

*Posloupnosti - úvodní opakování*

**Příklad 1.** Napište prvních pět členů posloupnosti  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  a načrtněte její graf, je-li

1.  $a_n = (n - 2)^2$ ,
2.  $a_n = \frac{6}{n}$ .

**Příklad 2.** Vyšetřete monotonii posloupností

1.  $\left\{ \frac{3n-1}{n+2} \right\}_{n=1}^{\infty}$ ,
2.  $\left\{ \left[ \frac{n}{2} \right] \right\}_{n=1}^{\infty}$ , kde  $[x]$  značí celou část čísla  $x$ , tj. největší celé číslo, které číslo  $x$  nepřevyšuje,
3.  $\left\{ \cos \frac{n\pi}{2} \right\}_{n=1}^{\infty}$ .

**Příklad 3.** Rozhodněte, zda jsou následující posloupnosti prosté

1.  $\{7 - 4n\}_{n=1}^{\infty}$ ,
2.  $\left\{ \frac{4}{(2n-5)^2} \right\}_{n=1}^{\infty}$ ,
3.  $\left\{ \left( \frac{-2}{3} \right)^n \right\}_{n=1}^{\infty}$ .

**Příklad 4.** Rozhodněte, zda jsou následující posloupnosti ohraničené (zdola, shora)

1.  $\{3 \sin n\}_{n=1}^{\infty}$ ,
2.  $\left\{ \frac{1}{n} - 2 \right\}_{n=1}^{\infty}$ ,
3.  $\{3 - n^2\}_{n=1}^{\infty}$ ,
4.  $\{(-2)^n\}_{n=1}^{\infty}$ .

**Příklad 5.** Vyšetřete obor hodnot následujících posloupností

1.  $\{2n - 1\}_{n=1}^{\infty}$ ,
2.  $\left\{ \sin \frac{n\pi}{4} \right\}_{n=1}^{\infty}$ .

**Příklad 6.**

Najděte všechna  $x \in \mathbb{R}$ , pro něž je posloupnost

$$\left\{ \frac{nx}{n+1} \right\}_{n=1}^{\infty}$$

klesající.

**Příklad 7.** Vzorcem pro  $n$ -tý člen uveďte příklad posloupnosti následujících vlastností. Případně zdůvodněte, proč příslušná posloupnost nemůže existovat.

1. Posloupnost  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  je ohraničená hodnotami  $-1$  a  $3$ , přičemž obě dvě patří do jejího oboru hodnot.
2. Obor hodnot posloupnosti  $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$  je množina, která má právě 7 prvků.
3. Posloupnost  $\{c\}_{n=1}^{\infty}$  je nerostoucí, ale není klesající.
4. Posloupnost  $\{d\}_{n=1}^{\infty}$  je rostoucí a omezená.
5. Posloupnost  $\{e_n\}_{n=1}^{\infty}$  je omezená a jejím oborem hodnot je nekonečná množina.
6. Posloupnost  $\{f_n\}_{n=1}^{\infty}$  je klesající a není prostá.
7. Posloupnost  $\{g_n\}_{n=1}^{\infty}$  není ani jednostranně omezená a není ani prostá.