

<i>Posloupnosti - Součty posloupností</i>

Příklad 1. V aritmetické posloupnosti je $a_1 = 3$, $d = 4$. Kolik nejméně členů musíme sečíst, aby byl jejich součet větší než 250?

Příklad 2. Určete součet všech přirozených čísel, které vyhovují nerovnici

$$\left(12x + \frac{2}{3}\right) \cdot 5 - \frac{5x - 15}{3} < 50(x + 10).$$

Příklad 3. Určete součet všech sudých čísel, které vyhovují nerovnici $x^2 - 53x + 150 \leq 0$

Příklad 4. Dokažte, že součet prvních n lichých čísel je n^2 .

Příklad 5. V aritmetické posloupnosti je první člen $a_1 = 10$ a $d = -2$. Určete, jaký člen této posloupnosti je roven šestině součtu předchozích členů.

Příklad 6. Určete první člen a diferenci aritmetické posloupnosti, ve které platí, že

1. $s_5 = 60$, $s_{10} = 170$

2. $s_{10} = s_{11} = 165$

Příklad 7. V geometrické posloupnosti platí, že $s_6 = 9s_3$. Určete a_1 a q .

Příklad 8. Součet tří po sobě jdoucích členů geometrické posloupnosti je roven 38, součet následujících tří členů je $\frac{304}{27}$. Určete první člen a kvocient.

Příklad 9. Určete všechna reálná čísla x tak, aby

1. $5 + 6 + 15 + 16 + 25 + 26 + \dots + x = 1221$

2. $x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + \dots + \frac{x}{1024} = 8188$

3. $x + 2x + 3x + \dots + 50x = 2550$

4. $2 + 20 + \dots + 2 \cdot 10^x < 10^6$

Příklad 10 (♡). Uvažujme posloupnost $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ zadanou rekurentně: $a_0 = a_1 = 1$, $a_{n+1} = a_{n-1}a_n$, $n \in \mathbb{N}$. Dokažte, že $4 \nmid a_{2015}$.

Příklad 11 (♡). Uvažujme posloupnost $\{a_n\}_{n=0}^{\infty}$ zadanou rekurentně: $a_0 = a_1 = a_2 = 1$, $a_{n+1} = \frac{1+a_n a_{n-1}}{a_{n-2}}$, $n > 1$. Dokažte, že se jedná o posloupnost přirozených čísel.