**SZ\_9005 Soubor úloh**

1. Kolik litrů 60 % a kolik litrů 80 % lihu je možno vyrobit ze 100 litrů 90 % lihu a 35 litrů čisté vody?

2. Upravte výraz: $2\sqrt{\frac{2}{a}} \left[\frac{1}{\sqrt[4]{2a }-\sqrt[4]{b}}+\frac{\sqrt[4]{9-4\sqrt{5}} ∙ \sqrt{2+\sqrt{5}}}{\sqrt[4]{2a }+\sqrt[4]{b}}\right]^{-2}$**:** $\left[1+\frac{b}{2a}-2\sqrt{\left(\frac{2a}{b}\right)^{-1}}\right]$

3. Dva mnohoúhelníky mají dohromady 24 stran a 109 úhlopříček. Kolik vrcholů má každý z nich?

4. Geometrický průměr dvou čísel, z nichž jedno je o 16 větší než druhé, je o dvě menší než jejich aritmetický průměr. Která jsou to čísla?

5. Řešte v oboru ***C*** reciprokou rovnici: *x5 − x4 − x +1 = 0*

6. Tři čísla, která tvoří aritmetickou posloupnost, mají součet 30. Odečteme-li od prvního 5, od druhého 4 a třetí ponecháme, dostaneme geometrickou posloupnost. Určete ji i původní tři čísla.

7. Z vrcholu rovnoramenného pravoúhlého trojúhelníka je spuštěna kolmice na přeponu, z její paty kolmice na odvěsnu, odtud opět na přeponu atd. Určete délku vzniklé nekonečné lomené čáry, má-li odvěsna trojúhelníka délku *a.*

8. Dokažte, že součet třetích mocnin tří po sobě jdoucích přirozených čísel je dělitelný devíti.

9. Kolik je třeba vzít prvků, aby počet variací třetí třídy z nich utvořený bez opakování byl právě tak veliký jako počet kombinací třetí třídy bez opakování zvětšený o pětinásobný počet prvků?

10. Užitím Moivreovy věty vyjádřete funkcemi jednoduchého argumentu: *sin 3x, cos 3x.*

11. Nádrž na vodu tvaru kvádru má mít čtvercové dno a objem *256 m3*. Vypočtěte její rozměry tak, aby spotřeba materiálu na vyzdění stěn a dna nádrže byla nejmenší.

12. Jak velký je objem tělesa vzniklého otáčením oblouku křivky *y = sin x* v intervalu *(0, π)* kolem osy *x*?

13. Sestrojte rovnostranný trojúhelník, je-li dána jeho kružnice vepsaná a bod M na jedné jeho straně.

14. Nad stranami *AB* a *AC* ostroúhlého trojúhelníka *ABC* sestrojte čtverce *ABQR* a *ACST,* které leží vně trojúhelníka *ABC*. Dokažte, že platí *CR = BT*.

15. Sestrojte trojúhelník *ABC,* je-li dáno: *a, ta , tb* .

16. Kružnici je opsán a vepsán pravidelný šestiúhelník. Rozdíl jejich obsahů je 8$\sqrt{3}$ *.* Určete poloměr kružnice.

17. Nalejeme-li do nádoby tvaru polokoule 2 litry vody, naplní se do výšky 6 cm. Určete poloměr polokoule.

18. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů v trojúhelníku o stranách 79 mm, 58 mm, 37 mm.

19. Určete vrcholy a vnitřní úhly trojúhelníku, jehož strany mají rovnice *x + 7y + 11 = 0,*

*x − 3y − 1 = 0, 3x + y − 7 = 0.*

20. Jaký úhel svírají křivky *8x2 + 9y2 = 72, y2 = 4x ?*