

*Někonečná geometrická řada*

**Příklad 1.** Rozhodněte o konvergenci následujících řad. U konvergentních určete jejich součet:

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{5})^{-n}$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^n}{3^{2n+1}}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n + 2^{2n+1}}{3^{2n}}$

**Příklad 2.** Určete všechna reálná čísla  $x$ , pro která konvergují dané řady a určete jejich součet.

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} x^{-2n}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} (2 + \log_3 x)^n$

5.  $\sum_{n=1}^{\infty} (2^n \cdot \sin^n x)^n$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{x+1}\right)^n$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} (3 + 2 \log x)^n$

6.  $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\arctan \frac{x}{x+1}\right)^n$

**Příklad 3.** Řešte rovnice s neznámou  $x \in \mathbb{R}$

1.  $\sum_{n=1}^{\infty} (4 - 3x)^n = -\frac{1}{2x}$

2.  $\sum_{n=1}^{\infty} (x + 2)^{2n} = \frac{1}{3}$

3.  $\sum_{n=1}^{\infty} (3 \log_2 x - 2)^n = \frac{1}{3}$

4.  $\sum_{n=1}^{\infty} (1 - 2 \cos^x)^n = \tan x$

**Příklad 4.** Zapište daná periodická čísla zlomkem v základním tvaru

1.  $1, \overline{23}$

2.  $0, \overline{08}$

**Příklad 5.** Zapište dané výrazy jako součet nekonečné geometrické řady

1. 1

2.  $\frac{1}{4}$

3.  $\frac{1}{1-x}$

4.  $\frac{1}{x}$

**Příklad 6.** Určete

$$5 \cdot \sqrt{5} \cdot \sqrt[4]{5} \cdot \sqrt[8]{5} \dots$$

**Příklad 7.** Uvažujme krychli o hraně  $a$ . Sestrojme duální těleso k této krychli, dále duální těleso k předchozímu tělesu atd. Určete objem vzniklých těles.

**Příklad 8.** Určete délku zlaté spirály v závislosti na délce delší strany obdélníku, ze kterého vznikla.