**ZÁKLADNÍ POJMY VÝROKOVÉ LOGIKY**

**Výrok**  je každé sdělení, o němž má smysl říci, že je buď pravdivé nebo nepravdivé.

*Pozn.* Není důležité, zda o pravdivosti či nepravdivosti výroku umíme rozhodnout. Podstatné je, zda má smysl o pravdivosti uvažovat, zda má smysl položit si otázku: „Je pravda, že...?“

*Úkol:*

Rozhodněte, které z následujících vět jsou výroky:

1. Právě začalo pršet.
2. Na Marsu existují živé organismy.
3. Karel IV. byl v Praze r. 1348.
4. Rozvoj matematických představ.
5. Pojď k tabuli.
6. Číslo 4 je dělitelem čísla 134.
7. 100 : 5 = 20
8. 4 + x = 9

Ve výrokové logice nás nezajímá konkrétní obsah výroků, ale jejich pravdivost (pravdivostní hodnota).

Každému výroku je možné přiřadit pravdivostní hodnotu:

Je-li výrok pravdivý, je jeho pravdivostní hodnota 1.

Je-li výrok nepravdivý, jeho pravdivostní hodnota je 0.

Výroky budeme dále označovat velkými písmeny (*A, B, C, P, Q*, ...)

**Negace výroku** *A* je výrok *⎤ A,* který je pravdivý v případě, že výrok *A* je nepravdivý.

*Př.* A: Dnes je úterý.

*⎤* B: Dnes není úterý. (Není pravda, že je dnes úterý.)

*Úkol:*

Vyslovte několik výroků a vytvořte jejich negace:

**Složené výroky**

Z jednoduchých výroků můžeme tvořit složené výroky pomocí tzv. výrokotvorných spojek:

* „a“, „a současně“, „a zároveň“ ( **)
* „nebo“ (**)
* „buď, nebo“ (**)
* „jestliže, pak“; „*A* implikuje *B“* ( **)
* „právě tehdy, když“ ( **)

**Konjunkce výroků *a, b*** je výrok *a b*, který je pravdivý v případě, že jsou oba výroky pravdivé.

**Disjunkce (alternativa) výroků *a, b*** je výrok *a b*, který je pravdivý v případě, že je alespoň jeden z výroků *a, b* pravdivý.

**Ostrá disjunkce výroků *a, b*** je výrok *ab*, který je pravdivý v případě, že je právě jeden z výroků *a, b* pravdivý.

**­­Implikace výroků *a, b*** je výrok *a b*, který je **ne**pravdivý jen v případě, že první výrok je pravdivý a druhý výrok je nepravdivý. Ve všech ostatních případech je implikace pravdivá.

**Ekvivalence** **výroků *a, b*** je výrok *ab*, který je pravdivý v případě, že oba výroky mají stejnou pravdivostní hodnotu.

Někdy se v běžném jazyce nevyjadřujeme přesně - je potřeba logické spojky odhalit:

*Úkol:*

1. Zapište symbolicky, nebo vyslovte pomocí logických spojek:

1. Petr přijde s Evou.
2. Pokud přijde Petr, přijde i Eva.
3. Přijde Petr, ale Eva ne.
4. Ze dvojice Petr a Eva přijde nejvýš jeden.
5. Buď přijde Eva, nebo Petr.
6. Eva přijde jen tehdy, když přijde Petr.

2. Tatínek řekl Ondrovi: Budeš-li mít samé jedničky, dostaneš nové kolo. Co se týká

vysvědčení (Ondra bude/nebude mít samé jedničky) a kola (Ondra dostane/nedostane

kolo), mohly by nastat 4 různé situace. Rozhodněte, která z nich by neměla nastat, má-li být

pravda, co tatínek řekl.

3. Maminka říká: Když si nenapíšeš úlohu, nebudeš se dívat na televizi. Rozhodněte, která

z možností nemůže nastat, má-li být pravda, co maminka říká.

4. Předpověď počasí na dnešek se nevyplnila. Jak můžete charakterizovat dnešní počasí,

zněla-li předpověď takto:

a) Bude jasno, teploty kolem nuly, klidno.

b) Bude-li v místě jasno, poklesnou teploty pod – 100C.

Pomocí výrokotvorných spojek můžeme výroky různě skládat a uvažovat pak o jejich pravdivosti (obsah jednotlivých výroků nás nezajímá):

Mluvíme pak o **výrokových formulích.** Jsou to zápisy, ve kterých se objevují výrokové proměnné *a,b, p, q*, .. log. spojky, závorky a to tak, že když dosadíme za výrokové proměnné konkrétní výroky, dostaneme výrok: Např. ⎤(*a  b*)  (*⎤ a ⎤ b*).

Pak nás zajímá, jaké pravdivostní hodnoty nabývá výsledný výrok v závislosti na pravdivosti výroků *A, B*.

***Úlohy na procvičení:***

*Úloha 1*. Ve městě Matematika platily zákony, které museli dodržovat všichni obyvatelé. Pozorně si každý zákon přečtěte a zjistěte, ve kterých situacích je zákon dodržený a ve který je porušený. Své tvrzení zdůvodněte.

**Z1**: Maminky musejí mít oblečené bílé tričko nebo černou sukni.

a) Pavlova maminka má oblečené bílé tričko a černou sukni.

b) Honzova maminka má zelené tričko a černou sukni.

c) Evina maminka má oblečené bílé tričko a hnědou sukni.

d) Petrova maminka má modré tričko a bílou sukni.

**Z2:** Všichni černí psi musejí mít náhubek.

a) Pavlův strakatý pes má náhubek.

b) Honzův černý pes nemá náhubek.

c) Evin černý pes má náhubek.

d) Petrův hnědý pes nemá náhubek.

**Z3**: Každý panelák musí mít schodiště a výtah.

a) Panelák, ve kterém bydlí Pavel, má schodiště, ale nemá výtah.

b) Honza bydlí v paneláků, který má schodiště i výtah.

c) Eva bydlí v paneláku, který nemá schodiště ani výtah.

d) Petr bydlí v cihlovém domě se schodištěm bez výtahu.

*Úloha 2*. Kamarádi Borek, David, Pavel mají trička různé barvy, každý má jinou barvu: modrou, červenou, žlutou. Petr má červené nebo modré tričko. Borkovo tričko není ani červené ani modré. David nemá červené tričko. Jaké triko má každý z chlapců?

*Úloha 3.* Tři chlapci Adam, Boris, Dan chovají každý jedno ze zvířat: psa, kočku nebo papouška. Každý z nich bydlí v jiné ulici: Dolní, Střední nebo Horní. Víte, že

* Dan se bojí psů,
* Boris má papouška,
* nikdo z Dolní ulice nemá kočku,
* ten, kdo bydlí v Horní ulici, chová psa.

Zjistěte, jaké zvíře chová každý z chlapců a na které ulici bydlí.

*Úloha 4*. Automat na nápoje má pět tlačítek. Když stlačíte tlačítka s čísly 1 a 3, vydá automat kofolu a džus. Při stlačení tlačítek 2, 3 a 4 dostanete kakao, kofolu a minerálku. Když stlačíte 4 a 5, vydá automat mléko a kakao. Jaké nápoje vydá automat při stlačení tlačítek 2 a 5? Co vydá při stlačení ostatních tlačítek?