

Procenta

Finanční matematika

Irena Budínová

Procenta

- **Motivační příklad:** Žáci dvou tříd psali stejnou písemnou práci z matematiky. Jejich výsledky byly zaznamenány do tabulky. Která třída dopadla lépe?

Počet bodů	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Počet žáků / třída A	1	2	4	0	7	6	8	28
Počet žáků / třída B	2	3	1	3	7	7	9	32

- Jak mohou žáci uvažovat?

- Údaje je potřeba přepsat tak, aby se počty žáků vztahovaly k celkovému počtu žáků ve třídě:

Počet bodů	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Výsledky / třída A	0,04	0,07	0,14	0	0,25	0,21	0,29	1
Výsledky / třída B	0,06	0,09	0,04	0,09	0,22	0,22	0,28	1

- Nyní lze údaje lépe porovnávat.

- V předchozí tabulce je ale v každé třídě 1 žák, což není praktické. Přepočítáme tabulku ještě jednou:

Počet bodů	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Výsledky / třída A	4	7	14	0	25	21	29	100
Výsledky / třída B	6	9	4	9	22	22	28	100

- Nyní má každá třída 100 žáků.

- **Procento** je způsob, jak **vyjádřit část z celku**. Název pochází z *per cento*, znamenající *na sto*.
- 1 % ze základu je $\frac{1}{100}$ ze základu
- **Vztah mezi procenty, zlomky a desetinnými čísly:**

Procento	Zlomek	Desetinné číslo
1 % z x	$\frac{1}{100} z x$	0,01 z x
5 % z x	$\frac{5}{100} = \frac{1}{20} z x$	0,05 z x
25 % z x	$\frac{25}{100} = \frac{1}{4} z x$	0,25 z x
50 % z x	$\frac{50}{100} = \frac{1}{2} z x$	0,5 z x

- **Pojmy:** základ (z), počet procent (p), procentová část ($č$)
- **Možné způsoby výpočtu:** a) přes 1 %, b) pomocí trojčlenky, c) pomocí zlomku nebo desetinného čísla, d) pomocí vzorce
- **Typy úloh:**
 - Je uvedeno procento ze základu: Původní cena knihy byla 360 Kč. Kniha byla zlevněna o 15 %. O kolik korun je kniha levnější?
 - Počítáme procento z původní ceny: Rifle původně stály 1 100 Kč, nová cena je 880 Kč. O kolik procent byly rifle zlevněny?
 - Je uveden počet procent a procentová část, ale ne základ: Bunda stojí 4 165 Kč. Byla zlevněna o 15 %. Jaká byla původní cena bundy?
 - Není uveden základ: Šaty se o 20 % zlevní a pak o 20 % zdraží. Jsou nakonec šaty levnější nebo dražší než na začátku?
- Jakých chyb se žáci v těchto úlohách dopouštějí?

Aplikační úlohy

- Ve třídě je kolem 30 žáků. Kdyby 25 % chlapců odešlo a přišlo 25 % dalších děvčat, bylo by chlapců a děvčat stejně. Kolik je žáků ve třídě?
- Čerstvé houby obsahují 90 % vody a sušené houby pouze 12 % vody. Kolik hub musíme nasbírat, abychom získali 3 kg sušených hub?
- Alpská etapa závodu měla na úseku dlouhém 5 km stoupání 22,5 ‰. Vypočítejte, jaký výškový rozdíl museli závodníci překonat.
- Řidička, kterou kontrolovali policisté, měla v krvi 0,75 ‰ alkoholu. Určete množství alkoholu v krvi řidičky, pokud má v těle 5,6 l krve.

Finanční matematika

- Procenta velmi často potřebujeme ve finanční matematice.
- Měsíční hrubá mzda je 15 000 Kč. Jaká je čistá mzda?
- **Řešení:** Zdravotní pojištění činí 13,5 % z hrubé mzdy, zaměstnanec platí třetinu, tj. 4,5 %, zbytek zaměstnavatel. Sociální pojištění, které platí zaměstnanec, činí 6,5 % z hrubé mzdy. Daň 15 % ze superhrubé mzdy, tj. hrubá mzda + pojistné placené zaměstnavatelem (9 % zdravotní pojištění, 25 % sociální pojištění, dohromady 34 %). 20 100 je superhrubá mzda, daň 3 015, 1 650 je pojištění, mzda 10 335. Sleva na daňového poplatníka 24 840 za rok, tj. 2 070 měsíčně. Čistá mzda 12 405 Kč.

- Vypočítejte, kolik peněz naspoříme složeným úročením za dobu 5 let, je-li počáteční kapitál 30 000 Kč a roční úroková sazba je 5 %.
- **Řešení:** U složeného úročení se úročí i úroky již připsané v předešlých obdobích. Pro složené úročení platí vzorec

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n .$$

- V běžném životě musíme při výpočtu uspořené částky zohlednit ještě daň z výnosů. Ta činí aktuálně 15 %. Ve vzorci se tato daň projeví následujícím způsobem:

$$K_n = K_0 \left(1 + \frac{0,85 \cdot p}{100}\right)^n .$$

Druhy úvěrů

- Podle toho, od koho si peníze půjčíme:
 - bankovní,
 - nebankovní,
 - nebankovní neznačkové.
- Podle účelovosti dělíme úvěry na:
 - účelové,
 - neúčelové.
- Podle délky splatnosti dělíme úvěry na
 - krátkodobé,
 - střednědobé,
 - dlouhodobé.

- Podle zajištění dělíme úvěry na
 - nezajištěné,
 - zajištěné.
- Úroková sazba se vždy vztahuje k určitému období:
 - p. a. (per anum) – roční úroková sazba
 - p. s. (per semestrum) – pololetní úroková sazba
 - p. m. (per mensem) – měsíční úroková sazba
 - p. d. (per dies) – denní úroková sazba

- Nebankovní půjčky a bankovní půjčky – jaké jsou jejich výhody a nevýhody?
- Reklama na nebankovní půjčku:

Půjčete si u nás **60 000,- Kč!**

Zaplatíte pouze 1 600,- Kč za měsíc,
doba splatnosti 48 měsíců.

- Co musí klienta zajímat? 1) měsíční splátka, 2) délka splácení, 3) přeplatek

- Matoucí reklama na nebankovní půjčku:

Požádejte si o půjčku
do výše 80 000,- Kč

Podmínky půjčky:
Zaplatíte pouze 108,- Kč měsíčně

za každých zapůjčených 1000,- Kč.
Splatné ve 12 měsíčních splátkách o stejné výši.

- Jaká je měsíční splátka, půjčím-li si 75 000 Kč? Kolik přeplatím?

- Klient by měl být schopen posoudit, která nabídka je pro něj výhodnější.
- Paní Slavičková si chce u banky půjčit 60 000 Kč. Splácet může maximálně 2000 Kč měsíčně. Dostala dvě nabídky od bank A a B. Nabídka od banky A je: měsíční splátka 1 768 Kč po dobu 40 měsíců, nutnou podmínkou je vedení běžného účtu za 130 Kč měsíčně a vyřízení úvěru stojí 1 500 Kč. Nabídka od banky B: měsíční splátka 1 933 Kč po dobu 38 měsíců, poplatek za sjednání 990 Kč. Kterou banku by si měla paní Slavičková vybrat, aby byly její celkové náklady nejnižší?

RPSN

- Roční procentní sazba nákladů (RPSN) na spotřebitelský úvěr je jeden z ukazatelů, který vypovídá o úrovni platebních podmínek úvěru. Prostřednictvím RPSN lze posoudit nákladovost spotřebitelského úvěru. Dva různé úvěry mohou mít stejnou úrokovou sazbu, ale přitom nemusí mít stejné RPSN. Na hodnotu RPSN má vliv:
 - výše úvěru a způsob jeho čerpání,
 - výše veškerých plateb (nákladů) spojených s poskytnutím spotřebitelského úvěru,
 - okamžiky, kdy jsou tyto jednotlivé platby placeny.

- Hodnotu RPSN je možno počítat pomocí vzorce

$$D = \sum_{i=1}^n \frac{a}{(1+r)^{\frac{i}{n}}},$$

kde D je výše poskytnutého úvěru, a je pravidelná splátka, r je RPSN, n celkový počet splátek.

- Pro klienta je prakticky nemožné RPSN vypočítat. Musí se proto umět řídit podle jiných ukazatelů.

- Paní Ondrušková je matka samoživitelka. Jednoho dne přišel její dvacetiletý syn s velkou novinkou – musí se ženit. Paní Ondrušková s takovou situací vůbec nepočítala a neměla na synovu svatbu nic našetřeno. V televizi viděla lákavou reklamu na rychlou půjčku u nebankovní společnosti bez doložení příjmů.
- Paní Ondrušková si půjčila 40 000 Kč a půjčka měla následující parametry: délka splácení: 45 týdnů, týdenní splátka: 1116 Kč, úrok: 20,11 % p. a., administrativní poplatky: 6400 Kč, úrok: 3815 Kč, RPSN: 70,96 %, celkem: 50 215 Kč.
- Zodpovězte následující otázky:
 - Kolik měsíců paní Ondrušková splácela úvěr?
 - Kolik činila měsíční splátka?
 - Co způsobilo vysoké RPSN?

Možnosti dalšího studia

- ŠOBA, O., ŠIRŮČEK, M., PTÁČEK, R.: *Finanční matematika v praxi*. Grada, Praha 2013