D: $(A-B)\cdot(-C) = BC - AC$ $\quad \boxed{C=[e,f]}$ ①

$L = ([a,b]-[c,d])\cdot[f,e] = [a+d, b+c]\cdot[f,e] =$
$= [af+df+be+ce, ae+de+bf+cf]$

$P = [c,d]\cdot[e,f] - [a,b]\cdot[e,f] = [ce+df, cf+de] - [ae+bf, af+be] =$
$= [ce+df+af+be, cf+de+ae+bf]$ $\quad \underline{L=P}$

D: $A\cdot(-B) = -(A\cdot B)$

$L = [a,b]\cdot[d,c] = [ad+bc, ac+bd]$
$P = -([a,b]\cdot[c,d]) = -[ac+bd, ad+bc] = [ad+bc, ac+bd]$

$\underline{L=P}$

Ukázka chyby

$[2,5]\cdot[x,y] = [1,5]$
$[2x+5y, 2y+5x] = [1,5]$
$2x+5y = 1$
$2y+5x = 5$

řešíme jako soustavu
$x = \frac{23}{21} \quad y = -\frac{5}{21}$

chyba: $x, y \in N$, tzn. nemohou vyjít jako tyto zlomky.
Odpověď $[x,y] = \left[\frac{23}{21}, \frac{-5}{21}\right]$ je tedy nesmyslná (rovnice $-3x = -4$ n.ř.)

D: $A > B \wedge C < 0 \Rightarrow AC < BC$

$A > B \wedge C < 0 \Rightarrow (A-B) > 0 \wedge (-C) > 0 \Rightarrow$
$\Rightarrow (A-B)\cdot(-C) > 0 \Rightarrow BC - AC > 0 \Rightarrow BC > AC$,
tedy $AC < BC$.
Využili jsme faktu, že $(-C) > 0$, součin dvou kladných čísel je kladné číslo a už dokázaného tvrzení $(A-B)(-C) = BC - AC$. Poslední tvrzení se v těchto případech dvojicemi nemusí dokazovat.

Dělení se zbytkem

$a = bq + r$, $b \neq 0$, $0 \leq r < |b|$

Příklady: $a = -17$, $b = 4$; $-17 = (-5)\cdot 4 + 3$ $q = -5$, $r = 3$

$a = 23$, $b = -7$; $23 = (-7)\cdot(-3) + 2$ $q = -3$, $r = 2$

$a = -31$, $b = -9$; $-31 = (-9)\cdot 4 + 5$ $q = 4$, $r = 5$

Absolutní hodnota

$a \geq 0 \Rightarrow |a| = a$ $\qquad a = -2$ $|-2| = -(-2) = +2$

$a < 0 \Rightarrow |a| = -a$ (opačné číslo)

D: $|a| = |-a|$

1) $a = 0$ $\quad 0 = 0$ platí
2) $a > 0$, pak $-a < 0$; podle def. $|a| = a$, $|-a| = -(-a)$
$-(-a) = a$ platí
3) $a < 0$, pak $-a > 0$; podle def. $|a| = -a$, $|-a| = -a$
platí

D: $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

1) je-li $a = 0$ nebo $b = 0$, pak $0 = 0$ platí
2) $a > 0 \wedge b > 0$, pak $a \cdot b > 0$; $|ab| = ab$;
$|a| = a$, $|b| = b$; $|a| \cdot |b| = a \cdot b$ platí
3) $a > 0 \wedge b < 0$, pak $ab < 0$; $|ab| = -(ab)$
$|a| = a$, $|b| = -b$; $|a| \cdot |b| = a \cdot (-b) = -(ab)$ platí
4) $a < 0 \wedge b > 0$, pak $|ab| < 0$; $|ab| = -(ab)$
$|a| = -a$, $|b| = b$; pak $|a| \cdot |b| = (-a) \cdot b = -(ab)$ platí
5) $a < 0 \wedge b < 0$, pak $ab > 0$; $|ab| = ab$
$|a| = -a$, $|b| = -b$; $|a| \cdot |b| = (-a) \cdot (-b) = ab$ platí