

Materiály pro předmět DM3

Irena Budínová

1. Úhel a jeho velikost

Teze tématu:

- různé definice pojmu úhel
- osa úhlu
- dvojice úhlů
- velikost úhlu
- skládání úhlů
- měření velikost úhlů
- počítání s velikostmi úhlů
- dvojice úhlů

Na přednášce si uvedeme, jakým způsobem je možno pomocí papírových modelů postupně zavádět úhel, přičemž začínáme od přímého úhlu a pomocí osy úhlu modelujeme další typy úhlů. Popíšeme sčítání úhlů, odčítání úhlů, porovnávání úhlů – pomocí papírových modelů i pomocí pravítka a kružítka. Zavedeme velikost úhlu pomocí dvou měr – obloukové a stupňové. Uvedeme dvojice úhlů.

Úkoly pro studenty:

1. Popište přesně, jak se přenáší daný úhel k dané polopřímce do dané poloroviny
 - a) modelováním pomocí papírových modelů,
 - b) konstrukčně pomocí pravítka a kružítka.
2. Popište přesně, jak porovnáváme úhly
 - a) modelováním pomocí papírových modelů,
 - b) konstrukčně pomocí pravítka a kružítka.
3. Popište přesně konstrukci osy úhlu pomocí kružítka.
4. Popište přesně konstrukci pravého úhlu pomocí kružítka.
5. Popište přesně, jak provádíme graficky součet nebo rozdíl dvou úhlů (pomocí modelů i pomocí kružítka)
6. Bez použití úhlooměru narýsujte úhel o velikosti 60° , 45° , 150° .
7. Vysvětlete, jak se sčítají velikosti úhlů, např. $36^\circ 47' + 57^\circ 38'$.
8. Vysvětlete, jak se odčítají velikosti úhlů, např. $85^\circ 23' - 39^\circ 48'$.
9. Vypočítejte násobek velikosti úhlu, např. $3 \cdot 29^\circ 45'$.
10. Načrtněte od ruky úhel, který má velikost 135° , 75° . Pomocí měření zjistěte, jak přesný byl váš odhad

2. Trojúhelník

Pojmy:

Trojúhelník, vrcholy, strany, vnitřní úhly \triangle , vnější úhly, střední příčka, těžnice, výška, osy vnitřních úhlů, osy stran.

Na přednášce si uvedeme několik možností, jak definovat trojúhelník, připomeneme, jak zavádíme nové geometrické pojmy na základní škole.

Ukážeme důkazové úlohy vhodné pro žáky základní školy.
Budeme dokazovat následující věty o trojúhelníku:

1. Součet vnitřních úhlů \triangle je úhel přímý.
2. Vnější úhel \triangle je roven součtu vnitřních úhlů při zbývajících vrcholech.
3. V \triangle leží proti shodným stranám shodné vnitřní úhly.
4. V \triangle leží proti delší straně větší vnitřní úhel.
5. Proti shodným úhlům leží v \triangle shodné strany.
6. Proti většímu vnitřnímu úhlu leží větší strana.
7. **Trojúhelníková nerovnost:** Součet libovolných dvou stran trojúhelníku je větší než strana třetí.
8. Střední příčka je rovnoběžná se stranou, jejímž středem neprochází
9. Velikost střední příčky je rovna polovině velikosti s ní rovnoběžné strany.
10. Všechny tři osy stran každého trojúhelníku se protínají v jednom bodě. Tento bod je středem kružnice trojúhelníku opsané.
11. Všechny tři osy vnitřních úhlů každého trojúhelníku se protínají v jednom bodě. Tento bod je středem kružnice trojúhelníku vepsané. Je vždy vnitřním bodem trojúhelníku.
12. Těžiště trojúhelníku se protínají v jednom bodě - těžišti.
13. Těžiště dělí těžnici v poměru 2 : 1. Vzdálenost těžiště od vrcholu je dvakrát větší než vzdálenost těžiště od středu protější strany.
14. Všechny tři přímky, ve kterých leží výšky trojúhelníku, se protínají v každém trojúhelníku v jednom bodě.

Úkoly pro studenty:

1. Demonstrujte činnost, pomocí níž budou žáci schopni sami vyslovit definici trojúhelníku.
2. Dokažte následující tvrzení:
 - a) V trojúhelníku leží proti kratší straně menší úhel.
 - b) V trojúhelníku leží proti menšímu úhlu kratší strana.
3. Pomocí různě dlouhých špejlí ilustруйте trojúhelníkovou nerovnost.

3. Čtyřúhelník

Na přednášce se seznámíme s definicí čtyřúhelníku, s klasifikací čtyřúhelníků.

Budeme dokazovat následující věty:

1. Protější strany rovnoběžníku jsou shodné.
2. Protější úhly rovnoběžníku jsou shodné.

3. Úhlopříčky rovnoběžníku se půlí.
4. Součet vnitřních úhlů čtyřúhelníku je úhel plný (součet velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníku je 360°).
5. Úhlopříčky obdélníku jsou shodné.
6. Úhlopříčky čtverce jsou na sebe kolmé.

Připomeneme výpočet obvodu a obsahu čtyřúhelníků, některé budeme vyvozovat. Ukážeme několik způsobů, jak vyvodit obsah lichoběžníku. Zavedeme čtyřúhelník tečnový a tětivový.

Úkoly pro studenty:

1. Jaké jsou možnosti definovat čtyřúhelník na základní škole?
2. Dokažte Větu 4 pomocí papírového modelu.
3. Popište metodickou řadu zavádění obsahu čtverce, obdélníku, rovnoběžníku a trojúhelníku.
4. Uveďte tři různě náročná vyvození vzorce pro výpočet obsahu lichoběžníku. Vysvětlete, pro jak staré děti je vyvození vhodné z hlediska potřebného matematického aparátu.

4. Kružnice, kruh

Pojmy: Kruh, kružnice, střed kružnice, poloměr, průměr, sečna, tečna, tětiva, obvod, obsah kruhu, oblouk kružnice, středový úhel, obvodový úhel.

Připomeneme, kde se žáci setkávají s pojmy kružnice a kruh v běžném životě a jaké jsou jejich prekoncepty v tomto učivu. Uvedeme různé definice pojmů kružnice a kruh. Klasifikujeme vzájemnou polohu přímky a kružnice, dvou kružnic.

Odvodíme vzorec pro obvod kruhu na několika úrovních: prostředky žáka základní školy (experiment, manipulativní činnost), pomocí vepisování a opisování pravidelných n -úhelníků kružnici a pomocí integrálního počtu. Obdobně pro obsah kruhu.

Dokážeme věty o úhlech kružnice.

Úkoly pro studenty:

1. Jaké jsou možnosti vyvození obvodu kruhu na základní škole?
2. Ukažte možnost rozvíjet limitní myšlení žáků při vyvozování vzorce pro obsah kruhu.
3. Vyslovte a dokažte/prověřte Thaletovu větu
 - a) způsoby vhodnými na ZŠ,
 - b) jako důsledek Základní věty o obvodových úhlech kružnice.

5. Shodnost

Pojmy: shodné zobrazení, translace, rotace, osová souměrnost, středová souměrnost.

Věty o shodnosti trojúhelníků: sss, sus, usu, Ssu

Uvedeme náměty k činnostem na základní škole. Užití středové souměrnosti a osově souměrnosti v konstrukčních úlohách.

6. Podobnost

Pojmy: podobné geometrické útvary, podobnost trojúhelníků, stejnoolehlost

Věty o podobnosti trojúhelníků: sss, sus, uu, Ssu

Užití podobnosti: rozdělení úsečky na n shodných dílů, rozdělení úsečky v daném poměru, rozdělení úsečky v poměru zlatého řezu, měřítko plánu a mapy, vyvození goniometrických funkcí ostrého úhlu (viz minulý semestr), důkazy matematických vět (např. Eukleidovy věty), řešení nestandardních úloh