7. ϕ, ψ, ε jsou výrokové formule. Rozhodněte a zdůvodněte, které z následujících zápisů jsou zápisy správných úsudků (tj. pravidel odvozování):

a) $(\phi \Rightarrow \psi) \wedge \neg\psi \rightarrow \neg\phi$,

b) $(\phi \Rightarrow \varepsilon) \wedge (\varepsilon \Rightarrow \psi) \rightarrow \phi \Rightarrow \psi$,

c) $(\phi \Rightarrow \psi) \wedge \neg\phi \rightarrow \neg\psi$,

d) $(\phi \Rightarrow \psi) \wedge \phi \rightarrow \neg(\phi \wedge \varepsilon)$,

e) $\phi \wedge (\psi \Leftrightarrow \varepsilon) \rightarrow (\phi \vee \varepsilon)$.

8. Je dána množina $Z = \{1, 2, 3, 4\}$. Určete výčtem prvků množiny A, B, $A' \Delta B'$, $A' - (B' \cup A)$, jestliže:

a) $A = \{x \in Z: x^2 \leqq 1 \Rightarrow x > 1\}$, $B = \{x \in Z: x = x \Leftrightarrow (x = 3 \vee x > 2)\}$.

b) $A = \{x \in Z: (x \in Z \Rightarrow x \leqq 1) \wedge x = 1\}$, $B = \{x \in Z: (x = 1 \vee x^2 = 4) \Leftrightarrow x < 4\}$.

9. Je dána množina $Z = \{a, b, c, d\}$. Určete výčtem prvků množiny $A = \{x \in Z: x = b \Rightarrow x \neq b\}$, $B = \{x \in Z: x \neq a \Leftrightarrow x \in Z\}$, $(A' \cap B') - (A \cap B)$, $(A \Delta B) \cup (A' \Delta B')$.

10. Je dána množina $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ a množina $A = \{2, 4, 6, 8\}$. Určete výčtem prvků množinu X, jestliže platí:

a) $A \cap X = \{2\} \wedge A \cup X = Z - \{1, 9\}$.

b) $A - X = \{2, 4, 8\} \wedge X - A = \{3, 9\}$.

c) $A \cap X = \emptyset \wedge A \Delta X = Z - \{9\}$.

11. Je dána množina $Z = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Určete množiny A, B, jestliže platí:

a) $A \cap B = \{3\} \wedge B - A = \{4, 5\} \wedge A - B = \{2\}$.

b) $A \cup B = A \Delta B = \{2, 4, 5\} \wedge 2 \in A \wedge 4 \notin A$.

c) $B - A = A \Delta B = \{6\} \wedge (A \cup B)' = \{2, 3\}$.

d) $A' = \{1, 6, 4, 5\} \wedge (A \cup B)' = \{4, 5\} \wedge A - B = \{1\}$.

12. Je dána množina $Z = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Určete výčtem prvků množiny $A = \{x \in Z: x = 0 \Leftrightarrow x < 3\}$, $B = \{x \in Z: (x^2 = 4 \vee x < 2) \Rightarrow x > 3\}$. Množiny A, B znázorněte a rozhodněte, který z následujících výroků je pravdivý:

1. $A - B = A \Delta B$. 2. $B \subset A$. 3. $A \subset B$. 4. $B - A \subset A$. 5. $A \cup B = A$. 6. $A' = A \cup B'$.

13. Pro množiny A, B, C platí: $A = B \cap C \wedge A - B \subset A - C \wedge A \cap B = \emptyset$. Užitím symbolů $\emptyset$ a • znázorněte situaci v množinovém diagramu a rozhodněte, který z následujících výroků vždy platí: $A \subset B$, $B \subset A$, $A = B$, $A \subset C$, $C \subset A$, $A = C$, $B \subset C$, $C \subset B$, $B = C$.

14. Utvořte Vennův diagram pro dvě množiny A, B a zapište jednotlivé množiny, které jsou znázorněny příslušnými poli digramu (jejich počet je $2^4 - 1$, tzn.15).

15. V množinovém diagramu pro množiny A, B znázorněte množiny:

a) $M_1 = \{x \in Z: x \in A \Rightarrow x \in B\}$.

b) $M_2 = \{x \in Z: x \in A \Leftrightarrow x \in B\}$.

c) $M_3 = \{x \in Z: (x \in A \Leftrightarrow x \in Z) \Rightarrow x \in B\}$.

Množiny M_1, M_2, M_3 zapište jako výsledek operací s množinami A, B.