

Výstupy SDM 1, 2017

20. 9. Úvodní seminář

27. 9. Operace podle starých Egyptanů.

Násobte jako staří Egyptané $7 \cdot 15$, $15 \cdot 12$, $13 \cdot 18$.

Dokážete pomocí systému zdvojení, který Egyptané používali k násobení přirozených čísel, odvodit také postup pro dělení? Jak by se počítalo $165:15$?

.....
Důkazy vět: přímý, sporem.

Dokažte následující tvrzení: Součet dvou lichých po sobě jdoucích čísel je vždy dělitelný čtyřmi. (Postupujte induktivně i deduktivně.)

Dokažte, že číslo $\sqrt{3}$ není racionální.

.....
Důkazy vět: nepřímý, matematickou indukcí.

Když nelze krátit výraz $\frac{a-b}{a+b}$, pak nelze krátit ani zlomek $\frac{a}{b}$. Dokažte pomocí věty obměněné.

Přesvědčte se, že platí: Součet tří po sobě jdoucích mocnin čísla 2 je vždy dělitelný číslem 7. Zdůvodněte.

.....
Ověřování tvrzení na ZŠ. Ukažte možnost ověřování pravidel na ZŠ: sčítání zlomků; násobení zlomku přirozeným číslem.

4. 10. Induktivní a deduktivní přístupy v matematice.

Určete součet n prvních přirozených čísel. Ověřte nejdříve induktivně, vyslovte hypotézu a tu dokažte dedukcí.

Ukažte induktivně a poté dokažte dedukcí, že pro každé přirozené číslo n je číslo $n^3 + 2n$ dělitelné třemi.

.....
Analýza učebnic matematiky. Vyberte tři různé učebnice matematiky a porovnejte přístup k zavedení pojmu zlomek a desetinné číslo.

.....
Aritmetické řešení algebraické úlohy. Následující úlohu řešte aritmeticky s grafickým znázorněním:

Maminka je o rok starší, než je trojnásobek věku její dcery. Za čtrnáct let bude věk maminky dvojnásobný nežli věk dcery. Kolik let je každé z nich?

Rozšiřování a krácení zlomků. Pomocí pomůcky Zlomková věž zadávejte úlohy, které žákům umožní pochopení postupu rozšiřování a krácení zlomků.

-
- 11. 10. Zlomky podle starých Egyptů: kmenové zlomky a počítání s nimi.** Ukažte, jak se ve starověkém Egyptě pracovalo s kmenovými zlomky. Vzorově vypočítejte, jak by Egyptané zapsali zlomky $\frac{2}{5}$ nebo $\frac{2}{7}$.

.....

Zlomky a desetinná čísla. Vymyslete slovní zadání pro následující příklady:

$$5 \cdot \frac{1}{3}; \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3}; 2,5 \cdot 29,90$$

Řešte aritmeticky slovní úlohu: *Riša koupil za $\frac{1}{4}$ našetřených peněz dárek pro mamku, za $\frac{1}{3}$ zbylé částky koupil dárek pro taťku a za polovinu toho, co po těchto dvou nákupech zůstalo, koupil dárky pro sestru. V peněžence mu nakonec zůstalo 120 Kč. Kolik korun měl Riša původně našetřeno?*

.....

Žáci se SPU a jejich chyby při operacích se zlomky.

Dítě počítá $\frac{1}{5} > \frac{1}{3}$. Vysvětlete možné příčiny této chyby a ukažte postup vhodný pro odbourání dané chyby.

Dítě počítá $\frac{1}{5} + \frac{1}{3} = \frac{2}{8}$. Vysvětlete možné příčiny této chyby a ukažte postup vhodný pro odbourání dané chyby.

.....

Žáci se SPU a jejich chyby při sčítání a odčítání desetinných čísel. Uveďte nejčastější chyby, kterých se dopouštějí žáci s dyslexií, dysgrafií, dyskalkulií při počítání s desetinnými čísly. Diskutujte možnosti eliminace uvedených chyb.

-
- 18. 10. Využívání her ve výuce matematiky.** Ukažte různé matematické hry pro témata desetinná čísla a zlomky.

.....

Analýza učebnic pro téma násobení a dělení desetinných čísel. Prostudujte několik učebnic a sbírek z matematiky a pokuste se najít úlohy různé náročnosti (pro slabé žáky, pro průměrné žáky, pro nadané žáky) pro téma násobení a dělení desetinných čísel.

.....

Násobení a dělení racionálních čísel.

Řešte aritmeticky: Dvě sedminy neznámého čísla jsou rovny $\frac{6}{5}$. Kolik činí pět třetin z tohoto neznámého čísla?

Které číslo leží na číselné ose dvakrát dál od čísla $\frac{5}{2}$ než od čísla $\frac{3}{4}$?

Úlohy na dělitelnost.

Doplňte, je-li to možné, chybějící číslice v daných číslech tak, aby vzniklo číslo, které je dělitelné: a) devíti b) dvanácti:

37_46, 536_4, 378_ _

Pokud je to možné, najděte všechny možnosti.

25. 10. Úlohy na dělitelnost.

Řešte aritmeticky: *Tři chlapci – Filip, Marek a Tomáš sbírají modely autíček. Kdyby měl Filip dvakrát tolik, než má, Marek měl pětkrát více, než má, a Tomáš měl sedmkrát více, než má, měli by všichni tři stejně. Kolik má každý z nich modelů, když Marek má méně než 20?*

Vypočítejte největší společný dělitel přirozených čísel $m^3 + 1$ a $m^2 - 1$. Obecný výsledek demonstруйте na konkrétních příkladech.

Odůvodnění dělitelnosti třemi a devíti, vhodné na ZŠ. Prostudujte různé učebnice matematiky a zjistěte, jak přistupují k výuce dělitelnosti. Poté proveďte ověření pravidla pro posuzování dělitelnosti třemi a devíti, které je vhodné na ZŠ.

Úlohy na společné násobky.

Je možné do krabice o rozměrech 36 cm × 175 cm × 98 cm umístit 147 krabiček o rozměrech 15 cm × 28 cm × 10 cm?

Následující úlohu řešte induktivně a deduktivně: Dokažte, že pro každé přirozené číslo n je číslo $n^3 + 2n$ dělitelné třemi.

Úlohy na společné násobky.

Podnikatel chtěl objednat výrobu kartónových krabic na balení krabiček čaje o rozměrech 13 cm, 7 cm, 5 cm. Jaké budou rozměry krabice, jestliže v ní má být umístěno minimálně 60 krabiček čaje? Bylo by reálné, aby krabice měla tvar krychle? Věk kapitána vynásobený šířkou lodi, počtem jeho dcer a počtem synů je 5406. Určete, kolik je kapitánovi roků, kolik má dětí a jak široká je jeho loď.

1. 11. Poměr. Následující úlohy řešte pomocí grafického znázornění:

Dcera a syn dostali rozdílné kapesné v poměru 6:7. Kolik Kč kapesného dostala dcera, jestliže syn dostal 175 Kč?

V součtu $a + b + c$ jsou jednotliví sčítanci v poměru 4 : 3 : 5. Určete tyto sčítance, jestliže jejich součet je 108.

.....

Poměr.

V jakém poměru je třeba zmenšit úsečku délky 1,25 m, abychom dostali úsečku délky 1 m?

Tři sběrači ovoce nebyli stejně výkonní. Nasbíral-li Aleš 5 kg ovoce, Radek za stejnou dobu nasbíral 8 kg ovoce. Nasbíral-li Radek 14 kg ovoce, měl Tadeáš 10 kg ovoce. Dohromady sběrači nasbírali 1 310 kg ovoce. Kolik kg ovoce nasbíral každý?

Ukažte možnosti řešení analytickou a syntetickou metodou.

.....

Procenta.

Ve výprodeji byly zlevněny boty o 25 % na 1 845 Kč. Kolik stály boty před zlevněním?

O kolik procent se zvětší obvod a obsah čtverce, jestliže zvětšíme délku jeho strany $a = 8$ cm o 20 %?

Změnil by se výsledek úlohy, kdyby bylo $a = 5$ cm?

.....

Procenta.

Základní školu navštěvuje 742 žáků. Chlapců je o 12 % více než děvčat. Kolik děvčat chodí do školy? Řešte pomocí systematického experimentu a aritmeticky.

.....

8. 11. Matematická gramotnost – využití poznatků z matematiky v běžném životě.

Najděte na internetu stránky s kalorickými tabulkami a informacemi o zdravém životním stylu. Naplánujte podle zjištěných informací svému známému dietu.

.....

Matematická gramotnost.

Na následujících úlohách ukažte pamětné řešení s pomocí zaokrouhlování:

Jana chce koupit toaletní papír. V modrém balení je 10 kusů po 200 útržcích za 84,90 Kč. V oranžovém balení jsou 4 kusy po 160 útržcích a cena je 32,50 Kč. Který toaletní papír je levnější, když je jejich kvalita totožná?

Auto má spotřebu 4,9 l na 100 km při jízdě po dálnici. Jaká bude cena benzínu při 235 km dlouhé cestě po dálnici? Aktuální cena benzínu byla 36,50 Kč za litr.

.....

Finanční matematika: hypotéka. Najděte na internetu nabídky různých společností na hypotéku. Ukažte, čím se nabídky mohou lišit a na co si má dát člověk pozor.

.....

Finanční matematika: stavební spoření. Naplánujte svému známému stavební spoření. Proveďte výpočet konečné částky ručně i pomocí internetové kalkulačky.

.....

15. 11. Různé přístupy k řešení slovních úloh.

Následující slovní úlohu řešte pomocí řízeného experimentu: *Součet dvou čísel 10 000, jejich rozdíl je 6 666. Určete tato čísla.*

Následující úlohu řešte aritmeticky: *Sud s vodou má hmotnost 142 kg. Po vylití 70 % objemu vody ze sudu bude hmotnost sudu s vodou 51 kg. Jaká je hmotnost vody v sudu a prázdného sudu?*

.....

Různé přístupy k řešení slovních úloh.

Následující úlohu řešte aritmeticky: V závodě pracuje 735 zaměstnanců. Mužů je o 339 více než žen. Kolik pracuje v závodě mužů a kolik žen?

Následující úlohu řešte úvahou: Chlapec má holuby a králíky. Všechna zvířata mají dohromady 33 hlav a 100 nohou. Kolik je holubů a kolik králíků?

.....

Úlohy o pohybu proti sobě.

Následující úlohu řešte aritmeticky: Ze dvou míst vzdálených od sebe 27 km vyjeli současně proti sobě na kolech otec a syn. Otec jel průměrnou rychlostí 20 km/h a syn 16 km/h. Pes, který běžel s otcem naproti synovi rychlostí 24 km/h, se v okamžiku, kdy potkal syna, otočil a běžel zpět k otci. Mezi otcem a synem pobíhal tak dlouho, dokud se otec se synem nesešli. Kolik km naběhal pes?

.....

Úlohy o pohybu stejným směrem.

Řešte aritmeticky úlohu: Gepard začal pronásledovat antilopu v okamžiku, kdy byla mezi nimi vzdálenost 120 m. I když antilopa běžela rychlostí 72 km/h, gepard ji doběhl za 12 sekund. Jaká byla rychlost geparda?

Ukažte řešení úlohy a) pomocí matematizace, b) fyzikální řešení.

.....

22. 11. Slovní úlohy o směsích.

Řešte aritmeticky: Ze dvou druhů čokoládových bonbonů v ceně 145 Kč a 165 Kč za 1 kg se má připravit směs 15 kg po 153 Kč za 1 kg. Kolik kilogramů každého druhu čokoládových bonbonů je třeba smíchat?

Řešte úvahou: Lékárny dostávají 30% roztok vodíku, v praxi se používá pouze roztok 3%. Kolik gramů 30% roztoku a kolik gramů destilované vody je třeba smíchat, abychom dostali 500 g 3% roztoku?

.....

Celá čísla: zavedení pomocí časové osy.

Pomocí časové osy zaveďte sčítání a odčítání celých čísel.

.....

Mocniny a odmocniny.

Dokažte všechna pravidla pro počítání s mocninami a odmocninami (viz středoškolské učebnice).

.....

Odmocniny – most k reálným číslům.

Stručně popište historii Ludolfova čísla a čísla $\sqrt{2}$.

.....

29. 11. Chyby při počítání s mocninami a odmocninami. Uveďte nejčastější chyby, ke kterým dochází při počítání s mocninami a odmocninami. Jak jim lze předcházet?

.....

Reálná čísla, nekonečno ve výuce na ZŠ.

Trojúhelník má obsah 36 cm². Narýsujte některé rovnoramenné trojúhelníky s touto vlastností. Jsme schopni zakreslit všechny?

Zapište všechna čísla na intervalu $(-1; 3)$, která jsou:

- a) přirozená,
- b) celá,
- c) racionální,
- d) reálná.

Pokud to není možné, vysvětlete proč.

.....

Nekonečno.

Dokažte, že množina racionálních čísel je spočetná nekonečná množina. Jaká je její mohutnost?

Dokažte, že množina iracionálních čísel není spočetná nekonečná množina.

.....

Individualizace a diferenciacce výuky. Řešte aritmetickými prostředky úlohu z Matematické olympiády.

.....

6. 12. Individualizace a diferenciacce výuky. Sestavte aplikační úlohu na sčítání zlomků vhodnou pro matematicky slabé žáky.

.....

Úlohy rovnicového charakteru řešené aritmeticky. Ke čtvrtině čísla přičteme jeho jednu polovinu, výsledek dělíme třemi a to, co nám vyjde, vynásobíme pěti. Konečný výsledek je potom 20. Jaké je původní číslo?

.....

Úlohy rovnicového charakteru řešené aritmeticky. Pomocí metody falešného předpokladu řešte úlohu z Rhindova papyru: *Vzali jsme nějaké číslo, zvětšili je o dvě třetiny a od tohoto součtu odečetli jeho třetinu. Jaké bylo původní číslo?*

.....

Úlohy rovnicového charakteru řešené aritmeticky. Číslo 110 rozdělte na dvě části tak, aby první část zvětšená o 5 byla čtvrtinou druhé části.

.....