Zápis přirozeného čísla a v poziční číselné soustavě se základem z. Převody zápisu čísla mezi číselnými soustavami.

Věta:

Každé přirozené číslo **a** lze vyjádřit právě jedním způsobem ve tvaru
$a = a_n . z^n + a_{n-1}.z^{n-1} + a_{n-2} . z^{n-2} +\ldots+ a_2 . z^2 + a_1 . z^1 + a_0 . z^0$,
kde $a_n, a_{n-1}, \ldots , a_2, a_1, a_0 \in N$, $0 \le a_i < z$ pro $i = 0,1,2,\ldots, n-1$,
$a_n \neq 0$, $a_n < z$; z je přirozené číslo větší než 1

z - základ číselné soustavy
a_i - číslice i-tého řádu
z^i - jednotka i-tého řádu

$a = a_n . z^n + a_{n-1}.z^{n-1} + a_{n-2} . z^{n-2} +\ldots+ a_2 . z^2 + a_1 . z^1 + a_0 . z^0$ - je tzv. **rozvinutý zápis čísla a v číselné soustavě se základem z.**
Zkráceně píšeme $a = (a_n\, a_{n-1}\, a_{n-2} \ldots a_2\, a_1\, a_0)_z$

Příklad:

$$a = 537 = \underbrace{5 . 10^2 + 3 . 10^1 + 7 . 10^0}_{\text{rozvinutý zápis čísla 537 v desítkové soustavě}}$$

Pozn.
K zapsání libovolného čísla v číselné soustavě se základem **z** potřebujeme **z** číslic (znaků), jsou to číslice(znaky) 0,1,2, ….,, z-1.
V desítkové soustavě máme číslice 0,1,2,….,9,
ve dvojkové soustavě máme číslice 0,1;
v trojkové soustavě číslice 0,1,2;
v osmičkové soustavě číslice 0,1,2, …, 7;
ve dvanáctkové soustavě potřebujeme číslice 0,1,2,….,9, A, B;
v šestnáctkové soustavě používáme číslice 0,1,2,….,9, A, B, C, D, E, F (přičemž $A_{16}= 10_{10}$, $B_{16}= 11_{10}$, $C_{16}= 12_{10}$, $D_{16}= 13_{10}$, $E_{16}= 14_{10}$, $F_{16}= 15_{10}$)

Převody zápisů přirozeného čísla z jedné číselné soustavy do druhé.

1. Převod ze soustavy o základu z ≠ 10 do soustavy desítkové (z = 10).

Provádí se pomocí rozvinutého zápisu čísla:

***Příklad*:**

$10212_3 = 1 \cdot 3^4 + 0 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1 \cdot 3^1 + 2 \cdot 3^0 = 104_{10}$
$10212_3 = 104_{10}$

2. Převod ze soustavy desítkové ($z = 10$) do soustavy se základem $z' \neq 10$.

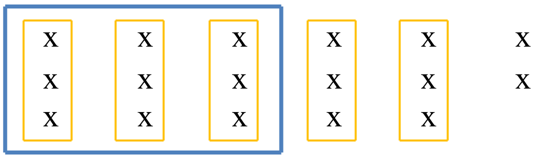
Metody: a) graficky (seskupováním)
b) dělení mocninami základu
c) postupné dělení základem

***Příklad*:**
Číslo 17 zapište v soustavě se základem $z = 3$

a) Metoda grafická

Využíváme principu zápisu čísla v poziční soustavě o základu z:
z jednotek řádu k-tého tvoří jednotku řádu k+1

Pro $z = 3$: Ze tří jednotek 0.řádu vznikne jedna jednotka 1.řádu, ze tří jednotek 1.řádu vznikne 1 jednotka 2.řádu atd.



tj. $\mathbf{17_{10} = 122_3}$

b) Metoda dělením mocninami základu

Zapíšeme si mocniny základu: $3^0 = 1$ $3^1 = 3$ $3^2 = 9$ $3^3 = 27$

Číslo 17 dělíme nejvyšší mocninou základu, která je menší než 17, tj. $9 = 3^2$. Zbytek dále dělíme o jedna menší mocninou základu, tj. $3 = 3^1$. Opět zbytek dělíme o jedna menší mocninou základu, tedy dělíme číslem 1, což je 3^0. Neúplné podíly udávají cifry v zápisu čísla.
Při použití této metody musíme provádět dělení postupně všemi mocninami od nejvyšší až po nultou mocninu základu.

$17 : 3^2 = 1$ (zb. 8) → $17 = 1 \cdot 3^2 + 8$
$8 : 3^1 = 2$ (zb. 2) → $17 = 1 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3^1 + 2$
$2 : 3^0 = 2$ → $17 = 122_3$

$\mathbf{17_{10} = 122_3}$

c) Metoda postupného dělení základem $a = 17, \quad z = 3$

Číslo 17 dělíme číslem 3, tj. základem soustavy, do které zápis převádíme. Zjistíme neúplný podíl 5 a zbytek 2. Neúplný podíl dělíme číslem 3, zapíšeme zbytek 2. Další neúplný podíl opět dělíme číslem 3 a zapisujeme zbytek. V postupném dělení základem pokračujeme tak dlouho, až je neúplný podíl roven 0. Cifry v zápisu čísla udávají zbytky při postupném dělení v pořadí od posledního.

$$\begin{array}{r|l}
\underline{17} & \underline{:3} \\
5 & 2 \\
1 & 2 \\
0 & 1
\end{array}\uparrow$$

17 : 3 = 5 (zb. 2)
5 : 3 = 1 (zb. 2)
1 : 0 = 0 (zb. 1)

$\mathbf{17_{10} = 122_3}$

3. Převod ze soustavy o základu $z \neq 10$ do soustavy se zákl. $z' \neq 10$

***Příklad**:*

a) *Zapište číslo 221_3 v soustavě se základem 8.* ($z = 3 \rightarrow z'' = 10 \rightarrow z' = 8$)

$221_3 = 2.3^2 + 2.3^1 + 1.3^0 = 25_{10}$
$25_{10} = 3.8^1 + 1.8^0 = 31_8$ $\mathbf{221_3 = 31_8}$

b) Platí-li $\mathbf{z' = z^n}$ nebo $z = (z')^n$, tj. základ jedné soustavy je přirozenou mocninou základu druhé soustavy, pak můžeme provádět tzv. **přímé převody** mezi soustavami se základem z a z´.

Přímý převod zápisu čísla mezi soustavami **z** a $\mathbf{z^n}$ je založený na větě:
Číslo zapsané **n** ciframi v číselné soustavě se základem **z** se zapíše jednou cifrou v číselné soustavě se základem $\mathbf{z^n}$ a naopak číslo zapsané jednou číslicí v číselné soustavě se základem $\mathbf{z^n}$ je zapsáno nejvýše **n** ciframi v číselné soustavě se základem **z.**

***Příklad**:*

a) *Zapište číslo $11|00|01|10_2$ v číselné soustavě se základem 4 a 16* **.**

Protože $4 = 2^2$, rozdělíme zápis čísla v soustavě dvojkové na skupiny pro dvou cifrách; počet skupin určí počet cifer v zápisu čísla ve čtyřkové soustavě. Každé dvojčíslí převádíme zvlášť z dvojkové do čtyřkové soustavy.

$$\overset{2^1 2^0}{11}|00|01|10_2 = \dot{3}\dot{0}\dot{1}\dot{2}_4$$

$10_2 = 1 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 2$
$01_2 = 0 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 1$
$00_2 = 0 \cdot 2^1 + 0 \cdot 2^0 = 0$
$11_2 = 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = 3$

Protože $16 = 2^4$, rozdělíme zápis čísla v soustavě dvojkové na skupiny pro čtyřech cifrách; počet skupin určí počet cifer v zápisu čísla v šestnáctkové soustavě. Každé čtyřčíslí převádíme zvlášť z dvojkové do šestnáctkové soustavy.

$1100|0110_2 = \underset{\bullet}{C}\ \underset{\bullet}{6}_{16}$

$110_2 = 1 \cdot 2^2 + 1.2^1 + 0 \cdot 2^0 = 6_{10} = 6_{16}$
$1100_2 = 1.2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0.2^1 + 0 \cdot 2^0 = 12_{10} = C_{16}$

b) Zapište číslo $2E5_{16}$ v číselné soustavě se základem 2.

Protože $16 = 2^4$, je třeba číslo zapsané **jednou číslicí v šestnáctkové soustavě** rozepsat pomocí **čtyř číslic ve dvojkové soustavě**.

$2E5_{16} = \quad 10|1110|0101_2$
$. \ . \ . \ .|. \ . \ . \ .|. \ . \ . \ ._2$

$5_{16} = 5_{10} = 101_2$
$E_{16} = 14_{10} = 1110_2$
$2_{16} = 2_{10} = 10_2$