

# Strategie podpory matematické gramotnosti

K 1            27.11. 2020

SPk200

Růžena Blažková

PdF MU Brno

# Proč matematika v našem studiu

- Snaha pomoci dětem, pokud pomoc potřebují (vlastní děti, děti příbuzných, známých, profesně v poradnách)
- Možnost fundovaně poradit, s přehledem a znalostí problému
- Seznámit se s projevy a příčinami problémů dětí v matematice a s možnostmi jejich nápravy

# OSNOVA

- Specifické poruchy učení a jejich vliv na úspěšnost dětí v matematice
- Další příčiny neúspěchů dětí v matematice
- Dyskalkulie a její klasifikace
- Přirozená čísla, jejich zavedení, čtení a zápis, problémy s tím spojené
- Postupné budování množiny přirozených čísel na 1. stupni ZŠ
- Porovnávání přirozených čísel
- Zaokrouhlování přirozených čísel

# Osnova

- Budování poziční číselné soustavy desítkové
- Operace s přirozenými čísly
- Sčítání, odčítání, násobení, dělení z paměti, problémy dětí
- Algoritmy písemných operací, problémy dětí
- Priority při provádění operací s přirozenými čísly, počítání se závorkami

# Literatutra

- Podrobně najdete vše v publikacích:
- Blažková, R. (2017): *Didaktika matematiky se zaměřením na specifické poruchy učení*. Brno, Muni press .
- Pavlíčková, L.(2018): *Poruchy matematických schopností žáků s dyskalkulií a jejich vliv na řešení úloh ve fyzice a v matematice*. Brno, Muni press .

# Specifické poruchy učení

- SPU - porucha v jednom nebo více psychických procesech, zahrnující porozumění nebo používání jazyka mluveného nebo psaného, může se projevovat v nedokonalé schopnosti naslouchat, **myslet**, mluvit, číst, psát nebo provádět **matematické výpočty**.

# Specifické poruchy učení a jejich vliv na úspěšnost žáků v matematice

- **Dyslexie**– porucha v oblasti čtení (rychlost čtení, porozumění čtenému textu, správnost čtení)
- **Dysgrafie**- porucha v oblasti psaní (osvojování znaků, úprava písemného projevu, spojení hláska – písmeno)
- **Dysortografie**- porucha pravopisu (sykavky, délka samohlásek, specifické chyby)
- **Dyskalkulie**- porucha v oblasti matematiky (chybné matematické představy, nepochopení pojmů)

# Specifické poruchy učení

- **Dysmusie** – porucha v oblasti hudebních dovedností (ztráta smyslu pro melodii a rytmus)
- **Dyspinxie** – porucha v oblasti kresebných dovedností (neobratnost jemné motoriky ruky)
- **Dyspraxie** – porucha obratnosti



# Vliv SPU na úspěšnost žáků v matematice

- **Dyslexie** – čtení s porozuměním, jak v jazyce českém, tak v jazyce matematiky
- - u slovních úloh je problematická délka textu, používání neznámých termínů pro dítě, některých nesrozumitelných vyjádření
- - rozlišování a osvojování si jednotlivých znaků – číslic, znaků pro matematické operace aj.
- - schopnost převést text v jazyce českém do matematického symbolického jazyka

# Vliv SPU

- **Dysgrafie** - osvojování si a psaní jednotlivých znaků, -
- - spojení číslo – zápis čísla
- - záměna tvarově podobných číslic
- - porucha pravolevé orientace
- - záměna řádů v zápisu čísla
- - neúhlednost písma, nepřehlednost zápisů
- - problémy s rozlišováním geometrických útvarů
- - problémy s rýsováním

# Vliv SPU

- **Dysortografie** - spojování slov v celek, spojování číslic v zápisu čísla
- - přidávání, vynechávání, přesmykování slov, písmen, číslic
- - porucha v rozlišování matematických objektů
- - nedodržení hranice slov, čísel

# Vliv SPU

- **Dypinxie** – nezvládnutí jemné motoriky rukou a prstů při psaní a rýsování,
  - - neschopnost načrtnout obrázek
  - - nepochopení vztahu rovina – prostor při znázornění prostorové situace v rovině
- **Dysmúzie** – ztráta smyslu pro melodii a rytmus – číselné řady, závislosti
- **Dyspraxie** – porucha obratnosti, neschopnost uspořádání pracovního místa
  - - upravenost sešitu, obrázků
  - -

# Další příčiny poruch učení v matematice

- **Deficity dílčích funkcí matematických schopností**
  - **Funkce percepční** – zrakové vnímání, sluchové vnímání
  - **Funkce kognitivní** – pozornost, myšlení, řeč, představy předčíselné, číselné
  - **Funkce motorické** – jemná motorika, hrubá motorika, senzomotorická koordinace, vizuomotorická koordinace, grafomotorika

# Další příčiny

- **Obsah učiva matematiky**
- Abstraktní předmět, zobecňování
- Přesná logická výstavba, každý prvek vyšší úrovně předpokládá zvládnutí prvků nižší úrovně
- Vyžaduje pochopení každého pojmu, učiva, teprve potom pamětné zvládnutí
- Schopnost uplatnit učivo v nových situacích
- Správné představy, posilování paměti

# Další příčiny

- **Osobnost žáka**
- Nerovnoměrný vývoj každého dítěte
- Volní vlastnosti
- Psychické bariéry
- Vlastní strategie

# Další příčiny

- **Osobnost učitele**
- Vysoká odborná úroveň v matematice, psychologii, pedagogice, speciální pedagogice
- Schopnost přijmout žáka s problémy v matematice
- Schopnost motivovat děti k učení a k systematické práci
- Schopnost změnit styl učení vzhledem k individualitě dítěte
- Zvládnutí problematiky hodnocení, klasifikace



# Další příčiny

- **Vliv rodičů**
- Spolupráce s SPP a učitelem
- Ambiciózní rodiče, nepřiměřeně ctižadostiví
- Doučování podle svých představ, neschopnost uvědomit si problémy v dalším učivu,
- Neschopnost respektovat individualitu dítěte
- Nezájem, rezignace

# Dyskalkulie

- Specifická vývojová porucha projevující se v oblasti matematiky, zejména v nabývání a používání základních početních dovedností, jejíž příčinou není mentální retardace nebo nevhodný způsob výuky.
- Žáci dosahují v ostatních předmětech průměrných až nadprůměrných výsledků, v matematice mají však velké problémy, často propadají z matematiky.
- Žáci dokáží přemýšlet a jsou ochotni pracovat

# S jakými dětmi se setkáváme

- Mají předpoklady, chtějí se učit
- Nemají předpoklady, chtějí se učit
- Mají předpoklady, nechtějí se učit
- Nemají předpoklady, nechtějí se učit
- Různé přístupy: doučování
- hledání nových cest oslovujících dítě (někdy si je vytváří samy)
- kompenzace, reedukace

# Dyskalkulie – definice 10. revize

- Podle 10. revize Mezinárodní klasifikace nemocí "Duševní poruchy a poruchy chování" patří dyskalkulie mezi "Specifické vývojové poruchy školních dovedností" pod kód F 81.2. (1992).
- *„Tato porucha zahrnuje specifické postižení dovednosti počítat, kterou nelze vysvětlit mentální retardací ani nevhodným způsobem vyučování. Porucha se týká ovládnutí základních početních úkonů (sčítání, odčítání, násobení a dělení) spíše než abstraktnějších dovedností jako je algebra, trigonometrie, nebo diferenciální počet.“*

# Definice – L. Košč

- *Vývojová dyskalkulie je strukturální porucha matematických schopností, která má svůj původ v genově nebo perinatálními vlivy podmíněném narušení těch částí mozku, které jsou přímým anatomicko-fyziologickým substrátem věku přiměřeného dozrávání matematických funkcí, které však zároveň nemají za následek snížení všeobecných rozumových schopností.*“

# Definice – J. Novák

- *Vývojová dyskalkulie je specifická porucha počítání projevující se zřetelnými obtížemi v nabývání a užívání základních početních dovedností, při obvyklém sociokulturním zázemí dítěte a celkové úrovni všeobecných rozumových předpokladů na dolní hranici pásma průměru nebo výše a s příznačnou vnitřní strukturou v jejímž rámci je výrazně snížena úroveň matematických schopností a narušena skladba za přítomnosti projevů dysfunkcí centrální nervové soustavy podmíněných vlivy dědičnými nebo vývojovými*

# Typy dyskalkulie

- **Praktognostická** – nepochopení pojmu čísla a dalších matematických pojmů, porucha manipulace s předměty, se symboly, neschopnost porovnávat čísla, diferencovat geometrické útvary, porucha prostorového faktoru
- **Verbální** – problémy se slovním označováním matematických pojmů, čísel a matematických symbolů, neschopnost vyjmenovat řadu čísel v určitém uspořádání, nepochopení vysloveného čísla, slovního vyjádření symbolů a znaků

# Typy dyskalkulie

**Lexická** – problémy se čtením čísel a matematických znaků, záměna tvarově podobných číslic, porucha orientace na stránce knihy, porucha pravolevé orientace

**Grafická** – problémy se zápisem čísel, matematických symbolů a znaků, porucha při zápisu víceciferných čísel, neschopnost psát čísla podle diktátu, zápis čísel do algoritmů písemných operací problémy s rýsováním geometrických útvarů, s řešením konstrukčních úloh



# Typy dyskalkulie

- **Operační** – narušená schopnost provádět matematické operace v jednotlivých číselných oborech, záměna operací, problémy se zvládnutím pamětných spojů, problémy při písemných algoritmech jednotlivých operací, neschopnost respektovat prioritu provádění operací.
- **Ideognostická** – porucha v pojmové činnosti, problémy s chápáním matematických pojmů a vztahů, se zobecňováním, s řešením slovních úloh.

# Klasifikace podle J. Nováka

- **Kalkulastenie** – mírné narušení matematických vědomostí a dovedností způsobené např. nedostatečnou stimulací
- **Kalkulastenie emocionální, sociální, didaktogenní**
- **Hypokalkulie** –nerovnoměrná skladba matematických schopností
- **Akalkulie** – ztráta matematických dovedností, které byly dříve rozvinuty
- **Oligokalkulie** – narušená struktura matematických schopností
- **Vývojová dyskalkulie** – viz Košč

# Klasifikace z hlediska výuky matematiky

- Vytváření pojmu čísla
- Čtení a zápis čísel
- Operace s čísly
- Slovní úlohy
- Geometrická a prostorová představivost
- Početní geometrie
- Jednotky měr

# Pozor

- Dyskalkulie neopravňuje žáka k nečinnosti v matematice
- Dyskalkulie nemusí omezit žáka v další profesi – ve studiu, volbě povolání
- Mnoho osobností známých z vědy v průběhu školní docházky trpěly v důsledku specifických poruch učení
- Mnoho žáků je tzv. dvojí výjimečnosti – nadaní s SPU

# Základní kritéria

- Rozpor mezi inteligencí dítěte a jeho úspěšností v matematice
- Úroveň rozumových schopností je v pásmu průměru
- Normální rodinné zázemí
- Identifikace dysfunkce CNS

# Přirozená čísla

- Vnímání kvantity od nejútlejšího věku ( předměty v počtu 2, 3, ostatní je mnoho)
- Přiřazování, vytváření skupin prvků, ve kterých je jich stejně (vytváření ekvivalentních množin)
- Postupná abstrakce, schopnost vnímat počet, aniž by byl nutný názor

# K zamyšlení

Hledejte odpovědi na otázky:

Co je číslo

Co je číslice

Co je číslovka

Co je číselná soustava

Číselná řada

# Číslo – čísla přirozená

- Otázka je složitá
- V matematice – přirozená čísla se budují pomocí čísel kardinálních, ordinálních, prvků Peanovy množiny
- Jak se vytváří pojem čísla u dětí?
- Kdy dochází k potřebné abstrakci?



- Práce s konkrétními předměty



- Práce se symboly



*1. stupeň abstrakce*

- Práce s čísly

5

*2. stupeň abstrakce*

# Aktivity

- Vytváření skupin předmětů podle stanoveného počtu
- Určení počtu prvků dané skupiny
- Přiřazování symbolů
- Dokreslování obrázků, aby jich bylo stejně

# Grafické znázornění

- Puntíky na hrací kostce

- Čísla trojúhelníková

- $\begin{array}{c} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{0} \phantom{0} \\ 0 \end{array}$

- $\begin{array}{c} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$

- $\begin{array}{c} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$

- Čísla čtvercová, obdélníková

- $\begin{array}{c} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$

- $\begin{array}{c} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$

- $\begin{array}{c} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \\ \phantom{0} \phantom{0} \\ 0 \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \phantom{0} \end{array}$

# Význam čísla

- Množství
- Pořadí
- Adresa
- Kód
- Veličina
- Operátor

# Zápis čísel – číslice, cifra

- Číslice je znak k zápisu čísla. Používáme 10 znaků (nula, jednička, dvojka, ... devítka).
- Desítka není číslice, k zápisu čísla 10 (a větších) používáme dvě (několik) číslic.
- Na prvním stupni je třeba rozlišovat pojmy číslo, číslice, tj. kdy hovoříme o „čarách na papíru“ nebo kdy hovoříme o počtu prvků.

# Problémy s psaním číslic

- Problémy s psaním číslic:
  - Obtížnost zápisu některých znaků (psaní zdola)
  - Rozlišování tvarově podobných znaků (zraková percepce)
  - Psaní číslic jednostranně orientovaných (pravolevá orientace)
  - Digitální zápis číslic
  - V budoucnu: Římské číslice

# Čtení čísel, číslovky

- Číslovka je slovní druh, řídí se pravidly českého pravopisu
- Je třeba věnovat pozornost správnému vyjadřování (nikdy dvěmi nebo dvoumi, ale **dvěma**, nikdy třema, ale **třemi**)
- Správné skloňování číslovek

# Číselná soustava

Číselná soustava je způsob reprezentace čísel

Číselné soustavy adiční, poziční

Číselná soustava o základu  $z$  má  $z$  znaků

Používáme poziční desítkovou soustavu

V poziční číselné soustavě má každá číslice dvě hodnoty: vlastní, místní

V budoucnu: řád číslice, počet jednotek příslušného řádu



# Počítání po jedné

- Jak určíme počet prvků skupiny, když na první pohled nepoznáme, kolik jich je?
- Co vlastně děláme, když počítáme po jedné?
- Vyjmenování uspořádané řady slov, za každým slovem by měly děti vidět jeho význam
- Nikoliv bezduché vyjmenovávání slov
- Číselná řada –vzestupně, sestupně
- Žádné slovo nesmí vynechat, žádné slovo opakovat

# Rozšiřování číselného oboru na 1. stupni ZŠ

- 1. ročník čísla 0 – 20
- 2. ročník čísla 0 – 100
- 3. ročník čísla 0 – 1000
- 4. ročník čísla 0 – 1 000 000
- 5. ročník Přirozená čísla

# Rámcový vzdělávací program pro ZV, Školní vzdělávací program

- Očekávané výstupy:
- 1.období (1. – 3. ročník)
- 2. období (4. a 5.ročník)
- Rozvoj klíčových kompetencí
  
- Aktuální RVP ZV lze najít na stránkách MŠMT

# Čísla 10 - 20

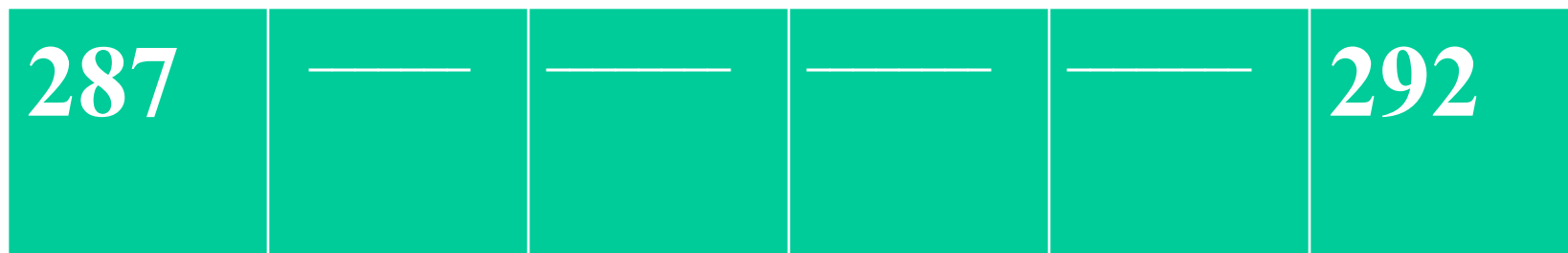
- Začínáme budovat podstatu poziční desítkové soustavy, např. číslo 16 – jednotky, desítka
- Pojem desítky – skupina o deseti prvcích
- Pomůcky: svazky brček, tyčinek
- Zvážit vhodnost peněžního modelu
- Rozklad čísla na desítku a jednotky

# Čísla 0 - 100

- Motivace – kde se dítě setkává s dvojcifernými čísly
- Počítání po desítkách po jednotkách, vzestupně, sestupně
- Řada čísel, přechody mezi desítkami
- Problémy:
  - Není vytvořena představa čísla
  - Záměna čísel např. 26, 62

# Čísla 0 - 1000

- Motivace – příklady používání trojčiferných čísel
- Správné čtení čísel
- Zápis trojčiferných čísel
- Pomůcky:
  - Kartičky
  - Tabulky k doplňování čísel
  - Řádové počítadlo



# Číslo 0 – 1 000 000

- Rozdělit – postupně čísla do 10 000, do 100 000, do 1 000 000

Vhodná motivace

Čtení a zápis čísel, zejména s nulami

Třídy – třída jednotek, tisíců, milionů ...

Řádková tabulka

Řádkové počítadlo

Velká čísla



# Problémy dětí s přirozenými čísly

- Neumí vytvořit skupinu o daném počtu prvků
- Neumí určit počet prvků dané skupiny
- Nejsou schopni zbavit se konkrétních představ, nedochází k vytvoření pojmu přirozené číslo
- Neumí se odpoutat od pojmenování předmětů
- Neumí vyjmenovat řadu čísel vzestupně, sestupně
- Má problémy s přechody mezi desítkami, stovkami, atd.
- Nepochopí podstatu desítkové soustavy

# Problémy s čtením čísel

- Nerozlišuje jednotlivé znaky – číslice
- Neumí přečíst víceciferná čísla, čte po jednotlivých cifrách
- Neorientuje se ve čtení víceciferných čísel
- Problémy s čísly, v jejich zápisu se vyskytuje nula
- Problémy se skloňováním číslovek (např. 7. pád)

# Problémy se zápisem čísel

- Správný zápis jednotlivých číslic 0 – 9 (psaní zdola, vlastní přístupy)
- Problémy s rozlišováním tvarově podobných znaků v zápisu číslic arabských i v digitálním tvaru
- Problémy s pravolevou orientací u číslic i čísel
- Nerozlišování řádu číslic v zápisu čísla
- Chybný zápis čísel s nulami ( tři sta dva 3002)
- Nepochopení čísla jako celku, vidí izolované číslice
- Neschopnost psaní čísel podle diktátu

# Nápravná opatření, pomůcky

- Podněty z blízkého okolí dětí, kvantifikovat aktivity (např. prostírání u stolu, hračky, hry dětí, molekuly, vytváření různých konfigurací,
- Pohádky, písničky, říkánky
- Kreslení, dokreslování, vybarvování
- Domino
- Člověče nezlob se
- Brčka, tyčinky
- Karty s čísly

# Pomůcky

- Tabulky k doplňování čísel
- Počítadlo
- Řádové počítadlo
- Řádové tabulky
- Čísla v běžném životě, čísla kolem nás

# Porovnávání přirozených čísel

- Vztahy více, méně, stejně – bez čísel
- Porovnávání čísel, nikoliv objektů
- Znaký pro porovnávání

# Porovnávání pomocí zobrazení

- A o o o o o o
- B x x x x
- Kroužků je více než křížků

Zobrazení z množiny A na množinu B

Zápis čísel: kroužků 6

křížků 4

Zápis nerovnosti:

Kroužků je více  $6 > 4$

# Porovnávání

A    o o o o

B    x x x x x x x

Kroužků je méně než křížků

Zobrazení množiny A do množiny B

Zápis čísel: kroužků 4

          křížků 7

Zápis nerovnost: kroužků je méně  $4 < 7$



# Porovnávání

- A      o o o o o
- B      x x x x x
- Kroužků je stejně jako křížků
- Zobrazení množiny A na množinu B
- Zápis čísel: kroužků 5
- křížků 5
- Zápis rovnosti:  $5 = 5$

# Porovnávání pomocí číselné osy

- Co je číselná osa ?
- Přímka – obrazy reálných čísel
- Polopřímka – obrazy přirozených čísel
- Obrazem čísla na číselné ose je bod (nikoliv úsečka)
- Ze dvou čísel znázorněných na číselné ose je větší to, jehož obraz je více vpravo

# Porovnávání pomocí zápisu v desítkové soustavě

- Přirozená čísla nemají stejně číslic
- $608 < 6\ 080$
- Přirozená čísla mají stejně číslic
- $45\ 742 > 45\ 724$

# Problémy při porovnávání čísel

- Nezvládnutí používání znaků pro porovnávání
- Chybné porovnávání velikostí objektů a jejich počtu
- Nepochopení rozdílu mezi rovností množin a ekvivalencí množin
- Nesprávné porovnávání pomocí číselné osy
- Při porovnávání pomocí zápisu nepochopení odpovídajících si řádů

# Chybné grafické znázornění

$$\text{😊😊}^4 = 4$$

- Chybně

$$000 < 00000$$

$$000000 > 4$$

- Správně

$$000 \quad 00000$$

$$3 < 5$$

$$000000 \quad 0000$$

$$6 > 4$$

Znaky pro porovnávání nikdy nevkládáme mezi objekty, ale vždy jen mezi čísla

>

# Chybné grafické znázornění

- Chybně
- $00000 = xxxxx$
- 
- $00000 = 5$
- Nezaměňujme rovnost a ekvivalenci množin. Množiny mají stejně prvků, ale nerovnají se. Rovná se jen počet jejich prvků.
- Nezaměňujme porovnávání velikostí prvků a jejich počtu.

Správně

$00000 \quad xxxxx$

$5 = 5$

$00000 \quad 5$

# Zaokrouhlování přirozených čísel

- Co je zaokrouhlování, k čemu se využívá
- Motivace – určování cen, rozlohy států, počty obyvatel, atd. – čísla, která nemůžeme vyjádřit přesně
- Výsledky měření
- Zaokrouhlování přirozených čísel je nahrazení čísla přesného číslem jemu blízkým podle určitých pravidel. Pravidla jsou stanovena českou státní normou.

# Zaokrouhlování - pravidla

- Jestliže zaokrouhlujeme přirozené číslo na určitý řád, zajímá nás počet jednotek řádu o jednu nižšího, např. máme zaokrouhlit číslo 76 479 na tisíce. Zajímá nás počet stovek.
- Pokud je počet jednotek řádu o jednu nižšího než je řád zaokrouhlovaný 0, 1, 2, 3 nebo 4, počet jednotek zaokrouhlovaného řádu ponecháme a na místa nižších řádů zapíšeme nuly. 76 000
- **Zaokrouhlování dolů**



# Zaokrouhlování - pravidla

- Pokud je na místě řádu o jednu nižším, než je řád zaokrouhlovaný, některé z čísel 5, 6, 7, 8 nebo 9, počet jednotek zaokrouhlovaného řádu zvětšíme o jednu a na místa nižších řádů zapíšeme nuly, např. číslo 96 789 zaokrouhlené na tisíce: 97 000
- **Zaokrouhlování nahoru**
- Symbol  $\cdot$
- $=$
- „rovná se po zaokrouhlení“

# Zaokrouhlování - problémy

- Děti pracují jen a aktuálními řády, ostatní čísla opíší:
- 148 620      149 620 nebo 149 020
- nebo 9 000 (domnívají se, že mají být je tisíce)
  
- Postupné zaokrouhlování je chybné:
- 34 756 je správně zaokrouhleno na desetitisíce: 30 000.
- Chybně: na desítky 34 760, na stovky 34 800,
- na tisíce 35 000, na desetitisíce 40 000.
- Zaokrouhlování v tabulce

# Zaokrouhlování - užití

- Odhady výsledků při početních operacích – alespoň řádově.
- Sčítání – zpravidla bez problémů
- Odčítání – zda zaokrouhlujeme menšence nahoru a menšitele dolů nebo naopak
- Násobení – zpravidla bez problémů
- Dělení – zda zaokrouhlujeme dělence nahoru a dělitele dolů nebo naopak

# Rozklady čísel

- Na dvě části
- Desítky, jednotky, atd.
- Rozvinutý zápis čísla