Vlastnosti relací v množině M

IMAk01 Základy matematických disciplín (podzim 2020)

Binární relace R v množině M je **reflexivní** právě tehdy, když $(\forall x \in M)([x,x] \in R)$,
tzn. obsahuje všechny uspořádané dvojice [x,x], kde $x \in M$.

Binární relace R v množině M je **antireflexivní** právě tehdy, když $(\forall x \in M)([x,x] \notin R)$,
tzn. neobsahuje žádnou uspořádanou dvojici typu [x,x], kde $x \in M$.

Binární relace R v množině M je **symetrická** právě tehdy, když
$(\forall x,y \in M)([x,y] \in R \Rightarrow [y,x] \in R)$,
tzn. s každou uspořádanou dvojicí [x,y] obsahuje i dvojici ([y,x].

Binární relace R v množině M je **antisymetrická**, právě tehdy, když
$(\forall x,y \in M)((x \neq y \wedge [x,y] \in R) \Rightarrow [y,x] \notin R)$,
tzn. s žádnou dvojicí [x,y] různých prvků neobsahuje dvojici [y,x].

Binární relace R v množině M je **tranzitivní** právě tehdy, když
$(\forall x,y,z \in M)([x,y] \in R \wedge ([y,z] \in R \Rightarrow [x,z] \in R)$,
tzn. jestliže se v relaci vyskytují „na sebe navazující dvojice", pak musí relace obsahovat i dvojici, jejíž první složkou je 1. složka z první dvojice a druhou složkou je 2. složka z druhé dvojice.

Binární relace R v množině M je **souvislá** právě tehdy, když
$(\forall x,y \in M)(x \neq y \Rightarrow ([x,y] \in R \vee [y,x] \in R)$,
tzn. každé dva různé prvky z množiny M musí být „spolu v relaci".

Binární relaci U v množině M nazýváme **uspořádání** v M, právě když U je antisymetrická a tranzitivní.
Binární relaci U v množině M nazýváme **uspořádání ostré**, resp. **neostré** v M, právě když U je antisymetrická, tranzitivní a antireflexivní, resp. antisymetrická, tranzitivní a reflexivní.
Binární relaci U v množině M nazýváme **uspořádání lineární** v M, právě když U je antisymetrická, tranzitivní a souvislá.
Binární relaci U v množině M nazýváme **ostré lineární uspořádání** v M, právě když U je antisymetrická, tranzitivní, souvislá a antireflexivní.

Binární relaci R v množině M nazýváme **relací ekvivalence** na M, právě když je reflexivní, symetrická a tranzitivní.
Každá relace ekvivalence na množině M vytváří **rozklad** této množiny, což je systém neprázdných podmnožin (tzv. tříd rozkladu) množiny M takových, že průnik každých dvou tříd je prázdná množina a sjednocení všech tříd rozkladu tvoří množinu M.
Jinak lze také říci, že říci, že **rozklad** množiny M je systém neprázdných podmnožin (tzv. tříd rozkladu) množiny M takových, že každý prvek množiny M patří právě do jedné z těchto tříd.