

### **Akce grupy na množině** - 3 týdny

Motivace: Cayleyho věta (každá grupa  $G$  je izomorfní s vhodnou podgrupou grupy permutací na množině  $G$ ) je dokazována tak, že se sestrojí injektivní homomorfismus grupy  $G$  do grupy permutací na nosné množině  $G$ . Zobecněním je akce grupy na množině, tedy homomorfismus grupy  $G$  do grupy permutací na nějaké množině  $X$ . Definice: stabilizátor, orbita. Věty: množina všech orbit je rozkladem na  $X$ , stabilizátor libovolného prvku je podgrupou grupy  $G$ , index stabilizátoru daného prvku je počet prvků jeho orbity (je-li konečná), Burnsidovo lemma. **Aplikace** Burnsidova lemmatu na řešení kombinatorických úloh, případně i některé aplikace akce grupy v teorii grup (centrum grupy a jeho souvislost s grupou vnitřních automorfismů, netriviálnost centra grup, jejichž řádem je mocnina prvočísla, Cauchyova věta, Sylowovy věty).

### *Opakování pojmu grupa, příklady včetně $S_n$ , $D_n$ :*

Přednáška o grupách str. 2-10, aplikace: hra 15 (vysvětlení proč v posledním řádku nevyměníme dvě čísla - pozici ve hře lze chápat jako permutaci v  $S_{16}$ , na tabulce rozmístíme šachovnicově čísla 1 a -1, parita pozice vynásobená číslem z volného pole je invariant).

### *Eukleidův algoritmus, Bezoutova rovnost*

Přednáška o grupách str. 12

### *Kongruence, zbytkové třídy, aditivní a multiplikativní grupy zbytkových tříd*

Přednáška o grupách str. 17-19, 22.

### *Základní vlastnosti grup, mocnina a řád prvku, podgrupa, homomorfismus grup*

Přednáška o grupách str. 23-26, 29, 33, 35-36, 37 (jen název: izomorfní grupy).

### *Rozklad grupy podle podgrupy*

Přednáška o grupách str. 38-39.

### *Cayleyho věta, akce grupy na množině, aplikace v kombinatorice*

Přednáška o grupách str. 51-55.

Soubor Burnside.pdf str. 1-3 (případně i 4 a 5)