**Typy úloh k písemné části zkoušky**

Zkoušející: doc. RNDr. Jaroslav Beránek, CSc., RNDr. Milena Vaňurová, CSc.,

Mgr. Jitka Panáčová, Ph.D.

1. Jsou dány množiny M =  a N = .
   1. Definujte výčtem prvků relaci R z množiny M do N, která není zobrazením.
   2. Definujte relaci Z, která je zobrazením z množiny N do M a určete přesně jeho typ.
   3. Zapište výčtem prvků relaci R•Z a rozhodněte, zda je tato relace zobrazením. Pokud ano, určete, zda je prosté.
   4. Zapište dvě různé bijekce množiny N na množinu M.
   5. Na množině N definujte dvě různé permutace P1, P2 a určete permutace P1•P2 a P2•P1.
2. Je dána množina M = . V množině M jsou dány relace R, T, U, V takto:

R = , T = ,

U = , V = .

* + 1. Rozhodněte a zdůvodněte, zda jsou některé z relací R, T, U, V zobrazení v množině M. Pokud ano, určete přesně jejich typ. Je některá z těchto relací permutací na množině M?
    2. Zapište relace R-1, V-1, V•V, U•V, R•U, R•(V•U). Je některá z těchto relací zobrazením v množině M? Pokud ano, určete přesně typ.

1. Rozhodněte a zdůvodněte, které z vlastností ND, A, K, EN, EI, ZR má v množině M =  operace \* :

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | \* | a | b | c |  |  | \* | a | b | c |  |  | \* | a | b | c |  |  | \* | a | b | c |  |
|  | a |  | a | b |  |  | a | b | a | c |  |  | a | c | a | a |  |  | a | a | b | c |  |
|  | b | a | b | c |  |  | b | c | b | a |  |  | b |  | c | b |  |  | b | b | a | c |  |
|  | c | b | c | b |  |  | c | a | c | b |  |  | c | a | b | c |  |  | c | c | b | a |  |

1. V množině M =  definujte tabulkou aspoň jednu binární operaci, která má vlastnosti:

a) K  ~~EN~~ b) ND ~~K~~  EN c) ND EN~~EI~~ d) A  ~~ZR~~ e) ~~K~~  EN  ~~EI~~  f) EI  ZR g) ND  ~~A~~  EI  ~~ZR~~

U všech nalezených operací určete i zbývající vlastnosti. Rozhodněte, zda v M existuje agresivní prvek vzhledem k jednotlivým operacím. Stanovte přesně typy algebraických struktur, které množina M spolu s jednotlivými operacemi tvoří.

1. Rozhodněte a zdůvodněte, které vlastnosti má operace **** v množině **N** (**C, Q, R**) :

a) x **** y = 2x + y b) x **** y = x + y + 1 c) x **** y = 2x + 2y

d) x **** y = 2x – y e) x **** y = x + y – 2 f) x **** y = x – 2y

g) x **** y = xy + 1 h) x **** y = x + y + xy i) x **** y = ½(x + y)

1. Rozhodněte, které vlastnosti mají (nemají) operace určující níže uvedené algebraické struktury a přesně určete typ každé z nich (symboly +, - , ∙, : označují obvyklé číselné operace):

( **N** , + ) , ( **N** , - ), ( **N** , ∙ ), ( **N** , : ) , ( **C ,** + ) , (**C**, - ), ( **C** , ∙ ), ( **C** , : ) , ( **Q ,** ∙ ) , ( **N** , + , ∙) , ( **C** , + , ∙), ( **Q** , + , ∙)

( *P*(M), ) , ( *P*(M), ) , ( *P*(M), ,), ( *P*(M),,), kde *P*(M) je potenční systém množiny M = 

1. Nechť (G,) je komutativní grupa. Dokažte podrobně, že pro každé prvky a,b,c  G platí: a)  =  b)  = *a* c) c  a = c b  a = b .
2. Množina N = je množina všech přirozených čísel. Určete 2 její podmnožiny, které jsou a) konečné , b) nekonečné .
3. Zvolte si výčtem prvků tři navzájem různé konečné množiny A, B, C tak, že množiny A, B mají společné dva prvky.
4. Rozhodněte a zapište, zda jsou některé dvě z těchto množin ekvivalentní.
5. Porovnejte kardinální čísla množin A, B, C. Tvrzení zdůvodněte podle definice

nerovnosti mezi kardinálními čísly.

1. Určete ⎢A ⎢ + ⎢B ⎢, ⎢A ⎢ + ⎢C ⎢, ⎢B ⎢ + ⎢C ⎢, ⎢A ⎢**.** ⎢B ⎢, ⎢A ⎢**.** ⎢C ⎢.
2. Je dáno číslo 54. Zvolte si další přirozené číslo větší než 65 a menší než 70. Obě čísla zapište ve čtyřkové (pětkové, sedmičkové, šestnáctkové) číselné soustavě, použijte obě metody převodu. Dále vypočítejte ve čtyřkové (pětkové, sedmičkové, šestnáctkové) soustavě jejich součet, součin a rozdíl (proveďte zkoušky správnosti). Všechny výsledky získané ve čtyřkové soustavě převeďte přímo do soustavy dvojkové a šestnáctkové.
3. Vypočtěte a proveďte zkoušky správnosti:

a) ABA12 + BAB12, b) 1A2E316 − 76B916, c) 137218 **:** 58  . Výsledky porovnejte.

1. Trojciferné přirozené číslo zapsané v desítkové soustavě je zakončeno číslicí 6. Přesuneme-li ji na místo stovek (a ostatní dvě číslice ponecháme beze změny), dostaneme číslo, které je o 387 větší než původní číslo. Určete původní číslo.
2. Čtyřciferné přirozené číslo zapsané v desítkové soustavě má ciferný součet roven 22. Obě krajní číslice jsou stejné, obě vnitřní číslice jsou rovněž stejné. Vyměníme-li krajní číslice s vnitřními, zvětší se číslo o 891. Určete obě čísla.
3. Dokažte, že pro každá dvě celá čísla A, B platí:

a) −(A + B) = (−A) + (−B) b) (−A) **.** B = −(A **.** B) c) (−A) **.** (−B) = A **.** B

(v důkazu využijte této reprezentace: A = [], B = []).

15. Pro celá čísla A, B, X platí A + X = B. Určete celé číslo X = [], jestliže

A = [], B = [] .

1. Dokažte, že sčítání a násobení celých čísel jsou komutativní a asociativní operace a že násobení je distributivní vzhledem ke sčítání. (Pomocí tříd uspořádaných dvojic přirozených čísel.)
2. Dokažte, že rovnice A **.** X = B nemá v množině všech celých čísel řešení pro

A = [], B = [] .

1. Pomocí tříd uspořádaných dvojic přirozených čísel zapište dvě kladná celá čísla a

dvě záporná celá čísla.

1. Zapište tři uspořádané dvojice přirozených čísel, která reprezentují

a) celé číslo O (nula) b) celé číslo J (jedna)

1. Jsou dána celá čísla A = [], B = [].

a) Vypočítejte A + B , A . B, A – B. b) Porovnejte čísla A, B.

Vyřešte úlohu pro několik dalších dvojic celých čísel.

1. Dokažte, že pro každá tři celá čísla A, B, C platí: (A < B ∧ C < 0) ⇒ A∙C > B∙C .

Dokažte alespoň jednu další vlastnost relace „<“ v úloze 16 na s. 199 v učebnici.

1. Vypočtěte: *a + * pro a = -6 , b = 3 .
2. Dokažte, že pro každé celé číslo *a* platí*.*
3. Dokažte, že sčítání a násobení racionálních čísel jsou komutativní a asociativní operace a že násobení je distributivní vzhledem ke sčítání.(Pomocí tříd zlomků.)
4. Zvolte si dvě záporná a jedno kladné celé číslo. Tato tři čísla dělte postupně číslem 7 a číslem (−5). Ve všech šesti případech určete neúplný podíl a zbytek.
5. Zapište čtyři zlomky, které reprezentují totéž kladné racionální číslo. Dále zapište čtyři zlomky, které reprezentují jedno záporné racionální číslo. U obou čísel určete jejich desetinný rozvoj. Rozhodněte, zda jsou zvolená čísla čísly desetinnými.
6. Zapište zlomek, který reprezentuje racionální číslo

a) 3,56 b) 1, c) 0,2 d) 0,1

**Součástí písemné části zkoušky jsou definice pojmů** studovaných v předmětech: **Základy algebry a aritmetiky** a **Aritmetika 1**