Rekreační matematika – cvičení 2

Věčný kalendář (Ian Stewart, Kabinet matematických kuriozit)

V roce 1957 si John Singleton nechal patentovat stolní kalendář, na kterém bylo možné nastavit kterékoli datum od 01 do 31 pomocí dvou krychlí, v roce 1965 nechal však svůj patent propadnout. Na každé krychli je šest číslic, na každé stěně jedna. Jak musíme popsat stěny kostek, abychom mohli zobrazit všechna data v libovolném měsíci? Pořadí kostek lze měnit.

Řešení:

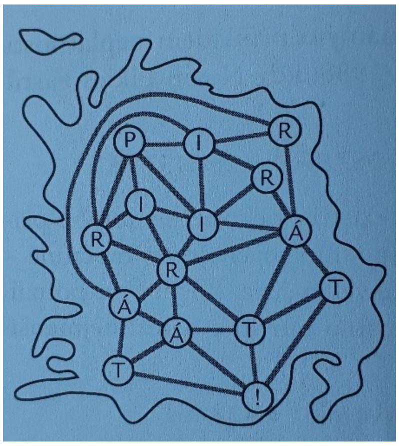
Na obou kostkách musí být 1 a 2 (11., 22.), na obou musí být také 0, aby bylo možné napsat jakékoli datum 01.-09. Nyní zůstává 6 volných míst pro 7 číslic. Vtip je v tom, že číslice 6 a 9 jsou zaměnitelné, stačí nám tedy jediná z nich.

Cesty pirátů (Ian Stewart, Truhlice matematických pokladů)

Roger Rudovous, nejdrsnější pirát Káropikového moře, zapomněl důležitý údaj – adresu banky na Banánových ostrovech, v níž ukrýval svůj lup před šťouráním finančního úřadu. Ví, ve které ulici banku hledat, jenže v ulici V Daňovém ráji je více než třicet bank a všechny jsou bezejmenné a vypadají naprosto stejně.

Všechno ale ještě není ztraceno, protože má mapu.

V této mapě je mazaně ukryta adresa té pravé banky: jedná se o počet různých cest, jimž lze sestavit slovo PIRÁT!, pokud začneme v kroužku s písmenkem P a budeme přidávat písmeno po písmenu, dokud neskončíme v kroužku s vykřičníkem. Adresu představuje počet různých cest, kterými lze toto slovo sestavit, budeme-li se pohybovat pouze po čarách mezi písmeny.



Jaká je adresa Rudovousovy banky?

Řešení:

Nejlepší je vymazat všechny zbytečné cesty a uzly číslovat počtem cest, kterými se do nich dá dostat. Začneme u P s číslem 1, každé I má také číslo 1, ale u dalšího číslování se sčítají hodnoty propojených uzlů, například levé R bude mít číslo 2, A pod ním bude mít číslo 5. Konečně vykřičník má číslo 19, což je zároveň odpověď.

Lov na medvěda (Smullyan, Jak se jmenuje tahle knížka?)

Medvěd je sto metrů na sever od lovce. Lovec ujde sto metrů na východ, pak se otočí k severu, vystřelí na sever a trefí toho medvěda. Jakou má medvěd barvu?

Řešení:

Medvěd je lední, má tedy bílou barvu. Existuje ale více možností, kde může medvěd stát. Nejběžnější odpovědí je medvěd stojící na severním pólu. Další možnost je lovec stojící kousek od jižního pólu na rovnoběžce o délce 100 metrů a medvěd 100 metrů severně od něho. Lovec pak celou rovnoběžku obejde. Rovnoběžka ale může mít jen 25 metrů a lovec ji pak obejde čtyřikrát. Existuje tedy nekonečně mnoho řešení. Posledním problémem hádanky je ale možnost, že někdo jiný cestoval po světě s hnědým medvědem a ten se mu u severního pólu zaběhl.

Kolik máte vlasů?

V průměru mají na hlavě nejvíce vlasů světlovlasí lidé (okolo 140 000), nejméně zrzaví (asi 80 000) (zdroj: wikipedia). Existují v Brně dvě osoby se stejným počtem vlasů?

Řešení:

Jelikož má Brno více než 140 000 obyvatel, musí nutně (Dirichletův princip) existovat alespoň dva lidé se stejným počtem vlasů na hlavě. Dokonce musí existovat alespoň tři takoví lidé, protože Brno má více než 280 000 obyvatel.

Počítáme vlasy (Smullyan, Jak se jmenuje tahle knížka?)

V Lysé pod Plešivou se věci mají následovně:

Žádní dva obyvatelé nemají na hlavě přesně stejně vlasů.

Žádný obyvatel nemá na hlavě přesně 518 vlasů.

Lysá má víc obyvatel, než má kterýkoli obyvatel vlasů na hlavě.

Jaký je nejvyšší možný počet obyvatel Lysé pod Plešivou?

Řešení:

Odpověď je 518. Má-li Lysá více než 518 obyvatel (např. 520), potom by existovalo 520 nezáporných celých čísel menších než 520 a různých od 518. To ale není pravda, takových čísel je pouze 519. Navíc jeden obyvatel musí být holohlavý.

V**yhýbám se klokanům? (Ian Stewart, Truhlice matematických pokladů)**

- Jedinými zvířaty v tomto domě jsou kočky.
- Každé zvíře, které rádo upřeně pozoruje měsíc, je vhodné k chovu jako domácí mazlíček.
- Když některá zvířata nemám rád, vyhýbám se jim.
- Žádná zvířata nejsou masožravci, kromě těch, co loví v noci.
- Žádná kočka si nenechá ujít příležitost k zabití myši.
- Nikdy ke mně žádná zvířata nepřilnou, kromě zvířat žijících v tomto domě.
- Klokani nejsou vhodní k chovu jako domácí mazlíčci.
- Myši zabíjejí pouze masožravci.

- Nemám rád zvířata, která ke mně nepřilnou.
- Zvířata, která loví v noci, ráda upřeně pozorují měsíc.

Jsou-li všechna tato tvrzení správná, vyhýbám se klokanům?

Řešení:

Ano, vyhýbám se klokanům. V knize je uveden delší postup, ale stačí říci, že jedinými zvířaty v tomto domě jsou kočky, nikdy ke mně žádná zvířata nepřilnou, kromě zvířat žijících v tomto domě, nemám rád zvířata, která ke mně nepřilnou a když některá zvířata nemám rád, vyhýbám se jim.

Polykání slonů (Ian Stewart, Truhlice matematických pokladů)

- Sloni vždy nosí růžové spodky.
- Každý živočich, který jí med, umí hrát na dudy.
- Cokoli, co lze snadno spolknout, jí med.
- Žádný živočich, který nosí růžové spodky, neumí hrát na dudy.

Jsou-li všechna tato tvrzení správná, plyne z nich, že lze slony snadno spolknout

Řešení:

Tento výsledek z tvrzení neplyne. Víme, že žádný slon neumí hrát na dudy. Dále ale cokoli, co lze snadno spolknout, umí hrát na dudy.

Tvídový oblek (Ian Stewart, Kabinet matematických kuriozit)

- Žádný kocour v tvídovém obleku není nespolečenský.
- Žádný bezocasý kocour by si nehrál s gorilou.
- Kocouři s fousky nosí zásadně jedině tvídové obleky.
- Žádný společenský kocour nemůže mít tupé drápky.
- Žádný kocour nemá ocas, nemá-li zároveň fousky.

Je logicky správný závěr, že žádný kocour s tupými drápky by si nehrál s gorilou?

Řešení:

Závěr není správný. Představme si kocoura s tupými drápky, který si hraje s gorilou, nemá tvídový oblek, má ocas, nemá fousky a je nespolečenský. Pak je prvních pět výroků pravdivých, ale šestý není.

Rodinné setkání (Ian Stewart, Kabinet matematických kuriozit)

„To byl ale nádherný večírek," řekla Lucka své kamarádce Jindře.

„A kdo všechno tam byl?"

„No, tak byl tam jeden dědeček, jedna babička, dva otcové, dvě matky, čtyři děti, tři vnoučata, jeden bratr, dvě sestry, dva synové, dvě dcery, jeden tchán, jedna tchýně a jedna snacha."

„Páni! Třiadvacet lidí!"

„Ale kdepak, mnohem méně.“

Jaký je nejmenší počet osob, který by vyhovoval Lucčině popisu společnosti na večírku?

Řešení:

Nejmenší možný počet osob je 7: dvě malé dívky a jeden chlapec, jejich otec a matka a rodiče jejich otce.

Pravopisné chyby (Ian Stewart, Kabinet matematických kuriozit)

„V teto větě je pěd chip.“

Je tento výrok pravdivý, nebo není?

Řešení:

Výrok je pravdivý, protože obsahuje čtyři pravopisné chyby a jednu chybu numerickou ve tvrzení, tedy celkem pět. To by ale znamenalo, že jestliže věta platí, pak neplatí, a naopak. Máme tu paradox.

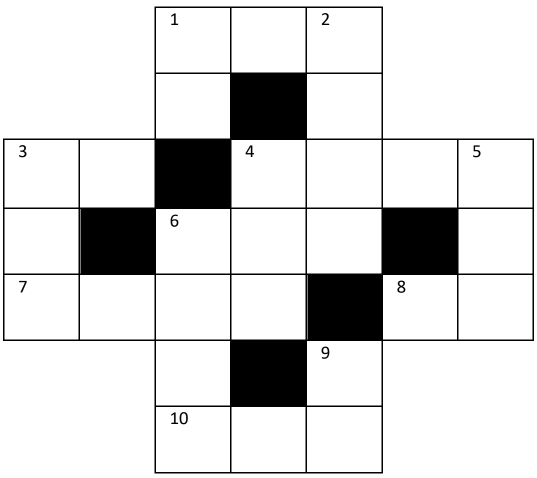
Russellův paradox

Ve městě dostal holič pod pohrůžkou smrti přikázáno oholit každého, kdo se neholí sám (ale nikoho jiného). Co má holič dělat?

Řešení:

Další známý paradox. Pokud by se holič sám neholil, musí se oholit. V tom případě se ale oholil sám, proto se oholit nesměl.

Vše se točí kolem času (Ian Stewart, Truhlice matematických pokladů)



Vodorovně:

1. Dnů v běžném roce
3. Minut ve čtvrthodině
4. Sekund v jedné hodině, 24 minutách a 3 sekundách
6. Sekund v pěti minutách
7. Hodin v nepřestupném roce
8. Hodin ve 4 dnech
10. Dnů v přestupném roce

Svisle

1. Dnů v říjnu
2. Sekund v půldruhé hodině
3. Hodin v týdnu
4. Hodin ve 20 dnech a 20 hodinách
5. Hodin ve dvou týdnech
6. Sekund v jedné hodině a 3 sekundách
9. Hodin v půldruhém dni

Řešení:

		^{1}3	6	^{2}5		
		1	■	4		
^{3}1	5	■	^{4}5	0	4	^{5}3
6	■	^{6}3	0	0	■	3
^{7}8	7	6	0	■	^{8}9	6
		0	■	^{9}3		
		^{10}3	6	6		

Papírky na čele (Novosecký, Křižanovič, Lečko, 777 matematických zábav a her)

Třem hráčům ukázali 5 papírků: tři bílé a dva černé. Potom všem třem zavázali oči, každému přilepili na čelo bílý papírek a černé papírky zničili. Potom jim sňali pásky z očí a oznámili jim, že vyhraje ten, kdo první určí barvu svého papírku. Nikdo ze soutěžících nemohl vědět, jaký papírek má na čele, ale každý viděl bílé papírky na čelech svých spoluhráčů. Po krátkém přemýšlení došli všichni tři současně k závěru, že každý má na čele bílý papírek. Jak na to přišli?

Řešení:

A usuzoval takto: B a C mají dva bílé papírky, já mohu mít bílý, nebo černý. Předpokládejme, že mám černý. Pak B může s určitostí prohlásit barvu svého papírku, protože může uvažovat takto: A má černý papírek a C bílý, pokud bych sám měl černý papírek, C ví jistě, že má bílý. Proto musím mít bílý papírek. B ale nic neřekl, takže je jisté, že má A bílý papírek. Takto usuzoval každý z hráčů.

Dvě věže (Dudeney, Matematické hlavolamy a hříčky)

Toto je hra pro dva hráče. Každý má jednu věž. První hráč postaví svou věž na libovolné políčko šachovnice podle vlastní volby a druhý udělá totéž. Teď se střídají v tazích (věž postupuje pouze vodorovně nebo svisle) a účelem je zajmout soupeřovu věž. Při této hře ale nesmíte táhnout přes ohrožené pole, v tom případě jste také zajati.

Řešení:

Druhý hráč si může zajistit vítězství tím, že umístí svou věž na začátku i po každém tahu na stejnou úhlopříčku, na níž je soupeřova věž. Toho pak přinutí ustoupit do rohu a vyhrává.