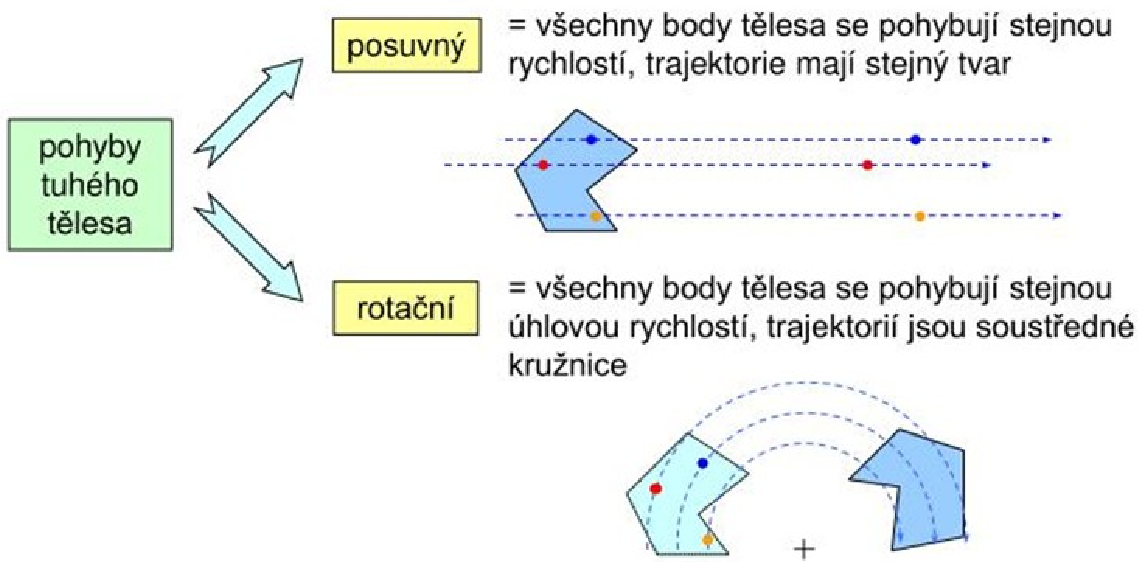
Mechanika tuhého tělesa

Tuhé těleso

Tato část mechaniky se zabývá pohyby tělesa, při kterých těleso nelze nahradit hmotným bodem, tzn. nelze zanedbat jeho rozměry a tvar a musí se uvažovat otáčivý pohyb tělesa. Na těleso působící síly ve skutečnosti mohou mít i deformační účinky. Proto si reálné těleso nahradíme tuhým tělesem, u kterého deformační účinky zanedbáváme.

Tuhé těleso: nemění účinkem vnější síly svůj tvar ani objem. Dokonale tuhá tělesa ve skutečnosti neexistují, existují jen **tělesa „pevná“**, jejichž tvar, resp. objem, se účinkem sil nepatrně mění. Pohyb tuhého tělesa se vždy skládá z **pohybu posuvného** (translace) a **pohybu otáčivého** (rotace).

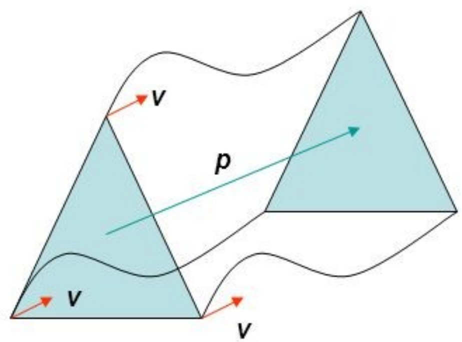


V praxi dochází ke skládání obou pohybů v jeden.

Skládání pohybů není obecně komutativní.

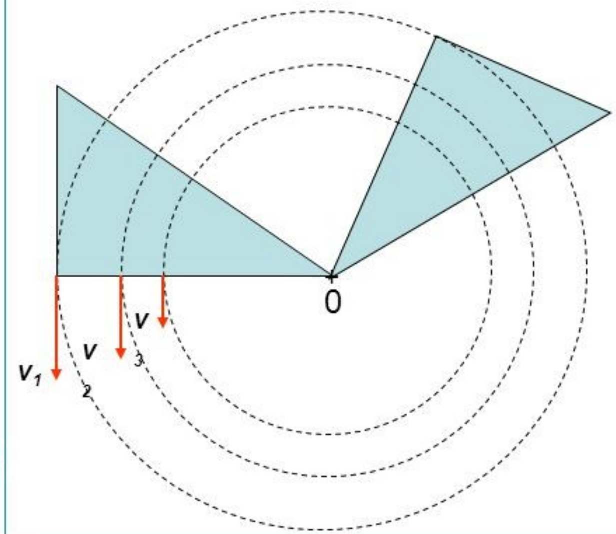
POHYB TUHÉHO TĚLESA

- **translační = posuvný :**
  - všechny body tělesa mají stejnou rychlost a opisují stejné trajektorie
  - každá přímka pevně spojená s tělesem je stále rovnoběžná se svou původní polohou



Tuhé těleso může konat složený pohyb (posuvný i otáčivý současně).

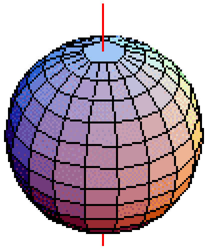
- **rotační = otáčivý :**
  - těleso rotuje kolem pevné osy
  - všechny body mají v daném okamžiku stejnou úhlovou rychlost ω, *ale různou okamžitou rychlost* ($v = r.\omega$)
  - jednotlivé body opisují soustředné kružnice se středem v ose otáčení



Železniční vagón jedoucí po přímé trati, bedna posunovaná po podlaze, píst ve spalovacím motoru, …

Vodovodní kohoutek, dveře, ventilátor, brusný kotouč, CDčko v mechanice počítače, …

Rotační (otáčivý) pohyb



Rotační (otáčivý) pohyb čili otáčení (rotace) kolem osy je takový pohyb tuhého tělesa, při kterém se všechny body tělesa otáčejí kolem jedné společné osy se stejnou úhlovou rychlostí. Otáčivý pohyb může vykonávat i těleso, které není tuhé, pak mluvíme například o diferenciální rotaci.

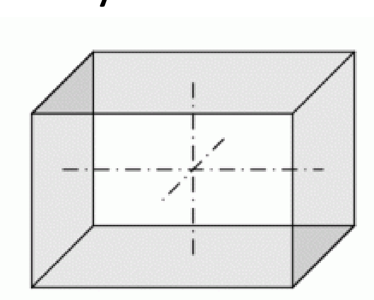
Trajektoriemi jednotlivých bodů tělesa jsou kružnice (nebo jejich části), jejichž středy leží na (okamžité) ose otáčení.

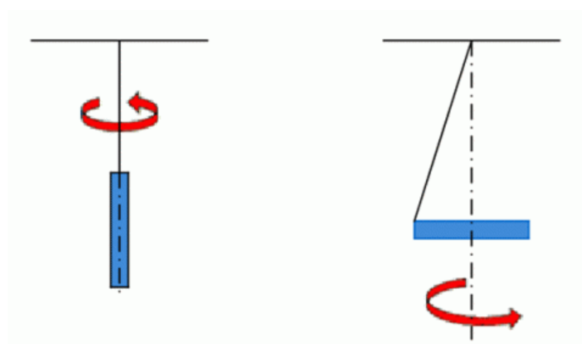
Jako **osa otáčení** se označuje přímka, kolem které se těleso při otáčivém pohybu otáčí. Body tělesa, které na ose leží, zůstávají na svých místech, jejich rychlost je nulová. Při otáčivém pohybu se rozlišuje pohyb kolem **pevné osy** nebo kolem **okamžité (volné) osy**.

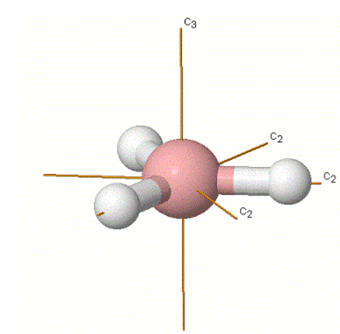
Otáčení kolem pevné osy. Všechny body ležící na ose otáčení jsou při tomto pohybu v klidu. Při otáčení kolem pevné osy má osa stálý směr a všechny body tělesa kolem ní opisují kruhové oblouky se středem na ose otáčení. Všechny body tělesa mají stejnou úhlovou rychlost $\omega = d\varphi/dt$ a stejné úhlové zrychlení dané vztahem $\varepsilon = d\omega/dt$.

Při otáčení tělesa kolem nehybné osy působí na jednotlivé body tělesa **setrvačné síly**, směřující od osy otáčení: **odstředivá síla** způsobená nerovnoměrným rozložením hmotnosti vzhledem k ose rotace, a **deviační moment** snažící se vychýlit osu rotace tak, aby hmotnost byla rozložena rovnoměrně i podél osy rotace. Tyto síly jsou vyrovnávány reakcemi v ložiscích os (ložiska jsou tak jedny z nejnamáhanějších strojních součástí). Proto se otáčivé části strojů, kola motorových vozidel apod. vyvažují tak, aby osa otáčení procházela těžištěm.

Pokud osa rotace mění svou polohu v prostoru, je velikost úhlové rychlosti opět dána vztahem $\omega = d\varphi/dt$. V takovém případě se hovoří **o otáčení kolem okamžité (volné) osy**. Při obecném pohybu změní po určité době okamžitá osa rotace svou polohu v prostoru a nová poloha je s předchozí polohou obecně mimoběžná.
Všechny osy souměrnosti tělesa jsou volnými osami. Každé tuhé těleso má alespoň tři volné osy. Volné osy tělesa se protínají v těžišti a jsou navzájem kolmé. Když se těleso otáčí kolek kterékoliv z nich , je výslednice setrvačných sil nulová a stejně je nulový i moment síly.







Prochází–li osa otáčení těžištěm tělesa a zároveň má směr některého z hlavních momentů setrvačnosti tělesa, otáčí se kolem ní těleso bez toho, aby na ložiska působilo nějakými dodatečnými silami (kromě tíhové síly). Těleso trvale rotuje kolem této osy, dokonce i když k ní není upevněno.

Pro těleso, otáčející se kolem volné osy, platí zákon setrvačnosti: Nepůsobí–li na těleso vnější síly, zachovává se úhlová rychlost a také směr osy otáčení vzhledem k inerciální vztažné soustavě.

Otáčení tělesa je stabilní kolem volných os s největším a nejmenším momentem setrvačnosti, nejstabilnější pak kolem osy, vzhledem ke které má těleso největší moment setrvačnosti. Poznatky o volných osách se využívají při konstrukci rotujících součástí strojů a zařízení – rotory, setrvačníky.

Vzájemně si odpovídající veličiny při přímočarém a rotačním pohybu

Všechny veličiny posuvného pohybu mají své protějšky pro rotační pohyb.

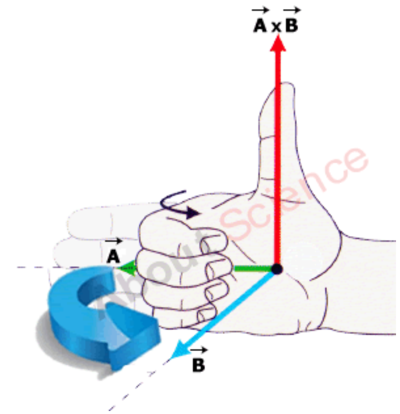
translační pohyb		rotační pohyb	
element dráhy	$\mathrm{d}\boldsymbol{r}$, $\mathrm{d}s$	element úhlové dráhy	$\mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}$
rychlost	$\boldsymbol{v} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{r}}{\mathrm{d}t}$	úhlová rychlost	$\boldsymbol{\omega} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}}{\mathrm{d}t}$
zrychlení	$\boldsymbol{a} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{v}}{\mathrm{d}t}$	úhlové zrychlení	$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{\omega}}{\mathrm{d}t}$
hmotnost	m	moment setrvačnosti	J
síla	$\boldsymbol{F}$	moment síly	$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$
hybnost	$\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$	moment hybnosti	$\boldsymbol{L} = J\boldsymbol{\omega}$
I. impulsová věta	$\boldsymbol{F} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{p}}{\mathrm{d}t}$	II. impulsová věta	$\boldsymbol{M} = \frac{\mathrm{d}\boldsymbol{L}}{\mathrm{d}t}$
pohybová rovnice	$m\boldsymbol{a} = \boldsymbol{F}$	pohybová rovnice	$J\boldsymbol{\varepsilon} = \boldsymbol{M}$
element práce	$\mathrm{d}W = \boldsymbol{F} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{s}$	element práce	$\mathrm{d}W = \boldsymbol{M} \cdot \mathrm{d}\boldsymbol{\varphi}$
výkon	$P = \boldsymbol{F} \cdot \boldsymbol{v}$	výkon	$P = \boldsymbol{M} \cdot \boldsymbol{\omega}$
kinetická energie	$E_k = \frac{1}{2}mv^2$	kinetická energie	$E_k = \frac{1}{2}J\omega^2$

Přímočarý	Rotační
Souřadnice $\vec{x}$	Úhel $\vec{\alpha}$
Rychlost $\vec{v} = \frac{d\vec{x}(t)}{dt}$	Úhlová rychlost $\vec{\omega} = \frac{d\vec{\alpha}(t)}{dt}$
Zrychlení $\vec{a} = \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{x}(t)}{dt^2}$	Úhlové zrychlení $\vec{\varepsilon} = \frac{d\vec{\omega}(t)}{dt} = \frac{d^2\vec{\alpha}(t)}{dt^2}$
Hybnost $\vec{p} = m\vec{v}$	Moment hybnosti $\vec{H} = \vec{r} \times \vec{p}$
Síla $\vec{F} = \frac{d\vec{p}(t)}{dt} = m\vec{a}$	Moment síly $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F} = J\vec{\varepsilon}$
Hmotnost M	Moment setrvačnosti J
Energie $E = \frac{mv^2}{2}$	Energie $E = \frac{J\omega^2}{2}$

Moment síly vzhledem k ose otáčení

Má-li se těleso uvést do otáčivého pohybu, musí se na něj působit silou. **Otáčivý účinek síly** závisí kromě velikosti a směru působící síly také na **poloze jejího působiště**. Je charakterizován vektorovou fyzikální veličinou nazvanou **moment síly vzhledem k ose otáčení** (**M**), jednotka N.m.

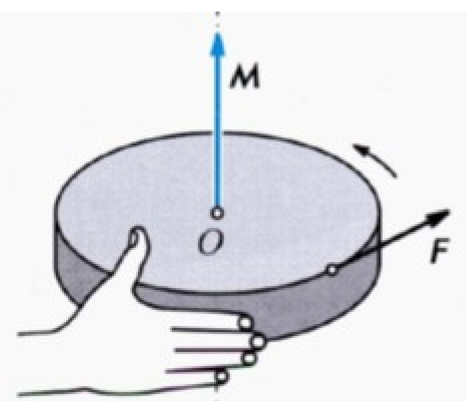
Moment síly *M* lze vyjádřit pomocí vektorového součinu:

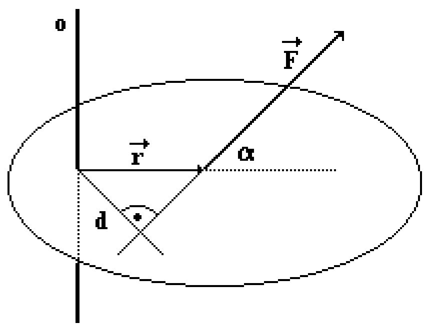


$$\boldsymbol{M} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$

kde ***r*** je polohový vektor působiště síly ***F*** vzhledem k ose otáčení jako počátku.

Směr momentu síly M je určen pravidlem pravé ruky

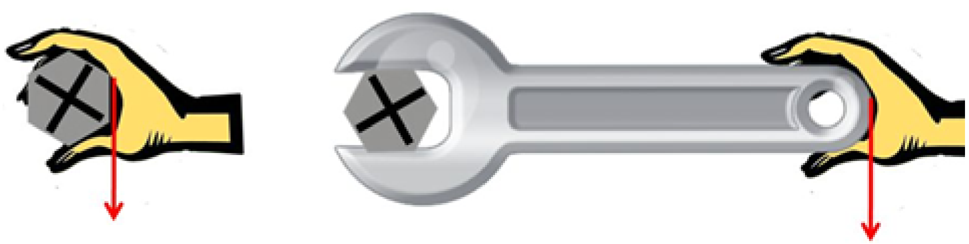


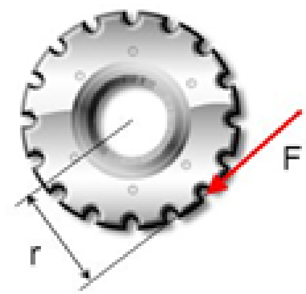


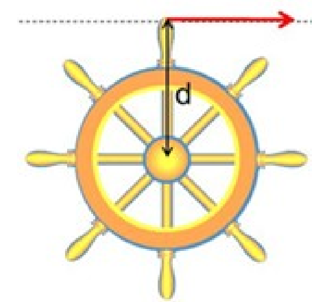
Působí-li síla otáčení tělesa *ve směru hodinových ručiček*, má příslušný moment síly znaménko <u>záporné</u>. Působí-li síla otáčení tělesa *proti směru hodinových ručiček*, moment síly má znaménko *kladné*.

Velikost momentu síly *M* je

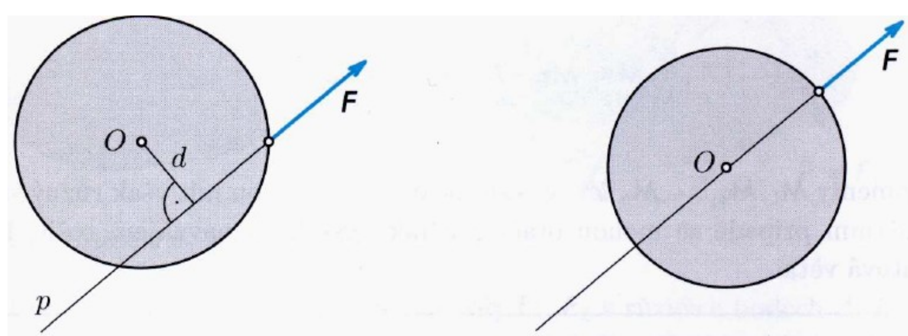
$$M = F \,.\, d = F \,.r\, .\sin\alpha$$







Při konstantní síle je velikost momentu **M** tím větší, čím větší je **rameno síly** *d*. <u>Prochází-li vektorová přímka osou otáčení</u>, je d = 0 a **M** = 0 a <u>síla</u> **F** <u>nemá na těleso otáčivý účinek</u>.



Momentová věta

V praxi na těleso působí často současně **více sil.** Potom je jejich celkový otáčivý účinek určen **výsledným momentem**

$$\mathbf{M = M_1 + M_2 + \ldots + M_n}$$

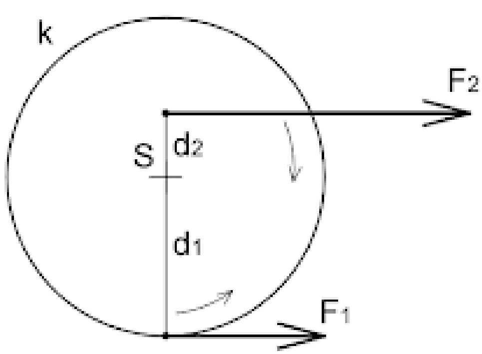
Momentová věta

Momentová věta vyjadřuje rovnováhu sil působících na těleso.

Otáčivý účinek sil působících na tuhé těleso otáčivé kolem nehybné osy se ruší, jestliže vektorový součet momentů všech sil vzhledem k ose otáčení je nulový vektor.

$$\mathbf{M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0}$$

V tomto případě těleso zůstává v klidu nebo rovnoměrném otáčivém pohybu.



$$M = M_1 + M_2 + \ldots + M_n = 0$$

$$F_1 d_1 = -F_2 d_2$$

Osa otáčení leží mezi působišti obou sil

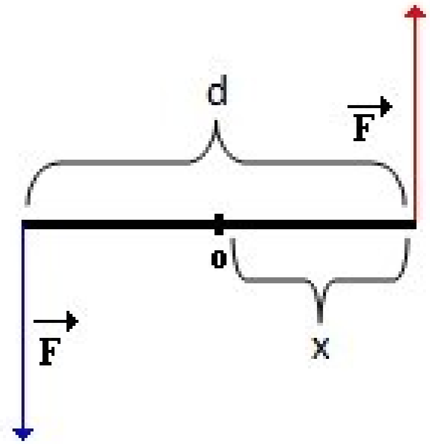
$M = M_1 + M_2$

$M = \mathbf{F} \cdot (d - x) + \mathbf{F} \cdot x$

$M = F.d - F.x + F.x$

$M = F.d$

$\mathbf{|M| = F \times d}$



Osa otáčení leží mimo působiště obou sil

$M = \mathbf{M_1} + \mathbf{M_2}$

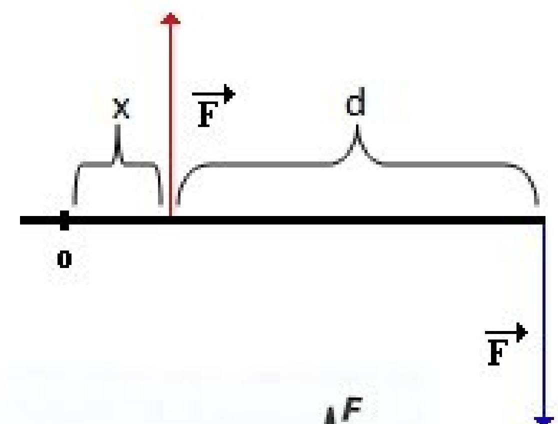
$M = -M_1 + M_2$

$M = -F \cdot (d+x) + F \cdot x$

$M = -F.d - F.x + F.x$

$M = -F.d$

$\mathbf{|M| = F \times d}$



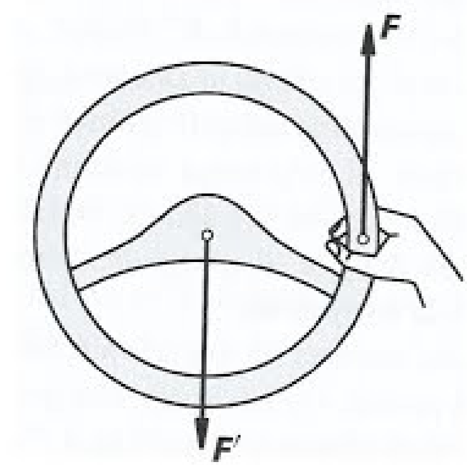
Osa otáčení leží v působišti jedné síly

$M = \mathbf{M_1} + \mathbf{M_2}$

$M = -F.d + F \cdot 0$

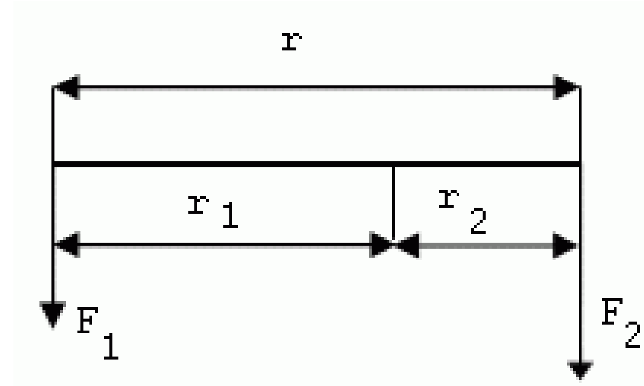
$M = -F.d$

$\mathbf{|M| = F \times d}$



Příklad

Tyč má délku 1,2 m. Na její koncích jsou zavěšeny závaží s hmotnostmi 5 kg a 7 kg. Kde je třeba tyč podepřít, aby zůstala v rovnováze?



r = 1,2 m
m1 = 5 kg
m2 = 7 kg
F1= 50N
F2= 70N

$50.r_1 = 70.r_2$
$50.r_1 = 70.(1,2-r_1)$
$50.r_1 = 84-70.r_1$
$120.r_1 = 84$

$r_1+r_2=r$
$F_1.r_1 = F_2.r_2$
$r_1 + r_2 = 1,2 \Rightarrow r_2 = 1,2-r_1$

$r_1 = \underline{0,7m}$, $r_2 = \underline{0,5m}$

Příklad

Na uvolnění matice je potřebný moment síly 5 N.m. Jak velkou silou musíme působit, pokud máme klíč dlouhý 10 cm?

M = 5 N.m
R = 10 cm = 0,1m
F = ?

M = F•r

F = M/r = 5/0,1 = <u>50 N</u>

Dvojice sil

Dvojici sil tvoří dvě stejně velké rovnoběžné síly navzájem opačného směru, které působí ve dvou různých bodech tělesa otáčivého kolem nehybné osy. Obě síly nelze nahradit silou jedinou, jejich výslednice je nulová.

Přesto má dvojice sil na těleso otáčivý účinek, který vyjadřuje fyzikální veličina **moment dvojice sil** (**D**), vektor ležící v ose otáčení.

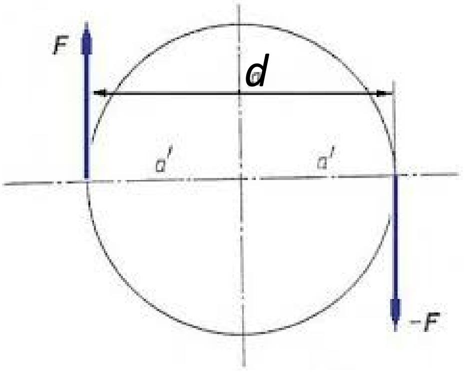
Směr momentu dvojice sil

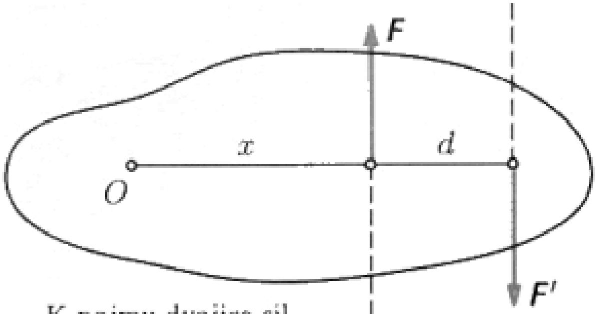
určuje se pravidlem pravé ruky.

Velikost momentu dvojice sil

je rovna součinu velikosti jedné síly a kolmé vzdálenosti vektorových přímek obou sil (= **rameno dvojice si**l, *d*)

$$D = F \cdot d$$



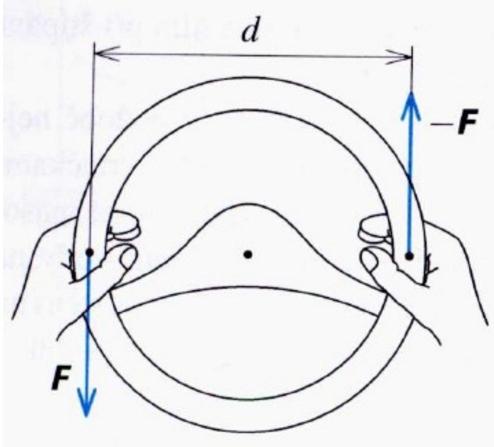


K pojmu dvojice sil

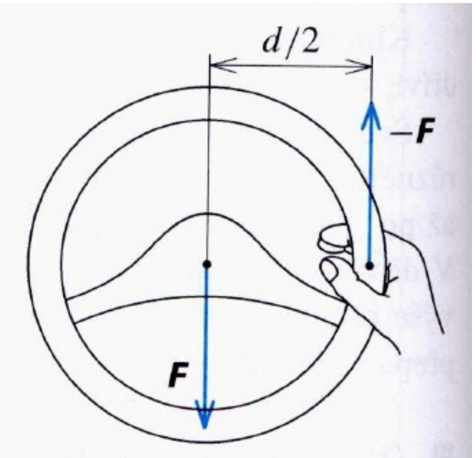
Moment dvojice sil nezávisí na vzdálenosti sil od osy otáčení.

Moment dvojice sil

při použití jedné síly je moment poloviční (jedna ruka na volantu)



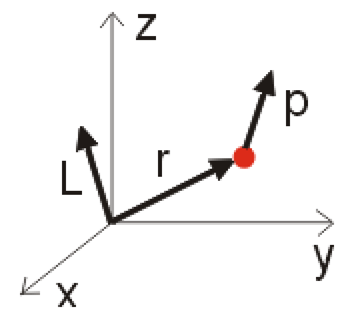
2.65 Řízení oběma rukama



2.66 Řízení jednou rukou

Moment hybnosti (impulsmoment, točivost)

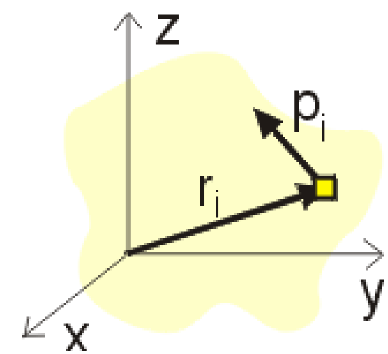
Moment hybnosti L je vektorová fyzikální veličina, charakterizující schopnost tělesa udržovat otáčivý pohyb, určuje se vzhledem k bodu nebo ose.



Moment hybnosti hmotného bodu vzhledem k počátku soustavy souřadnic je vektor určený vektorovým součinem jeho průvodiče **r** a hybnosti **p**

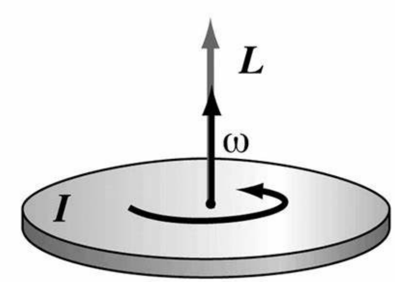
$$\mathbf{L} = \mathbf{r} \times \mathbf{p}$$

Moment hybnosti tělesa bychom mohli určit tak, že bychom těleso rozdělili na velké množství malých částí a sečetli jejich momenty hybnosti vzhledem k vybrané soustavě souřadnic.



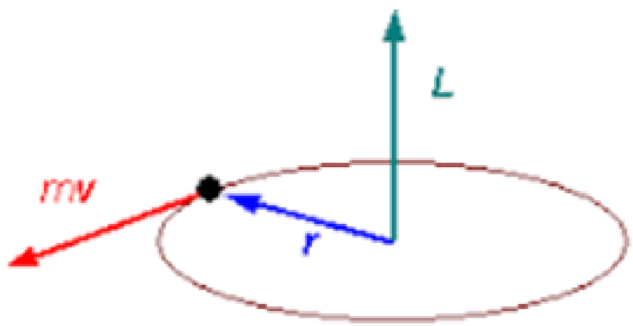
$$\vec{L} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{p}_i$$

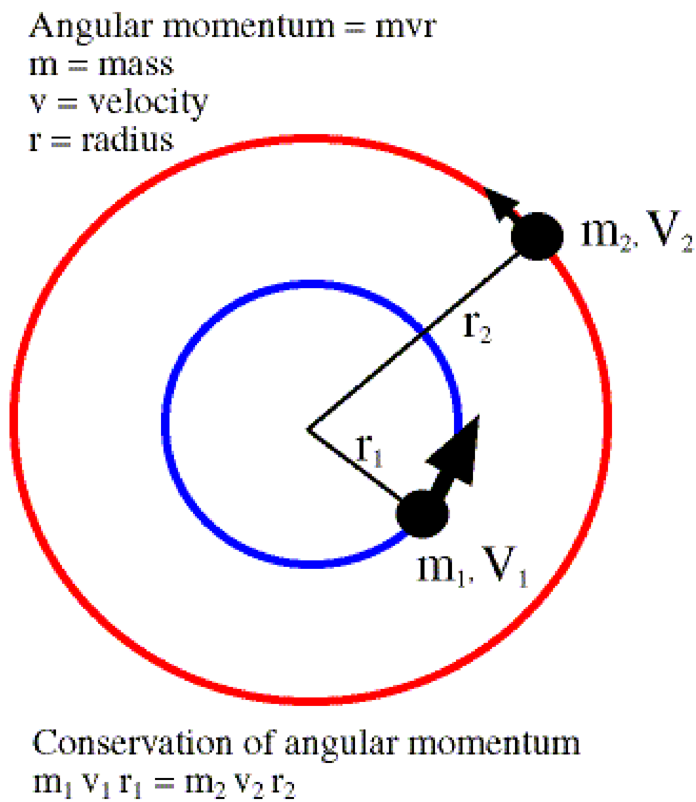
Moment hybnosti tělesa vzhledem k ose



$$L = I\omega = mr^2 \frac{v}{r} = p \cdot r$$

$$L = rp\sin\varphi = rp_t = r_\perp p$$





Druhá věta impulsová vyjadřuje skutečnost, že časová změna momentu hybnosti je rovna celkovému momentu síly působícímu na těleso.

$$\mathbf{M} = \sum_{i=1}^{n} \mathbf{M}_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{\mathrm{d}\mathbf{L}_i}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \sum_{i=1}^{n} \mathbf{L}_i = \frac{\mathrm{d}\mathbf{L}}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d(rp)}{dt} = M = rF$$

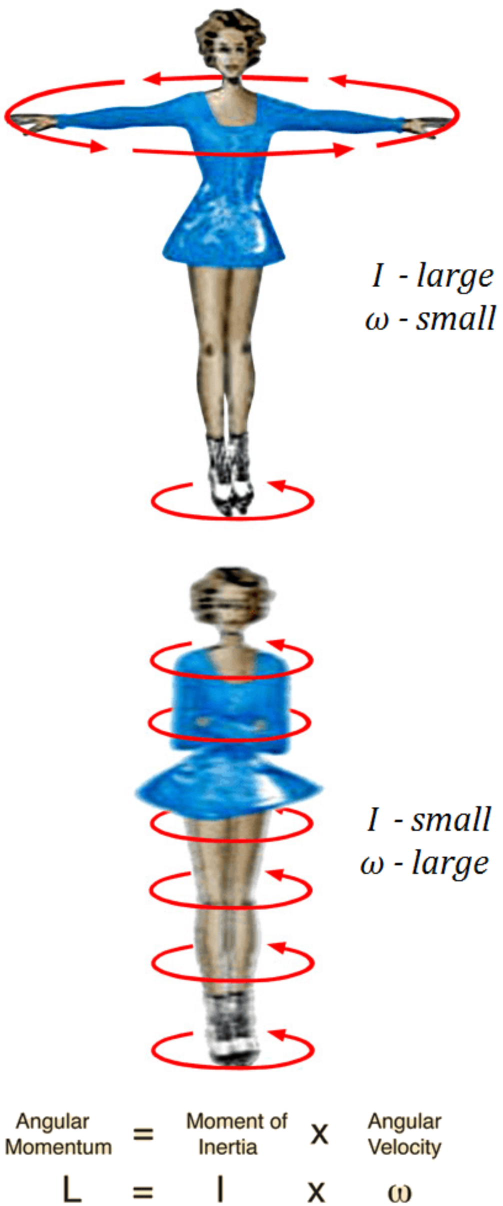
Důsledkem druhé impulsové věty je **zákon zachování momentu hybnosti** v izolované soustavě.

Zákon zachování momentu hybnosti

Jestliže na tuhé těleso nepůsobí vnější síly nebo je-li výslednice otáčivých momentů vnějších sil rovna nule, pak moment hybnosti tuhého tělesa zůstává stejný tj. zachovává si velikost i směr.

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = 0 \implies \mathbf{L} = \text{konst.}$$

$$0 = J_1\,\omega_1 + J_2\,\omega_2$$

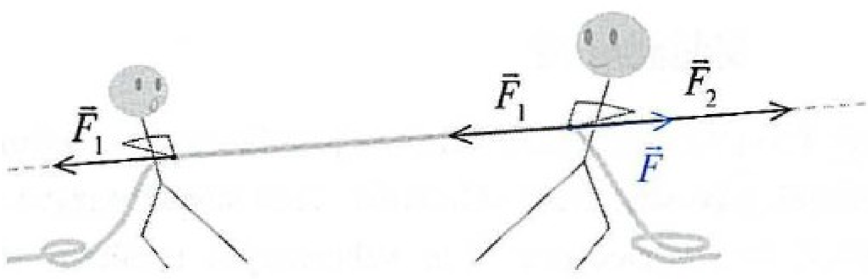


Pohyb krasobruslaře při piruetě. Při připažení se zmenší moment setrvačnosti, rychlost otáčení naroste tak, aby celkový moment hybnosti zůstal zachován. Upažením se naopak zvětší moment setrvačnosti a úhlová rychlost úměrně tomu poklesne.

Také u **převodovky** platí, že čím vyšší rychlostní stupeň je zařazený, tím menší točivý moment se dostává na kola. Ale zase stoupají otáčky kola a tím roste i rychlost auta či motocyklu.

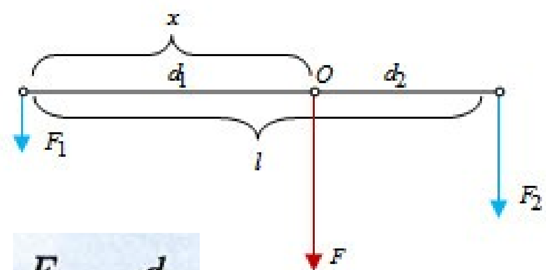
Skládání dvou rovnoběžných sil působících v různých bodech a ležících ve stejné přímce.

Mají-li dvě síly **F**1 a **F**2 různá působiště, ale obě leží v téže přímce, můžeme kteroukoliv z nich posunout do působiště druhé síly a najít výslednici podle vztahu **F** = **F**1 + **F**2. Výslednou sílu **F** můžeme také posunout do libovolného působiště, které leží na vektorové přímce, tj. přímce proložené vektorem **F**.

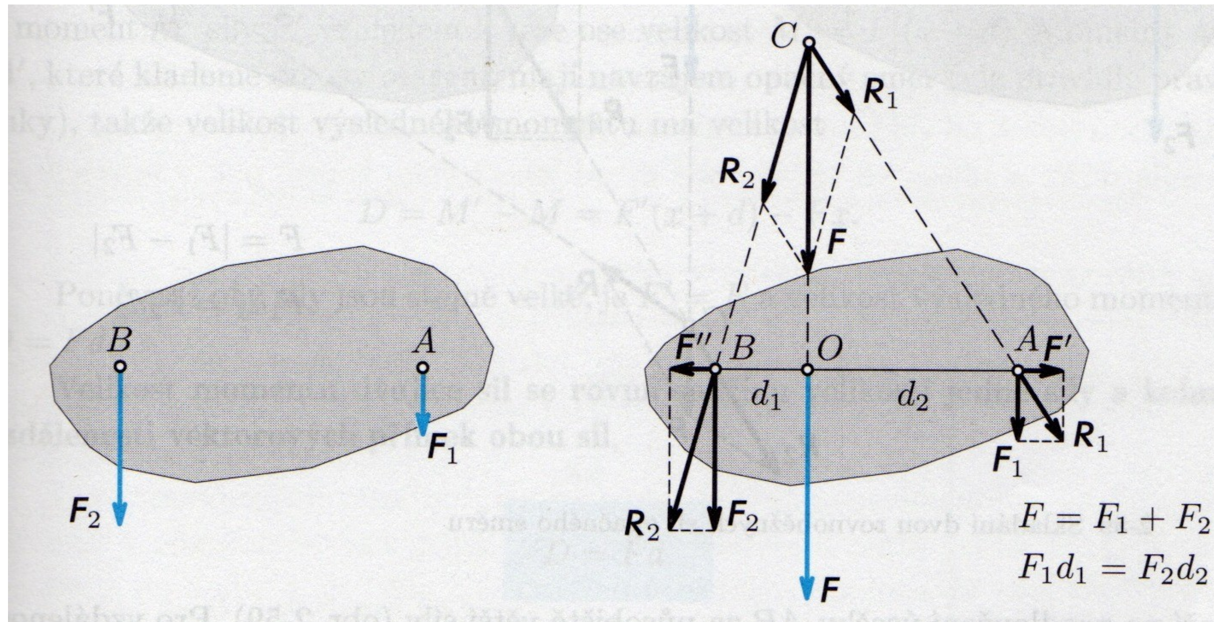


Skládání dvou rovnoběžných sil stejného směru působících v různých bodech

Obě síly nejdříve přeneseme do společného bodu, kterým je průsečík jejich vektorových přímek, pak síly složíme doplněním na vektorový rovnoběžník a výslednou sílu **F** můžeme umístit do libovolného bodu její vektorové přímky síly, např. do bodu O.

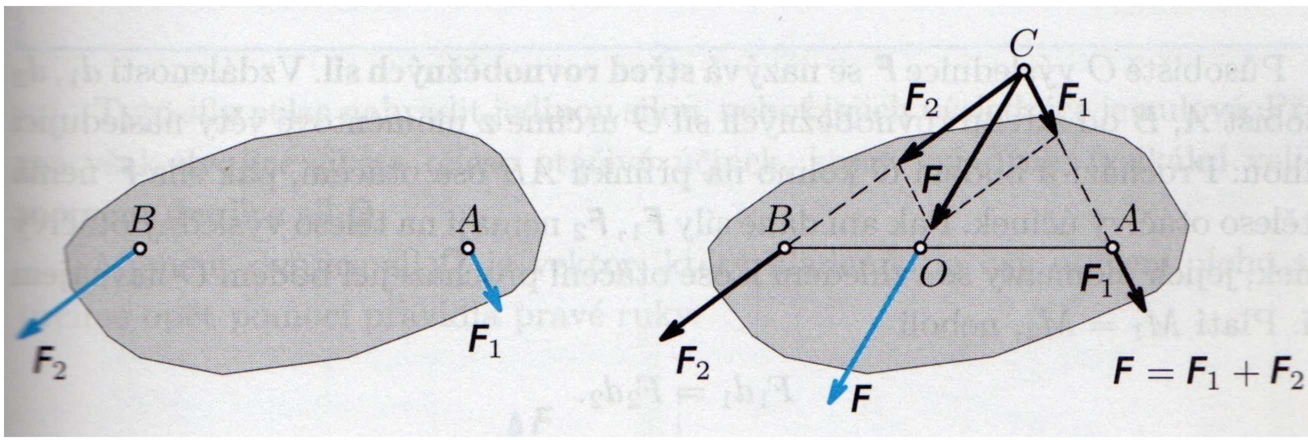


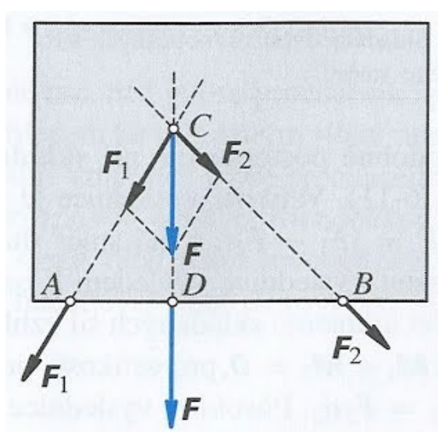
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

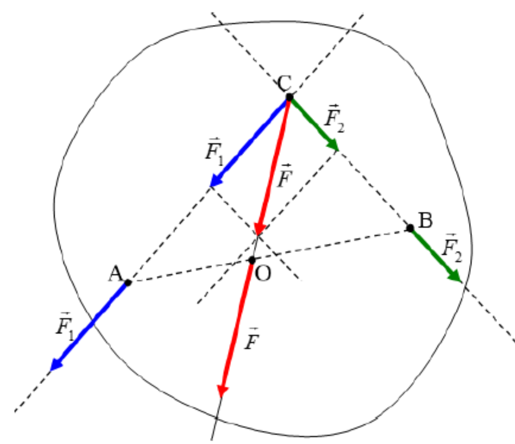


Skládání dvou různoběžných sil působících v různých bodech

Síly **F**1, **F**2 přeneseme po jejich vektorových přímkách do společného působiště, kde je složíme pomocí vektorového rovnoběžníku. Výslednou sílu pak přeneseme po vektorové přímce tak, aby měla působiště na spojnici působišť sil **F**1, **F**2. Působiště O výslednice **F** se jmenuje **střed sil**.



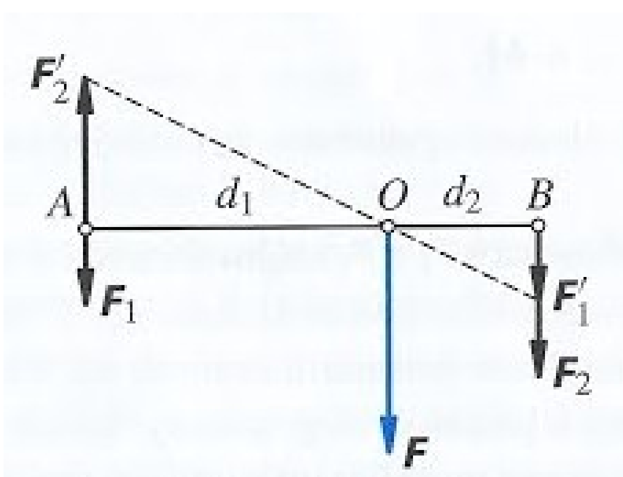


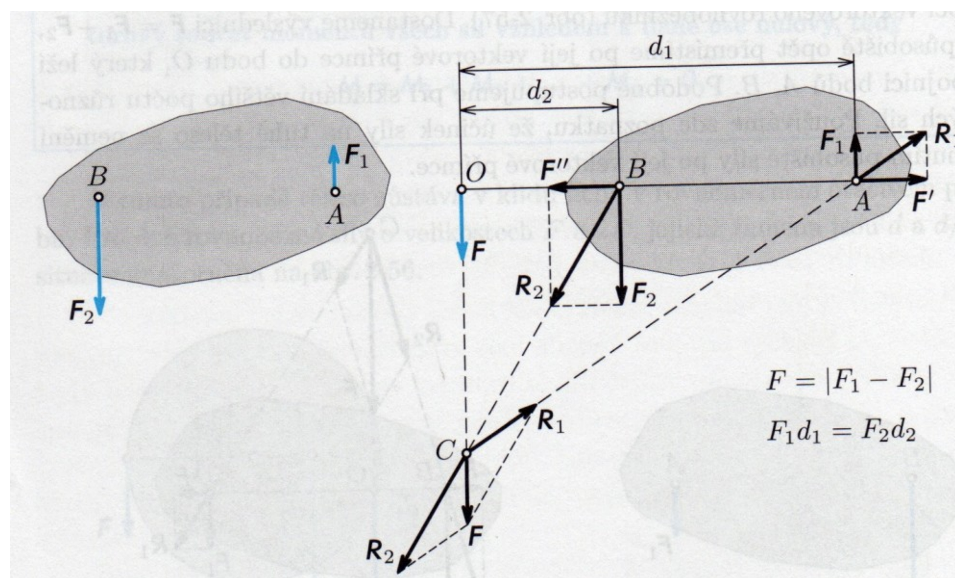


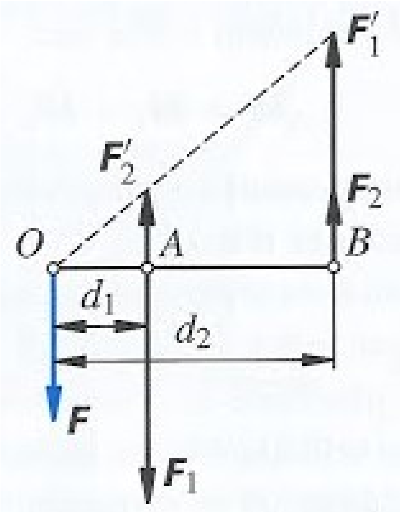
Skládání dvou rovnoběžných sil opačného směru působících v různých bodech

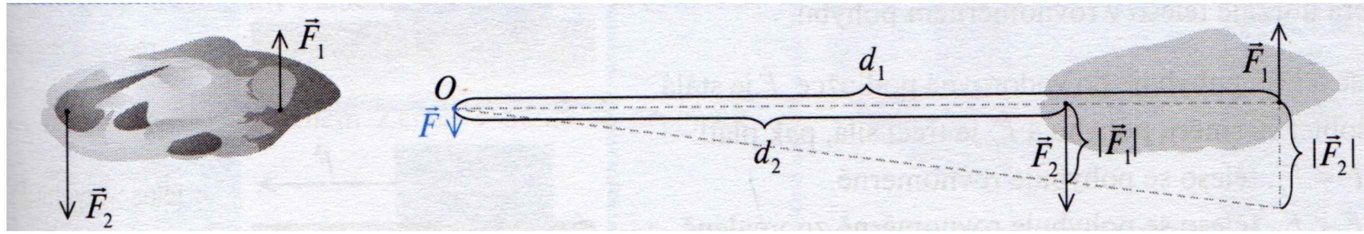
Skládání dvou rovnoběžných sil opačného směru působících v různých bodech na pevné těleso. Výslednice má velikost **F** = **F**2 - **F**1, leží vně obou sil na straně větší síly, s níž je souhlasně rovnoběžná. Vzdálenost působiště výslednice od působišť obou sil je v obraceném poměru sil:

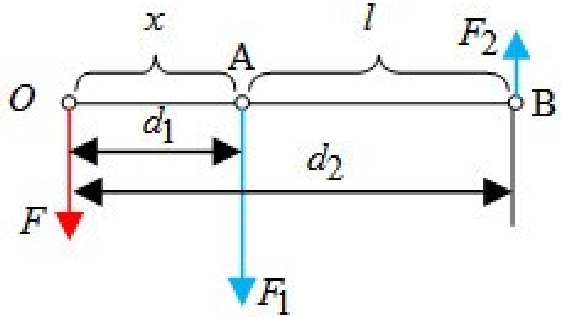
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$









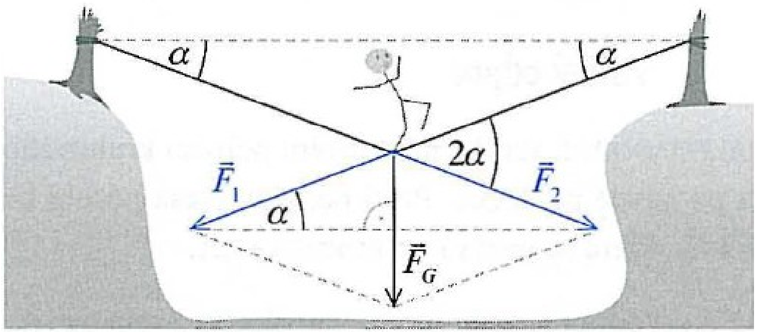


$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$$x = \frac{F_2 \cdot l}{F_1 - F_2}$$

Rozklad síly do dvou různoběžných sil působících v různých bodech

Rozklad síly **F**g provedeme tak, že počátečním bodem vektoru **F**g vedeme přímky danými směry. Složky **F**1, **F**2 tvoří strany vektorového rovnoběžníku a vycházejí z působiště síly **F**g, která je úhlopříčkou rovnoběžníku.



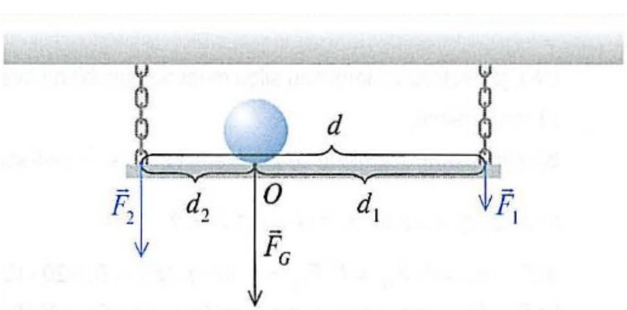
$\mathbf{F_G} = \mathbf{F_1} + \mathbf{F_2}$

$\mathbf{F_G} / 2 = F_1.\sin\alpha$

$\mathbf{F_1} = \mathbf{F_2}$

Rozklad síly do dvou rovnoběžných složek působících v různých bodech

Známe-li vzdálenosti působišť obou složek d_1, d_2 od síly **F**g, kterou rozkládáme, pak velikosti složek určíme z rovnic:



$$F_G = F_1 + F_2$$

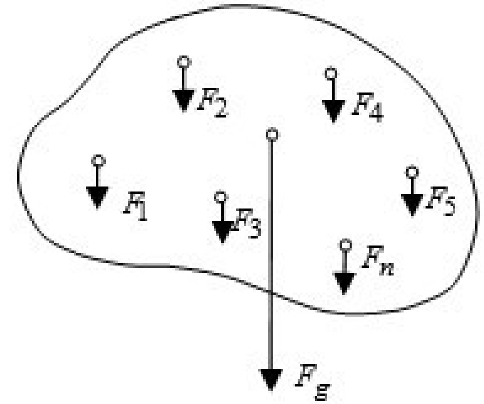
$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

$F_1 = d_2/d \cdot F_G$

$F_2 = d_1/d \cdot F_G$

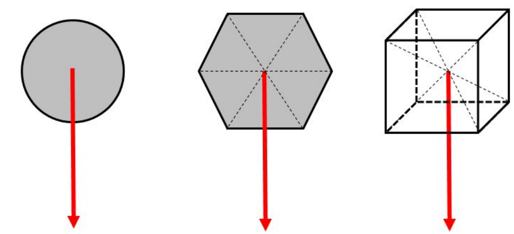
$F_1 d_1 = F_2 d_2$

Těžiště (hmotný střed) tuhého tělesa

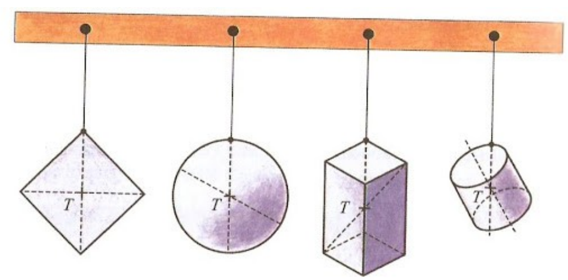


Těžiště tuhého tělesa je působiště tíhové síly působící na těleso v homogenním tíhovém poli.

Poloha těžiště závisí na rozložení hmoty v tělese. Pravidelná stejnorodá tělesa (krychle, koule, apod.) mají těžiště ve **středu souměrnosti**.

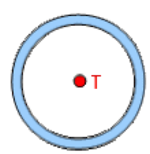


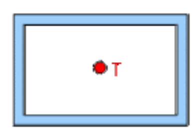
Osově souměrná stejnorodá tělesa (válec, kužel) mají těžiště na **ose souměrnosti**.

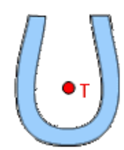


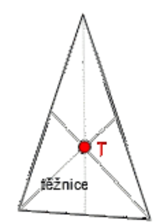
U dutých těles, prstenců, obručí a prázdných nádob může těžiště ležet mimo hmotu tělesa.

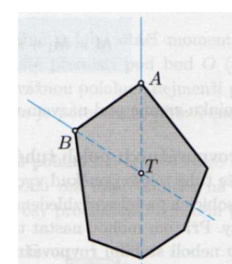
Jestliže spojíme dvě tělesa v jedno těleso, bude těžiště ležet vždy na úsečce spojující těžiště obou dílčích částí.

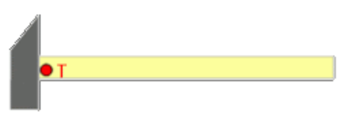












Určení polohy těžiště

1. *odhadem*: u stejnorodého geometrického pravidelného tělesa leží těžiště v jeho geometrickém středu (geometrickém těžišti)

2*. experimentálně*: u stejnorodého geometricky nepravidelného tělesa leží těžiště v průsečíku těžnic při postupném zavěšení tělesa v nejméně dvou různých bodech

3. *výpočtem* (jednotlivé souřadnice x_T, y_T, z_T těžiště T se počítají nezávisle na sobě):

$$x_T = \frac{\int x \cdot dm}{m}$$

a to jako podíl integrace *x*-ové souřadnice bodu tělesa podle hmotnosti pro celou hmotnost tělesa *m* (statický moment) a hmotnosti tělesa.

$$x_T = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \ldots + m_n x_n}{m_1 + m_2 + \ldots + m_n}$$

Analogické vztahy platí i pro osu y (svislý směr).

Příklad

Určete souřadnice těžiště tří hmotných bodů:

$$x_T(m_1 + m_2) = x_1 m_1 + x_2 m_2$$

$M_1[1, 4]$ $m_1 = 6$ kg
$M_2[13, 1]$ $m_2 = 4$ kg
$M_3[10, 19]$ $m_3 = 5$ kg

$x_T = (6.1 + 4.13 + 5.10)/(6 + 4 + 5) = 36/5 = 7,2$
$y_T = (6.4 + 4.1 + 5.19)/(6 + 4 + 5) = 41/5 = 8,2$

T[7,2; 8,2]

U některých strojů je velmi důležité, aby jeho **strojní součásti byly zavěšeny nebo upevněny v těžišti**. Tak např. řemenice, ozubená kola, oběžná kola turbín, odstředivá čerpadla apod. musí být upevněna v ose otáčení, jinak vznikají nevyvážené odstředivé síly, které součástky rychle opotřebovávají.

Rovnováha tuhého tělesa

Tuhé těleso je v rovnovážné poloze, jestliže se pohybový účinek všech sil působících na těleso navzájem ruší a těleso je v klidu. Např.
Těleso zavěšené nad těžištěm tak, že těžnice prochází bodem závěsu, tíhová síla působící na těleso se ruší pevností závěsu.
U tělesa podepřeného pod těžištěm, tíhová síla se ruší pevností opory.

Podmínky rovnováhy tuhého tělesa
Aby bylo těleso v rovnovážné poloze musí být splněny 2 základní podmínky:

Podmínka rovnováhy sil: Těleso je v rovnovážné poloze, je-li výslednice sil působících na těleso nulová.

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_1 + \mathbf{F}_2 + \ldots + \mathbf{F}_n = 0$$

Podmínka rovnováhy momentů sil: Těleso otáčivé kolem nehybné osy je v rovnovážné poloze, je-li výsledný moment všech sil působících na těleso nulový (momentová věta).

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_1 + \mathbf{M}_2 + \ldots + \mathbf{M}_n = 0$$

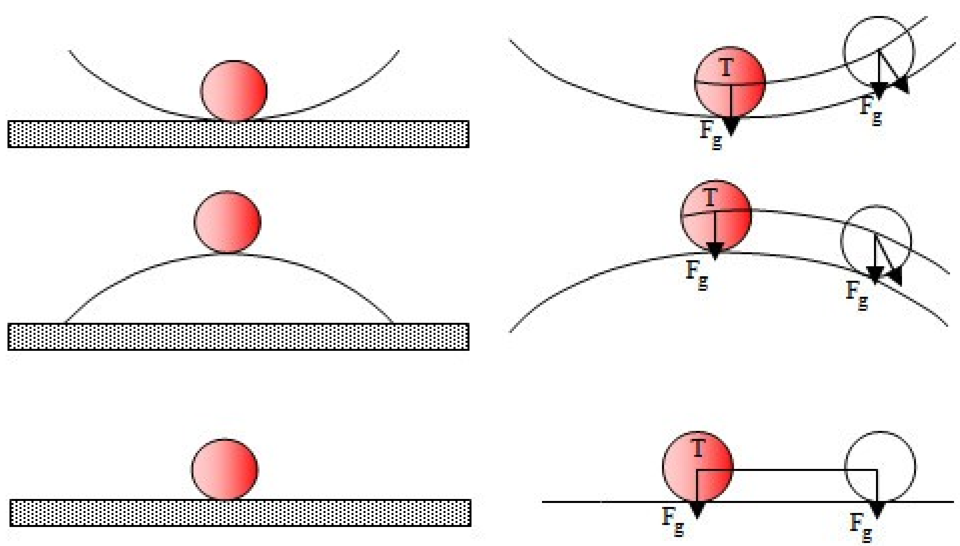
Rovnovážné polohy tuhého tělesa

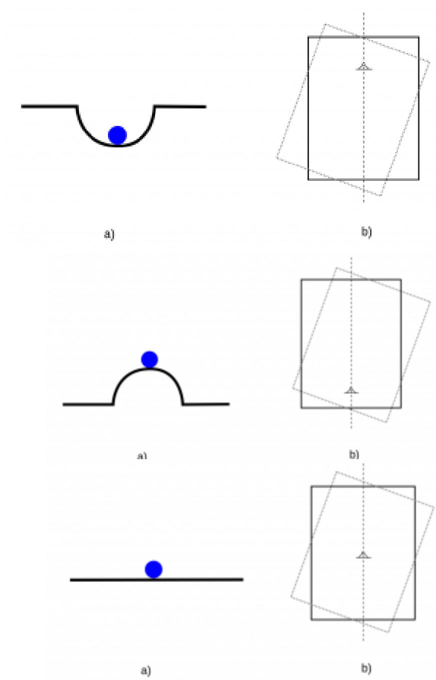
Tuhé těleso je v **rovnovážné poloze**, jestliže Tělesa upevněná v těžišti nekonají ani posuvný, ani otáčivý pohyb, jsou v rovnováze.

1. **Stabilní (stálá)**: těleso se po vychýlení vrací zpět do rovnovážné polohy.

2. **Labilní (vratká)**: u tělesa se po vychýlení zvětšuje výchylka, těleso se samo do rovnovážné polohy nevrátí, tíhová síla působí na zvětšování výchylky.

3. **Indiferentní (volná)**: těleso po vychýlení zůstává v nové poloze, výška těžiště nad zemským povrchem se nemění.



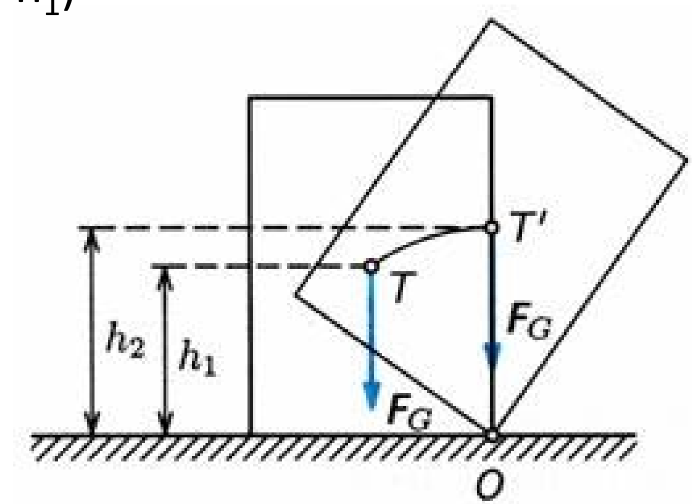


Stabilita mechanické soustavy

Stabilita je schopnost tělesa odolávat převrácení. **Těleso podepřené na ploše** je ve stálé rovnovážné poloze, jestliže svislá těžnice prochází podstavou tělesa. Stabilita je tím větší, čím se těžiště nachází níže. Veličinou udávající míru stability (stálosti rovnovážné polohy) mechanické soustavy (někdy zkráceně nazývanou stabilita) je rozdíl potenciální energie tělesa mezi vratkou a stálou rovnovážnou polohou, neboli minimální množství práce, které je třeba vykonat, aby se soustava ze stálé rovnovážné polohy dostala do vratké rovnovážné polohy. V tomto smyslu např. stabilita tuhého tělesa v tíhovém poli závisí přímo úměrně na hmotnosti tělesa, nepřímo úměrně na výšce těžiště ve stálé poloze a přímo úměrně na výšce těžiště ve vratké poloze.

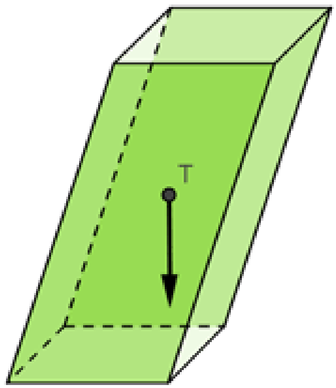
$$W = F_g.(h_2 - h_1) = m.g.(h_2 - h_1)$$

Stabilita podepřeného tělesa je tím větší, čím větší je hmotnost tělesa, čím níže je jeho těžiště a čím větší vzdálenost svislé těžnice od překlápěcí hrany. Proto mají velkou stabilitu zejména těžká tělesa s nízko položeným těžištěm a s velkou plochou podstavy.

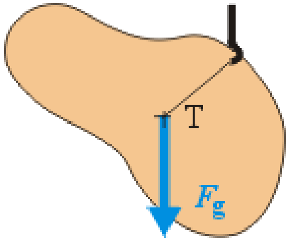


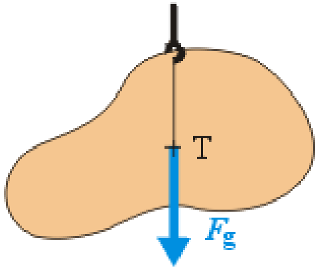
Z tohoto důvodu se např. ke strojům zhotovují litinové podstavce se základnou o velkém plošném obsahu. Stavby mívají betonové základy zapuštěné do země.

Stojící těleso je ve stabilní poloze jen tehdy, probíhá-li svislá přímka spuštěná z těžiště základnou tělesa. Jestliže by svislá přímka jdoucí těžištěm nesměřovala nad základnu, těleso by se převrhlo. Stejným způsobem můžeme vysvětlit stabilitu šikmé věže v Pise nebo v Bologni.



Jako míra stability jednoho tělesa <u>se v některých případech namísto potenciální energie používá minimální moment síly, který je potřeba k tomu, aby těleso překlopil do polohy, ze které se již nevrátí do polohy původní</u>. U **těles zavěšených** v libovolném bodě dokud není těžiště kolmo pod bodem zavěšení (osou otáčení), působí na těleso moment tíhové síly (ta má působiště v těžišti), který těleso stáčí dolů. Jakmile <u>je těžiště kolmo pod bodem zavěšení je moment tíhové síly nulový a těleso se již neotáčí</u>.





Příklad

Žulový čtyřboký pravidelný hranol (ρ = 2500 kg.m^{-3}) má podstavovou hranu 60 cm a výšku 80 cm. Jakou práci musíme vykonat, abychom hranol překlopili z rovnovážné stabilní polohy do vratké polohy. Hranol je postaven na čtvercové podstavě.

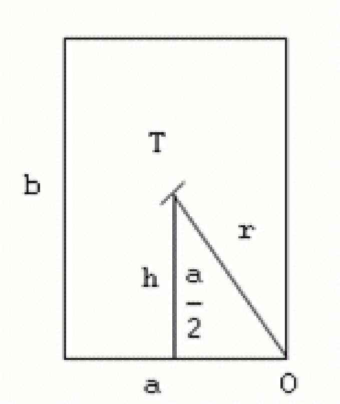
$$h = \frac{b}{2} = \frac{0{,}8m}{2} = 0{,}4m, \quad r = \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 + h^2} = \sqrt{(0{,}3m)^2 + (0{,}4m)^2} = 0{,}5m$$

ρ = 2500 kg.m^{-3}

a = 60 cm = 0,6 m

b = 80 cm = 0,8 m

W = ?



$$W = m.g.(r - h)$$
$$W = V.\rho.g.(r - h)$$
$$W = a^2.b.\rho.g.(r - h)$$
$$W = (0{,}6m)^2.0{,}8m.2500kg.m^{-3}10m.s^{-2}(0{,}5m - 0{,}4m) = 720\,J$$
$$W = \underline{720\,J}$$

Kinetická energie tuhého tělesa

Celkovou kinetickou energii určíme jako součet kinetických energií všech *n* hmotných bodů soustavy.

$$E_K = \frac{1}{2}m_1 v_1^2 + \frac{1}{2}m_2 v_2^2 + \cdots + \frac{1}{2}m_n v_n^2$$

$$E_K = \frac{1}{2}m_1 v^2 + \frac{1}{2}m_2 v^2 + \cdots + \frac{1}{2}m_n v^2 = \frac{1}{2}(m_1 + m_2 + \cdots + m_n)v^2$$

Při **otáčivém pohybu** soustavy hmotných bodů kolem nehybné osy opisují jednotlivé hmotné body kružnice, jejichž středy leží na ose otáčení. Celkovou kinetickou energii opět určíme jako součet kinetických energií všech *n* hmotných bodů soustavy.

$$E_k = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 \qquad E_k = \frac{1}{2}\omega^2 \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2 = \frac{1}{2} J\omega^2$$

Kombinace pohybů **posuvného** a **otáčivého**

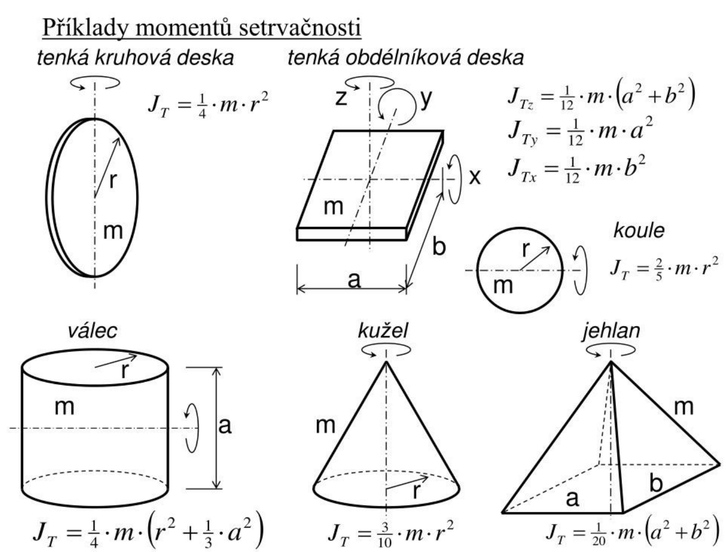
$$E_k = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}J\omega^2$$

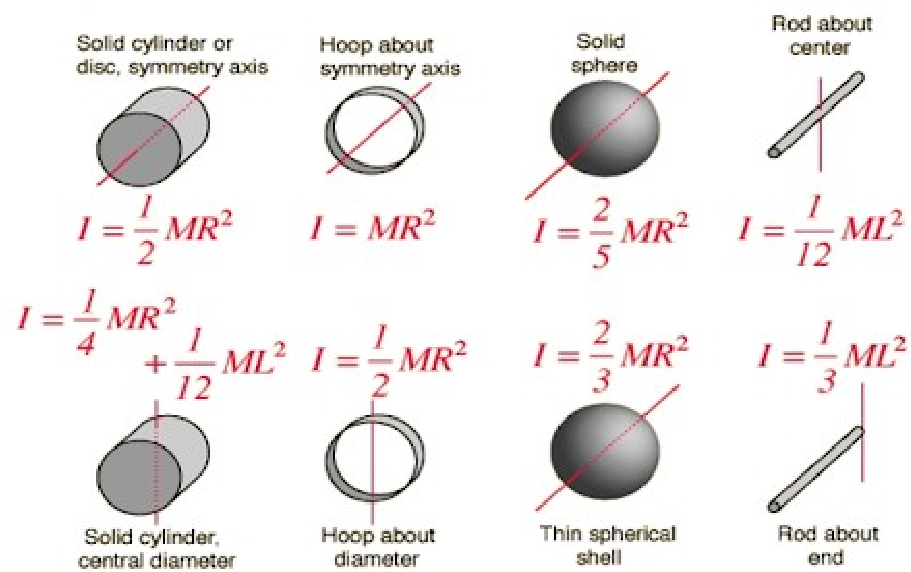
Moment setrvačnosti

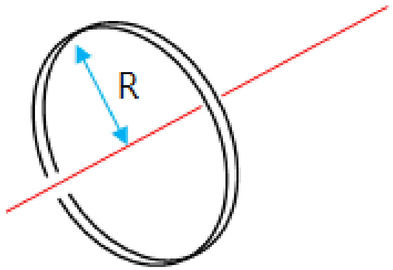
Moment setrvačnosti (J, kg.m^2) je fyzikální veličina, která vyjadřuje míru setrvačnosti tělesa při otáčivém pohybu. Její velikost závisí na rozložení hmoty v tělese vzhledem k ose otáčení. Body (části) tělesa s větší hmotností a umístěné dál od osy mají větší moment setrvačnosti.

$$J = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \cdots + m_n r_n^2 = \sum_{i=1}^{n} m_i r_i^2$$

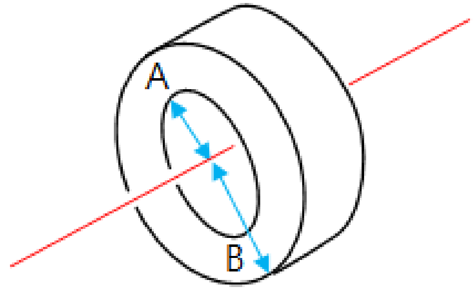
$$I = \int_M r^2 \mathrm{d}m$$ (integrace se provádí přes celé těleso o celkové hmotnosti M).



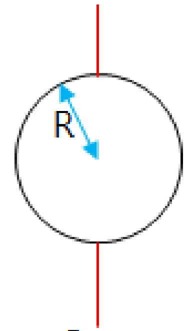




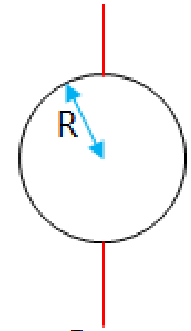
$$I = mR^2$$



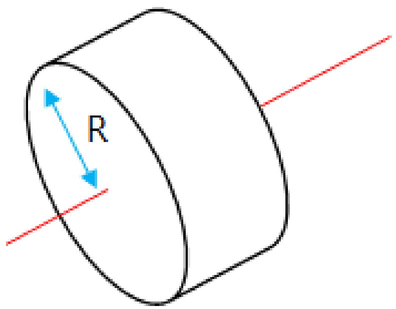
$$I = \frac{1}{2}m(A^2 + B^2)$$



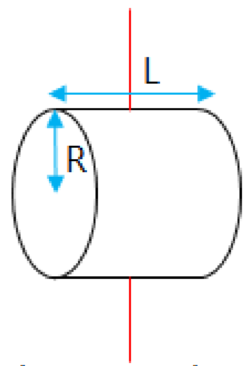
$$I = \frac{2}{5}mR^2$$



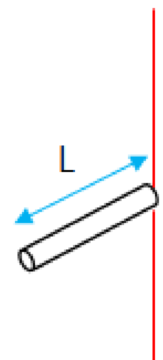
$$I = \frac{2}{3}mR^2$$



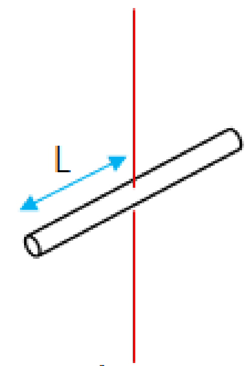
$$I = \frac{1}{2}mR^2$$



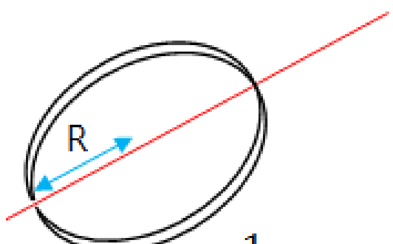
$$I = \frac{1}{4}mR^2 + \frac{1}{12}mL^2$$



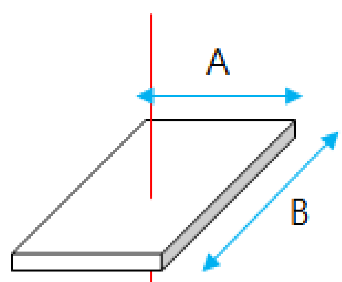
$$I = \frac{1}{3}mL^2$$



$$I = \frac{1}{12}mL^2$$



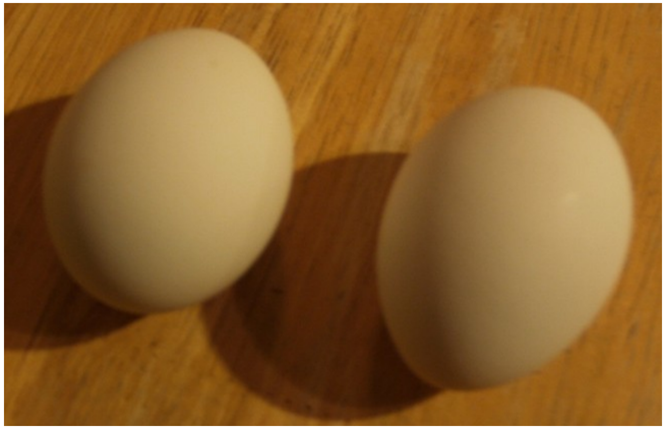
$$I = \frac{1}{2}mR^2$$

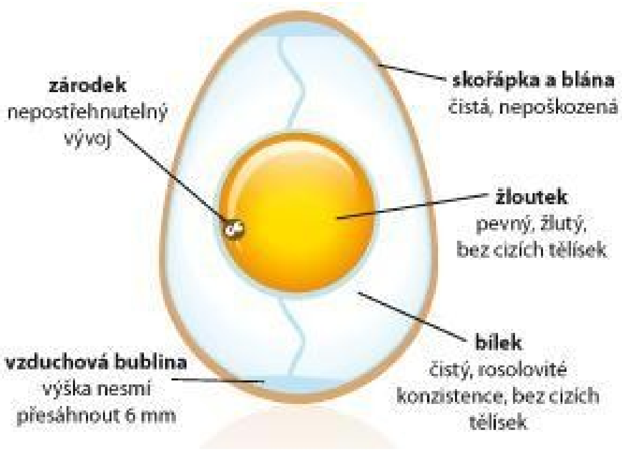


$$I = \frac{1}{12}m(A^2+B^2)$$

Příklad

Máme syrové a uvařené vajíčko. Lze je navzájem odlišit, aniž bychom některé z nich museli rozbít ?





Obě vajíčka roztočíme. Vlivem setrvačnosti (odstředívé síly) bude mít kapalný obsah syrového vajíčka tendenci být co nejdále od osy rotace (žloutek se pohybuje pomaleji), což zvýší velikost **momentu setrvačnosti**. Aby se zachoval moment hybnosti při absenci vnějšího točivého momentu, bude mít syrové vajíčko menší úhlovou rychlost.

Setrvačník, gyroskopický jev

Gyroskop (**setrvačník**) je těžké kolo otáčející se v ložiscích s nepatrným třením. Otáčející se setrvačník má moment hybnosti, takže jeho osa bez působení vnějších sil udržuje stále stejný směr (klade odpor na změnu osy jeho rotace vlivem momentu setrvačnosti) v inerciálním prostoru. Přesnost gyroskopu závisí na stabilitě udržení jeho otáček. Tomuto jevu se říká **gyroskopický efekt** a dochází k němu hlavně v případech, kdy je hmotnost setrvačníku soustředěná po obvodu. Čím větší průměr rotoru, tím je gyroskopický efekt větší. Gyroskopický efekt se také zvyšuje s otáčkami rotoru - tedy čím větší rychlost, tím je gyroskopický efekt silnější.

Kinetická energie E_k vázaná v rotujícím setrvačníku se vypočte:

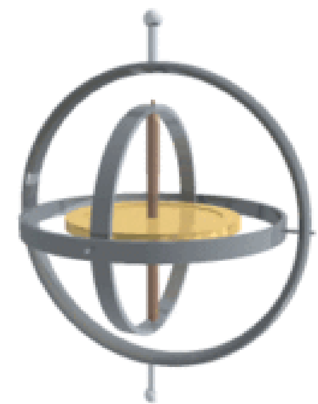
$$E_k = \frac{1}{2} J \omega^2$$

kde J je moment setrvačnosti tělesa vzhledem k ose otáčení, ω je úhlová rychlost, s kterou se těleso otáčí. Protože je úhlová rychlost přímo úměrná frekvenci (ω = 2.π.f):

$$E_k = 2\pi^2 J f^2$$

Jedno z nejstarších využití setrvačníku byl hrnčířský kruh. Známé je využití v dětských hračkách (setrvačníková autíčka, na principu setrvačníku pracuje i káča a jojo).

Používá se často pro **stabilizaci otáček strojů s nepravidelným chodem**, jako jsou parní stroje nebo spalovací motory. Stabilizaci otáček u převážné většiny současných strojních zařízení poháněných (velmi často asynchronními) elektromotory do jisté míry zajišťují tyto motory samotné, coby setrvačník zde působí zejména rotor elektromotoru.



Ke **stabilizaci směru a polohy** je hojně využíván např. v letectví (tzv. umělý horizont), jako gyrokompas v navigaci lodí, v navigaci torpéd, balistických raket, vesmírných stanic, satelitů atd.

Setrvačníky se ve světě používají pro průmyslovou **akumulaci** elektrické **energie**. Principu akumulace energie v setrvačníku využívají v průmyslu i některé velké kovoobráběcí a tvářecí stroje určené pro obrábění a tváření kovů za tepla i za studena.

Steinerova věta

Steinerova věta umožňuje vypočítat moment setrvačnosti tělesa rotujícího kolem osy, která neprochází jeho těžištěm.

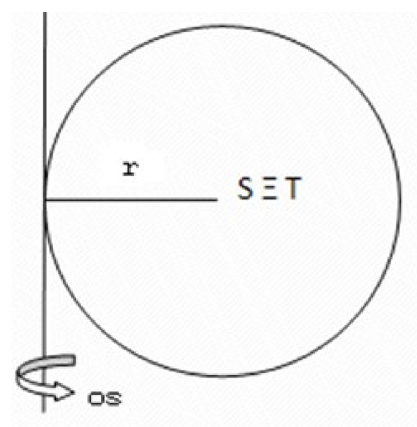
$$J = J_T + m\,r_T^2$$

Lze tak například vypočítat moment setrvačnosti tělesa složeného z několika základních těles se známými momenty setrvačnosti a vzdálenost jejich těžišť od těžiště složeného tělesa.

Příklad

Vypočtěte moment setrvačnosti plné homogenní koule o poloměru r = 10 cm, hmotnosti 25 kg vzhledem k ose, která se dotýká povrchu koule.

r = 10 cm = 0,1m
m = 25kg
d = r = 0,1m



$$I = I_0 + m.d^2$$

$$I = \frac{2}{5}m.r^2 + m.d^2$$

$$I = \frac{7}{5}m.r^2$$

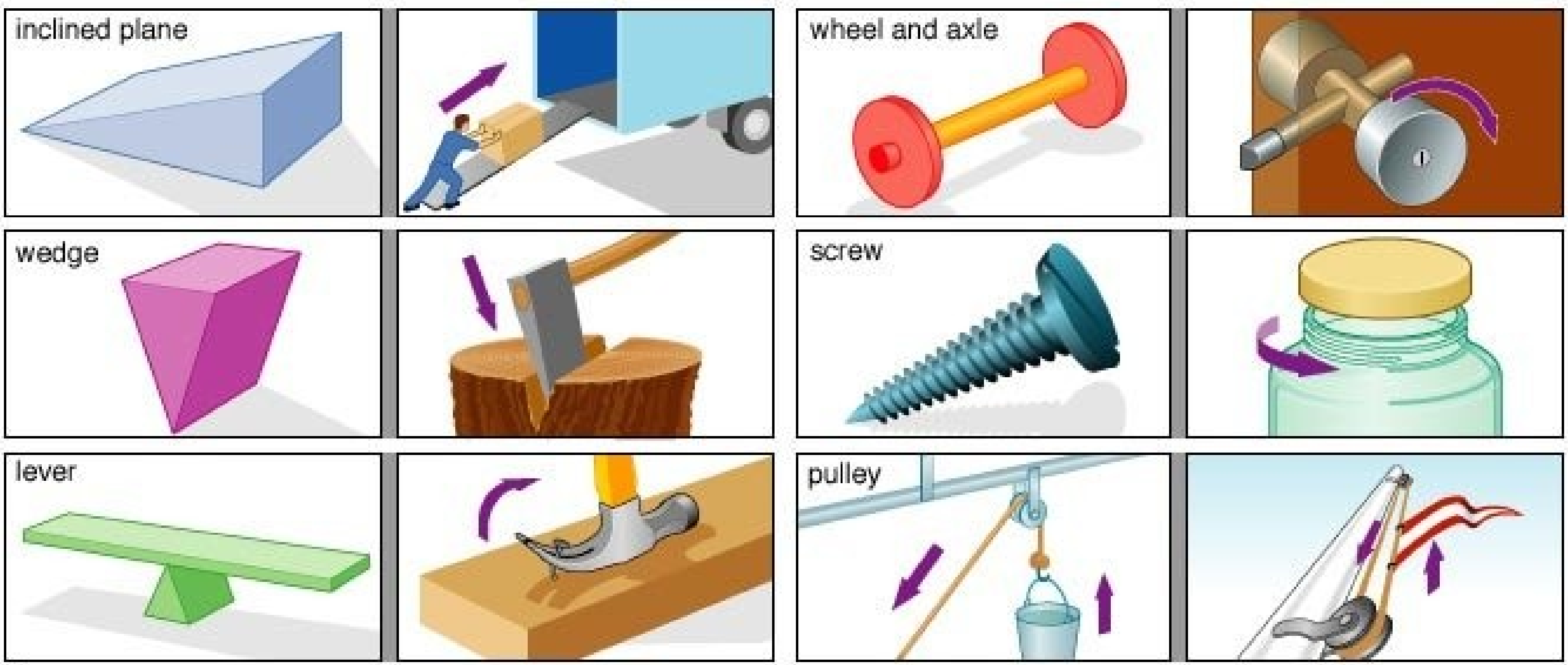
$$I = \frac{7}{5}25kg.(0,1m)^2 = 0,35kg.m^2$$

$$I = 0,35kg.m^2$$

Jednoduché stroje založené na rovnováze momentů sil

Mechanická zařízení jimiž lze měnit směr síly, přenášet působiště síly a nebo měnit velikost síly za účelem překonání určité síly.

Zlaté pravidlo mechaniky vyjadřuje zákon zachování energie: „Vynaložená práce (součin síly a posunutí jejího působiště) se rovná práci spotřebované na posunutí břemene, co se ušetří na vynaložené síle, je třeba přidat na dráze (při zanedbaném tření).“



Páka

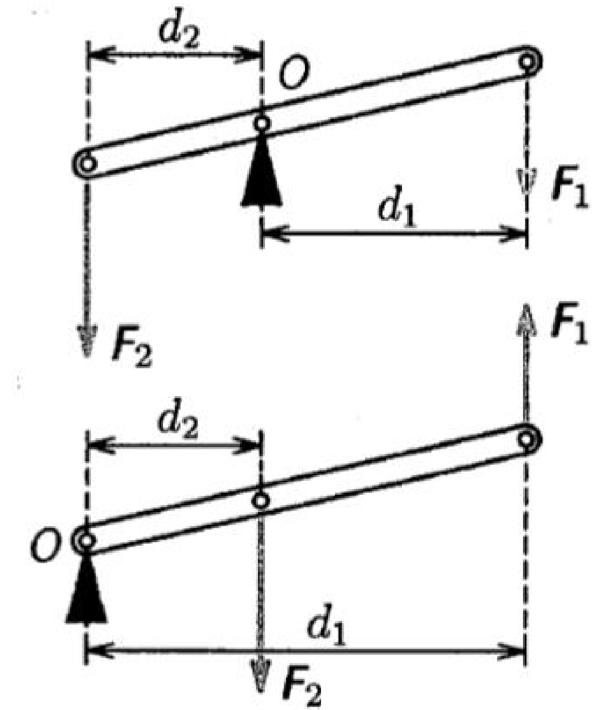
Jednozvratná páka: síly působí na stejné straně od osy otáčení, mají však opačný směr.
Dvojzvratná páka: síly působí na obou stranách od bodu otáčení.

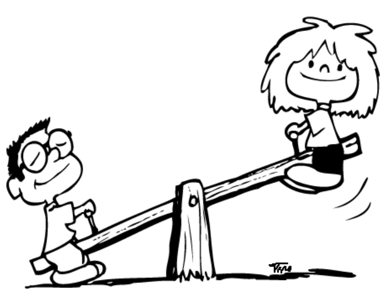
Rovnováha na páce nastane, právě když součin ramene síly a velikosti síly na levé straně se rovná součinu ramene síly a velikosti síly na pravé straně.

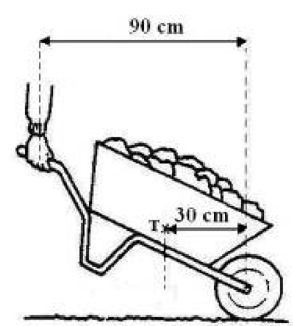
$$d_1 \cdot F_1 = d_2 \cdot F_2$$

Páka se začne otáčet ve směru síly, jejíž součin s délkou ramene (moment síly) je větší.

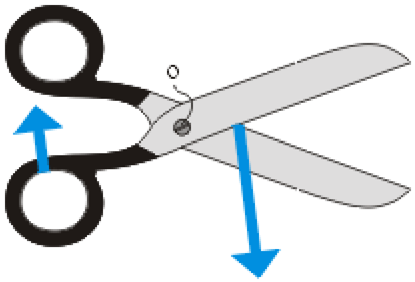
Různé druhy páčidel a kleští se používají většinou ke **zvětšení síly**, kterou působíme na nějaký předmět.



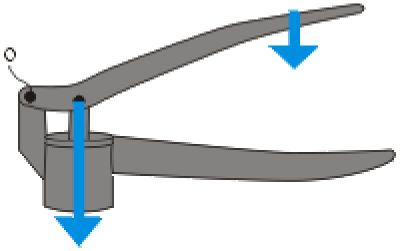




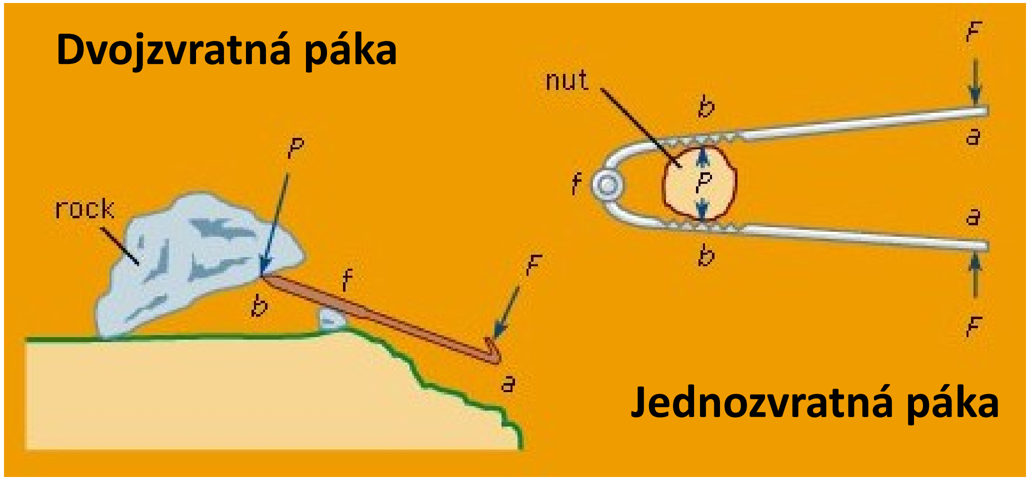
Dvojzvratná páka

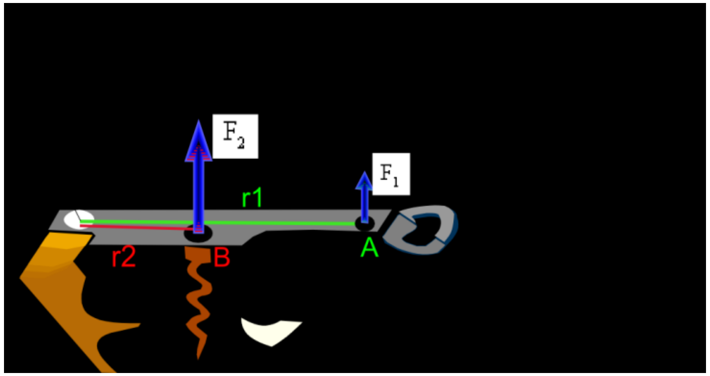


Jednozvratná páka



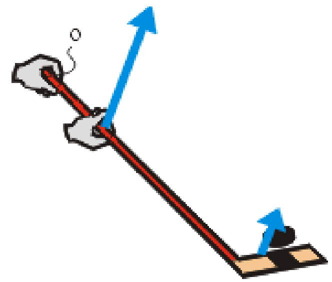
Jednozvratná páka





Dvojzvratná páka

Hokejka je v podstatě také pákou. Neslouží ke zvětšení síly, ale ke <u>zvýšení rychlosti </u>(puk odpálený hokejkou se pohybuje mnohem rychleji než kdybychom ho házeli rukou). Síla, kterou přitom působí konec hokejky na puk je naopak menší než síla rukou působící na hokejku (delší rameno síly).



Jednozvratná páka

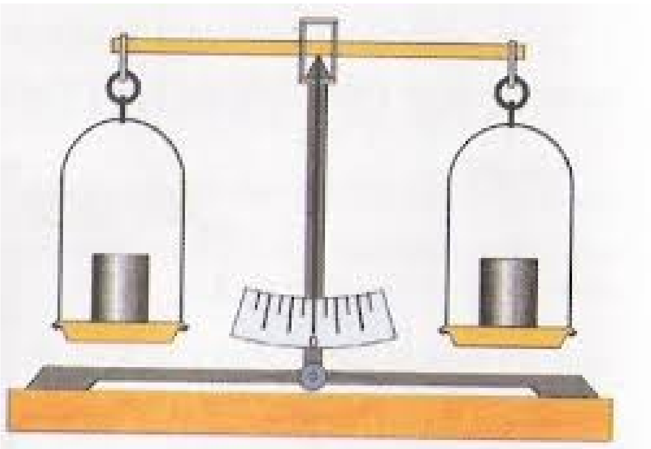
Dvojzvratná páka

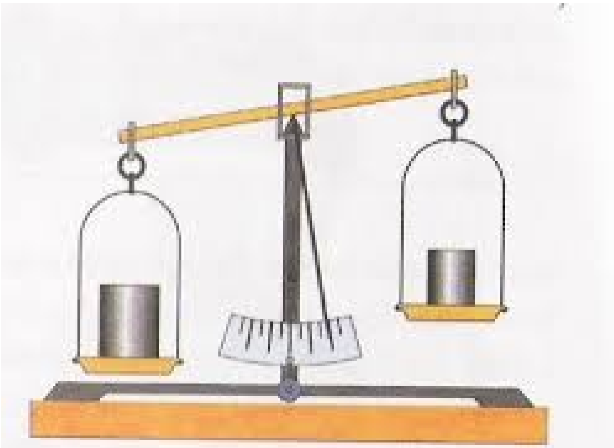
Dvojzvratná páka

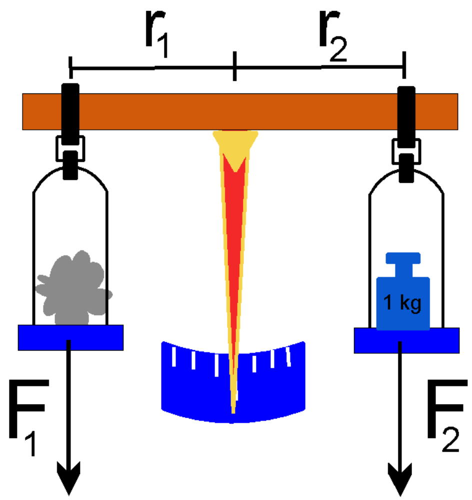
Dvojzvratná páka

Váhy

Vážení je porovnávání tíhy těles za účelem stanovení hmotnosti. Rovnost tíhy (působící na závěs vah) znamená tedy i rovnost tíhové síly (kterou působí tíhové pole na vážená tělesa) a tedy i rovnost jejich hmotností. Účelem vážení je najít takové závaží známé hmotnosti, které bude mít stejný silový účinek na váhy jako zkoumané těleso.


Obr. 1.89 Tělesa stejné hmotnosti


Obr. 1.90 Tělesa různé hmotnosti



Rovnoramenné váhy pracují <u>na principu dvouramenné páky</u> (vahadla) se stejně dlouhými rameny. Na konci ramen bývají zavěšeny misky, jedna na vážený předmět a druhá na závaží. Uprostřed páky je svislý jazýček, který umožňuje přesně odečíst, kdy jsou obě strany v rovnováze.

Také **nerovnoramenné váhy** pracují na principu dvouramenné páky, jenže délky obou ramen jsou různé. Toho lze využít dvojím způsobem:

Délky obou ramen mohou být v ***pevném poměru* 1:*n***. V tomto případě bude platit $l_1 = n.l_2$ a váha bude v rovnováze, když bude hmotnost závaží rovna jedné n-tině hmotnosti váženého zboží. Tak jsou konstruovány tak zvané **decimálky**, (n = 10) váhy na objemné zboží například v pytlích (obilí, brambory, uhlí atd.).

Délka jednoho z ramen může být ***proměnná***, v se jediné závaží posouvá po delším rameni páky tak dlouho, až je váha v rovnováze. Pro hmotnost váženého zboží pak platí vztah $F_2 = k.l_1$ (hodnoty F_1 a l_2 jsou konstantní) a na rameni může být nanesena lineární stupnice hmotností. Na tomto principu fungují tak zvané **přezmeny**.

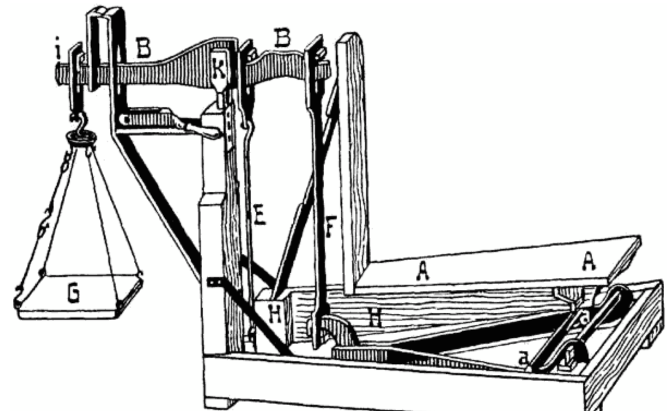
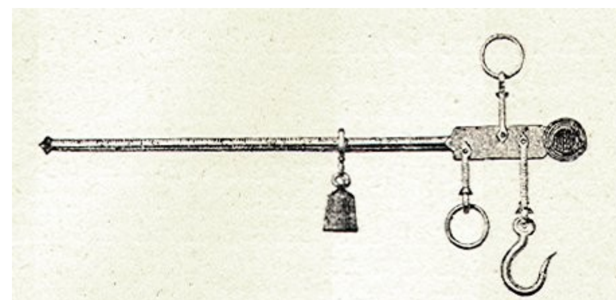


Fig. 6.

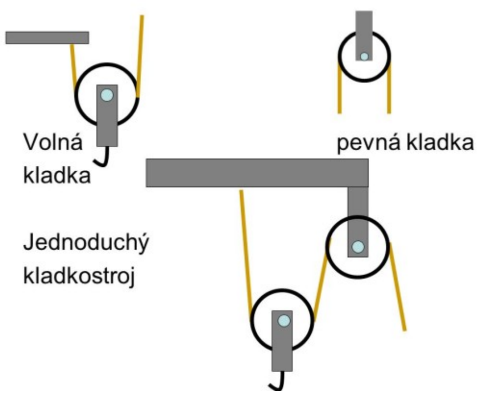


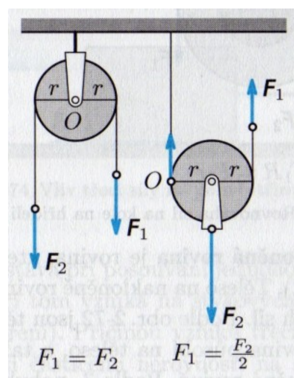
Balance romaine.

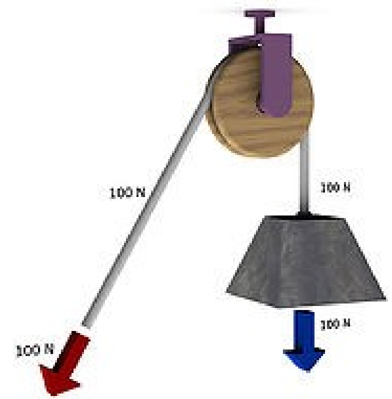
Kladka

Rovnováha sil na **kladce pevné** nastane tehdy, jestliže na obou koncích lana působí stejně velké síly **$F_1 = F_2$.** Síla, kterou těleso zvedáme, je rovna tíze zavěšeného tělesa.

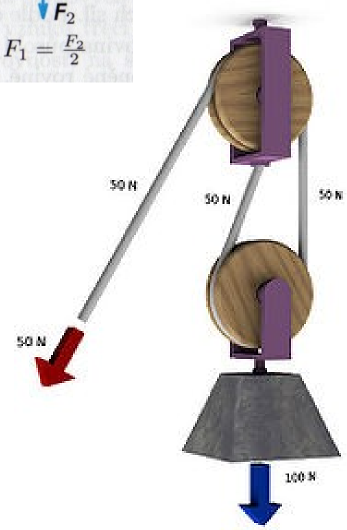
Na **kladce volné** působí na obou koncích lana síly poloviční, než je součet tíhy kladky volné a závaží na ní zavěšeného **F1 = F2 = G/2**. Síla, kterou těleso zvedáme, je rovna polovině tíhy zavěšeného tělesa.

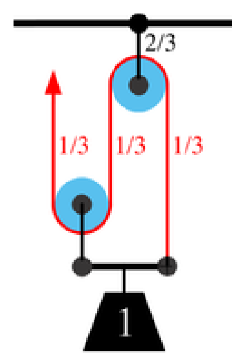


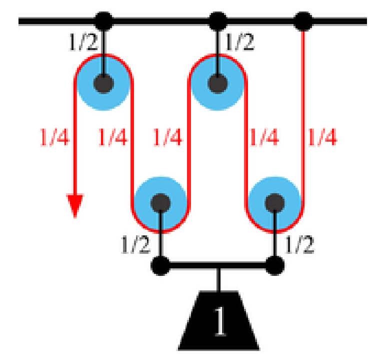




Jednoduchý kladkostroj se skládá z jedné kladky volné a jedné kladky pevné. Síla, kterou působíme na konec lana, je rovna polovině tíhy břemene, platí vztah **F = G/2**.





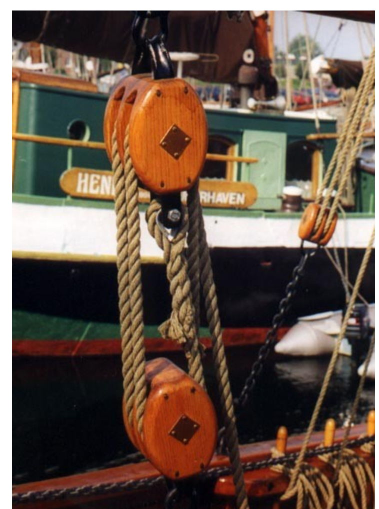


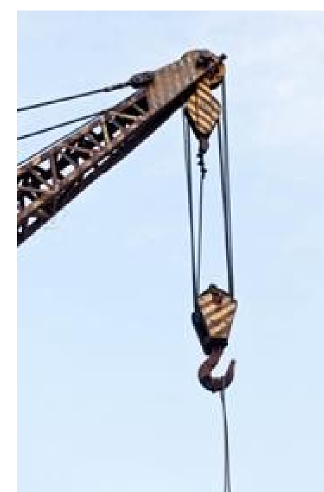
V technické praxi se kladky používají u nejrůznějších mechanismů, od zavěšení hodinového závaží až po velká zdvihadla, stavební, důlní a těžební stroje, dále pro napínání drátů elektrického vedení, vypínání plachtoví na jachtách, při stavbách drátěných ohrad či plotů apod.

Kladka jako každý jednoduchý stroj práci neušetří, spíše naopak musíme do kladky vložit větší práci, než jakou chceme, aby kladka vykonala, jelikož část vložené práce se ztratí třením. Účinnost kladky je tak vždy menší než 1.

Nejběžnější a nejznámější stroje u nichž jsou použity kladky:

jeřáb
výtah nebo zdviž
vrátek - nejčastěji používaný na stavbách (kupř. při hloubení kopaných studní či opravách střech domů apod.)
těžní věž
napínák drátů a lan





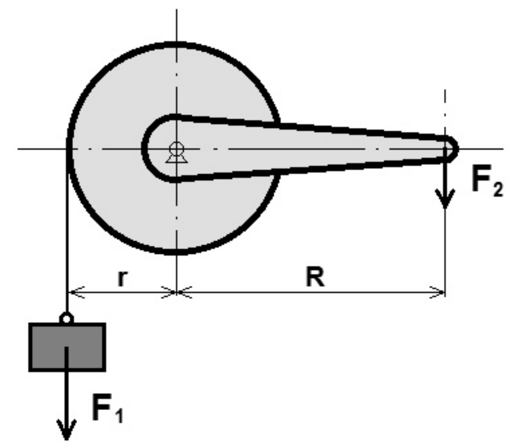
Kolo na hřídeli a klika

Kolo na hřídeli je jednoduchý stroj, jehož základem jsou dvě pevně spojené části (větší a menší kolo, kolo a hřídel), která se otáčejí kolem jedné osy.

Působí-li na větší kolo síla člověka nebo stroje, pak menší kolo působí větší silou na těleso (břemeno). Kolo na hřídeli je založeno na principu páky. Oproti páce se kolo na hřídeli liší především možností otáčení o 360°.

Podmínka rovnováhy na kole na hřídeli:

$$F_1 . r = F_2 . R$$



kde F_1 je síla působící na menší kolo o poloměru r, F_2 je síla působící na větší kolo o poloměru R.

Kolo na hřídeli lze najít v nástrojích jako rumpál, klíč na utahování, pedály kol, kohoutky na vodu, ap.

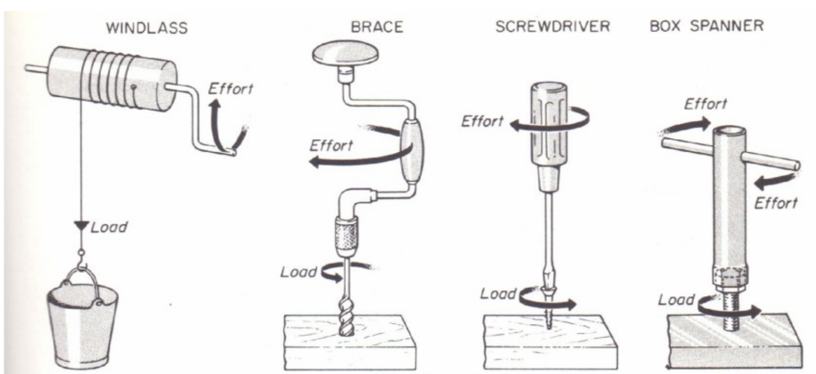
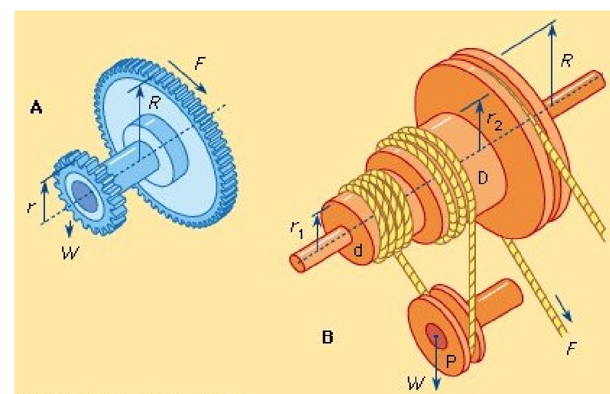
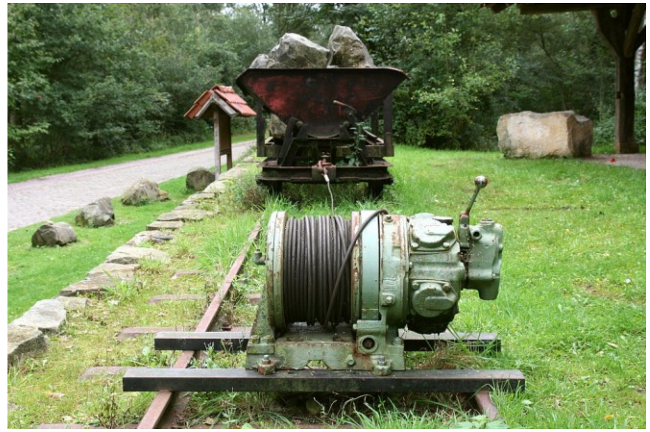
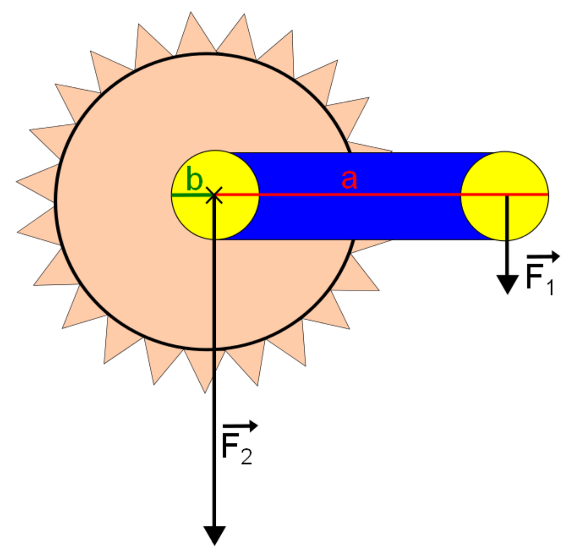


Fig. 8.14. Applications of the wheel and axle principle




Klika je rukojeť k otevírání a zavírání dveří, oken a dalších obdobných mechanismů. Pracuje na jednoduchém principu, podobném kolu na hřídeli, kde moment síly vyvinutý (obvykle lidskou rukou) na kliku otáčí mechanismem dveřního či okenního zámku apod.

Příklad

Kolem na hřídeli, které má poloměr hřídele 10 cm a poloměr kola 50 cm, zdvíháme břemeno. Na obvodě kola působíme silou 120 N tak, že lano táhneme rovnoměrným pohybem rychlostí 80 cm·s^{-1}. Jak těžké je břemeno a za jak dlouho toto břemeno zdvihneme o 1,6 m? Třecí sílu mezi lanem a hřídelí lze zanedbat.

F = 120 N
R = 50 cm = 0,5 m
v = 80 cm·s^{-1} = 0,8 m.s^{-1}
r = 10 cm = 0,1 m
h = 1,6 m
m = ?
t = ?

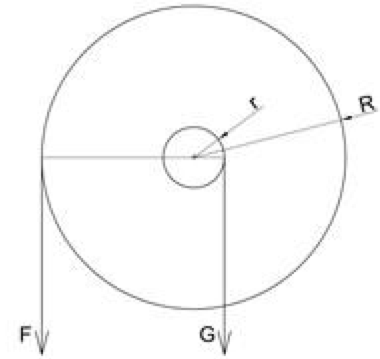
$$F \cdot R = G \cdot r$$

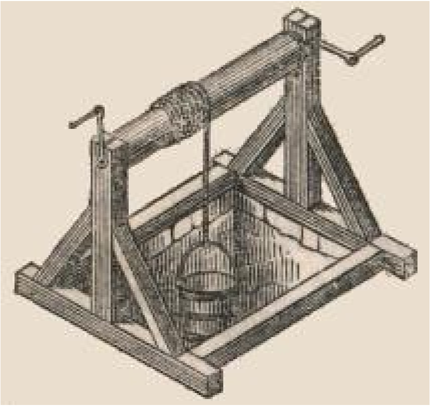
$$v = \omega \cdot R \wedge v' = \omega \cdot r$$

$$h = v' \cdot t$$

$$G = \frac{F \cdot R}{r} \Rightarrow G = \underline{600\ \mathrm{N}}$$

$$t = \frac{h}{v \cdot \frac{r}{R}} \Rightarrow t = \underline{10\ \mathrm{s}}$$





Nakloněná rovina

Nakloněná rovina je jednoduchý stroj, jehož jedinou částí je rovina nakloněná vzhledem k vodorovnému směru, po níž se pohybuje těleso. Specifickou formou nakloněné roviny je **závit šroubu** představující nakloněnou rovinu navinutou na válec. Také **klín** představuje v podstatě variantu nakloněné roviny.

<ins>Nakloněná rovina zmenší sílu potřebnou ke zvednutí tělesa (břemene). Velikost potřebné síly závisí na sklonu roviny, neboli na poměru délky k výšce nakloněné roviny. Nezmenšuje však množství práce potřebné k vykonání pohybu.</ins>

$$F = F_G \frac{h}{s}$$

F – působící síla na těleso

F_G – tíhová síla

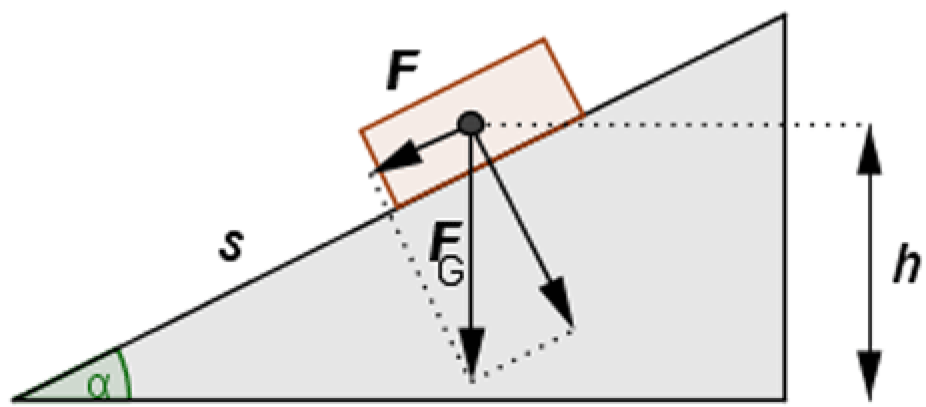
$$F_G = m.g$$

m – hmotnost tělesa

g – gravitační zrychlení

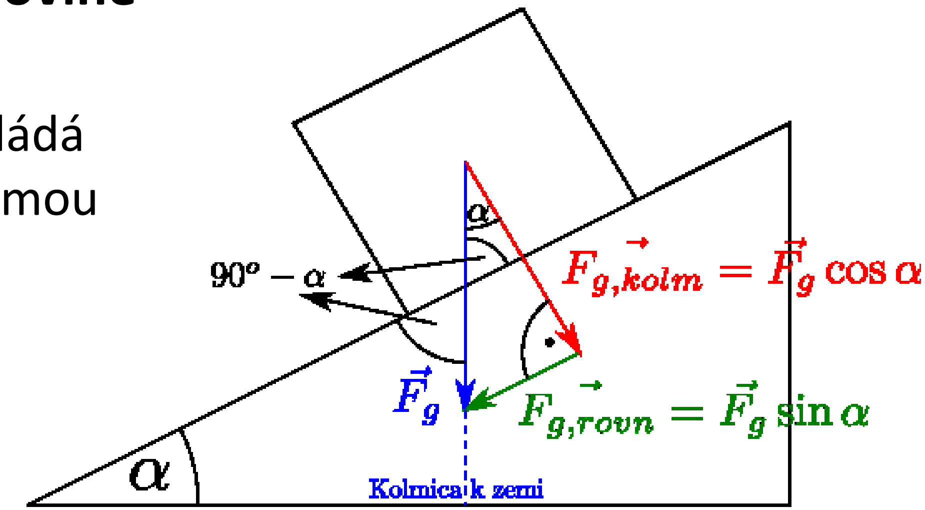
s – délka nakloněné roviny

h – výškový rozdíl



Rozklad tíhové síly na nakloněné rovině

Tíhová síla se na nakloněné rovině rozkládá na dvě kolmé složky, rovnoběžnou a kolmou s nakloněnou rovinou.



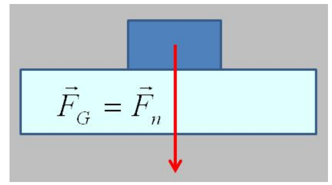
$F_g = m \cdot g$

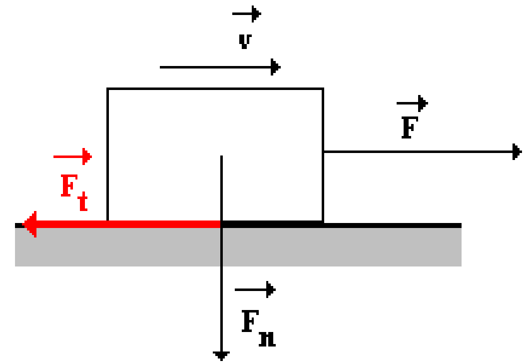
$F_{gk} = F_g \cdot \cos(\alpha) = m \cdot g \cdot \cos(\alpha)$

$F_{gr} = F_g \cdot \sin(\alpha) = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$

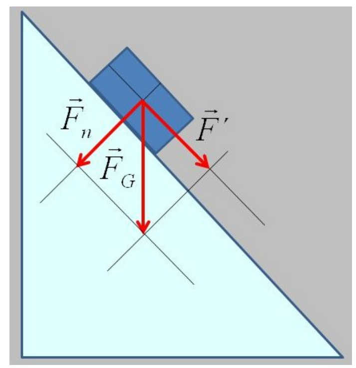
Normálová síla (F_n) je síla kolmá k podložce.

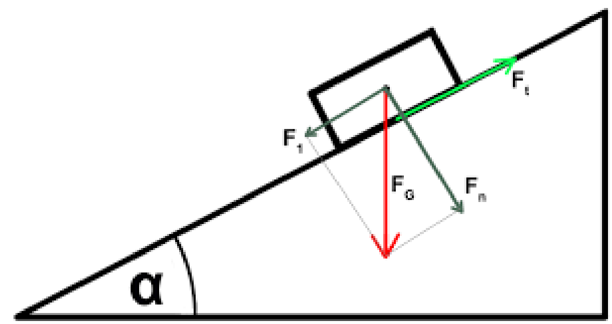
V případě **vodorovné podložky** je totožná se silou tíhovou.



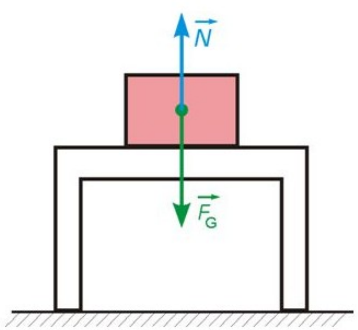


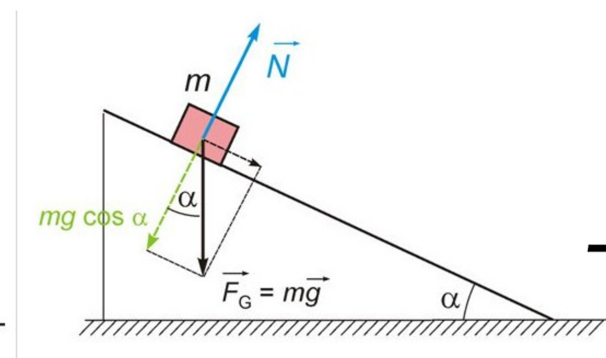
Na **nakloněné rovině** je složkou tíhové síly kolmou k podložce

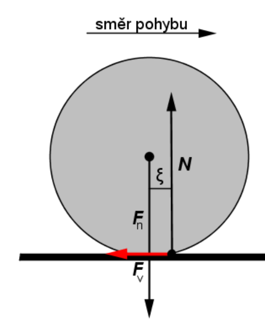




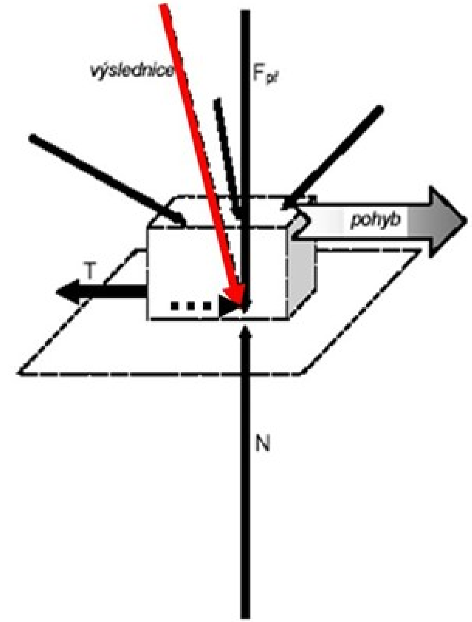
Normálová reakce je reakcí (dle 3. Newtonova zákona) na normálovou sílu, je ztotožňována s **reakcí podložky** na tíhovou sílu (vodorovná podložka), resp. na složku tíhové síly kolmou k podložce (nakloněná rovina)



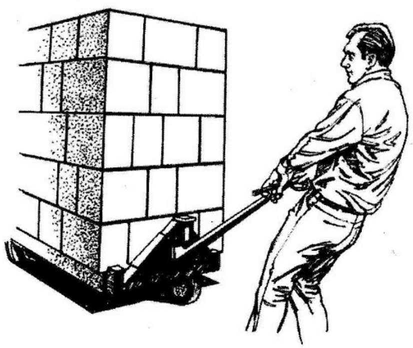


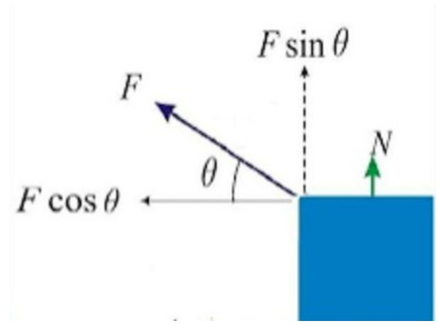


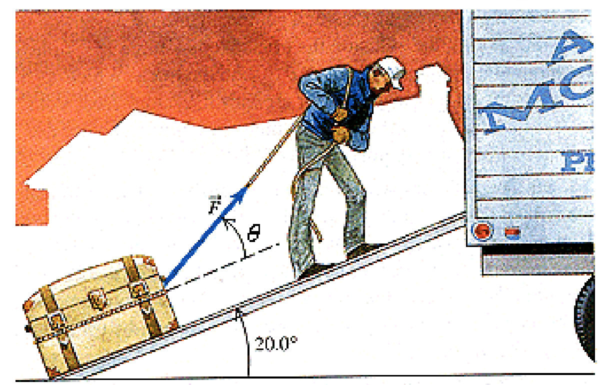
Přítlačná síla je složka výslednice všech sil působících na těleso, mající kolmý směr ke směru pohybu. Podle zákona akce a reakce je přítlačná síla rovna příslušné normálové reakci působící opačným směrem.



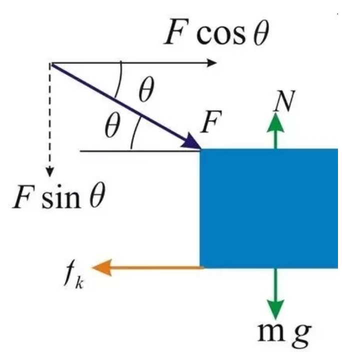
Působení tažné (vlečné) síly F

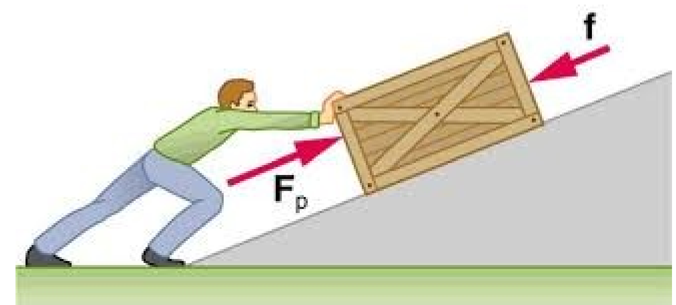


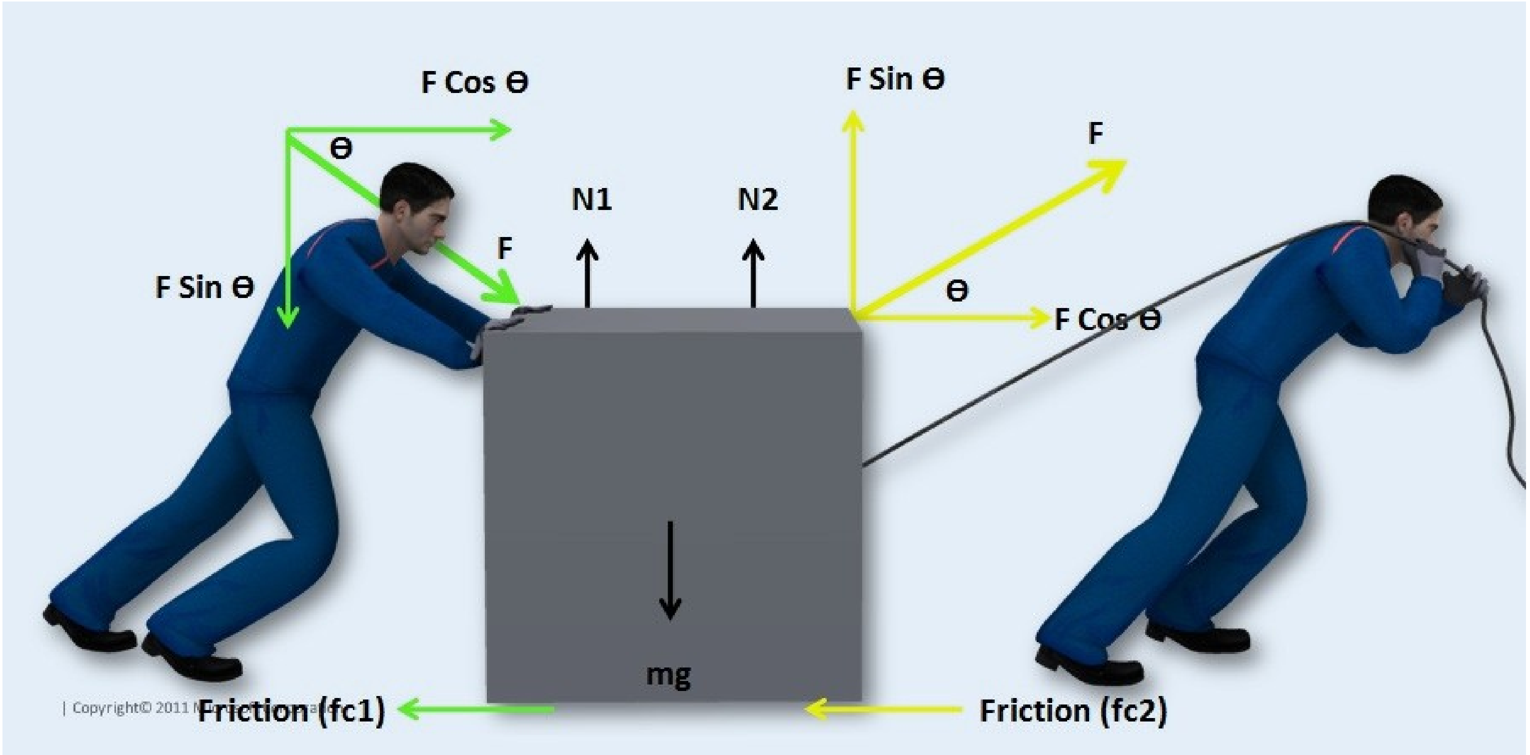


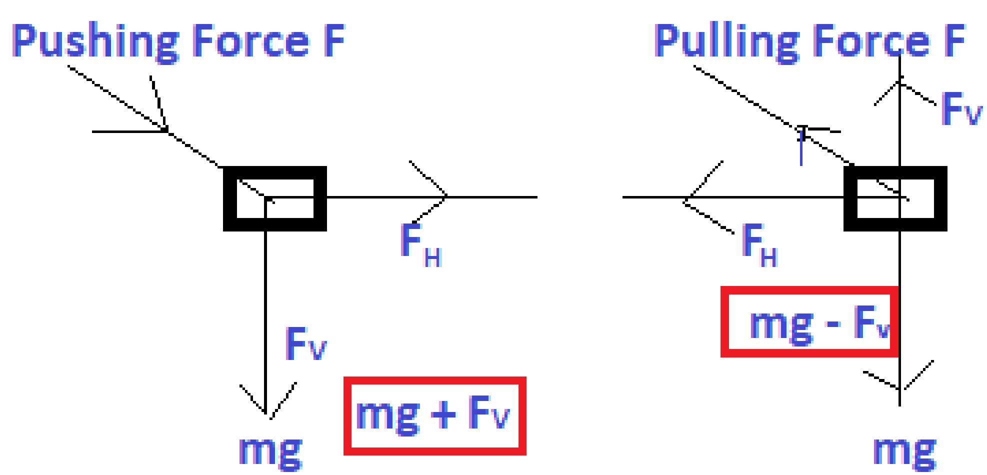


Působení tlačné síly F

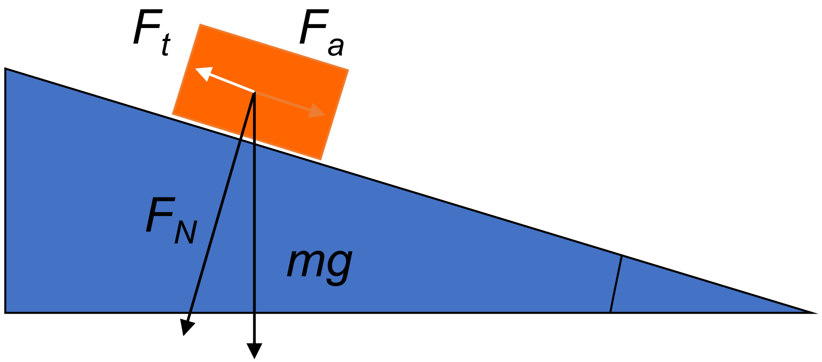





F Cos ϴ
ϴ
F Sin ϴ
F
N1
N2
F Sin ϴ
F
ϴ
F Cos ϴ
mg
Friction (fc1)
Friction (fc2)


Pushing Force F
F_H
F_V
mg
mg + F_V
Pulling Force F
F_V
F_H
mg - F_V
mg

Síla působící podél nakloněné roviny:



Je-li zrychlení nulové (těleso klouže po nakloněné rovině rovnoměrně, což nastane při **kritickém úhlu náklonu** α_k, platí

Příklad

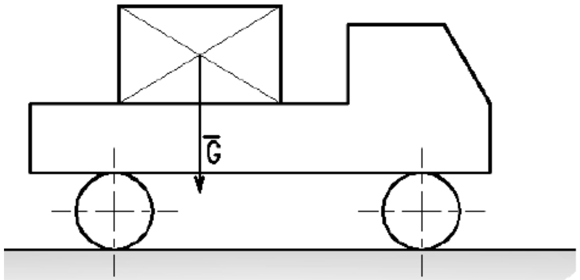
Nákladní automobil dopravuje na své ložné ploše nezajištěné břemeno o hmotnosti m. Součinitel tření mezi korbou a břemenem je *f* = 0,4. Stanovte, s jakým největším zpožděním může automobil brzdit, aby se břemeno neposunulo.

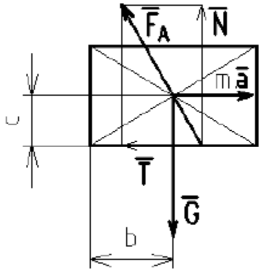
$T = m.a$

$F_N = m.g$

$T = F_N .f m.a = m.g.f$

$a = g.f = 9{,}81.0{,}4 = \underline{3{,}9\ m.s^{-1}}$



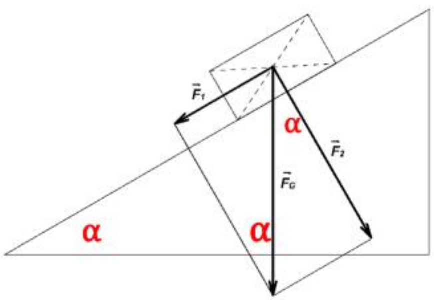


Příklad č.4: Urči součinitel smykového tření mezi tělesem a povrchem nakloněné roviny, která svírá úhel 20° s vodorovnou rovinou, po které se toto těleso pohybuje rovnoměrně přímočaře.

$\alpha = 30°; F_1 = F_t$

$$F_1 = m \cdot g \cdot sin\alpha$$

$$F_t = f \cdot F_2 = f \cdot m \cdot g \cdot cos\alpha$$



$$f = \frac{F_1}{F_2} = \frac{m \cdot g \cdot sin\alpha}{m \cdot g \cdot cos\alpha} = \frac{sin\alpha}{cos\alpha} = tg\alpha$$

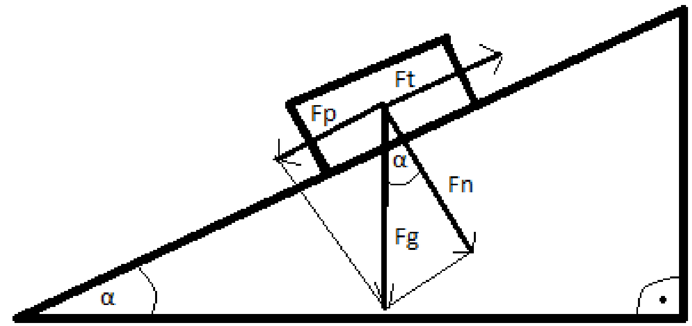
$f = tg20° \doteq 0,36$ Součinitel smykového tření je přibližně 0,36.

Příklad

Kostka, na niž působí tíhová síla o velikosti 20 N spočívá na nakloněné rovině o úhlu sklonu α = 30°. Koeficient statického tření je f_s = 0,25, koeficient dynamického tření f_d = 0,15. a) Jaká je nejmenší velikost síly F_1 rovnoběžné s nakloněnou rovinou, která zabrání kostce ve skluzu? b) Jaká je nejmenší hodnota F_2, při níž se začne kostka pohybovat po nakloněné rovině vzhůru? c) Při jaké hodnotě F_3 bude kostka stoupat stálou rychlostí?

G=20N
α=30°
fs=0,25
fd=0,15

Fp=Fg*sinα=10N
Fn=Fg*cosα=8,66N



$$F_1 + f_s G \cos\alpha = G \sin\alpha$$

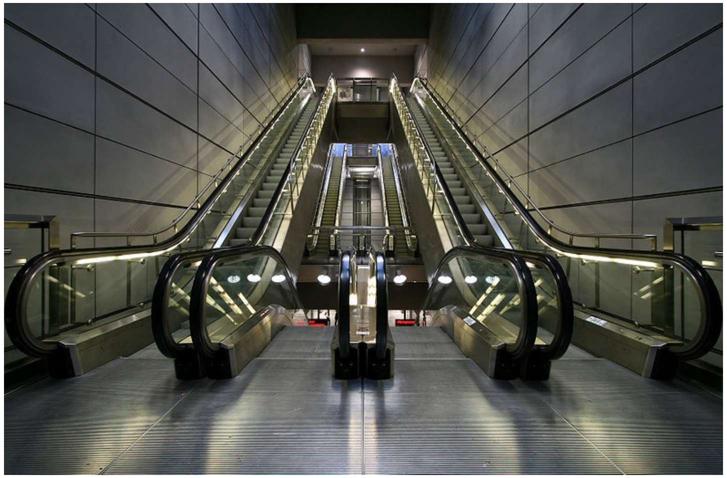
$$f_s G \cos\alpha + G \sin\alpha = F_2$$

$$f_d G \cos\alpha + G \sin\alpha = F_3$$

F_1 = G.(sinα – f_s.cosα) = 20.(sin 30° – 0.25.cos 30°) = <u>5, 7 N</u>

F_2 = G.(sinα + f_s.cosα) = 20.(sin 30° + 0.25.cos 30°) = <u>14,3 N</u>

F_3 = G.(sinα + f_d.cosα) = 20.(sin 30° + 0.15.cos 30°) = <u>12,6 N</u>



Příklad

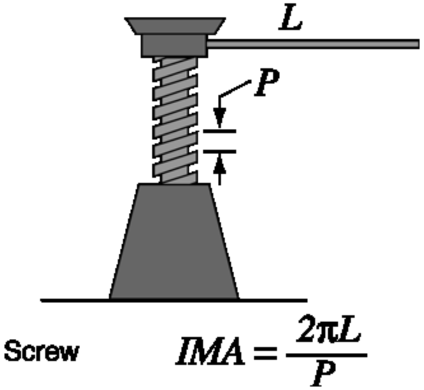
Vozíčkář o hmotnosti 75 kg musí na svém vozíku o hmotnosti 58 kg překonat převýšení 90 cm po nakloněné rovině o délce 146 cm. Jakou práci musí vozíčkář vykonat?

m_1 = 75 kg
m_2 = 58 kg
h = 90 cm = 0,9 m
s = 146 cm = 1,46 m
W = ?

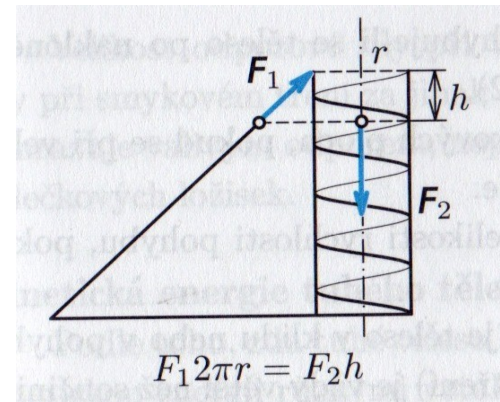
$$m = m_1 + m_2 = 75 + 58 = 133 \text{ kg}$$
$$F = F_G \frac{h}{s}$$
$$F_G = m \cdot g = 133 \cdot 10 = 1\,330 \text{ N}$$
$$F = 1\,330 \frac{0{,}9}{1{,}46} = 819{,}9 \text{ N}$$
$$W = F \cdot s = 819{,}9 \cdot 1{,}46 = 1\,197 \text{ J} = \underline{1{,}2 \text{ kJ}}$$

Šroub

Síla F působí na obvodu kružnice, jejímž poloměrem r je buď poloměr hlavice, resp. je roven délce klíče. Při jedné otočce vykoná síla F práci 2.π.r.F. Šroubem překonáváme tíhu F_g, záporná práce je F_g.h. Odtud

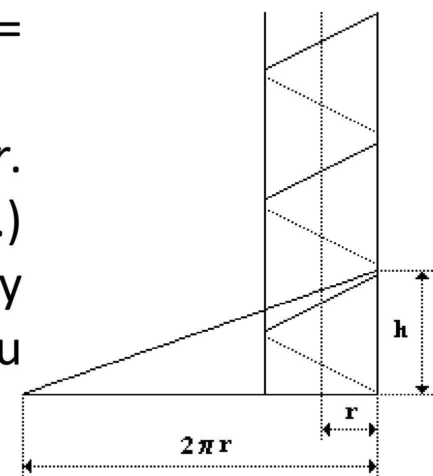


$$2.\pi.r.F = F_g.h$$

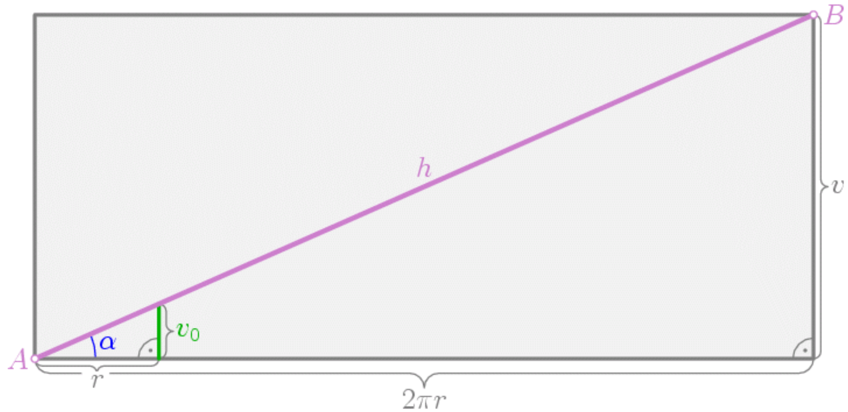


V **dynamice** lze šroubovici lze také chápat jako nakloněnou rovinu navinutou na válec.

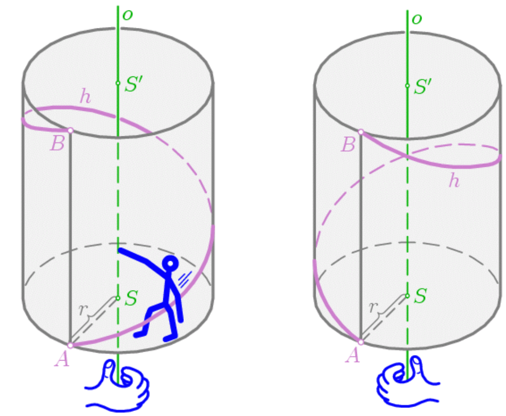
Při utahování šroubu působí síla **F_1** podél závitu o délce l = 2.π.*r*, kde *r* je poloměr šroubovice.
Při jednom otočení šroubu vykoná tato síla **práci** $W_1 = F_1.2.\pi.r$.
Při tom se šroub, který působí na matici (hmoždinku, dřevo, …) silou, posune o výšku závitu *h*. Práce vykonaná šroubem je tedy $W_2 = F_2.h$. Neuvažujeme-li odporové síly, dostáváme podmínku **rovnováhy sil** na šroubu ve tvaru $\underline{F_1.2.\pi.r = F_2.\ h}$.



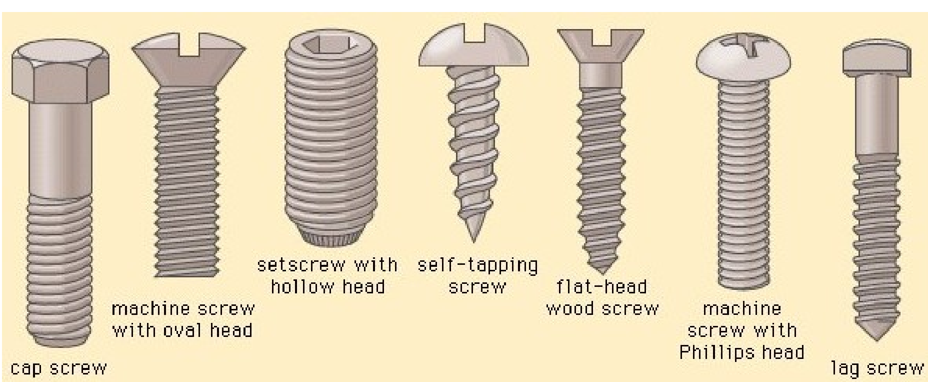
Šroubovice jako nakloněná rovina navinutá na válec



→



r je poloměr šroubovice *h*, *o* je osa šroubovice, *v* je výška závitu, *α* je sklon šroubovice, tan *α* je spád šroubovice (stejný v každém bodě – křivka konstantního spádu), v_0 je redukovaná výška závitu (parametr šroubovice); platí: $v_0/v=r/(2\pi r)$, a tedy $v_0=v/(2\pi)=cca\ v/6$.



Příklad

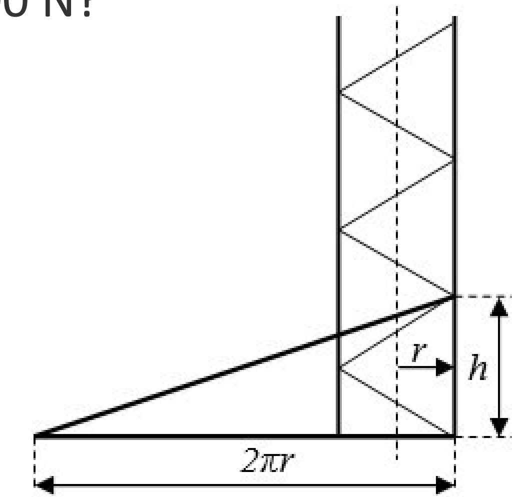
Jak velká je maximální tíha břemene, které lze zvednout šroubem o poloměru 30 cm a se stoupáním závitu 1 mm při působení síly 500 N?

F = 500 N
r = 0,3 m
h = 0,001 m
G = ?

$$G \cdot h = F \cdot 2\pi \cdot r$$

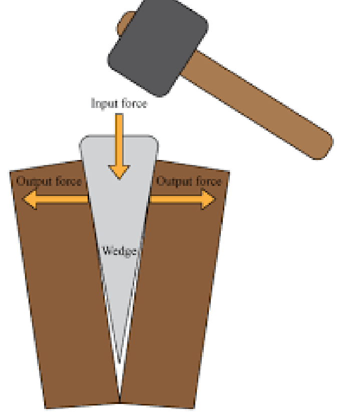
$$G = \frac{F \cdot 2\pi \cdot r}{h} \Rightarrow G = 942\,000\ \mathrm{N}$$

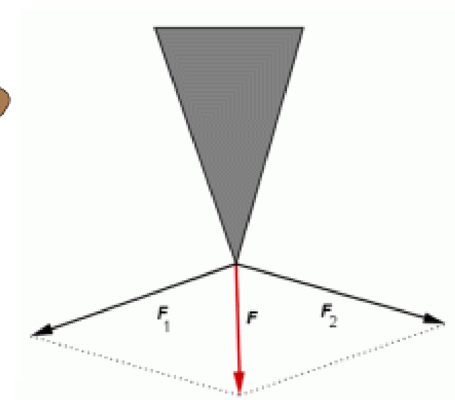
G = <u>942 kN</u>

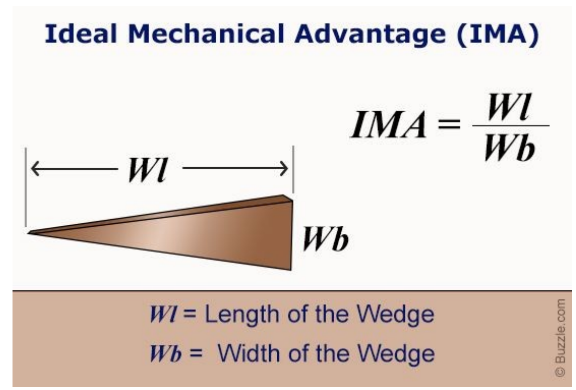


Klín

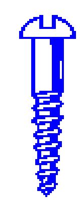
Klín je jednoduchý stroj, založený na principu nakloněné roviny, jehož jedinou částí je těleso s průřezem ve tvaru trojúhelníku (trojboký hranol, kužel, jehlan). Síla, která působí na podstavu klínu, se rozloží ve směru kolmém na boční stěny. Velikost silových složek závisí na úhlu, který svírají boční stěny, čím je tento úhel men[redacted] ostřejší), tím jsou síly větší.







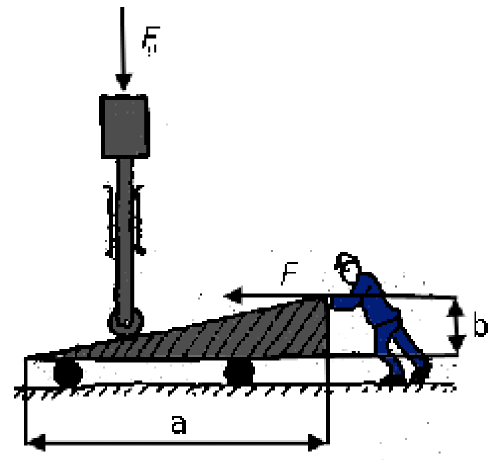
Klín můžeme použít jako součást řezných nástrojů obráběcích strojů, zahradnického náčiní (motyka, rýč, pluh), nože, sekery, jehly, ...



vrut
(klín společně se šroubem)

Hlodavé zuby
(řezáky)

Klín jako zarážka



Síla *F* působící na klín vyrovnává tíhu podkládaného tělesa ve stejném poměru, jako jsou rozměry klínu

$$\frac{F_g}{F} = \frac{a}{b}$$

Klín, který se nedá silou působící na boky vymáčknout, je **samosvorný** (samodržný). Pro samosvorný klín platí

$$\frac{b}{a} < 2f$$

kde *f* je součinitel smykového tření. V praxi se poměr *b/a* (úkos) volí značně menší. <u>Samodržné klíny musí být ty, které se používají jako zarážky, podpěry</u>.