

Matematika a didaktika matematiky

- Matematika a didaktika matematiky v profesní přípravě učitele ZŠ
- Matematika a školská matematika
- Vzdělávací obsah (učivo matematiky) -
Rámcový vzdělávací program –
Matematika a její aplikace

Několik citátů na úvod

- „Tak už je to tady! Je konec biflování, nikdo už nebude zotročován informacemi, neboť ze škol budou vycházet jen lidé dovední, tvořiví a schopní kriticky promluvit kdykoli a o čemkoli....“
„Stejně nesmyslná je pohádka o bezbolestném učení. Kdo nesnil o tom, že spolkne prášek a bude mluvit všemi jazyky. Protože to nejde, začínáme tvrdit, že **vzdělanec je ten, kdo zná pouze to, co chce znát....**“
P. Janoušek, ředitel Ústavu pro českou literaturu AV ČR
- „Veškeré jednání a myšlení člověka musí mít předmět. Škola nemá jinou důležitější úlohu, než učit jasnému myšlení, opatrnému úsudku a konsekventním závěrům... Škola, která přestala být místem pohody, soustředění, kontemplace, přestává být školou. Stává se místem životní nutnosti, dominují v ní projekty a praktika, zkušenosti a kontaktní sítě, exkurze a výlety“.
- „Školy se stávají náhradou za rozpadávající se rodinu, preventivní institucí v oblasti drog a AIDS, poskytovatelem sexuální a jiné osvěty, zařízeními na řešení problémů světa dospělých“.
Rakouský vědec Konrad Paul Liessmann

Společnost a vzdělání

“Matematika není nic, co lidé buď „mají“ nebo „nemají“. Že to „nemají“ je pouze výmluva lenochů, kterým se nechce odvést potřebnou práci. V tom je krása i krutost matematiky. Učí logickému a racionálnímu myšlení, ale také vyžaduje pracovitost, houževnatost a dril... Že „nebudu matematiku nikdy potřebovat“ je výmluva stejně hloupá, jako kdyby jakýkoliv sportovec tvrdil, že nemusí cvičit a posilovat.”

Miloš Čermák, <http://www.lidovky.cz/>

Naše pedagogické přesvědčení – shodneme se spolu na tom?

- Budoucí učitel na 1. stupni základní školy solidní matematickou přípravu potřebuje.
- Prostředí pro kultivaci myšlení žáka primární školy může vytvořit pouze kvalifikovaný a matematicky erudovaný učitel, který tak naplňuje příspěvek matematiky k intelektuálnímu rozvoji dítěte.
- Matematické kompetence nelze získat bez matematického řemesla, bez porozumění matematice a bez znalostí, bez náročného studia matematiky.
- Absence nezbytných matematických znalostí na úkor líbivé „aktivizace“ žáků stejně jako prakticistické „metodikaření“ bez potřebného odborného zázemí nevytváří podle našeho názoru podmínky pro moderní a efektivní matematické vyučování.

Nejprve něco k pousmání

Vývoj obtížnosti úloh zadaných v jedné americké škole v letech 1970 - 2010

Zadání úlohy: Dřevorubec pokácel stromy a prodal dřevo ve městě za 1 000 dolarů. Jeho výdaje byly 800 dolarů.

Otázka úlohy:

V roce 1970: Kolik vydělal?

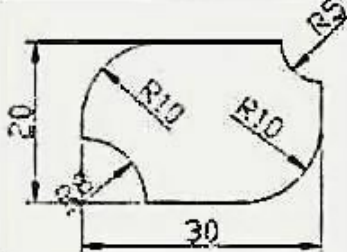
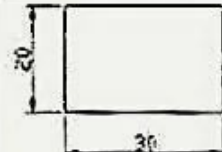
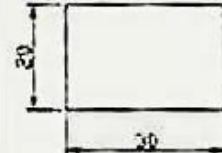

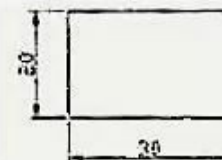

V roce 1980: Vydělal 400, 300, 200 nebo 100 dolarů? Podtrhni správný výsledek.

V roce 1990: Je pravda, že vydělal 200 dolarů?

V roce 2000: Prověř s pomocí kalkulačky, zda
 $1\ 000 - 800 = 200$.

V roce 2010: Napiš esej o tom, jak se cítila zvířátka, kterým dřevorubec pokácel stromy.

**Pedagogický vývoj, který dovolí
dosáhnout 100% úspěchu u maturity.**

<p>1990</p>		<p>Vypočítejte plochu</p>
<p>1995</p>		<p>Vypočítejte plochu</p>
<p>2000</p>		<p>Jaká je délka d tohoto obdélníku? Jaká je šířka $š$ obdélníku? Násobením $d \times š$, vypočítejte plochu tohoto obdélníku</p>
<p>2005</p>		<p>Plocha obdélníku (Zaškrtněte křížek u správné odpovědi)</p> <p>100 <input type="checkbox"/></p> <p>400 <input type="checkbox"/></p> <p>600 <input type="checkbox"/></p>
<p>2010</p>		<p>Plocha obdélníku (Zaškrtněte křížek vpravo od čísla)</p> <p>600 <input type="checkbox"/></p>
<p>2017</p>		<p>Pokud ti to nebude vadit, vybarvi obdélník barvičkou, která se ti bude líbit nejvíc. Pokud ne, dělej, co chceš, ale respektuj pravidla EU.</p>

A teď už zcela vážně

- **Matematika** (z [řec.](#) μαθηματικός (*mathematikós*) = milující poznání; μάθημα (*máthema*) = věda, vědění, poznání. Zabývá se z formálního hlediska **kvantitou, strukturou, prostorem a změnou**. Mezi jinými vědami se vyznačuje nejvyšší mírou abstrakce a přesnosti. Díky těmto vlastnostem je matematika často označována za "*královnu věd*".
- *Matematika je věda o číslech a geometrických útvarech (věda o kvantitativních a prostorových vztazích reálného světa).*

- **Didaktika** (z řeckého slova *didasko*, které znamená učím nebo vyučuji) je *teorie vzdělávání*, která se zabývá obsahem, metodami, formami, postupy a cíli vyučování.
- Je součástí pedagogiky - *paidagógos* (řecky: παιδαγωγέω; *paidós*: dítě, *ágein*: vést, doprovázet) býval označován otrok, který pečoval a doprovázel syna (dívky nebyly veřejně vzdělávány) svého pána na cvičení a do školy.
- *Didaktika matematiky je speciální didaktika (oborová didaktika) ve smyslu teorie vzdělávání v matematice. Je vědou se svou vlastní strukturou, logikou a způsobem myšlení.*

Oblasti (dimenze) didaktiky matematiky

- **obsahová** (vzdělávací obsah, učivo, tzv. školská matematika jako výběr a transformace poznatků matematické vědy do didaktického systému příslušného druhu a stupně školy, vzdělání jako výsledek procesu vzdělávání),
- **pedagogická** (proces vzdělávání - metody, zásady, formy a postupy vyučování ve smyslu činnosti učitele, poznávací procesy žáků),
- **psychologická** (např. motivační aspekt ve vyučování a učení žáků, interakce mezi učitelem a žákem),
- **konstruktivní** (technologie vyučování – cíle vzdělávání, jeho projektování/plánování, realizace a evaluace, směřované k použití v konkrétním případě, zaměřené k jednání učitele v konkrétní situaci).

Otázky, které si klade učitel matematiky

- *Jakým způsobem upoutám na začátku hodiny matematiky pozornost žáků 5. ročníku, kteří se právě vrátili z tělocvičny?*
- *Jak zjistím příčinu stále se opakujících chybných řešení v algoritmu dělení dvoumístným dělitelem?*
- *Jak zajistit, aby žáci 2. ročníku pochopili podstatu operace násobení přirozených čísel?*

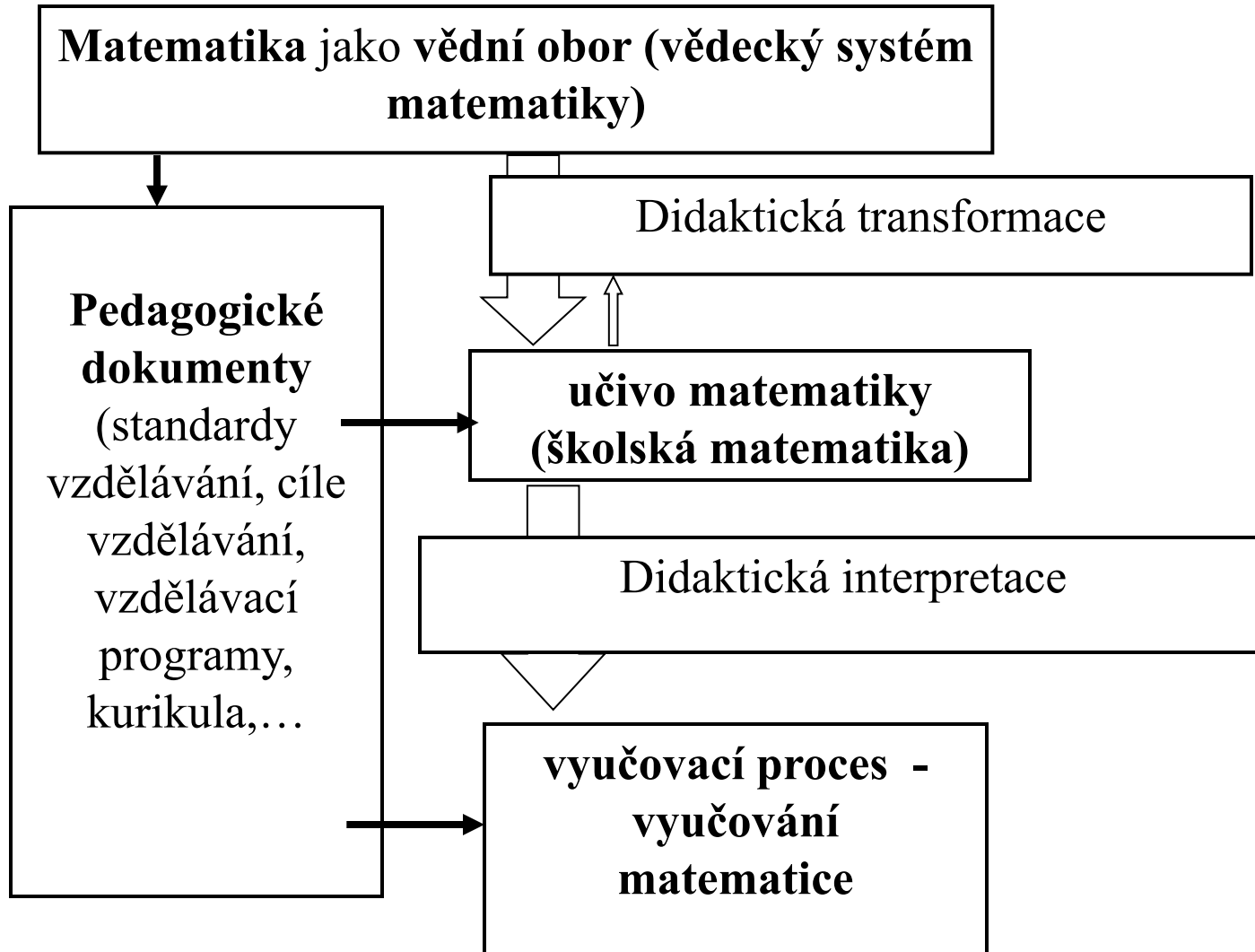
Cíle práce učitele matematiky

nejen **naučit** předepsané učivo, ale především **formovat osobnost žáka**, vytvářet prostředí, které umožňuje přirozenou kultivaci matematického myšlení žáka a jeho vzdělanosti

ne konstatovat, že je žák neschopný, ale **změnit jeho vztah k práci** - respektovat původní žákovské koncepty, které si vytvořili a přinesli do vyučování, dále je upravovat rozvíjet, přepracovávat,

nedeformovat motivaci žáka, ale **vytvářet a rozvíjet jeho pozitivní vztah k matematice**

Vztah matematiky jako vědy a školské matematiky



Didaktická transformace a didaktická interpretace

- **Didaktická transformace** je výběr poznatků matematiky jako vědy a jejich zpracování na systém vědomostí, dovedností, myšlenkových postupů a operací, hodnot a vlastností osobnosti, které si má žák osvojit pod vedením učitele.
- **Didaktická interpretace** matematiky je realizována každým učitelem v jeho každodenním vyučování, v práci se žáky zaměřené k tomu, aby si žáci osvojili stanovené učivo.

Matematika jako vyučovací předmět

- zaujímá **významné postavení ve všech pedagogických dokumentech** (vzdělávací programy, standardy, osnovy),
- svým rozsahem i obsahem zaujímá **významné místo v soustavě vyučovacích předmětů základní školy**
- **struktura vyučovacího předmětu reflektuje cíle vyučování a představy společnosti o jeho funkci ve vzdělávacím systému**
- **do vyučovacího předmětu jsou transformovány pouze ty nejzákladnější matematické poznatky (pojmy, jevy,...)**
- **vztah mezi vědeckou (odbornou) matematikou a vyučovacím předmětem je velmi volný**

UČIVO MATEMATIKY V ZÁKLADNÍ ŠKOLE

- ***Učivem se obvykle rozumí obsah matematického vzdělávání (co se žáci mají naučit). Je konkretizováno v pedagogických dokumentech (standards, rámcové vzdělávací programy, učební plány, učební osnovy).***
- **Státní úroveň v systému kurikulárních dokumentů představují**
- ***Národní program vzdělávání a***
- ***Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání.***
- **V RVP se koncentruje učivo školního předmětu matematika do vzdělávací oblasti Matematika a její aplikace - dostupné <http://www.nuv.cz/file/4982/>.**
- **Na školní úrovni si školy vypracovávají vlastní *Školní vzdělávací programy*.**
- **Standards vzdělávání lze najít na webové stránce MŠMT ČR:
Standards_Matematika: Dostupné z <http://www.msmt.cz/file/16601>.**
- ***Očekávané výstupy učení (OVU): předškolní vzdělávání, 3. a 5. ročník, 7. a 9. ročník***

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

- vymezuje vše, co je společné a nezbytné v **povinném základním vzdělávání žáků**
- specifikuje úroveň **klíčových kompetencí**, jichž by měli žáci dosáhnout
- vymezuje **vzdělávací obsah** ve vzdělávacích oblastech - **očekávané výstupy a učivo**, které budou ve školních vzdělávacích programech didakticky transformovány do učebních osnov jednotlivých předmětů a rozpracovaných výstupů a učiva

Rámcový vzdělávací program pro základní vzdělávání

- zařazuje jako závaznou součást **průřezová témata** s výrazně formativními funkcemi
- podporuje **komplexní (integrativní)** přístup k realizaci vzdělávacího obsahu, včetně možnosti jeho vhodného propojování
- předpokládá volbu **různých vzdělávacích postupů**, odlišných metod a forem výuky

Klíčové kompetence

- k učení
- k řešení problémů
- komunikativní
- sociální a personální
- občanské
- pracovní

Vzdělávací oblasti

- Jazyk a jazyková komunikace (Český jazyk a literatura, Cizí jazyk)
- **Matematika a její aplikace**
- Informační a komunikační technologie
- Člověk a jeho svět
- Člověk a společnost (Dějepis, Výchova k občanství)
- Člověk a příroda (Fyzika, Chemie, Přírodopis, Zeměpis)
- Umění a kultura (Hudební vých., Výtvarná vých.)
- Člověk a zdraví (Vých. ke zdraví, Tělesná vých.)
- Člověk a svět práce

Matematika a její aplikace

tematické okruhy

- **Číslo a početní operace (na 1. stupni),**
- **číslo a proměnná (na 2. stupni):** dovednost provádět operaci, algoritmické porozumění, významové porozumění)
- **Závislosti, vztahy a práce s daty:** tabulky, diagramy, grafy
- **Geometrie v rovině a prostoru**
- ***Nestandardní aplikační úlohy a problémy***

Číslo a početní operace

- Číslo **přirozené** (do 20, do 100, do 1000, N_0), číslo racionální (**zlomek a desetinné číslo**), propedeuticky číslo **záporné**
- Početní **operace** (výkony): sčítání, odčítání, násobení, dělení, dělení se zbytkem
- Numerace = způsob pojmenování a zapisování čísel, jejich porovnávání, uspořádání podle velikosti, resp. umístění čísla v číselné řadě apod.
- Terminologie:
 - číslo, číslice, číslovka
 - zápis čísla v desítkové (dekadické) číselné soustavě: řád číslice – jednotky, desítky, stovky, ...; desetiny, setiny, ...
 - zlomek: čitatel, zlomková čára, jmenovatel
 - operace sčítání: sčítanec, sčítanec, součet
 - operace odčítání: menšenec, menšitel, rozdíl
 - operace násobení: činitel, činitel, součin
 - operace dělení: dělenec, dělitel, podíl
 - dělení se zbytkem: dělenec, dělitel, neúplný podíl, zbytek

Číslo a proměnná

- Čísla **racionální** (zlomky a desetinná čísla – rozšíření z 1. stupně), **celá (kladná a záporná)**
- Vztah celek – část: vyjádření přirozeným číslem, poměrem, zlomkem, desetinným číslem, procentem
- Dělitelnost přirozených čísel: dělitel, násobek, prvočíslo a číslo složené
- **Operace** s racionálními a celými čísly
- **Algebra** (používání písmen ve významu čísel):
- *Proměnná a algebraické výrazy* představují vstup do abstraktní matematiky
- *Lineární rovnice*, jejich řešení metodou ekvivalentních úprav
- Terminologie: **proměnná** (v zápisu algebraického výrazu, např. ve vzorci $S = a \cdot b$), **neznámá** (v rovnici = číslo, které máme vypočítat)

Závislosti, vztahy a práce s daty

- (Propedeutika binárních relací a funkcí: přímá úměrnost, lineární funkce)
- **Grafické znázornění dat a informací:** tabulky, diagramy (sloupcový, kruhový)
- **Popisná statistika:** statistické šetření, soubor, aritmetický průměr

Geometrie v rovině a prostoru

- V tematickém okruhu Geometrie v rovině a v prostoru žáci určují a znázorňují **geometrické útvary** (2D a 3D) a geometricky modelují reálné situace, hledají podobnosti a odlišnosti útvarů, které se vyskytují všude kolem nás, uvědomují si **vzájemné polohy objektů** v rovině (resp. v prostoru), učí se porovnávat, odhadovat, **měřit délku**, velikost **úhlu**, **obvod a obsah (resp. povrch a objem)**, zdokonalovat svůj grafický projev.
- Zkoumání tvaru a prostoru vede žáky k řešení polohových a metrických úloh a problémů, které vycházejí z běžných životních situací.

Nestandardní aplikační úlohy a problémy

- Jejich řešení může být do značné míry nezávislé na znalostech a dovednostech školské matematiky, ale při němž je nutné uplatnit **logické myšlení**. Tyto úlohy by měly **prolínat všemi tematickými okruhy** v průběhu celého základního vzdělávání. Žáci se učí řešit **problémové situace a úlohy** (např. slovní úlohy typu „zebra“, magické čtverce,...), pochopit a analyzovat problém, utřídit údaje a podmínky, provádět situační náčrty, řešit optimalizační úlohy. Řešení logických úloh, jejichž obtížnost je závislá na míře rozumové vyspělosti žáků, posiluje vědomí žáka ve vlastní schopnosti logického uvažování a může podchytit i ty žáky, kteří jsou v matematice méně úspěšní.

Jaké vlastnosti má mít učitel počtů (Klaška, K. Reformní směry ve vyučování počtům a jejich kritické posouzení. SPN Praha 1938, s. 11)

- (1) Musí mít důkladné pedagogické a didaktické vědomosti, aby teoretické početní výzkumy dovedl obratně prakticky zužitkovati.*
- *(2) Musí do nejmenších podrobností ovládati svůj předmět.*
- *(3) Musí rozuměti psychologii dítěte, aby dovedl nesnadné početní partie upravit a podati dětem podle jejich individuálních schopností.*
- *(4) Musí se jeviti žáku jako vzor a ideál v početní činnosti.*
- *(5) Musí poskytovat žáku radost a štěstí z ušlechtilé početní tvorby a přesné práce.*
- *(6) Musí býti stále spravedlivý, ukázněný, důsledný a přátelsky přísný.*
- *(7) Musí důkladně poznati a pochopiti žáka po všech jeho stránkách a vžívat se do jeho postavení při řešení příkladů.*
- *(8) Musí si vésti přesné poznámky o pokrocích a potřebách svých žáků.*
- *(9) Musí mít tyto hlavní ctnosti: skromnost, sebekritičnost a ustavičnou touhu po dalším sebevzdělávání a zdokonalování.*
- *(10) Musí věnovati vždy slabším žákům více laskavosti a více pomoci.*