

Strategie podpory matematické gramotnosti podzim 2022

Jana Veseláková

8) PRIORITA POČETNÍCH OPERACÍ, DESETINNÉ ČÍSLO, ZLOMEK

- používání závorek a priorita operací
- propedeutika pojmu desetinné číslo a zlomek
- nejčastější problémy a možné reeduкаční postupy

PRIORITA POČETNÍCH OPERACÍ

- pokud se v číselných výrazech vyskytuje více početních operací, je potřeba stanovit postup jejich výpočtu
- operace ve výrazech mohou být stejné nebo různé (např. sčítání a odčítání)

Vzorově vyřešte následující příklady:

- a) $26 - (12 - 8)$
- b) $42 + 14 - 16$
- c) $3 + 5 \cdot 6$
- d) $28 - 6 \div 3$
- e) $100 - 25 - 30$
- f) $(3 + 5) \cdot 6$
- g) $6 \cdot 5 + 4 \div 2$
- h) $3 \cdot 5 \cdot 6$
- i) $40 \div 5 \div 2$

Formulujte pravidla, která žáci při výpočtu používají.

Jaké chyby mohou žáci při počítání těchto příkladů udělat?

Jaké můžeme využít reeduкаční postupy?

- pokud se ve výrazu vyskytují pouze operace sčítání a odčítání a nejsou zde žádné závorky, počítáme zleva doprava, stejně tak pro násobení a dělení
- pokud se ve výrazu objevují operace sčítání, odčítání, násobení a dělení, a nejsou vyznačeny závorky, platí následující pravidlo: **násobení a dělení má vždy přednost před sčítáním a odčítáním** (pokud nejsou uvedeny závorky)

Problémy v prioritě početních operací

- a)** žák provede početní výkon v závorce nejprve, zapomene na další operace (např. $80 - (30 - 10) = 20$)
 - **možnosti nápravy:** výsledek operace v závorce napišeme nad nebo pod závorku
 - postup provádění operací znázorníme graficky
- b)** žák vypočítá výraz v závorce jako první, jako první jej zapíše, a pak neumí příklad dopočítat (např. $80 - (30 - 10)$, vypočítá $30 - 10 = 20$, poté zapíší $20 - 80$ a příklad neumí dopočítat)
 - **možnosti nápravy:** používání závorek, které si žák vyznačí, např. $5 + (2 \cdot 6)$
 - neustále upozorňujeme žáky na přednost početních operací
- c)** žák nerespektuje přednost operací násobení nebo dělení před sčítáním a násobením, počítá „zleva doprava“
 - příklady typu: $5 + 2 \cdot 6$, žák počítá $5 + 2 = 7$, $7 \cdot 6 = 42$
 - **možnosti nápravy:** používání závorek, které si žák vyznačí, např. $5 + (2 \cdot 6)$
 - neustále upozorňujeme žáky na přednost početních operací

- postup výpočtu znázorňujeme graficky, např. pomocí stromu
- použití závorek k „výhodnému“ postupu výpočtu

d) žák počítá podle vlastního postupu, (např. $6 \cdot 4 + 4 : 2$ počítá jako, $4 + 4 = 8$, $8 : 2 = 4$, $6 \cdot 4 = 24$)

DESETINNÉ ČÍSLO

- na přirozená čísla navazují čísla desetinná
- je nutné správně vyvodit pojem desetinného čísla, nesprávné je pouhé předání informace, že „desetinné číslo je číslo, které obsahuje desetinnou čárku“
- využíváme motivační příklady z běžného života (nákup, sport, veličiny (výška, objem, teplota, čas), výměna peněz (kurzy) apod.)
- výchozí krok pro vytvoření pojmu desetinné číslo: zlomek jako část celku, desetinný zlomek, desetinné číslo
- již dítě v MŠ chápe zlomek jako část celku (např. polovina rohlíku, čtvrtina jablka, apod.)
- **metodický postup při vyvození zlomku:** manipulativní činnost – překládání čtverce, kruhu, obdélníku na několik stejných částí
- žáci sami vyvodí: co nám říká jmenovatel: na kolik částí jsem rozdělil/a celek, co nám říká čitatel: s kolika částí celku pracujeme
- v návaznosti na tyto činnosti poté budujeme pojem desetinného zlomku (nejprve desetiny, poté setiny) – zlomek, v jehož jmenovateli je některá z mocnin čísla deset
- úkol pro žáky: rozděl obdélník na 10 stejných částí, jednu část vybarvi (jedna část je jedna desetina obdélníku, následuje zápis pomocí zlomku a desetinného čísla)
- postupně s žáky vybarvujeme např. dvě desetiny, sedm desetin, apod., zapisujeme zlomkem a desetinným číslem
- analogicky vyvozujeme setiny, volíme obdélník nebo čtverec se 100 stejných čtverečků
- využíváme čtverečkovaný papír
- učíme žáky správně desetinná čísla číst a zapisovat

Pomůcky: desetinná známková hra, tabulka k desetinným číslům, řádová tabulka, karty s čísly, modely peněz (Eura)

Porovnávání desetinných čísel

Možné chyby:

- nesprávný transfer z oboru přirozených čísel – větší číslo má ve svém zápisu větší počet číslic například: $8,2 < 1,612$
- dominantní postavení číslice 9 (nebo 8), například: $13,02 < 9,65$

Zaokrouhlování desetinných čísel

- řídí se stejnými pravidly jako pro zaokrouhlování přirozených čísel, až na zápis nul v některých případech

Možné chyby:

- číslo 12,97 zaokrouhlené na desetiny není číslo 13,00, neboť toto číslo by udávalo přesnost na setiny
- časté chyby žáků spočívají v tom, že pracují pouze s aktuálními řády, které mají při zaokrouhlování význam a ostatní opíší, například 7,429 zaokrouhlí na desetiny jako 7,409, číslo 248,26 na stovky jako 200,26

Operace s desetinnými čísly

Sčítání desetinných čísel

- využíváme postupů, které byly uplatňovány v oboru přirozených čísel

Možné chyby:

- a) žáci sčítají čísla nestejných řádů, např. $0,2 + 0,03 = 0,5$

- b) nerespektují přechod mezi řády, např. $2,6 + 4,9 = 6,15$
- c) zaměňují zápis čísla a operaci sčítání, např. $0,3 + 0,3 = 0,33$ nebo $1,1 + 1,1 = 11,11$
- d) nechápou podstatu poziční desítkové soustavy, např. $0,7 + 0,3 = 0,10$ nebo $0,02 + 0,08 = 0,010$
- e) při písemných operacích neumí zapsat čísla správně pod sebe nebo čísla „sepisuje“
- f) nerespektují poziční desítkovou soustavu (např. pracuje zvlášť s desetinnou částí a s celou částí čísla)

Odčítání desetinných čísel

Možné chyby:

- a) žáci odčítají čísla nestejných řádů, $0,80 - 0,05 = 0,3$
- b) nerespektují přechod mezi řády, $6,3 - 3,9 = 3,6$
- c) při písemných operacích neumí zapsat čísla správně pod sebe nebo čísla „sepisuje“
- d) zaměňují algoritmy operací

Reeduкаční postupy

- stálé procvičování a doplňování dříve nezvládnutého učiva
- neustálé opakování pamětných operací s přirozenými čísly
- budování a posilování pochopení desetinného čísla a jeho významu
- grafické znázorňování
- užití pomůcek
- při sčítání a odčítání doplnit desetinná čísla tak, aby měla stejný počet desetinných míst
- případné užití kalkulátoru (kontrolujeme správné zobrazení desetinného čísla na displeji)

ZLOMEK

- budování pojmu zlomku je dlouhodobý proces, náročnější než u přirozených čísel
- pojem přirozeného čísla se vytváří zhruba od 2 až 3 roků do 6 roků
- pojem zlomku je vytvářen asi od 4 roků téměř do 15 roků

Numerace:

1. Pochopení pojmu zlomek ve všech jeho významech
2. Čtení a zápis zlomků
3. Znázornění zlomků na číselné ose
4. Krácení a rozšiřování zlomků
5. Smíšené číslo
6. Porovnávání zlomků

Operace:

7. Sčítání a odčítání zlomků
8. Násobení zlomků
9. Dělení zlomků

Pojem zlomku se vytváří ve třech významech:

- a) zlomek jako část celku,
- b) zlomek jako reprezentant racionálního čísla,
- c) zlomek jako naznačené dělení.

- při budování pojmu zlomek vycházíme z manipulativní činnosti (překládání papíru, vybarvování, vystřihování, rozdělování koláče, pizzy, apod.)
- modely pro práci žáků jsou nejčastěji obdélník, kruh, úsečka, trojúhelník, apod.
- na základě činností žáci přichází k tomu, že každé přirozené číslo lze zapsat jako zlomek se jmenovatelem jedna a že nula nemůže být ve jmenovateli zlomku
- jestliže čitatele i jmenovatele zlomku vynásobíme stejným číslem různým od nuly, říkáme, že zlomek rozšiřujeme

- jestliže dělíme čitatele i jmenovatele zlomku stejným přirozeným číslem různým od nuly, říkáme, že zlomek krátíme
- smíšené číslo je číslo zapsané pomocí přirozeného čísla a zlomku menšího než jedna

Porovnávání zlomků

- náročnější než porovnávání přirozených čísel
- vycházíme z porovnávání na modelech, rychle ale přecházíme k porovnávání na číslech
- a) porovnávání zlomků se stejným jmenovatelem
- b) porovnávání zlomků, u kterých je jeden jmenovatel násobkem druhého (využíváme rozšiřování zlomků)
- c) porovnávání zlomků, jejichž jmenovatelé jsou nesoudělná čísla (největší společný dělitel je 1)
- d) porovnávání zlomků, jejichž jmenovatelé mají dělitele, ale jeden jmenovatel není násobkem druhého

Možnosti porovnávání zlomků

- a) zápis zlomků pomocí sobě rovných jmenovatelů, rozšířením nebo krácením zlomků
- b) použití šipkového pravidla
- c) s využitím číselné osy (ze dvou čísel znázorněných na číselné ose je větší to, jehož obraz je více vpravo)
- d) zápis zlomků pomocí desetinných čísel
- e) zjištěním, kolik chybí do celku (např. do jedné) (zlomek, kterému do celku chybí více, je menší)

Sčítání a odčítání zlomků

Metodická řada:

- a) zlomky se stejným jmenovatelem
- b) zlomky u kterých je jeden jmenovatel násobkem druhého
- c) jmenovatelé zlomků jsou čísla nesoudělná (společný jmenovatel je součin čísel zapsaných ve jmenovatelích)
- d) jmenovatelé zlomků jsou čísla soudělná (největší společný dělitel je větší než 1)

Násobení zlomků

Metodická řada:

- a) násobení zlomku přirozeným číslem (zavádíme jako opakování sčítání)
- b) násobení zlomku zlomkem

Dělení zlomků

Metodická řada:

- a) dělení zlomku číslem přirozeným
- b) dělení přirozeného čísla zlomkem
- c) dělení zlomku zlomkem

Pomůcky: zlomkovnice (kruhová, obdélníková), zlomková věž, modely

- žáci s dyskalkulií počítají s jednoduššími zlomky a operace provádí pouze se dvěma zlomky
- žáci mohou mít problém při rozlišování tří různých pojmu a operací: rozšiřování zlomků, násobení zlomku přirozeným číslem, zápis smíšeného čísla pomocí nepravého zlomku

LITERATURA:

- Blažková, R. (2017). *Didaktika matematiky se zaměřením na specifické poruchy učení*. Brno: Masarykova univerzita.
- Blažková, R., Matoušková, K., Vaňurová, M., & Blažek, M. (2004). *Poruchy učení v matematici a možnosti jejich nápravy*. Brno: Paido.
- Pavlíčková, L. (2020). *Interaktivní osnova k předmětu Strategie podpory matematické gramotnosti*. Brno.

Inspirace:

- Budínová, I. (2014). Zlomková věž - pomůcka. EDUCOLAND (web).
Dostupné z <https://edocoland.muni.cz/matematika/novinky-z-oboru/zlomkova-vez-pomucka/>
- Budínová, I. (2013). Ekvivalentní zlomky - pracovní listy. EDUCOLAND (web).
Dostupné z <https://edocoland.muni.cz/matematika/nove-metody/ekvivalentni-zlomky-pracovni-listy/>