

Nekonečné řady

Příklad 1. Rozhodněte o konvergenci následujících řad. U konvergentních určete jejich součet:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} 3^{-n}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n - 3^n}{6^n}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+2^n}{3^n}$

Příklad 2. Rozhodněte o konvergenci následujících řad. U konvergentních určete jejich součet:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(3n+2)}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+3)}$

Příklad 3. Rozhodněte o konvergenci následujících řad. U konvergentních určete jejich součet:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \arctan x$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln n$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\arctan n}$

Příklad 4. Uvažujme rovnostranný trojúhelník s délkou strany a . Střední příčky v tomto trojúhelníku vytvoří druhý trojúhelník. Střední příčky v tomto trojúhelníku vytvoří třetí trojúhelník. ... Určete součet obsahů a součet obvodů všech takto vytvořených čtverců.

Příklad 5. Uvažujme rovnoramenný pravoúhlý trojúhelník ABC s délkou odvěsny a . Označme P_1 patu výšky z bodu C na stranu AB . Dále označme P_2 patu výšky z bodu P_1 v trojúhelníku P_1BC , P_3 patu výšky z bodu P_2 v trojúhelníku P_1BP_2 Určete délku lomené čáry $CP_1P_2P_3$

Příklad 6. Do kružnice o poloměru r vepíšme čtverec, do tohoto čtverce kružnici. Do této kružnice opět vepíšme čtverec. ...

1. Určete součet obsahů všech čtverců

2. Určete součet obsahů všech kruhů

Příklad 7. Určete obsah tzv. Sierpinského koberce vytvořeného ze čtverce o straně a .

Příklad 8. Rozhodněte o konvergenci následujících řad. U konvergentních určete jejich součet:

1. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1}$

3. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{5n^2+1}$

5. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{2^n}$

2. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$

4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4n^2-1}$

6. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3}{2^{2n-1}}$

Příklad 9. V oboru reálných čísel řešte rovnice

1. $\log x + \log \sqrt{x} + \log \sqrt[4]{x} + \log \sqrt[8]{x} + \dots = 2$

2. $1 - \tan x + \tan^2 x - \tan^3 x + \dots = \frac{\tan 2x}{1 + \tan 2x}$

Příklad 10. Vyjádřete ve tvaru zlomku

1. $1, \bar{1}$

2. $3, \overline{05}$

3. $5, \overline{23}$