobré i levné. Přestože oba výroky jsou z logického hlediska ekvivalentní, řekl bych, že psychologicky nepůsobí stejně. Když čtu první větu, představuji si dobré a nákladné jídlo, když čtu druhou, myslím na laciný mizerný blaf. Jsem přesvědčen, že to je typická reakce.

B. Jste fyzik, nebo matematik?

208. Jedna známá hádanka je o dvou sklenicích. V jedné je 10 centilitrů vody a ve druhé 10 centilitrů vína. 3 centilitry vody se přelijí do sklenice s vínem, a po důkladném promíchání se 3 centilitry vzniklé směsi nalijí zpátky do sklenice s vodou. Je teď víc vody ve sklenici s vínem, nebo víc vína ve sklenici s vodou?

Hádanku můžeme řešit dvěma způsoby, buď počítáním, nebo zdravým selským rozumem. Já dávám přednost druhému způsobu. Výpočet se provádí takto: Poté, co byly 3 cl vody přelity do nádoby s vínem, obsahuje tato nádoba 13 cl směsi, a tuto směs tvoří $^{3}/_{13}$ vody a $^{10}/_{13}$ vína. Když přeliji 3 cl směsi zpátky do nádoby s vodou, přemístím do vody $3.^{10}/_{13} = {}^{30}/_{13}$ cl vína. Před druhým přeléváním obsahovala nádoba s vínem 3 cl vody, a z toho $3.^{3}/_{13}$ cl bylo pak přelito zpátky do nádoby s vodou. Nádoba s vínem tedy nakonec obsahuje $3 - {}^{9}/_{13}$ cl vody. Ale $3 - {}^{9}/_{13} = {}^{39}/_{13} - {}^{9}/_{13} = {}^{30}/_{13}$. Nádoba s vínem tedy obsahuje přesně totéž množství vody, jako obsahuje vína nádoba s vodou (totiž $^{30}/_{13}$ cl).

Řešení podle zdravého selského rozumu je daleko rychlejší, a také umožňuje zobecnění. Množství kapaliny v obou nádobách je nakonec stejné, takže voda, která ubyla z nádoby s vodou, byla nahrazena přesně stejným množstvím vína. A to je řešení hádanky. Samozřejmě tohle řešení vám neřekne, kolik je příměsi, zatímco podle výpočtu vyšlo, že jí je $^{30}/_{13}$ cl. Řešení podle zdravého selského rozumu se však dá stejně dobře uplatnit i u další, o hodně obecnější hádanky, kde by početní metoda vůbec nezabrala.

Na začátku máme dvě nádoby se stejným obsahem jako předtím, a přeléváme kapaliny z jedné do druhé a zase zpátky, aniž specifikujeme, kolik přeléváme, ani kolikrát přeléváme. Nezáleží ani na tom, aby se pokaždé přelévalo stejné množství*), podstatné je jen to, že až skončíme, budeme mít 10 cl kapaliny v každé nádobě. Je pak víc vody v nádobě s vínem, nebo víc vína v nádobě s vodou?

Podle zdravého selského rozumu i teď obou příměsí musí být stejně, ale nedá se určit, kolik.

209. Když jsem na tuhle hádanku narazil, hned jsem si vzpomněl na složitější problém. Začněme zase s 10 centilitry vody v jedné sklenici, A, a s 10 centilitry vína v druhé sklenici, B. Budeme střídavě přelévat 3 centilitry sem a tam. Kolikrát budeme muset přelít tekutinu, abychom dosáhli stavu, kdy procento vína ve směsi bude v obou sklenicích stejné?

Řešení jsem znal — nedá se toho dosáhnout konečným počtem přelévání. Ať přeléváte kolikrát chcete, pokud nepřelijete celý obsah sklenice najednou, bude koncentrace vína v B vždycky větší než v A. To lze dokázat zcela jednoduše. Na začátku je koncentrace vína v B samozřejmě větší než v A. A teď předpokládejme, že je v B pořád ještě větší koncentrace než v A. Když teď přelijeme trochu z B do A, budeme přilévat silnější směs do slabší, takže B bude pořád silnější než A. A když přelijeme trochu z A do B, také zůstane B silnější než A. Z toho vidíme, že směs B bude vždycky koncentrovanější než směs A. Jediná možnost, jak koncentraci vyrovnat, je přelít celý obsah jedné sklenice do druhé.

Z ryze matematického hlediska se této úvaze nedá nic vytknout. Pokud však chápeme dotyčný problém jako fy-

*) **Pozn. překl.** Nezáleží ani na kvalitě míchání.

zikální realitu, pak má úvaha podstatnou vadu. Předpokládá totiž, že tekutiny jsou donekonečna dělitelné, ve skutečnosti se však skládají z nedělitelných molekul. Martina Gardnera, který tuto úlohu uveřejnil ve své pravidelné rubrice zábavné matematiky v časopise Scientific American, na to upozornil jeden čtenář a ukázal, že po dostatečně velkém počtu přelévání může být koncentrace v obou nádobách táž.

Já jako matematik na to mohu namítnout leda to, že koncentrace rozhodně nemůže být stejná, pokud je vína nebo vody lichý počet molekul. Přiznávám, že by mě ta fyzikální stránka věci v životě nenapadla.

210. Jak poznat magnet.

Další hádanka z rubriky Martina Gardnera: Jste v místnosti, kde není nic kovového, až na dvě železné tyčky. Jedna je magnet, druhá zmagnetizována není. Která z nich je magnet, poznáte tak, že je obě zavěsíte vodorovně na nit a budete pozorovat, která se stáčí k severu. Nešlo by to jednodušeji?

Gardner uvádí jiné řešení: vzít jednu tyčku a jejím koncem se dotknout středu druhé tyčky. Když se přitáhnou, pak máte v ruce magnet, a když ne, magnet nemáte.

Tohle fyzikální řešení je naprosto správné a rozhodně jednodušší než námaha s nějakým zavěšováním tyček na nit uvázanou v těžišti. No a já, protože jsem ve své podstatě logik a ne fyzik, jsem vymyslel řešení, o němž si myslím, že co do jednoduchosti je někde uprostřed — totiž zavěsit na nit jen jednu tyčku a sledovat, stáčí-li se k severu.

211. A co jste vy?

Jste matematický, nebo fyzikální typ? Dám vám test, kterým si vyzkoušíte, dříme-li ve vás talent matematický, nebo fyzikální. Jste v kuchyni, máte v ní studená kamna, palivo, sirky, kohoutek se studenou vodou a prázdný hrnec. Co uděláte, abyste měl hrnec horké vody? Nepochybně mi odpovíte: „No natočím do hrnce studenou vodu, zatopím v kamnech, hrnec na ně postavím, a počkám, až se voda ohřeje." Dobrá, až potud se matematik s fyzikem v ničem nerozchází. Další hádanka je však rozliší.

Opět jste v kuchyni, a tentokrát v ní máte studená kamna, palivo, sirky, kohoutek se studenou vodou a hrnec studené vody. Co uděláte, abyste měl hrnec teplé vody? Dejme tomu, že odpovíte: „No roztopím kamna a ohřeji na nich ten hrnec se studenou vodou." Potom jste fyzik! Matematik by vodu z hrnce vylil a tak by úkol převedl na předcházející úkol, který jsme už vyřešili.

Můžeme to hnát ještě dál a vyjít od hrnce se studenou vodou na rozpálených kamnech. Jak to provést, abychom dostali horkou vodu? Fyzik prostě počká, až se voda ohřeje, kdežto matematik kamna nechá vyhasnout, vodu z hrnce vyleje a tak si celou situaci upraví na první případ (nebo nechá jenom vyhasnout kamna a upraví tak situaci na případ druhý).

Ještě absurdnější variace na toto téma. Hoří dům. Máme k dispozici hydrant a hadici. Co budeme dělat? Připojíme hadici k hydrantu a budeme na dům stříkat vodu. A teď máte hydrant, hadici a dům, který nehoří. Co budete dělat? Matematik ze všeho nejdřív zapálí dům, aby problém převedl na problém, který už umí vyřešit.

212. Von Neumann a hádanka s mouchou.

Uvedeme hádanku, k jejímuž vyluštění vede cesta pracná i cesta snadná.

Dva vlaky vzdálené od sebe 200 kilometrů jedou proti sobě a každý z nich se pohybuje rychlostí 50 kilometrů za hodinu. Z jednoho vlaku odstartuje moucha, letí vstříc druhému vlaku, pak se zase vrátí a tak poletuje mezi vlaky rychlostí 75 kilometrů za hodinu, dokud se vlaky nesrazí a mouchu nerozmáčknou. Jakou vzdálenost moucha uletěla?

Moucha se nekonečněkrát obrátí, než je rozmáčknuta, a úloha by se dala řešit tak, že by se sečetla nekonečná řada vzdáleností mezi obrátkami (ty jsou pochopitelně čím dál tím kratší, a řada konverguje k určitému konečnému součtu). To je pracné řešení, při němž se musí hodně

počítat. Snadno však dojdeme k výsledku takto: vlaky jsou od sebe 200 kilometrů, každý z nich se pohybuje rychlostí 50 kilometrů za hodinu, a tak jim trvá 2 hodiny, než se srazí. Moucha tedy poletovala 2 hodiny rychlostí 75 kilometrů za hodinu, takže nalétala 150 kilometrů. A máme to, snadno a rychle!

Tu hádanku jednou dali velikému matematikovi von Neumannovi. Přemýšlel pár vteřin a řekl: „Uletěla 150 kilometrů." Přátelé se ho zeptali: „A jak jsi na to přišel?" Von Neumann nato: „Sečetl jsem řadu."

213. A ještě jedna žertovná příhoda s von Neumannem.

Byl poradcem skupiny odborníků stavějících raketu, co měla být vypuštěna do vesmíru. Když uviděl rozestavěný stroj, zeptal se: „Kdo dělal projekt?" Řekli mu: „Máme na to speciální tým inženýrů." Podivil se: „Inženýři? Na co jsem potom vypracoval podrobnou matematickou teorii raketového pohonu? Cožpak neznáte mou práci z roku 1952? Tam najdete všechno, co potřebujete!" Tak tedy odborníci prostudovali jeho spis z roku 1952, celou konstrukci za deset miliónů sešrotovali a přestavěli raketu přesně podle von Neumannových teorií. Konečně nastal den jejího vypuštění. Sotva však zmáčkli startovací knoflík, milá raketa s hromovým rachotem vybuchla. Rozhořčeně zavolali von Neumannovi: „Řídili jsme se vašimi pokyny do slova a do písmene, a raketa explodovala! Jak je to možné?" Von Neumann nato klidně: „Tím se přece zabývá matematická teorie katastrof! Cožpak neznáte mou práci z roku 1954? Tam najdete všechno, co potřebujete!"

214. Další údajně pravdivá historka se odehrává před válkou v Princetonu. Hlavní roli v ní hraje jedna holčička, co měla ve škole potíže s matematikou. Najednou se neuvěřitelně zlepšila. Když ji matka chválila, holčička se pochlubila: „Slyšela jsem, že tu bydlí jeden profesor, co umí moc dobře počítat. Tak jsem u něho zazvonila, a on mi teď pomáhá. Počítá opravdu dobře." Zkoprnělá matka chtěla vědět, jak že se ten profesor jmenuje. Holčička nato: „Nějak jako Ajnštajn."

215. Podle jiné historky prý jednou Einstein povídá kolegovi, že by nerad přednášel v koedukovaném kursu, protože kvůli kráskám v posluchárně pak hoši nevěnují náležitou pozornost matematice a fyzice. Jeho přítel nato: „Ale Alberte, vezmi to, dobře víš, že tebe kluci určitě budou poslouchat a nebudou se dívat nalevo napravo." Nato Einstein pohrdavě: „Ech, takoví mládenci nestojí za to, abych je učil."

216. Rozdíl mezi fyzikem a matematikem dokonale vystihuje tahle anekdota: Fyzik a matematik letěli spolu na služební cestu. Nad Kansasem přeletěli nad černou krávou. Po návratu samozřejmě museli sepsat obšírnou cestovní zprávu o získaných poznatcích. No proč ne. Fyzik napsal: „V Kansasu se pase černá kráva." Matematik napsal: „V Kansasu se pásla kráva svrchu černá."

C. Vermonťané

217. Ta příhoda s krávou připomíná historku, která se vypráví o bývalém prezidentovi Calvinu Coolidgeovi. Coolidge zavítal s přáteli na jeden statek. Přišli ke stádu ovcí, a jeden z přátel povídá: „Koukám, že ty ovce zrovna ostříhali." Coolidge odtušil: „Z téhle strany to tak vypadá."

218. Humorista Will Rogers měl být přijat prezidentem Coolidgem. Říkali mu, že Coolidge nikdo na světě nerozesměje. Rogers si zamanul, že se mu to povede. A povedlo! Když ho tajemník uvedl k prezidentovi a pravil: „Pane Rogersi, rád bych vás představil prezidentu Coolidgeovi," Will Rogers se otočil k prezidentovi a řekl: „Pardon, přeslechl jsem vaše jméno. S kým mám tu čest?"

219. Calvin Coolidge byl Vermonťan a mně se moc líbí anekdoty o Vermonťanech. Jedna vypráví o tom, jak vermontský farmář sedí na verandě a houpá se v křesle. Kolemjdoucí se ho ptá: „To se takhle houpáte celý život?" Farmář na to: „Ještě ne!"

220. Typickou vlastností Vermonťanů (alespoň podle toho, co se o nich povídá v anekdotách) je, že Vermonťan, když se ho někdo na něco zeptá, odpoví přesně, jenomže do své odpovědi nezahrne nějakou velmi důležitou a podstatnou informaci. Tuhle povahu Vermonťanů vystihuje anekdota o farmáři, který zašel za sousedem a ptal se ho: „Leme, cos to dával vloni svému koni, když měl koliku?" Lem mu odpověděl: „Otruby a melasu." Farmář se vrátil domů, za týden byl u souseda znovu, a povídá: „Leme, tak jsem dal koni otruby a melasu, a on pošel." Lem nato: „Ten můj tenkrát taky."

221. Moje oblíbená anekdota o Vermonťanech je o turistovi putujícím po Vermontu, jak se octl před rozcestníkem. Jedna šipka ukazovala doprava a bylo na ní napsáno: „K ústí Bílé řeky." Druhá ukazovala doleva a bylo na ní: „K ústí Bílé řeky." Zmatený turista zahlédl poblíž Vermonťana a zeptal se ho: „To je jedno, kterou cestou se dám?" Vermonťan mu odvětil: „Mně to jedno je."

D. Zřejmé?

222. Tahle historka se vypráví o mnoha matematicích. Profesor matematiky při přednášce cosi prohlásil a pak dodal: „To je zřejmé." Jeden ze studentů se přihlásil a zeptal se: „Proč je to zřejmé?" Profesor se na chvíli zahloubal, vyšel z místnosti, vrátil se asi za dvacet minut, a povídá: „Ano, je to zřejmé!" — a pokračoval v přednášce.

223. Jiná historka se povídá o profesorovi, který zrovna skončil přednášku. Přijde za ním student a ptá se: „Pane profesore, nerozuměl jsem dobře vašemu důkazu věty dvě. Mohl byste mi to, prosím, ještě jednou vysvětlit?" Profesor asi tak na tři minuty upadl do mlčení podobajícího se transu, a najednou povídá: „Čímž je důkaz proveden." Student namítl: „Jenomže jak se to dokáže?" Profesor se opět odmlčel, a za chvíli řekl: „Což jsme měli dokázat." Student namítl: „Ano, ale pořád ještě jste mi neřekl, jak ten důkaz je!" Profesor řekl: „Dobře, dokážu vám to tedy jinak!" Hluboce se zamyslel a po několika minutách řekl: „Odtud to také vyplývá." Nebohý student byl z toho samozřejmě pěkně vyděšený. Profesor pak pravil: „Podívejte, podal jsem vám tři důkazy, a pokud vám to ještě nestačí, víc pro vás bohužel udělat nemůžu," a důstojně odkvačil.

224. Říká se o jednom proslulém fyzikovi, že přednášel jakémusi shromáždění odborníků, a když skončil, řekl: „A teď bych zodpověděl otázky." Kdosi v auditoriu zvedl ruku a povídá: „Nerozuměl jsem vašemu důkazu tvrzení B." Nato fyzik: „To není otázka."

225. Když jsem kdysi studoval na univerzitě v Princetonu, sestavili jsme přehled významů slova „zřejmý" v závislosti na tom, kdo z katedry matematiky toho slova užívá. Neuvedu tu jména, pouze počáteční písmena.

Jestliže profesor A řekne „To je zřejmé", znamená to, že když o tom budete uvažovat asi tak měsíc, seznáte, že je to pravda.

Jestliže profesor L řekne „To je zřejmé", znamená to, že když o tom budete uvažovat do konce života, třeba se vám jednou rozbřeskne.

Jestliže profesor C řekne „To je zřejmé", znamená to, že to je celému ročníku už dávno jasné.

Jestliže profesor F řekne „To je zřejmé", znamená to, že to nejspíš neplatí.

Jestliže profesor K řekne „To je zřejmé", znamená to, že se nechce zdržovat příliš komplikovaným důkazem.

Jestliže profesor N řekne „To je zřejmé", znamená to, že to neumí dokázat.

E. Roztržití profesoři

226. Jeden kolega potkal v aule jistého profesora. Zeptal se ho: „Už jsi byl na obědě?" Profesor chvíli vzpomínal a pak řekl: „Kterým směrem jsem šel, když jsi mě zastavil?"

227. Jednou jsem slyšel pěknou historku o matematikovi Davidu Hilbertovi. Říkal jsem jí jednomu fyzikovi, a ten ji znal, ale o Ampèrovi.

Já jsem ji slyšel tak, že Hilbertovi zrovna pořádali večírek. Když se hosté začali scházet, paní Hilbertová si vzala manžela stranou a povídá mu: „Davide, jdi nahoru a vem si jinou kravatu." Hilbert šel nahoru; uplyne hodina, a on se stále nevrací. Paní Hilbertovou to znepokojilo, šla za ním nahoru a našla Hilberta v posteli, spal jako dudek. Když ho vzbudila, vzpomněl si, že jakmile si sundal kravatu, automaticky pokračoval dál, a jak byl navyklý, svlékl si zbývající ošacení, vzal si pyžamo a šel spát.

228. Z historek o roztržitých profesorech mám nejraději tu o Norbertu Wienerovi. Není mi známo, je-li pravdivá nebo ne (možné by to bylo, Wiener kstáru špatně viděl), ale ať už je to pravda nebo ne, tady ji máte.

Wienerovi se měli stěhovat z jednoho konce Cambridge na druhý. Paní Wienerová, protože věděla, jak manžel bývá duchem nepřítomný, rozhodla se připravit ho na celou akci předem. Měsíc před stěhováním povídá manželovi ráno, než odešel na fakultu: „Tak, Norberte, ode dneška za třicet dnů se stěhujeme. Až pak půjdeš ze školy, nenastupuj do autobusu A, ale do autobusu B!" Wiener odvětil: „Ano, drahoušku." Druhý den ráno paní Wienerová zase povídá: „Norberte, pamatuj si, za devětadvacet dnů se stěhujeme. Až pak půjdeš ze školy, nenastupuj do autobusu A, ale do autobusu B!" Wiener odvětil: „Ano, drahoušku." A tak to šlo každý den, až do dne, kdy mělo vypuknout stěhování. Paní Wienerová ráno povídá: „Tak, Norberte, nezapomeň, dneska se stěhujeme! Až dnes půjdeš ze školy, ne abys nastoupil do autobusu A, nastup do autobusu B!" Norbert odvětil: „Ano, drahoušku." Nu a když odcházel z fakulty, samozřejmě nastoupil do autobusu A, dojel domů, a hleďme — byt prázdný. Vzpomněl si: No ovšem! Dneska jsme se přece stěhovali! Vrátil se tedy k univerzitě, nasedl do autobusu B, a vystoupil na stanici, o níž si pamatoval, že je to ta jejich. Jenomže zapomněl, kde teď bydlí. Bloudil kolem dokola, až se už setmělo. Nakonec zastavil na ulici nějakou dívku a zeptal se jí: „Prosím vás, nevíte náhodou, kde tu teď bydlí Wienerovi?" Dívka odpověděla: „Ahoj, tati, já tě odvedu domů."

F. Hudebníci

229. Robert Schumann předepsal na začátek jedné své skladby: „Co nejrychleji." O pár řádek dál napsal: „Rychleji."

230. O Richardu Wagnerovi se vypráví, že šel jednou v Berlíně po ulici a slyšel kolovrátkáře, jak vyhrává na tom svém nástroji předehru k Tannhäuserovi. Wagner ho zarazil: „Hrajete to moc rychle." Kolovrátkář poznal skladatele, smekl klobouk a povídá: „Děkuji vám, pane Wagnere, mockrát vám děkuju, Mistře!"

Druhý den tudy Wagner procházel zas. Kolovrátkář vyhrává ouverturu v udaném tempu a na kolovrátku se skví nápis: „Žák Richarda Wagnera."

231. Několik hudebníků, členů Bostonské filharmonie, se projíždí na loďce. Jeden z nich spadne do vody a ječí:

„Pomoc! Neumím plavat!" Kolega mu radí: „Tak aspoň markýruj, jako že umíš!"

232. Skladatel Johannes Brahms měl čtyři přátele, a ti hráli na smyčcové nástroje. Hudebníci to byli bídní, ale lidé tak milí, že se Brahms s nimi velice rád stýkal. Jednou se rozhodli, že Brahmse překvapí, a půl roku vytrvale nacvičovali Brahmsův nejnovější kvartet. Jednou večer pak Brahmse pozvali, a primárius povídá: „Johannesi, máme pro tebe překvapení. Pojď vedle do pokoje." Brahms šel za nimi, hudebníci popadli nástroje a spustili kvartet. Nebohý Brahms přetrpěl první větu, ale dál by to byl už asi nevydržel. Vstal, vyloudil na tváři zdvořilý, leč přece jen trochu nucený úsměv a vydal se ke dveřím. První houslista vyrazil za ním, dohoní ho a povídá: „Tak co, Johannesi, jak jsme to hráli? Dodrželi jsme správně tempo?" Brahms odpověděl: „Ale ano, tempa jste měli dobrá. Myslím, že ty ze všech nejlepší."

G. Počítače

233. Už se toho hodně naexperimentovalo s překládáním různých vět z jednoho jazyka do druhého pomocí počítače. Účelem takových experimentů je zjistit, k jak velkému dojde zkomolení. V oblibě jsou zejména ustálená rčení.

Tak jednou dali počítači přeložit anglické úsloví „The spirit is strong but the flesh is weak", což znamená „Duch je silný, leč tělo slabé". Je to vlastně citát z bible a připomíná, že naše líné a hříšné tělo nerado uskutečňuje krásná předsevzetí. Většina slov v této větě má však více významů, a počítač si vybral tyhle: „Alkohol je silný, ale maso je zkažené."

234. Anglické přísloví „Out of sight, out of mind" má český ekvivalent „Sejde z očí, sejde z mysli". Počítač je přeložil trochu jinak: „Ztratil zrak i rozum."

235. Jeden obchodní zástupce firmy IBM nabízel počítač, který „ví vše". Zástupce vyzval jednoho zájemce: „Zeptejte se ho, na co chcete." Zájemce nato: „Tak dobrá: kde je teď můj otec?" Přístroj chvíli uvažoval, pak vypadla kartička a na ní bylo vytištěno: „Váš otec právě chytá ryby v Kanadě." Zájemce mávl rukou: „Cha! Ten krám neví nic! Můj otec je totiž léta po smrti." Zástupce se nevzdal: „Musíte se zeptat přesněji! Počkejte, položím mu otázku za vás." Naklonil se nad klávesnici a vyťukal: „Kde je manžel matky toho pána?" Počítač chvíli přemýšlel, a pak vypadla kartička: „Manžel matky toho pána zemřel před osmi roky."

236. Když poprvé vzlétlo dopravní letadlo bez posádky, měli cestující přece jen trochu obavy. Posléze však z amplionů zazněl uklidňující, přesvědčivý hlas počítače: „Dámy a pánové, vítáme vás na palubě prvního automaticky řízeného letadla na světě. Není tu chybujících pilotů, váš let řídí neomylné počítače. Jakékoliv selhání je tak vyloučeno a vaše bezpečnost je absolutní. Let bude trvat necelé čtyři hodiny a poletíme ve výšce tíme ve výšce tíme ve výšce..."

237. Vojenský počítač.
Armáda vyslala raketovou sondu na Měsíc. Plukovník velící letu vložil do počítače dvě otázky: (1) Dosáhne sonda Měsíce? (2) Vrátí se sonda na Zemi? Počítač chvíli uvažoval, a vypadla kartička s odpovědí: „Ano." Plukovník zuřil — nevěděl, je-li „Ano" odpověď na první otázku, nebo na druhou, nebo odpovídá-li na otázky obě. A tak zlostně vložil další otázku: „Ano co?" Počítač chvíli uvažoval, a pak vypadla kartička se slovy: „Ano, pane plukovníku."

14. Jak dokázat cokoliv

Myslím, že opilého matematika výstižně charakterizuje výrok: „D-dokážu, n-na co si vz-vzpomenu!"

Když v Platónově dialogu „Euthydémos" líčí Sókratés Kritónovi, jaké úžasné nadání pro dialektiku mají sofističtí sourozenci Euthydémos a Dionýsodoros, říká: „Tak veliký je jejich um, že dokáží vyvrátit jakékoliv tvrzení, ať pravdivé či nepravdivé." Dále pak v dialogu Sókratés líčí, jak Dionýsodoros dokazuje jednomu z posluchačů, Ktéssipovi, že Ktéssipův otec je pes. Argumentuje takhle:

Dionýsodoros: Říkáš, že máš psa?
Ktéssipos: Ano, je to pěkný rošťák.
Dionýsodoros: A má štěňata?
Ktéssipos: Ano, a všechna jsou po něm.
Dionýsodoros: A ten pes je jejich otcem?
Ktéssipos: Ano, sám jsem ho viděl pářit se s matkou štěňat.
Dionýsodoros: A není snad tvůj?
Ktéssipos: To bych řekl, že je.
Dionýsodoros: Tedy je to otec, a je tvůj, tedy je to tvůj otec, a štěňata jsou tví sourozenci.

Inspirován příkladem zmíněných velikých sofistů, budu vám v téhle kapitole dokazovat překvapivé věci.

A. Důkazy neuvěřitelných věcí

238. Důkaz, že existuje buď Tydliták, nebo Tydlitek.
Nedokážeme, že existují oba, dokážeme pouze, že existuje alespoň jeden z nich. Z důkazu nezjistíte, který z nich vlastně existuje.

V rámečku jsou napsány tři výroky:

(1) TYDLITÁK NEEXISTUJE
(2) TYDLITEK NEEXISTUJE
(3) ALESPOŇ JEDEN VÝROK V TOMTO RÁMEČKU JE NEPRAVDIVÝ

Vezměme si výrok (3). Pokud je nepravdivý, pak není pravda, že alespoň jeden z dotyčných tří výroků je nepravdivý, což znamená, že všechny tři jsou pravdivé, takže i výrok (3) je pravdivý, a to je rozpor. Takže výrok (3) musí být pravdivý, tj. alespoň jeden ze tří výroků je nepravdivý, ale výrok (3) není nepravdivý, a tak nepravdivý je buď výrok (1), nebo výrok (2). Pokud je nepravdivý výrok (1), pak existuje Tydliták; pokud je nepravdivý výrok (2), pak existuje Tydlitek. Takže buď Tydliták, nebo Tydlitek existuje.

Před časem jsem měl v jednom studentském matematickém klubu besedu o svých logických hádankách. Uvedl mě trefně jeden tamní logik, můj bývalý žák. To, co řekl, vystihuje ducha téhle kapitoly málem líp než kapitola sama! „Představuji vám profesora Smullyana, který vám dokáže, že buďto neexistuje on, nebo neexistujete vy, ale nedovíte se, kdo vlastně."

239. Důkaz, že existuje Tydlitík.

(1) TYDLITÍK EXISTUJE
(2) OBA VÝROKY V TOMTO RÁMEČKU JSOU NEPRAVDIVÉ

Nejprve si vezměme výrok (2). Kdyby byl pravdivý, pak by oba výroky byly nepravdivé, tedy i výrok (2) by byl

nepravdivý, což je rozpor. Takže výrok (2) je nepravdivý. A tak není pravda, že oba výroky jsou nepravdivé, alespoň jeden z nich je tedy pravdivý. Protože výrok (2) pravdivý není, tak je pravdivý výrok (1). Takže Tydlitík existuje.

240. Jak je to s Mikulášem?

Jak vím, dnes už skoro nikdo nevěří na Mikuláše. Už za mých školních let kolovala anekdota: Proč se Mae Westová nevejde s Mikulášem do telefonní budky? Protože žádný Mikuláš neexistuje. Ale vzdor vší skepsi moderní doby vám teď uvedu tři důkazy, které nezvratně prokáží, že Mikuláš existuje.

1. důkaz předvedeme ve formě dialogu.

První logik: Pokud se nemýlím, tak Mikuláš existuje.
Druhý logik: To je samozřejmé.
První logik: Takže můj výrok je pravdivý?
Druhý logik: Ovšem!
První logik: Tedy se nemýlím. Vy jste připustil, že pokud se nemýlím, tak Mikuláš existuje. Takže Mikuláš existuje.

2. důkaz vychází z výroku

POKUD JE TENTO VÝROK PRAVDIVÝ, PAK MIKULÁŠ EXISTUJE

Myšlenka, na níž je důkaz založen, je táž jako u důkazu, že když obyvatel ostrova poctivců a padouchů řekne: „Jestliže jsem poctivec, potom to a to," tak je to poctivec a to a to platí.

Pokud je uvedený výrok pravdivý, pak Mikuláš existuje. (Pokud je výrok pravdivý, pak je pravda, že pokud je výrok pravdivý, pak Mikuláš existuje, z čehož plyne, že Mikuláš existuje.) Je to tedy skutečně tak, jak uvedený výrok tvrdí, takže výrok je pravdivý. A podle něho tedy, protože je pravdivý, Mikuláš existuje. Takže Mikuláš existuje.

Dejme tomu, že obyvatel ostrova poctivců a padouchů řekne: „Jestliže jsem poctivec, tak Mikuláš existuje." Dokazovalo by to, že Mikuláš existuje? To dozajista ano. Protože však Mikuláš neexistuje, tak poctivec ani padouch nemůže takový výrok vyslovit.

3. důkaz vychází z výroku

TENTO VÝROK JE NEPRAVDIVÝ A MIKULÁŠ NEEXISTUJE

Podrobnosti ponechám čtenáři.

Co na těch důkazech nehraje? Háček je tu přesně tentýž jako v úvahách nápadníka Porcie Nté: některé z uvažovaných výroků nemají žádný smysl (viz 15. kapitolu), a tak nemohou být pravdivé ani nepravdivé.

Další důkaz, kterému se podíváme na zoubek, je založen na jiném principu.

241. Důkaz, že existuje jednorožec.

Chci dokázat, že existuje jednorožec. K tomu postačí dokázat silnější (jen zdánlivě) tvrzení, že existuje existující jednorožec. (Existujícím jednorožcem samozřejmě myslím jednorožce, který existuje.) Je totiž zřejmé, že pokud existuje existující jednorožec, pak existuje jednorožec. Dokážeme tedy, že existuje existující jednorožec. Jsou právě dvě možnosti:

(1) Existující jednorožec existuje.

(2) Existující jednorožec neexistuje.

Možnost (2) je však zřejmě rozporná. Jak by existující jednorožec mohl neexistovat? Tak jako je pravda, že běžící jednorožec běží, existující jednorožec existuje.

Co na tomhle důkazu nehraje? Je to vlastně vypreparovaná podstata Descartova proslulého ontologického důkazu existence Boha. Descartes definuje Boha jako bytost

mající všechny vlastnosti vůbec. Podle této definice má Bůh i vlastnost existence, takže Bůh existuje.

Immanuel Kant označil Descartův argument jako chybný a zdůvodňoval to tím, že existence není vlastnost. Já myslím, že v důkaze je chyba daleko závažnější. Nehodlám se tu přít o tom, je-li existence vlastnost. Ukážu, že i kdyby existence vlastností byla, důkaz je to stejně pochybný.

Podívejme se nejdřív důkladně na náš důkaz existence jednorožce. Když řeknu „Existující jednorožec existuje", není jasné, mám-li na mysli, že každý existující jednorožec existuje, nebo že existuje vůbec nějaký existující jednorožec. Kdybych měl na mysli první význam, pak by to byla pravda — samozřejmě všichni existující jednorožci existují — jak by mohl nějaký existující jednorožec neexistovat? Jenomže to ještě neznamená, že ten výrok je pravdivý i ve druhém významu, to jest, že musí existovat nějaký existující jednorožec.

Podobně je tomu s Descartovým důkazem: vyplývá z něho v podstatě jen to, že každý Bůh existuje, to jest že cokoliv, co vyhovuje Descartově definici Boha, musí mít i vlastnost existence. Jenomže to neznamená, že musí vůbec nějaký Bůh existovat.

242. Důkaz přitažený za vlasy.

Existuje proslulá historka o tom, jak Diderot na carevnino pozvání zavítal na ruský dvůr. Od samého počátku se nikterak netajil svými ateistickými názory. Carevna se jimi ohromně bavila, leč jeden z jejích rádců podotkl, že by nebylo žádoucí, aby se zde této filozofii projevovaly přílišné sympatie. Po straně se pak domluvili s přítomným matematikem Eulerem, který sám byl hluboce věřící. Euler oznámil, že má důkaz o existenci Boha a že by jej mohl podat před celým dvorem, kdyby si ho Diderot přál slyšet. Diderot s potěšením souhlasil. Nu a Euler využil Diderotovy absolutní neznalosti matematiky, a pravil slavnostně: „A na druhou minus B na druhou se rovná A minus B krát A plus B, takže Bůh existuje. Dokážete to vyvrátit?" Diderot byl úplně zmaten, rozpaky nevěděl, co říci, a celý dvůr se rozesmál. Diderot pak dotčeně požádal, aby směl bez prodlení odcestovat zpátky do Francie, což mu bylo dovoleno.

243. Důkaz, že jste buď nedůsledný, nebo domýšlivý.

Tenhle důkaz mě napadl asi před třiceti lety a předvedl jsem ho několika studentům a kolegům. Nedávno mi kdosi říkal, že ho četl v nějakém filozofickém časopise, ale že už si nevzpomíná na autora. Ať už je to jak chce, tady ho máte:

Lidský mozek je ohraničený útvar, takže počet všech tvrzení, kterým věříte, je konečný. Označíme tato tvrzení jako $t_1, t_2, \ldots, t_n$, kde n je počet tvrzení, kterým věříte. Pokud nejste domýšlivý, tak připustíte, že se občas mýlíte a ne všechno, čemu věříte, je pravda. Takže pokud nejste domýšlivý, víte, že alespoň jedno z tvrzení $t_1, t_2, \ldots, t_n$ je nepravdivé. Vy však přesto věříte všem tvrzením $t_1, t_2, \ldots, t_n$, což je naprostá nedůslednost.

Má tahle úvaha nějaký háček? Podle mého nemá. Myslím, že rozumný člověk nemůže být důsledný.

B. Další logické kotrmelce

244. Russell a papež.

Jeden filozof nechtěl věřit Betrandu Russellovi, když mu tvrdil, že z nepravdivého tvrzení vyplývá jakékoliv tvrzení. Povídá: „To tvrdíte, že z výroku, že dvě a dvě je pět, vyplývá, že jste papež?“ Russell přisvědčil. Filozof pochyboval: „Můžete to dokázat?“ Russell mu odpověděl: „Zajisté,“ a na místě vymyslel tenhle důkaz:

(1) Předpokládejme, že $2 + 2 = 5$.
(2) Odečteme-li od obou stran rovnice dvě, vyjde nám $2 = 3$.
(3) Převedeme-li obě strany rovnice na strany opačné, vyjde nám $3 = 2$.

(4) Když od každé strany odečteme 1, vyjde nám $2 = 1$. No a papež a já jsme dvě osoby. Poněvadž dvě se rovnají jedné, papež a já jsme jedna osoba. Jsem tedy papež.

245. Co je lepší?

Co je lepší — věčná blaženost, nebo buřty s cibulí? Na první pohled by se mohlo zdát, že věčná blaženost, ale dokážeme, že to tak není. Co je lepší než věčná blaženost? Nic. A buřty s cibulí jsou samozřejmě lepší než nic. Když to složíme dohromady, vyjde nám, že buřty s cibulí jsou lepší než věčná blaženost!

246. Které hodiny jsou lepší?

Které hodiny ukazují lépe, hodiny, které se pozdí o minutu za den, nebo hodiny, které nejdou vůbec? Podle Lewise Carrolla hodiny, které nejdou vůbec, jsou lepší, poněvadž ukazují správně dvakrát denně, kdežto ty druhé hodiny ukazují správně jenom jednou za dva roky.

„Jenže,“ můžete namítnout, „k čemu je dobré, že ukazují správně dvakrát denně, když nepoznáme, kdy ten okamžik nastane?“ Dejme tomu, že hodiny ukazují osm. Až tedy bude osm, budou hodiny ukazovat správně. „Jenže,“ vedete si svou, „jak zjistíte, že je právě osm?“ Odpověď je náramně jednoduchá. Dívejte se pozorně na hodiny, a přesně v okamžiku, kdy budou ukazovat správně, bude osm hodin.

247. Důkaz, že existuje kůň s třinácti nohama.

Tenhle důkaz není původní, patří k matematickému folklóru.

Chcete dokázat, že existuje alespoň jeden kůň s třinácti nohama? Omalujte všechny koně, kteří na světě jsou, dvěma barvami, modrou a ještě nějakou jinou, podle tohoto pravidla: Nejprve spočtěte, kolik má kůň nohou. Když jich má třináct, omalujte ho na modro; když jich má méně nebo více než třináct, omalujte ho jinou barvou. Nakonec budete mít omalované všechny koně na světě; modří mají třináct nohou a ti jiné barvy ne. Pak namátkou vyberte jednoho koně. Pokud je modrý, je důkaz proveden. Pokud má jinou barvu, vyberte namátkou druhého. Jestliže ten druhý je modrý, je důkaz proveden. A co když pak i druhý kůň má jinou barvu? To není možné: vybraní dva koně by pak měli stejnou barvu a zároveň každý jinou, což je rozpor.

248. To mi připomíná hádanku, kterou dával k lepšímu Abraham Lincoln. Když psí ocas nazveme nohou, kolik bude mít pes nohou? Lincolnova odpověď zněla: „Čtyři — když ocas nazveme nohou, neznamená to ještě, že to noha je."

249. Moje nejoblíbenější metoda.
Seznámím vás s absolutně dokonalou metodou, jak dokázat cokoliv. Má jen jednu nevýhodu — provádět ji může pouze zručný kouzelník.

Dejme tomu, že chci někomu dokázat, že jsem Dracula. Řeknu: „Jediným logickým pravidlem, které musíte znát, je, že když máme dvě tvrzení P a Q, a P platí, pak platí alespoň jedno z těchto dvou tvrzení P a Q." S tím bude souhlasit jistě každý. „Výborně," řeknu a vyndám z kapsy balíček karet, „jak vidíte, tahle karta je červená." A pak položím kartu lícovou stranou dotyčnému do dlaně a vyzvu ho, aby kartu přikryl druhou rukou. Pokračuji: „Označme P tvrzení, že karta, co máte v ruce, je červená; označme Q tvrzení, že jsem Dracula. Protože P platí, jistě souhlasíte, že platí buď P, nebo Q." Souhlasí. „Dobrá," pokračuji, „ukažte kartu." A vida, karta je černá! „Takže," končím vítězoslavně, „P neplatí, musí tedy platit Q, tedy jsem Dracula!"

C. Několik logických kuriozit

V posledních dvou oddílech jsme se zabývali několika chybnými úvahami, které na první pohled vypadaly věrohodně. A teď se naopak budeme zabývat několika principy, které jsou zdánlivě zcela nesmyslné, ovšem nakonec se ukáže, že jsou úplně správné.

250. Princip pití.
Ukážeme si jeden princip, který hraje důležitou roli v moderní logice. Moji žáci ho dojemně nazvali princip pití, protože jeho výklad vždycky uvádím touto anekdotou:

U baru sedí chlapík, najednou praští pěstí do pultu a zvolá: „Nalej mi něco k pití, a nalej všem — když piju já, tak pijou všichni!" A tak se k velkému potěšení rozdávaly po celém baru nápoje. Za chvíli chlapík zvolá: „Nalej mi ještě a nalej všem — když piju já, tak pijou všichni!" A tak se k velkému potěšení opět rozdávaly po celém baru nápoje. Chlapík dopije, hodí na pult něco peněz, a povídá: „A když platím já, tak platí všichni!"

Tím anekdota končí. Ale zbývá tu otázka: Existuje skutečně někdo takový, že když pije on, pijou všichni? Odpověď vás asi překvapí.

Závažnější důsledky má jiná varianta této otázky: Je na světě taková žena, že když ztratí plodnost, tak celé lidstvo vymře?

Další podobná otázka: Existuje člověk, který pije, když někdo pije?

Dokážeme, že skutečně existuje někdo takový, že když pije, pijou všichni! Je to důsledkem pravidla, že z nepravdivého tvrzení vyplývá jakékoliv tvrzení.

Podívejme se na to takhle: Buď je pravda, že všichni pijou, nebo to pravda není. Předpokládejme, že je to pravda, a zvolme si libovolného člověka, nazvěme ho třeba Petr. Protože pijou všichni včetně Petra, tak je pravda, že když pije Petr, potom pijou všichni. Je tu tedy aspoň jeden člověk, totiž Petr, že když ten pije, pijou všichni.

A teď předpokládejme, že není pravda, že pijou všichni. Pak existuje člověk – nazvěme ho Petr – který nepije. Protože není pravda, že Petr pije, tak je pravda, že když pije Petr, pijou všichni. Takže opět tu existuje člověk, totiž Petr, že když ten pije, pijou všichni.

Pokud jde o zmíněnou závažnější verzi, stejnou úvahou zjistíme, že existuje alespoň jedna žena taková, že když ztratí plodnost, potom všechny ženy ztratí plodnost. Bude to kterákoliv žena, pokud by snad všechny ženy ztratily plodnost, nebo kterákoliv žena, která neztratí plodnost, pokud ne všechny ženy ztratí plodnost. (Když všechny ženy ztratí plodnost, lidstvo vymře.)

Ještě tu máme třetí otázku, existuje-li člověk, který pije, když někdo pije. Buď tu je alespoň jeden člověk, který pije, nebo není. Pokud není, vezměme kteréhokoliv člověka – nazvěme ho Petr. Protože není pravda, že někdo pije, tak je pravda, že když někdo pije, tak Petr pije. Naopak pokud tu je někdo, kdo pije, vezměme kteréhokoliv člověka, který pije – nazvěme ho Petr. Potom je pravda, že někdo pije, a je pravda, že Petr pije, takže je pravda, že když někdo pije, tak Petr pije.

Když jsem princip pití vykládal studentům Lindě Wetzelové a Josephu Bevandovi, byli nadšeni. Krátce nato mi poslali k vánocům pohlednici s imaginární debatou, kterou si vymysleli (prý nad večeří v jakési hospodě):

Logik: Znám chlápka, že když pije on, pijou všichni.
Student: Teď jsem asi dobře nerozuměl. Myslíte jako všichni na světě?
Logik: Ano.
Student: To je nějaké divné! Myslíte, že když ten se dá do pití, tak v tu ránu pijou všichni?
Logik: Ovšem.
Student: Ale to znamená, že by pili současně všichni lidi na světě! To snad nemyslíte vážně!
Logik: Vy jste dobře nepochopil, co jsem říkal.
Student: Ale pochopil, a co víc, já vaši logiku vyvrátil.
Logik: Nesmysl. Logiku není možné vyvrátit.
Student: A jak to, že jsem vám to tedy vyvrátil?

Logik: Říkal jste přece, že vy nepijete?
Student: No . . . ano, dnes bylo opravdu krásně, že?

251. Je úvaha správná?

Setkal jsem se s mnoha úvahami, které vypadaly věrohodně, ale ve skutečnosti byly chybné. Nedávno jsem však narazil na úvahu, která naopak na první pohled vypadá nesmyslně, ale ukáže se, že je bezchybná.

Správnou úvahou myslíme takovou, jejíž závěr vskutku vyplývá z předpokladů, i když není nutné, aby předpoklady byly splněny.

Jde o tuto úvahu:

Každý se bojí Draculy. Dracula se bojí jedině mne. Takže já jsem Dracula.

Že to vypadá jako nějaká pitomost! Jenže to žádná pitomost není, úvaha je to správná. Protože se každý bojí Draculy, tak se i Dracula bojí Draculy. Takže Dracula se bojí Draculy, ale zároveň se bojí jedině mne. A tak já musím být Dracula!

15. Od paradoxu k pravdě

A. Paradoxy

252. Prótagorův paradox.

Jeden z nejstarších známých paradoxů připomíná starořeckého učitele práva Prótagora, který přijal jednoho chudého, avšak nadaného žáka a uvolil se vyučovat ho bezplatně, s tím, že až mladík skončí studia a vyhraje svůj první spor, zaplatí Prótagorovi školné. Žák s touto podmínkou souhlasil. Posléze ukončil studia, ale do advokátní praxe se nepouštěl. Uplynul nějaký čas, a Prótagorás žáka o peníze zažaloval.

Prótagorás uvažoval takto: Jestliže můj žák náš spor prohraje, pak podle rozsudku mi bude muset zaplatit (o to právě v našem sporu jde). Jestliže spor vyhraje, pak to bude první spor, co vyhrál, a tak mi bude muset zaplatit podle naší dohody. Takže ať tak nebo tak, musí mi zaplatit.

Jablko však nepadlo daleko od stromu a žák se od svého učitele mnohému přiučil. Uvažoval takto: Jestliže tento spor vyhraji, pak podle rozsudku nebudu muset nic platit. Jestliže prohraji, tak jsem dosud žádný spor nevyhrál, a podle naší dohody nemusím ještě nic platit. Takže ať tak, nebo tak, nemusím nic platit.

Kdo měl pravdu?

Nejsem si jist, znám-li skutečně správnou odpověď na tuto otázku. Tahle hádanka stejně jako první hádanka v naší knížce (o vyvedení aprílem) jsou typickými zástupci celé třídy paradoxů. Nejlepší řešení, které znám, pochází od jednoho právníka: Soud by měl spor rozhodnout ve prospěch toho žáka — žák skutečně neměl co platit, protože dosud nevyhrál svůj první spor. Teprve po skončení líčení by pak student dlužil Prótagorovi peníze, takže Prótagorás by pak měl žáka zažalovat ještě jednou. Tentokrát by měl soud rozhodnout ve prospěch Prótagorův, protože student předtím vyhrál svůj první spor.

253. Paradox lhářský.

Takzvaný lhářský, nebo také Epimenidův paradox je opěrným pilířem celé stavby paradoxů známých jako paradoxy lhářské. Původní verze paradoxu pojednávala o jistém Kréťanovi jménem Epimenidés, který řekl: „Všichni Kréťané jsou lháři.“

Na tom však vlastně není nic paradoxního, stejně jako na tom, když obyvatel ostrova poctivců a padouchů vysloví výrok: „Všichni lidi na tomhle ostrově jsou padouši.“ Z toho neplyne nic jiného, než že (1) autor výroku je padouch, (2) na ostrově je alespoň jeden poctivec. Podobně z původní verze Epimenidova paraxodu plyne jen to, že Epimenidés je lhář a že aspoň jeden Kréťan je pravdomluvný. To žádný paradox není.

Kdyby byl Epimenidés jediný Kréťan, to bychom už paradox měli. Také bychom ho měli, kdyby jediný obyvatel ostrova poctivců a padouchů řekl, že všichni obyvatelé ostrova jsou padouši, a tak by tvrdil, že je padouch, což není možné.

Lepší verzí paradoxu je ta, v níž někdo řekne: „Teď lžu.“ Lže, nebo ne?

Mezi lhářské paradoxy patří i nápis:

TENTO NÁPIS JE NEPRAVDIVÝ

Je ten nápis pravdivý, nebo nepravdivý? Jestliže je nepravdivý, potom je pravdivý, a jestliže je pravdivý, pak je nepravdivý.

Komentář k tomuto paradoxu uvedeme později.

254. Dvojitý lhářský paradox.

Tuhle verzi lhářského paradoxu vymyslel anglický matematik P. E. B. Jourdain v roce 1913. Někdy se jí proto říkává Jourdainův paradox. Na papírové kartičce je z jedné strany napsáno:

(1) NÁPIS NA DRUHÉ STRANĚ JE PRAVDIVÝ

Když kartičku obrátíte, čtete:

(2) NÁPIS NA DRUHÉ STRANĚ JE NEPRAVDIVÝ

A máme tu paradox. Pokud je první nápis pravdivý, pak druhý nápis je pravdivý (první nápis to tvrdí), a pak je první nápis nepravdivý (první nápis to tvrdí). Pokud je první nápis nepravdivý, pak druhý nápis je nepravdivý. a tak první nápis není nepravdivý, ale pravdivý. Tedy první nápis je pravdivý, právě když je nepravdivý, a to není možné.

255. Další verze.

Další verzi lhářského paradoxu tvoří trojice výroků:

(1) TENTO VÝROK OBSAHUJE PĚT SLOV
(2) TENTO VÝROK OBSAHUJE OSM SLOV
(3) PRÁVĚ JEDEN VÝROK V TOMTO RÁMEČKU JE PRAVDIVÝ

Výrok (1) je zřejmě pravdivý, a výrok (2) je zřejmě nepravdivý. Problematický je až výrok (3). Jestliže je (3) pravdivý, potom jsou v rámečku dva pravdivé výroky, totiž (3) a (1), což nesouhlasí s (3), a tak je (3) nepravdivý. Na druhé straně jestliže (3) je nepravdivý, potom (1) je

jediný pravdivý výrok v rámečku, což znamená, že (3) je pravdivý! Takže (3) je pravdivý, právě když je nepravdivý.

Kde je příčina těchhle paradoxů? Jejich podstata je hluboká a není na ni jednotný názor. Někteří autoři, spíše však filozofové než matematici, odmítají jako nepřípustný každý výrok, který se vztahuje sám k sobě. Já s takovým hlediskem nesouhlasím. Tak třeba výrok „Tento výrok má pět slov“, má dokonale jasný a jednoznačný význam — jen si spočítejte slova, a uvidíte, že výrok je pravdivý. Podobně výrok „Tento výrok má šest slov“, ačkoliv je nepravdivý, má zcela jasný význam — tvrdí, že má šest slov, což ve skutečnosti nemá. Zde není nejmenších pochyb o tom, co výrok říká.

Na druhé straně si vezměme výrok

TENTO VÝROK JE PRAVDIVÝ

Tenhle výrok nevede k žádnému paradoxu; nevznikne tu logický rozpor ani z předpokladu, že výrok je pravdivý, ani z předpokladu, že je nepravdivý. Výrok však nemá žádný smysl, jak si vysvětlíme.

Základním principem, ze kterého budeme vycházet, je: abychom rozuměli, co to znamená, že nějaký výrok je pravdivý, musíme nejdříve rozumět smyslu toho výroku samého. Označme si jako X například výrok „Dvě a dvě jsou čtyři“. Abychom rozuměli, co to znamená, že X je pravdivý, musíme chápat význam každého slova, z nichž se X skládá, a musíme rozumět tomu, co X tvrdí. V našem příkladě známe význam všech slov v X a je nám jasné, co to znamená, že dvě a dvě jsou čtyři. A protože víme, že dvě a dvě jsou skutečně čtyři, víme, že X je pravdivý. Kdyby nám však nebylo známo, že dvě a dvě jsou čtyři, nevěděli bychom, je-li výrok X pravdivý. Dokud nerozumíme, co to znamená, že dvě a dvě jsou čtyři, nerozumíme, ani co znamená, že X je pravdivý. Z toho vidíte, co mám na mysli, když říkám, že význam toho, že výrok X je pravdivý, závisí na významu výroku X samého. Pokud je však X takový, že jeho význam závisí na tom, co to znamená, že X je pravdivý, máme tu bludný kruh.

A to je právě případ výroku v posledním rámečku. Abych rozuměl, co to znamená, že je ten výrok pravdivý, musím nejprve rozumět výroku samotnému. Jaký je tedy smysl našeho výroku, co vlastně tvrdí? Jen to, že náš výrok je pravdivý, my však ještě nevíme, co to znamená. Zkrátka nemohu porozumět, co to znamená, že náš výrok je pravdivý (nejde o to, je-li pravdivý nebo ne), když ještě neznám význam našeho výroku, ale význam našeho výroku nemohu poznat, když nevím, co to znamená, že je pravdivý. Výrok tedy nedává vůbec žádnou informaci. Takovým výrokům budeme říkat **nepodložené výroky.**

Lhářský paradox se všemi variantami je založen právě na nepodložených výrocích. Tak v paradoxu 253 je nepodložený výrok „Tento nápis je nepravdivý". V paradoxu 254 jsou na obou stranách kartičky nepodložené výroky. V paradoxu 255 jsou první dva výroky podložené, třetí je však nepodložený.

Teď už vidíme jasněji, proč selhaly úvahy nápadníka Porcie Nté (viz 5 kapitola o Porciiných skříňkách). Všechny předešlé Porcie užívaly výroků řádně podložených, ale Porcie Ntá byla mrška a užívala nepodložených výroků, aby svého nápadníka poškádlila. Stejný pes je zakopán i v několika důkazech na začátku minulé kapitoly.

256. Naposled Bellini a Cellini.

Vraťme se ke svým starým známým Bellinimu a Cellinimu z příběhu o Porciiných skříňkách. Ti dva řemeslníci nedělali jenom skříňky, ale i tabulky s různými nápisy. Tak jako u skříněk dělal Cellini tabulky s nepravdivými nápisy a Bellini s pravdivými. Opět budeme předpokládat, že Cellini a Bellini byli v té době jedinými výrobci tabulek (jejich synové zhotovovali pouze skříňky, tabulky už ne).

Padne vám do oka tabulka:

TUTO TABULKU ZHOTOVIL CELLINI

Kdo ji zhotovil? Kdyby ji udělal Cellini, to by pak byl na ni napsal pravdivý výrok, a to je rozpor. Kdyby ji byl udělal Bellini, potom by výrok na tabulce byl nepravdivý, což je zase rozpor. Kdo ji tedy zhotovil?

Ale teď se z toho nevykroutíte, když řeknete, že výrok na tabulce je nepodložený! Je náramně podložený — konstatuje historický fakt, že tabulku zhotovil Cellini; pokud ji zhotovil Cellini, je výrok pravdivý, a pokud ji nezhotovil, je nepravdivý. Tak co teď s tím?

Rozluštění je samozřejmě v tom, že jsem vám poskytl nepravdivé informace. Kdybyste skutečně někdo takovou tabulku spatřili, znamenalo by to, buď že Cellini občas psal na své tabulky pravdivé nápisy (což je v rozporu s tím, co jsem vám řekl), nebo že ještě nějaký jiný výrobce dělal tabulky s nepravdivými výroky (což je opět v rozporu s tím, co jsem vám řekl). Tohle tedy vlastně není paradox, to je podvod.

Mimochodem, už jste přišli na to, jak se jmenuje tahle kniha?

257. Pověsit, nebo utopit?

V téhle oblíbené hádance kdosi spáchal zločin, který se trestá smrtí. Smí vyslovit jeden výrok. Když bude pravdivý, kat ho utopí; když bude nepravdivý, kat ho pověsí. Jaký výrok by měl vyslovit, aby vyvázl?

258. Holičův paradox.

Další známá hádanka. Holič holí všechny muže z městečka, kteří se neholí sami, a neholí ty, co se holí sami. To se zdá být samozřejmé. Vzniká však otázka, holí-li holič sám sebe nebo ne. Pokud ano, porušuje uvedené pravidlo — potom totiž holí muže, co se holí sám. Pokud se sám neholí, pak rovněž porušuje pravidlo — opomíná totiž holit muže, co se sám neholí. Co tedy má chudák holič dělat?

259. Poctivec, nebo padouch?
Na ostrově poctivců a padouchů dva místní obyvatelé, A a B, vysloví výroky:
A: B je padouch.
B: A je poctivec.
Myslíte, že A je poctivec, nebo padouch? A co B?

Rozluštění

257. *Stačí říci: „Budu oběšen."*

258. *Logicky není možné, aby takový holič existoval.*

259. *Autor už zase lže! Situace, kterou jsem vylíčil, nemůže nastat. Je to vlastně Jourdainův paradox, jen v trošku jiném kostýmování (viz 254).*

Pokud A je poctivec, potom B je padouch, a tak A není poctivec! Pokud A je padouch, potom B není padouch, je poctivec, a tak jeho výrok je pravdivý, což činí z A poctivce! Takže A nemůže být ani poctivec, ani padouch, aby z toho nevyplýval rozpor.

B. Od paradoxu k pravdě

Kdosi kdysi definoval paradox jako pravdu stojící na hlavě. Je to opravdu tak, že nejeden paradox obsahuje myšlenku, která, když se trochu pozmění, vede k závažnému novému objevu. Na dalších třech hádankách to pěkně uvidíme.

260. Co na tom nehraje?
Inspektor Fishtrawn jednou pátral v jisté obci a požádal místního sociologa doktora Tchmuchalla o informace.

Doktor Tchmuchall podal Fishtrawnovi sociologický přehled:

„Občané založili několik klubů. Náš občan může být členem i více klubů. Každý klub má jméno po některém občanovi, žádné dva kluby se nejmenují po témž občanovi a po každém občanovi je pojmenován nějaký klub. Není nutné, aby občan byl členem klubu po něm pojmenovaného; pokud je jeho členem, říkáme mu **konvenční** občan, pokud není, říkáme mu **nekonvenční** občan. Na téhle obci je zajímavé, že tu jeden klub tvoří všichni nekonvenční občané."

Inspektor Fishtrawn o tom chvíli dumal, a najednou si uvědomil, že dr. Tchmuchall mu vykládá nesmysly. Jak na to přišel?

Rozluštění

Jde vlastně o holičův paradox v novém převleku. Předpokládejme, že Tchmuchallovo povídání bylo pravdivé. Klub sdružující všechny nekonvenční občany se po někom jmenuje — řekněme po Jackovi, tomu klubu budeme říkat Jackův klub. Jack je buď konvenční, nebo nekonvenční, a v obou případech dojdeme k rozporu. Předpokládejme, že Jack je konvenční. Pak je v Jackově klubu, jenomže Jackův klub sdružuje pouze nekonvenční občany, takže to není možné. Naopak jestliže Jack je nekonvenční, potom je členem klubu nekonvenčních občanů, a to znamená, že je členem Jackova klubu, což činí z Jacka člověka konvenčního. Takže ať to vezmeme z kteréhokoliv konce, dojdeme k rozporu.

261. Je v obci špeh?
Inspektor Fishtrawn zavítal do jiné obce a tam se informoval u svého dávného přítele, místního sociologa Sleedilla. Studovali spolu v Oxfordu a Fishtrawn znal Sleedilla jako člověka neomylného úsudku. Sleedill mu podal sociologický přehled o obci:

„Tak jako jiné obce i my máme kluby, a každý občan má právě jeden klub pojmenovaný po něm, a každý klub se jmenuje po někom. Když je náš občan členem klubu, může jím být buď tajně, nebo veřejně. Tomu, kdo není veřejně členem klubu pojmenovaného po něm, říkáme **podivín.** Tomu, kdo je tajně členem klubu, co se po něm jmenuje, říkáme **špeh.** Na téhle obci je zajímavé, že jeden klub tvoří i všichni podivíni."

Inspektor Fishtrawn si to chvíli rovnal v hlavě, a potom si uvědomil, že na rozdíl od minulého příběhu je tahle situace zcela věrohodná. Kromě toho přišel na to, je-li v obci špeh nebo ne. Je tam špeh?

Rozluštění

Klub všech podivínů se po někom jmenuje — říkejme mu John a tomu klubu říkejme Johnův klub. John buď je členem Johnova klubu, nebo není. Předpokládejme, že není. Potom to není podivín (každý podivín je členem Johnova klubu). To znamená, že John je veřejně členem Johnova klubu. Jestliže tedy John není členem Johnova klubu, potom je veřejně členem Johnova klubu, což je rozpor. Z toho plyne, že John je členem Johnova klubu, a protože každý člen Johnova klubu je podivín, je i John podivín. Tak tedy John není veřejně členem Johnova klubu, a přesto je jeho členem, je tedy členem tajně — jinými slovy John je špeh!

Dodejme ještě, že rozluštění předchozí hádanky 260 umožňuje jednodušší cestu k luštění této hádanky. Pokud by totiž v obci nebyli špehové, potom by se podivíni nijak nelišili od nekonvenčních občanů. To by znamenalo, že nekonvenční občané tvoří klub. Jenomže my jsme u hádanky 260 dokázali, že nekonvenční občané klub tvořit nemohou. Takže předpoklad, že v obci nejsou špehové, vede k rozporu, a tak v obci špeh určitě je (u tohoto důkazu však nemáme ani tušení, kdo to je).

Tyhle dva důkazy názorně ilustrují, co mají matematici na mysli pod pojmy konstruktivní a nekonstruktivní důkaz. Druhý důkaz je nekonstruktivní v tom smyslu, že ačkoliv jsme dokázali, že tu musí být špeh, neodhalili jsme žádného konkrétního špeha. První důkaz je konstruktivní, poněvadž jsme odhalili špeha — totiž toho člověka (pojmenovali jsme ho John), po němž se jmenuje klub podivínů.

262. Klubovní život ve Fantasmagorii.

V jisté obci jménem Fantasmagoria se tak ujalo zakládání klubů, že tam každá množina občanů tvoří klub. Kluby zatím nejsou pojmenovány a předseda Sdružení fantasmagorijských klubů by je rád pojmenoval po místních občanech tak, aby se žádné dva kluby nejmenovaly po témž občanovi, a aby po každém občanovi byl některý klub pojmenován.

Kdyby měla Fantasmagoria jen konečný počet obyvatel, předsedovi by se nemohlo podařit kluby tak pojmenovat. Bylo by tam totiž víc klubů než občanů. Tak třeba kdyby tam žilo 5 občanů, bylo by tam 32 klubů (včetně prázdné množiny, což je exkluzívní klub, do kterého se nedá proniknout). V obecném případě n občanů by tam bylo 2^n klubů.

Ve Fantasmagorii však naštěstí žije nekonečně mnoho obyvatel, a tak předseda neztrácí naději. Na svém záměru pracuje už milióny let, zatím však všechny pokusy selhaly. Je příčina neúspěchu v předsedovi, nebo se pokouší o nemožnou věc?

Rozluštění

Snaží se o nemožné. Tuhle dnes tak známou skutečnost objevil německý matematik Georg Cantor. Předpokládejme, že by předseda uspěl při pojmenovávání klubů po občanech, a žádné dva kluby by nebyly pojmenované po témž občanovi. Znovu tu říkejme nekonvenční takovému občanu, který není členem klubu pojmenovaného po něm. Množina všech nekonvenčních občanů Fantasmagorie tvo-

ří klub. Avšak klub všech nekonvenčních občanů nemůže existovat ze stejného důvodu jako u hádanky 260. (Takový klub by se musel po někom jmenovat, a ten někdo nemůže být konvenční ani nekonvenční, aby nezpůsobil rozpor.)

263. Zapsané množiny.

Půjde o minulou hádanku v jiném převleku. Některé pojmy, které tu zavedeme, se znovu vynoří v příští kapitole.

Jistý matematik sepsal knihu s názvem Kniha množin. Na každé stránce je v ní uveden popis jedné množiny čísel. Čísly tu míníme přirozená čísla 1, 2, 3, ..., n, ... Každé množině, která je tam popsána, budeme říkat zapsaná množina. Stránky jsou průběžně číslovány. Vaším úkolem je popsat množinu, která není zapsána na žádné stránce Knihy množin.

Rozluštění

Řekněme, že přirozené číslo n je významné číslo, když n patří do množiny zapsané na stránce n, a nevýznamné číslo, když n nepatří do množiny zapsané na stránce n. Množina nevýznamných čísel nemůže být zapsaná. Kdyby byla, číslo příslušné stránky by nemohlo být ani významné, ani nevýznamné — oba případy by vedly k rozporu.

16. Gödelův objev

A. Gödelovské ostrovy

Hádanky v tomto oddíle jsou založeny na proslulém principu, který objevil rakouský matematik a logik Kurt Gödel.*) Vysvětlíme si ho na konci kapitoly.

264. Ostrov G.

Na jistém ostrově G žijí pouze poctivci, kteří vždy mluví pravdu, a padouši, kteří vždy lžou. Někteří poctivci se vypracovali mezi tzv. elitní poctivce (to jsou ti obzvlášť zasloužilí), podobně jsou tu elitní padouši. Ostrované se sdružují do různých klubů, přitom mohou být i v několika klubech současně. Klubový život na ostrově G splňuje čtyři podmínky:

(E_1) Elitní poctivci tvoří klub.
(E_2) Elitní padouši tvoří klub.
(D) Pro každý klub K platí, že ti ostrované, kteří nejsou v klubu K, tvoří klub. (Tento klub se nazývá doplněk klubu K a označuje se K'.)
(G) Ke každému klubu K existuje alespoň jeden člověk, který o sobě prohlašuje, že je členem klubu K. (Jeho tvrzení nemusí být pravdivé, může to být i padouch.)

264 a. (1) Dokažte, že na ostrově G žije aspoň jeden neelitní poctivec.
(2) Dokažte, že na ostrově G žije aspoň jeden neelitní padouch.

264 b. (1) Tvoří padouši klub?
(2) Tvoří poctivci klub?

*) **Pozn. překl.** Narodil se r. 1906 v Brně.

Rozluštění

264 a. *Podle podmínky (E_1) tvoří elitní poctivci klub K. Podle podmínky (D) pak tvoří ti ostrované, kteří nejsou elitní poctivci, klub K'. Podle podmínky (G) tedy na ostrově žije člověk C, který tvrdí, že je v klubu K', tzn. že není elitní poctivec. Padouch by nemohl tvrdit, že není elitní poctivec, poněvadž by říkal pravdu. Takže C je zaručeně poctivec, a je pravda, že není elitní poctivec. Člověk C je tedy neelitní poctivec.*

Podle podmínky (E_2) tvoří elitní padouši klub. Podle podmínky (G) tedy na ostrově žije člověk Č, který tvrdí, že je členem klubu elitních padouchů. Poctivec by o sobě nemohl prohlašovat, že je padouch. A tak je Č padouch, lže a není proto elitní padouch. Člověk Č je tedy neelitní padouch.

264 b. *Kdyby padouši tvořili klub, prohlašoval by jistý ostrovan, že je padouch. To však poctivec ani padouch nemůže prohlásit, takže padouši klub netvoří.*

Kdyby poctivci tvořili klub, tvořili by podle podmínky (D) klub i padouši, a to není pravda, jak jsme právě dokázali.

Poznámky

1. Odpověď na hádanku 264 b umožňuje jiné řešení hádanky 264 a. Je sice nekonstruktivní, ale trochu jednodušší.

Kdyby byli všichni poctivci elitní, tvořili by poctivci klub, protože elitní poctivci klub tvoří (podle podmínky (E_1)). Jak však víme z 264 b, poctivci klub netvoří. Dostali jsme rozpor, nemohou tedy být všichni poctivci elitní. Podobně kdyby byli všichni padouši elitní, tvořili by padouši klub, neboť ho tvoří elitní padouši, a to není možné.

2. Náš důkaz (v rozluštění 264 b), že padouši netvoří klub, se opíral jen o podmínku (G), ostatní podmínky (E_1), (E_2) a (D) jsme při něm nepotřebovali. Už z podmínky (G) tedy plyne, že padouši netvoří klub. Podmínka (G) je dokonce ekvivalentní s tím, že padouši netvoří klub. Když totiž předpokládáme, že padouši netvoří klub, snadno odvodíme podmínku (G):

Vězměme si libovolný klub K. Protože padouši netvoří klub, tak buď je v K nějaký poctivec, nebo nějaký padouch není v K. Když je v K poctivec, tvrdí, že je v K. Když padouch není v K, prohlašuje, že je v K. V obou případech tedy nějaký ostrovan prohlašuje, že je v K.

265. Gödelovské ostrovy obecně.

Vezměme si teď libovolný ostrov poctivců a padouchů s kluby. (Ostrovem poctivců a padouchů máme samozřejmě na mysli ostrov obývaný výlučně poctivci a padouchy.) Takový ostrov nazvěme **gödelovským ostrovem,** když vyhovuje podmínce (G), to jest když ke každému klubu K na ostrově existuje aspoň jeden ostrovan, který o sobě prohlašuje, že je členem klubu K.

Inspektor Fishtrawn jednou zavítal na ostrov poctivců a padouchů s kluby. Fishtrawna (je to velice kultivovaný člověk a jeho zájem o teorii je stejně velký jako o praktické úkoly) zajímalo, je-li na gödelovském ostrově. Podařilo se mu shromáždit tyto informace:

Každý klub se jmenuje po některém ostrovanovi a každý ostrovan má klub, který se jmenuje po něm. Ostrovan nemusí být členem klubu, co se po něm jmenuje; pokud jím je, říká se mu konvenční ostrovan, a pokud není, říká se mu nekonvenční ostrovan. Obyvateli X se říká **kmotr** obyvatele Y, když X tvrdí, že Y je konvenční.

Fishtrawn pořád ne a ne zjistit, je-li na gödelovském ostrově, až konečně přišel na to, že ostrov vyhovuje téhle podmínce:

(H) Ke každému klubu C existuje takový klub D, že každý člen D má alespoň jednoho kmotra v C, a každý nečlen D má alespoň jednoho kmotra, který není v C.

Z podmínky (H) inspektor Fishtrawn už zjistil, je-li dotyčný ostrov gödelovský.

Je gödelovský?

Rozluštění

Je. Vezměme si libovolný klub C a k němu příslušný klub D daný podmínkou (H). Klub D se po někom jmenuje, řekněme po Johnovi. John buď je členem klubu D, nebo není.

Předpokládejme, že je. Potom má v klubu C kmotra (říkejme mu Jack), a ten prohlašuje, že John je konvenční.

Protože John je členem klubu D, je opravdu konvenční, takže Jack je poctivec. Jack je tedy poctivec a člen klubu C, Jack tedy bude o sobě tvrdit, že je členem klubu C.

Předpokládejme, že John není členem klubu D. Potom má kmotra (říkejme mu Jim), který není členem klubu C, a ten prohlašuje, že John je konvenční. John není členem klubu D, takže je ve skutečnosti nekonvenční, a tak Jim je padouch. Jim je tedy padouch a není v klubu C, takže bude lhát a prohlašovat, že je v klubu C.

Ať už tedy John je členem klubu D nebo není, žije tu ostrovan, který o sobě prohlašuje, že je členem klubu C. To znamená, že ostrov splňuje podmínku (G).

Poznámka

Když zkombinujeme výsledky 264 a 265, je zřejmé, že na každém ostrově vyhovujícím podmínkám (E_1), (E_2), (D) a (H) musí žít neelitní poctivec i neelitní padouch. V tom je vlastně skryta Gödelova proslulá věta o neúplnosti, které se budeme věnovat v oddíle C téhle kapitoly. Mimochodem pokud byste chtěli někoho potrápit opravdu těžkou hádankou, dejte mu ostrov vyhovující podmínkám (E_1), (E_2), (D) a (H). Nezmiňujte se o podmínce (G) a položte mu otázku 264. Bude zajímavé sledovat, jak si bez podmínky (G) poradí.

B. Dvojitě gödelovské ostrovy

Hádanky v tomto oddíle jsou trochu speciální a měly by se možná odložit až za oddíl C.

Dvojitě gödelovským ostrovem budeme rozumět ostrov s poctivci, padouchy a kluby vyhovujícími podmínce:

(GG) Ke každým dvěma klubům K_1 a K_2 existují ostrované A a B takoví, že A prohlašuje, že B je členem K_1, a B prohlašuje, že A je členem K_2.

Mám za to, že z podmínky (GG) nevyplývá podmínka (G) ani z podmínky (G) nevyplývá podmínka (GG). Jak se zdá, jsou na sobě nezávislé. A tak asi dvojitě gödelovský ostrov nemusí být gödelovský.

Dvojitě gödelovské ostrovy, to je moje oblíbená hračka. Hádanky o nich mají stejně blízko k Jourdainovu paradoxu (viz hádanka 254 v předchozí kapitole) jako hádanky s gödelovskými ostrovy k paradoxu lhářskému.

266. Dvojitě gödelovský ostrov S.

Jednou jsem objevil dvojitě gödelovský ostrov S, který vyhovoval i podmínkám (E_1), (E_2) a (D) z ostrova G.

(a) Dá se zjistit, žije-li na S neelitní poctivec? A neelitní padouch?

(b) Dá se zjistit, tvoří-li poctivci na ostrově S klub? A co padouši?

Rozluštění

Nejdříve se podíváme na otázku (b). Pokud poctivci tvoří klub, tvoří ho i padouši (podle podmínky (D)), a pokud padouši tvoří klub, tvoří ho i poctivci (opět podle podmínky (D)). Předpokládejme, že poctivci tvoří klub nebo padouši tvoří klub, tj, že poctivci tvoří klub i padouši tvoří klub. Pak podle podmínky (GG) existují ostrované A a B, kteří prohlašují:

A: B je padouch.

B: A je poctivec.

To se nemůže stát, jak jsme dokázali v rozluštění hádanky 259 v minulé kapitole. Docházíme tak k závěru, že poctivci ani padouši nemohou tvořit klub.

Otázku (a) můžeme vyřešit dvěma způsoby. První je jednodušší, druhý zase poučnější.

***1. způsob:** Poctivci netvoří klub a elitní poctivci klub tvoří, ne všichni poctivci jsou tedy elitní. Stejné je to i s padouchy.*

***2. způsob:** Elitní poctivci tvoří klub, takže klub tvoří i ostatní ostrované, co nejsou elitní poctivci.*

Vezměme tyto dva kluby za K_1 a K_2. K nim příslušní (podle podmínky (GG)) ostrované prohlašují:

A: B je elitní poctivec.

B: A není elitní poctivec.

Ponecháme čtenáři, aby si ověřil, že jeden z ostrovanů A, B *musí být neelitní poctivec (přesněji pokud je A poctivec, pak není elitní poctivec, a pokud je A padouch, pak je B neelitní poctivec). Zajímavé je, že se nedá určit, který z nich to je. (Situace je tu stejná jako u hádanky 134 s dvojicí skříněk — jednu ze skříněk zhotovil Bellini st., ale nedá se zjistit, kterou.)*

Podobně protože všichni elitní padouši tvoří klub, tvoří klub i ostatní ostrované, kteří nejsou elitní padouši. Takže (opět podle (GG)) existují dva lidé, A a B, kteří prohlásí:

A: B je elitní padouch.

B: A není elitní padouch.

Z toho vyplývá, že pokud B je padouch, potom je to neelitní padouch, a pokud B je poctivec, pak je A neelitní padouch (opět ponecháme čtenáři, aby si to dokázal). Ať tak nebo tak, je buď A, nebo B neelitní padouch, ale nevíme, který z nich to je. (Tahle hádanka se vlastně shoduje s hádankou 135 o dvojici skříněk.)

267. Ostrov S_1.

Jednou jsem objevil jiný dvojitě gödelovský ostrov S_1, a ten mi dal námahy ještě víc. Na tomto ostrově platí podmínky (E_1) a (E_2), jenomže není známo, platí-li tu podmínka (D). (Připomeňme si, že podmínka [D] požaduje, aby pro libovolný klub K platilo, že lidi, kteří nejsou v K, tvoří také klub.) Nedá se dokázat, že na ostrově S_1 žije neelitní poctivec, ani že tu žije neelitní padouch. Rovněž se nedá dokázat, že poctivci netvoří klub, ani že padouši netvoří klub. Něco se však přece jen dokázat dá:

(a) Dokažte, že na ostrově žije buď neelitní poctivec, nebo neelitní padouch.

(b) Dokažte, že není možné, aby jak poctivci, tak padouši tvořili klub.

Rozluštění

Nejprve si poradíme s (b). Předpokládejme, že by poctivci tvořili klub a že také padouši by tvořili klub. Pak by

existovali obyvatelé A a B takoví, že A by prohlašoval, že B je padouch, a B by prohlašoval, že A je poctivec, což, jak víme, není možné (viz předchozí hádanku nebo hádanku 259 z minulé kapitoly). Nemůže tedy tomu být tak, že by poctivci tvořili klub a také padouši by tvořili klub; buď netvoří klub poctivci, nebo netvoří klub padouši. Jestliže poctivci netvoří klub, potom existuje neelitní poctivec (elitní poctivci klub tvoří); jestliže padouši netvoří klub, potom existuje neelitní padouch. Nedokážeme však říci, který případ nastane. Dokázali jsme tak i (a).

Ukážeme si ještě jiný (a zajímavější) způsob, jak dokázat, že na ostrově žije buď neelitní poctivec, nebo neelitní padouch.

Elitní poctivci tvoří klub a elitní padouši tvoří také klub. Existují tedy obyvatelé A a B, kteří prohlásí:

A: B je elitní padouch.

B: A je elitní poctivec.

Předpokládejme, že A je poctivec. Potom je jeho výrok pravdivý, takže B je elitní padouch, výrok B je tedy nepravdivý, a tak A není elitní poctivec. V tomto případě je tedy A neelitní poctivec. Pokud A je padouch, potom výrok pronesený B je nepravdivý, B je tedy padouch. Také výrok A je nepravdivý, B tedy není elitní padouch. V tomto případě je tedy B neelitní padouch.

Takže buď je A neelitní poctivec, nebo je B neelitní padouch (zase nedokážeme říci, který případ nastane). Tahle hádanka připomíná hádanku 136 o dvojicích skříněk. Tam jednu ze skříněk (kterou, to nevíme) zhotovil Bellini st. nebo Cellini st. (který, to také nevíme).

268. Několik otevřených otázek.

Napadlo mě několik otázek souvisejících s gödelovskými a dvojitě gödelovskými ostrovy. Zatím jsem se do jejich řešení nepustil a předkládám je čtenářům. Jistě si rádi vyzkoušíte své vlohy k samostatnému bádání.

268 a. Konstatoval jsem, že se mi zdá, že z podmínky (G) nevyplývá podmínka (GG), ani obráceně. Pokuste se dokázat, že můj dohad je správný. (Nebo ho vyvrátit. Ale myslím, že spíše bude správný.) Abyste dohad potvrdili, musíte vytvořit ostrov, kde bude platit (G), ale ne (GG), a vytvořit ostrov, kde bude platit (GG), ale ne (G). Vytvořením ostrova myslím to, že roztřídíte všechny jeho obyvatele, kdo z nich jsou poctivci a kdo padouši, a které skupiny lidí tvoří kluby a které ne. (Kteří poctivci a padouši jsou elitní, tu není důležité.)

268 b. Pokuste se dokázat (nebo vyvrátit) můj dohad, že na ostrově S_1 nemusí spolu žít neelitní poctivec a neelitní padouch (jak víme, jeden z nich tam žije). Jde o to, vytvořit ostrov vyhovující podmínkám (E_1), (E_2) a (GG), na němž jsou poctivci, a ani jeden z nich není neelitní, nebo kde žijí padouši, a ani jeden není neelitní. (Tentokrát byste k vytvoření takových ostrovů museli určit nejen poctivce, padouchy a kluby, ale i to, kteří poctivci a padouši jsou elitní.)

268 c. Dejme tomu, že takové ostrovy lze vytvořit. (Tuším, že to tak je, i když jsem si to neověřil.) Jaký je nejmenší možný počet obyvatel takových ostrovů? Uměli byste u každého případu dokázat, že když bude obyvatel méně, nebude ostrov vyhovovat daným podmínkám?

C. Gödelova věta

269. Je soustava úplná?

Logik má knihu, na jejíchž deskách je nápis Kniha tvrzení. Stránky v knize jsou číslovány průběžně a na každé stránce je napsáno jedno tvrzení. Žádné tvrzení není v knize uvedeno na více stránkách. Číslu stránky, na které je tvrzení X, budeme také říkat **číslo tvrzení** X.

Každé tvrzení uvedené v knize je buď pravdivé, nebo

nepravdivé. Některá z pravdivých tvrzení připadají logikovi tak samozřejmá, že je vzal za axiómy své logické soustavy. Tato soustava obsahuje i jistá pravidla uvažování, které logikovi umožňují z axiómů dokazovat pravdivá a vyvracet nepravdivá tvrzení. Logik si je jist, že jeho soustava je bezesporná v tom smyslu, že každé tvrzení, které se dá v jeho soustavě dokázat, je skutečně pravdivé, a že každé tvrzení, které se v jeho soustavě dá vyvrátit, je nepravdivé.

Logik si však není jist, je-li jeho soustava úplná v tom smyslu, že všechna pravdivá tvrzení jsou dokazatelná, a že všechna nepravdivá tvrzení jsou vyvratitelná v jeho soustavě. To by rád zjistil.

Logik má ještě jednu knížku a na jejích deskách je nápis Kniha množin.*) V této knize jsou stránky také průběžně očíslovány a na každé stránce je popsána nějaká množina čísel. (Číslem rozumíme přirozené číslo.) Každé množině čísel popsané v Knize množin budeme říkat **zapsaná množina.**

Může se stát, že množina zapsaná na stránce n Knihy množin obsahuje číslo n; potom řekneme, že n je **významné číslo.** Řekneme ještě, že číslo h je **ukazatelem** čísla n, když na stránce h Knihy tvrzení stojí tvrzení, že n je významné číslo.

Logik ví, že jeho soustava splňuje čtyři podmínky:

(E_1) Množina všech čísel dokazatelných tvrzení je zapsaná.

(E_2) Množina všech čísel vyvratitelných tvrzení je zapsaná.

(D) Pro každou zapsanou množinu A platí, že množina A′ všech čísel, která neleží v A, je zapsaná.

(H) Ke každé zapsané množině A existuje taková zapsaná množina B, že každé číslo ležící v B má ukazatele ležícího v A a každé číslo neležící v B má ukazatele neležícího v A.

Splnění těchto čtyř podmínek umožňuje odpovědět na

*) **Pozn. překl.** S touto knihou jsme se již setkali v hádance 263.

logikovy otázky: Je každé pravdivé tvrzení v jeho soustavě dokazatelné? Je každé nepravdivé tvrzení v jeho soustavě vyvratitelné? Také můžeme určit, je-li množina všech čísel pravdivých tvrzení zapsaná a je-li množina všech nepravdivých tvrzení zapsaná.

Nejde totiž vlastně o nic jiného než o gödelovské ostrovy z oddílu A v jiném převleku. Čísla pravdivých tvrzení zde odpovídají poctivcům, čísla nepravdivých tvrzení padouchům, čísla dokazatelných tvrzení elitním poctivcům, čísla vyvratitelných tvrzení elitním padouchům a zapsané množiny klubům. Skutečnost, že množina obsahuje číslo stránky, na které je zapsána, odpovídá skutečnosti, že klub má za člena občana, po němž je klub pojmenován. Významná čísla tedy odpovídají konvenčním občanům a ukazatel odpovídá kmotrovi.

Nejprve dokážeme, že je splněna podmínka analogická podmínce (G) z hádanky 264:

(G) Ke každé zapsané množině A existuje tvrzení, které je pravdivé, právě když jeho číslo leží v A.

Uvažujme libovolnou zapsanou množinu A a množinu B, která k ní přísluší podle podmínky (H). Číslo stránky, na které je zapsána množina B, označme n. Podle podmínky (H) platí, že pokud n leží v B, má ukazatel h ležící v A, a pokud n neleží v B, má ukazatel h neležící v A.

Hledané tvrzení je uvedeno v Knize tvrzení na stránce h. Toto tvrzení X říká, že n je významné číslo, jinými slovy, že n leží v B (B je množina zapsaná na stránce n Knihy množin). Pokud je X pravdivé, pak n skutečně leží v B, takže h leží v A. Pokud je X nepravdivé, pak n neleží v B, takže h neleží v A. A tak X je pravdivé, právě když jeho číslo leží v A.

Dokázali jsme, že logikova soustava splňuje podmínku (G), a teď už snadno odpovíme na jeho otázky. Víme, že množina A všech čísel dokazatelných tvrzení je zapsaná, a podle podmínky (D) je i množina A′ všech čísel, která nejsou čísly dokazatelných tvrzení, zapsaná. Podle podmínky (G) tedy existuje tvrzení X, které je pravdivé, právě když jeho číslo leží v A′. Jenomže v A′ leží právě ta čísla,

která neleží v A, tj. nejsou to čísla dokazatelných tvrzení. To znamená, že X je pravdivé, právě když je nedokazatelné. Jinými slovy X je buď pravdivé a nedokazatelné, nebo nepravdivé a dokazatelné. Druhou možnost nepřipouštíme, takže X je v logikově soustavě pravdivé, ale nedokazatelné!

Podobně najdeme nepravdivé tvrzení, které není vyvratitelné. Za A si vezmeme množinu čísel všech vyvratitelných tvrzení. Podle podmínky (G) dostaneme tvrzení Y, které je pravdivé, právě když jeho číslo patří do množiny A, jinými slovy Y je pravdivé, právě když je vyvratitelné. Vyloučíme možnost, že by Y bylo pravdivé a vyvratitelné, takže Y je v logikově soustavě nepravdivé a nevyvratitelné.

Zbývá ještě jedna otázka. Kdyby byla množina všech čísel nepravdivých tvrzení zapsaná, existovalo by tvrzení Z, které by bylo pravdivé, právě když by jeho číslo patřilo mezi čísla nepravdivých tvrzení. Jinými slovy Z by bylo pravdivé, právě když by bylo nepravdivé, a to není možné. (To připomíná výrok „Tento výrok je nepravdivý“.) Množina všech čísel nepravdivých tvrzení tedy není zapsaná. A podle podmínky (D) není zapsaná ani množina všech čísel pravdivých tvrzení.

270. Gödelova věta.

To, co jsme si právě vyložili, byla jen trochu zjednodušená verze známé Gödelovy věty o neúplnosti. Roku 1931 učinil rakouský matematik a logik Kurt Gödel ohromující objev — zjistil, že matematiku nelze úplně zformalizovat. Dokázal, že v celé rozsáhlé třídě matematických soustav — a to šlo o soustavy velice přirozené a rozumné — existují tvrzení, která jsou pravdivá, ale nedají se dokázat z axiómů soustavy. Z žádné sebedokonalejší axiomatické soustavy nedokážeme formálně odvodit všechny matematické pravdy. Gödel to nejprve dokázal pro proslulou Whiteheadovu a Russellovu soustavu Principia Mathematica, jeho metoda se však dala přenést i na jiné soustavy. Všechny tyto soustavy se skládají z přesně vymezené množiny výroků zvaných tvrzení, a ta jsou roztříděna na pravdivá a nepravdivá. Některá z pravdivých tvrzení jsou vzata za axiómy soustavy a z nich se podle přesně určených pravidel ostatní tvrzení dokazují nebo vyvracejí. Kromě tvrzení jsou v soustavě vymezeny různé množiny (přirozených) čísel. Číselné množiny zahrnuté do soustavy se nazývají definovatelné množiny (my jsme jim říkali zapsané množiny). Podstatné je, že tvrzení lze očíslovat a definovatelné množiny uspořádat tak, aby byly splněny podmínky (E_1), (E_2), (D) a (H). (Číslu tvrzení se odborně říká Gödelovo číslo tvrzení.) Ověřit, že jsou splněny podmínky (D) a (H), není těžké, u podmínek (E_1) a (E_2) je to však technicky značně komplikované, i když princip je jednoduchý.*)

Nu a když jsou tyto čtyři podmínky splněny, umožňují zkonstruovat tvrzení X, které je pravdivé, ale v soustavě je nedokazatelné.

Tvrzení X si můžeme představit tak, že prohlašuje svou vlastní nedokazatelnost — takové tvrzení je zaručeně pravdivé, ale není dokazatelné (podobně jako obyvatel ostrova G, který prohlásí, že není elitní poctivec, je určitě poctivec, ale není elitní poctivec).

Možná že vás napadlo, proč tedy nepřidáme tvrzení X k axiómům soustavy**), vždyť je pravdivé?

To skutečně můžeme, ale dostaneme tak soustavu, která opět vyhovuje podmínkám (E_1), (E_2), (D) a (H), takže můžeme najít jiné tvrzení, které je pravdivé, ale v rozšířené soustavě nedokazatelné. V rozšířené soustavě můžeme sice dokázat víc tvrzení než v původní, ale stále ještě ne všechna pravdivá tvrzení.

Připomínám, že můj výklad Gödelovy metody se trochu liší od originálu. Hlavní rozdíl je v tom, že užívám pojmu

*) Podmínka (H) se ověří takto: Ke každému číslu n máme tvrzení, že n je významné. Toto tvrzení má, jako všechna tvrzení, nějaké Gödelovo číslo, označme je n'. Ukáže se, že pro každou definovatelnou množinu A je také množina B, složená ze všech takových čísel n, že n' leží v A, definovatelná. Protože n' je ukazatel n, je podmínka (H) splněna.

) **Pozn. překl. Pak bychom je nemuseli dokazovat.

pravdivosti, kterému se Gödel vyhnul. Gödelova věta vlastně původně neříkala, že existuje tvrzení, které je pravdivé a nedokazatelné, ale že existuje tvrzení, které není dokazatelné ani vyvratitelné v soustavě splňující jisté přirozené předpoklady.

Pojem pravdivosti pak přesně formalizoval polský logik a matematik Alfred Tarski. Ukázal také, že množina Gödelových čísel všech pravdivých tvrzení není v gödelovských soustavách definovatelná. Často se to formuluje takto: V dostatečně rozsáhlých soustavách nelze pojem pravdivosti tvrzení zavést jen pomocí této soustavy.

271. Závěr

Vezměme si paradox

TOTO TVRZENÍ NELZE DOKÁZAT

Co je na něm paradoxního? Pokud je tvrzení nepravdivé, pak není pravda, že je nelze dokázat, tedy je lze dokázat, a tak je pravdivé. V případě, že je nepravdivé, došli jsme k rozporu, tvrzení tedy musí být pravdivé.

Právě jsme dokázali, že tvrzení je pravdivé. To, co říká, je tedy skutečně pravda, takže je nelze dokázat. Jak je tedy možné, že se nám je podařilo dokázat?

Kde je háček v naší úvaze? V tom, že není řádně zaveden pojem dokazatelnosti. Jedním z hlavních cílů matematické logiky je přesné vymezení pojmu důkaz. To se však v nějakém absolutním smyslu nepodařilo, vždy se mluví o dokazatelnosti v nějaké soustavě.

Dejme tomu, že máme nějakou soustavu S. Předpokládejme, že soustava S je bezesporná v tom smyslu, že každé tvrzení dokazatelné v soustavě S je skutečně pravdivé. Vezměme si tvrzení

TOTO TVRZENÍ NELZE DOKÁZAT V SOUSTAVĚ S

Teď už není vůbec paradoxní, je však přece jen velice zajímavé. Co je na něm zajímavého? Inu je to pravdivé tvrzení, které je v soustavě S nedokazatelné. Je to vlastně zjednodušená formulace Gödelova tvrzení X, na něž můžeme hledět jako na tvrzení, které prohlašuje svou vlastní nedokazatelnost. Ne ovšem v absolutním smyslu, ale jen v dané soustavě.

Ještě dodám něco o dvojitě gödelovské podmínce, kterou jsme zkoumali v oddíle B. Gödelův výsledek totiž platí nejen pro gödelovské soustavy (tj. v nichž ke každé definovatelné množině A existuje tvrzení, které je pravdivé, právě když jeho Gödelovo číslo leží v A), ale i pro soustavy, kterým říkáme dvojitě gödelovské (v těch ke každým dvěma definovatelným množinám A, B existují taková dvě tvrzení X, Y, že X je pravdivé, právě když Gödelovo číslo Y leží v A, a Y je pravdivé, právě když Gödelovo číslo X leží v B).

Ve dvojitě gödelovské soustavě můžeme s pomocí podmínek (E_1), (E_2) a (D) sestrojit takovou dvojici tvrzení X, Y, že X tvrdí, že Y je dokazatelné (tím míním, že X je pravdivé, právě když Y je dokazatelné), a Y tvrdí, že X není dokazatelné. Jedno z nich (nevíme které) pak musí být pravdivé a nedokazatelné.

Můžeme také sestrojit takovou dvojici X, Y, že X tvrdí, že Y je vyvratitelné a Y tvrdí, že X není vyvratitelné. Odtud pak plyne, že aspoň jedno z nich (nevíme které) je nepravdivé a nevyvratitelné.

Další možnost dokonce nevyužívá podmínku (D). Sestrojíme takovou dvojici X, Y, že X tvrdí, že Y je dokazatelné a Y tvrdí, že X je vyvratitelné. Jedno z nich (nevíme které) je pak buď pravdivé a nedokazatelné, nebo nepravdivé a nevyvratitelné (nevíme, která možnost nastane).

A ještě něco, málem bych byl zapomněl.
Už jste přišli na to, jak se jmenuje tahle knížka?
Nu, jmenuje se
„Jak se jmenuje tahle knížka?“

Obsah

RAYMOND M. SMULLYAN
JAK SE JMENUJE TAHLE KNÍŽKA?

Z anglického originálu What is the Name of this Book
vydaného nakladatelstvím Prentice-Hall, Inc.,
Englewood Cliffs, New Jersey, přeložili Hanuš Karlach a Antonín Vrba.
Odbornou revizi provedl RNDr. Milan Štědrý, CSc.
Přebal, vazbu a grafickou úpravu navrhl
a ilustroval Karel Aubrecht.
Vydala Mladá fronta, nakladatelství ÚV SSM,
jako svou 4802. publikaci. Mimo edice.
Odpovědná redaktorka Božena Pravdová.
Výtvarný redaktor Jiří Svoboda.
Technická redaktorka Jana Vysoká.
Vytiskl Mír, novinářské závody, n. p.,
závod 3, Opletalova 3, Praha 1.
9,38 AA. 10,32 VA. 216 stran.
Náklad 45 000 výtisků. 605/22/85.6
Vydání 1. Praha 1986.
23-050-86 13/34
Cena brožovaného výtisku 12,84 Kčs
Cena vázaného výtisku 18 Kčs