

MA0001 Základy matematiky

Podklady k cvičení 1

Břetislav Fajmon, Lukáš Másilko a další

10. října 2023

Cvičení 1.1. Dokažte větu 2 z přednášky 1, ale také věty 3,4,5 z následující přednášky 2.

- **(Věta 02)** Výroková forma $\neg(A \vee B)$ je ekvivalentní s výrokovou formou $(\neg A) \wedge (\neg B)$.
- Výrokové formy $\neg(A \Rightarrow B)$ a $A \wedge \neg B$ jsou ekvivalentní.
- **(Věta 03)** Výrokové formy $A \Rightarrow B$ a $\neg B \Rightarrow \neg A$ jsou ekvivalentní.
- **(Věta 04)** Výrokové formy $A \Leftrightarrow B$ a $(A \Rightarrow B) \wedge (B \Rightarrow A)$ jsou ekvivalentní.
- **(Věta 05)** (princip vyloučení třetího zapsaný jako výroková forma)
Pro každý výrok A platí $A \vee \neg A$.

Cvičení 1.2. Jedná se o výroky?

1. Adam z naší třídy byl přijat na Masarykovu univerzitu.
2. $1 + 1 = 3$
3. $x < 3$.
4. Jdi domů a uvař něco k obědu!
5. Mamut je savec.
6. Je mamut savec?
7. Dnes se mi nechtělo vstávat.
8. Alenka byla v říši divů.

9. Kéž bych už měl po přijímacích zkouškách.
10. To je bez problémů.

Cvičení 1.3. Cvičení na základní negace výroků.¹ Převeďte následující výroky do symbolického zápisu, znegujte je a poté opět „přeložte“ do českého jazyka:

1. V tomto parku ptáci nejsou nebo nezpívají.
2. Jestliže se v kamnech netopí, je zima.
3. Klára nejí maso a mám ji rád.
4. Nebudu svačit nebo vypiji džus.
5. Jestliže umím střílet, pak mamuti vymřeli.
6. Číslo 158 je dělitelné šesti, právě když je dělitelné dvěma a třemi.
7. Poslední cifra dekadického zápisu čísla 37^7 není nula ani pětka.
8. Nebude-li pršet, půjdeme ven a nezmokneme.
9. Já to platit nebudu, radši se dám na vojnu nebo si najdu nevěstu.
10. Je-li druhá odmocnina z deseti menší než tři, je bratr Nikol náčelníkem Siouxů.

Cvičení 1.4. Negujte výroky lépe než jen dodáním záporky „není pravda, že“:

1. Každé přirozené číslo n je rovno součtu svých dělitelů.
2. Dnes bude pršet a budeme psát písemku z matematiky.
3. Žádný učený z nebe nespádl.
4. Existují aspoň tři přirozená čísla, která jsou rovna součtu všech svých dělitelů.
5. Existují nejvýše čtyři prvočísla.
6. Možná, že dnes večer půjdu do kina nebo si přečtu nějakou zajímavou knihu.

¹Čerpáno z: Učebnice Matematika pro gymnázia (nakl. Prometheus), svazek Základní poznatky z matematiky (Bušek, Boček, Calda), str. 136-146.

7. Existují právě dvě celá čísla, která se rovnají své druhé mocnině.

Cvičení 1.5. Zapište následující výroky symbolickým matematickým zápisem, ve kterém nepoužijete ani jedno slovo z běžné češtiny:

1. Pro každé přirozené číslo existuje přirozené číslo, které je větší než dvojnásobek toho prvního čísla zvětšený o jedničku.
2. Pro každé celé číslo existuje celé číslo, které když zmenšíme o jedničku, stále je výsledek menší než třetí mocnina toho prvního čísla.

Cvičení 1.6.²

B1 Rozhodněte, která z uvedených sdělení jsou výroky. U výroku pak určete jeho pravdivostní hodnotu:

- „Kolik je hodin?“
- „Číslo $2^{10} + 1$ je prvočíslo.“
- „Číslo x je sudé číslo.“
- „Odbočení vpravo je zakázáno!“

B9 Utvořte negaci (bez použití obratu „není pravda, že ...“) výroku:

- „Žádná kulička ležící na tomto stole není modrá.“
- „Alespoň jedno celé číslo je sudé a žádné celé číslo není liché.“
- „Pro všechna kladná reálná čísla r, s platí, že $r < r \cdot s$.“
- „Existují celá čísla t_1, \dots, t_n , z nichž alespoň jedno je různé od nuly, tak, že $t_1 + \dots + t_n = 0$.“
- „Pro libovolná přirozená čísla a_1, \dots, a_n , kde $n \geq 5$ a alespoň jedno z těchto čísel je větší než 5, platí: $a_1 + \dots + a_n \geq 10$.“
- „Existují komplexní čísla z_1, z_2, z_3 , která jsou všechna ryze imaginární tak, že jejich součin $z_1 \cdot z_2 \cdot z_3$ je číslo reálné.“

²Čerpáno z: Cvičení z algebry a teoretické aritmeticky (Pavel Horák), 2002. Str. 40–41.