MODUL 4. OPTIKA

4.1. ÚVODNÍ POJMY, SVĚTLO, ŠÍŘENÍ SVĚTLA, INDEX LOMU

SHRNUTÍ

Světlo

- ze zdroje světla se světlo šíří jako elektromagnetické vlnění příčné, které má ve vakuu vlnovou délku

$$\lambda = \frac{c}{\upsilon},$$

a to v intervalu **vlnových délek** λ = (380–760)nm

- **frekvence** υ světla je určena zdrojem světla a nezávisí na prostředí, kterým se světlo šíří
- světlo se šíří vakuem konstantní **rychlostí** $c = 2{,}99792458 \cdot 10^{8}$ m·s^{-1}
- rychlost světla ve vakuu je největší mezní rychlostí, kterou se mohou pohybovat hmotné objekty (velikost rychlosti světla ve vakuu nezávisí na žádné jiné fyzikální veličině, c je tzv. univerzální fyzikální konstanta)
- velikost rychlosti světla v optickém prostředí závisí nejen na fyzikálních vlastnostech tohoto prostředí, ale i na frekvenci světla
- pro světlo definujeme **index lomu** n daného prostředí jako podíl fázové rychlosti monofrekvenční světelné vlny ve vakuu a fázové rychlosti světelné vlny téže frekvence v daném prostředí

$$n = \frac{c}{v}$$

… **absolutní index lomu**

- v praktické optice jde převážně o šíření světla ve vzduchu (nikoliv ve vakuu), proto je index lomu chápán jako podíl fázových rychlostí v_1 v prvním prostředí (ve vzduchu za standardních podmínek) a v_2 ve druhém prostředí

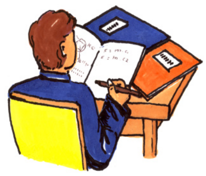
$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{n_2}{n_1}$$

… **relativní index lomu**

- $n_{\mathrm{vakuum}} = 1$; $n_{\mathrm{vzduch}} = 1{,}0002718$; $n > 1$ pro ostatní optická prostředí

- v optickém prostředí o indexu lomu n > 1 se vlnění šíří menší rychlostí, proto se zavádí veličina **optická dráha** l ; jde o vzdálenost, kterou by světlo urazilo ve vakuu (přibližně i ve vzduchu) za stejnou dobu jako v daném optickém prostředí; jestliže světlo urazí skutečnou dráhu s a prochází prostředím s konstantním indexem lomu n, je jeho optická dráha

$$l = ns.$$



ZTO 4.1.1-1:

Paprsek urazí v prostředí o indexu lomu 1,5 dráhu 3m. Jeho optická dráha je

a) 3m

b) 4,5m

c) 2m

d) jinak

BTO 4.1.2–2:

Velikost rychlosti světla v optickém prostředí závisí na

a) teplotě
b) tlaku
c) frekvenci
d) nezávisí na žádné jiné fyzikální veličině, je to univerzální fyzikální konstanta

ZTO 4.1.2–3:
Frekvence zdroje elektromagnetických vln je 10^{10}Hz. Jaká je jejich vlnová délka ve vakuu?
a) $\frac{1}{3}\cdot 10^{2}\,\mathrm{m}$
b) $3\cdot 10^{-2}\,\mathrm{m}$
c) $3\cdot 10^{8}\,\mathrm{m}$
d) $3\cdot 10^{18}\,\mathrm{m}$

ZTO 4.1.2-4:
Světlo se šíří jako
a) elektromagnetické vlnění podélné
b) elektromagnetické vlnění příčné
c) prostřednictvím interakce mezi částicemi nosného prostředí
d) prostřednictvím pružného éteru

ZTO 4.1.2-5:
Změní se vlnová délka světla a frekvence při disperzi (při rozkladu světla po průchodu rozhraním) ze vzduchu do skla?
a) změní se frekvence, ale vlnová délka se nezmění
b) změní se vlnová délka a současně s ní i frekvence
c) změní se vlnová délka, ale frekvence se nezmění
d) nezmění se žádná z těchto veličin

ZTO 4.1.3-6:
Index lomu *n* určitého prostředí
a) je poměr rychlosti světla ve vakuu ku rychlosti světla v tomto prostředí
b) je poměr rychlosti světla v tomto prostředí ku rychlosti světla ve vakuu
c) udává, kolikrát pomaleji se šíří světlo v tomto prostředí než ve vakuu

ZTO 4.1.3-7:
Index lomu vakua je
a) 1
b) 0
c) jinak

ZTO 4.1.3-8:
Jakou rychlostí se šíří světlo v prostředí, jehož index lomu je 1,5?
a) $2\cdot 10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
b) $0{,}5\cdot 10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
c) $1{,}5\cdot 10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$
d) $3\cdot 10^{8}\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$

ZTO 4.1.3-9:
Uvažujte dvě prostředí o indexech lomu 1,5 a 1,3. Opticky hustší je prostředí s indexem lomu

a) 1,5
b) 1,3
c) ze zadání nelze rozhodnout

ZLP 4.1.1-1:
Viditelná oblast záření (světlo) je v intervalu vlnových délek 380nm-760nm. Vypočítejte k tomuto intervalu elektromagnetického spektra odpovídající frekvence.

- $\lambda_1 = 400 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$; $\lambda_2 = 700 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$; $c = 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
  $\upsilon_1 = ?$; $\upsilon_2 = ?$

Použijte vztah mezi vlnovou délkou a frekvencí světla!

- $\lambda = \dfrac{c}{\upsilon}$ … vztah mezi vlnovou délkou a frekvencí světla

Odvoďte frekvenci υ obecně a poté řešte numericky!

- $\upsilon_1 = \dfrac{c}{\lambda_1} \Rightarrow \upsilon_1 = 7{,}5 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$
  $\upsilon_2 = \dfrac{c}{\lambda_2} \Rightarrow \upsilon_2 = 4{,}3 \cdot 10^{14}\,\mathrm{Hz}$

ZLP 4.1.1-2:
Vlnová délka sodíkového světla je ve vakuu 589,3nm. Vypočítejte vlnovou délku tohoto světla ve skle o indexu lomu 1,5!

- $\lambda_0 = 589{,}3\mathrm{m}^{-9}$; $n_S = 1{,}5$
  $\lambda_S = ?$

Použijte vztah mezi vlnovou délkou a frekvencí světla; vztah pro výpočet indexu lomu světla!

- $\lambda_S = \dfrac{v}{\upsilon} \wedge \lambda_0 = \dfrac{c}{\upsilon}$ … vztah mezi vlnovou délkou a frekvencí světla

$n_S = \dfrac{c}{v}$ … index lomu světla

Odvoďte vlnovou délku sodíkového světla ve skle λ_S obecně a poté řešte i numericky!

- $\lambda_S = \dfrac{\lambda_0}{n_S} \Rightarrow \lambda_S = 392{,}8 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$

4.2. GEOMETRICKÁ OPTIKA

4.2.1. ODRAZ A LOM SVĚTLA

SHRNUTÍ

Zákon odrazu (reflexe)
- jev, ke kterému dochází na rozhraní dvou prostředí v důsledku platnosti Huygensova principu
- **úhel dopadu** α_1 paprsku měříme vždy od dopadajícího paprsku ke

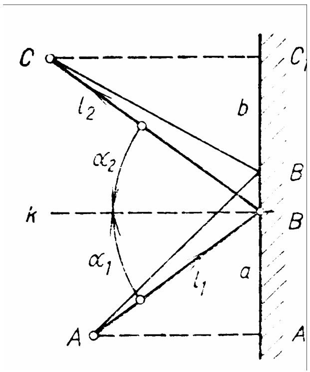
kolmici dopadu *k* (kolmici dopadu vedeme k rozhraní dvou prostředí)

$\alpha \in \left\langle 0, \frac{\pi}{2} \right\rangle$

- **rovina dopadu** ABC splývá s **rovinou odrazu** a je určena dopadajícím paprskem a kolmicí dopadu *k*,
- 1. **úhel odrazu** α_2 je roven úhlu dopadu α_1 :

$\alpha_1 = \alpha_2$

- 2. odražený paprsek leží v rovině dopadu
- 3. úhel odrazu nezávisí na frekvenci světla, rychlost světla se nemění



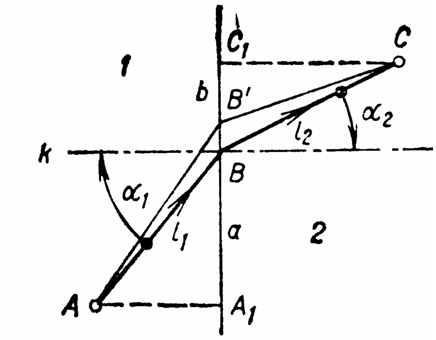
Obr. 4.2.1.-1

Snellův zákon lomu (refrakce)

- jev, ke kterému dochází na rozhraní dvou prostředí v důsledku platnosti Huygensova principu
- **úhel dopadu** α_1 paprsku měříme vždy od dopadajícího paprsku ke kolmici dopadu *k* (kolmici dopadu vedeme k rozhraní dvou prostředí)
- **rovina lomu** ABC splývá s **rovinou dopadu** a je určena dopadajícím paprskem a kolmicí dopadu *k*,
- 1. **úhel lomu** α_2 je úhel mezi lomeným paprskem a kolmicí dopadu *k* k rozhraní prostředí
- 2. lomený paprsek leží v rovině dopadu (rovině lomu), na rozhraní mění svůj směr
- 3. úhel lomu nezávisí na frekvenci světla, rychlost světla se změní

$\frac{v_1}{\sin\alpha_1} = \frac{v_2}{\sin\alpha_2}$ neboli $n_1 \sin\alpha_1 = n_2 \sin\alpha_2$

- v_1, v_2 jsou rychlosti světla v 1. a 2. prostředí
- n_1, n_2 jsou absolutní indexy lomu 1. a 2. prostředí



Obr.4.2.1. -2

- **lom ke kolmici** nastává v případě

$n_1 < n_2$; $v_1 > v_2$; $\alpha > \beta$

tj. při chodu světla z prostředí opticky řidšího do prostředí opticky hustšího

- **lom od kolmice** nastává v případě

$n_1 > n_2$; $v_1 < v_2$; $\alpha < \beta$

tj. při chodu světla z prostředí opticky hustšího do prostředí opticky řidšího

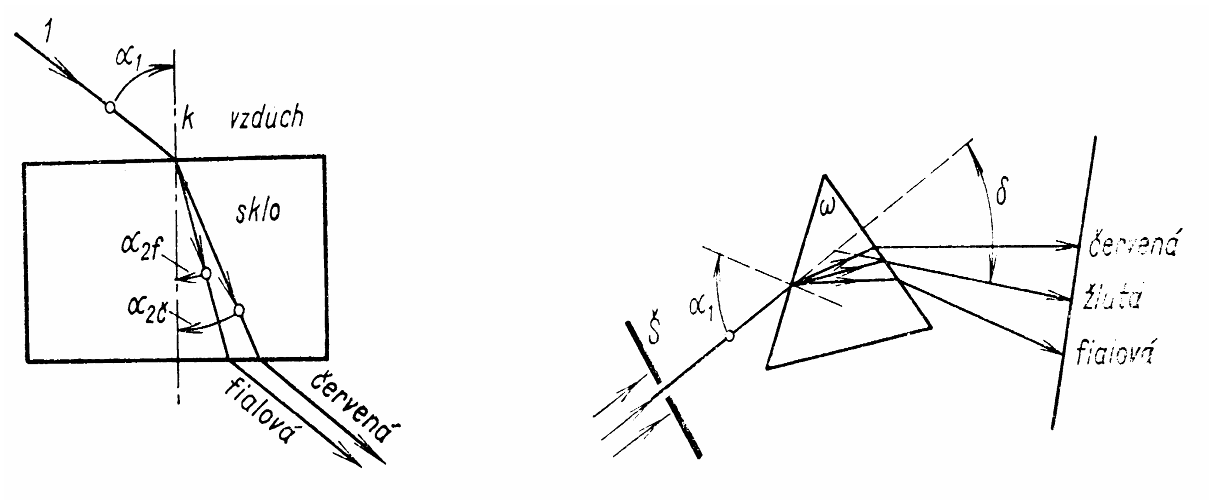
- **úplný odraz (totální reflexe)** nastává tehdy, je-li úhel lomu $\beta = 90^0$. Příslušný úhel dopadu α_m nazýváme **mezním úhlem**; paprsky dopadající pod úhlem větším než je mezní úhel se jen odráží; pro rozhraní vakuum (vzduch) – optické prostředí platí

$$\sin \alpha_m = \frac{1}{n}$$

Rozklad světla (disperze)

- rychlost šíření světla závisí na prostředí, kterým světlo prochází
- rychlost šíření monofrekvenčního světla v látkách závisí na jeho vlnové délce
- **disperzní křivka** uvádí závislost indexu lomu na vlnové délce světla: čím větší je vlnová délka světla, tím rychleji se v látce šíří, tím menší je příslušný index lomu (normální disperze)
- při šikmém dopadu paprsku bílého světla (soubor jednoduchých monofrekvenčních světelných vlnění různých frekvencí) se do optického prostředí
- nejméně odchyluje červená barva
- nejvíce odchyluje fialová barva
- na rozhraní dvou prostředí dochází k rozkladu bílého světla na jeho jednotlivé barevné (monofrekvenční) složky; složení spojitého **spektra** bílého světla:

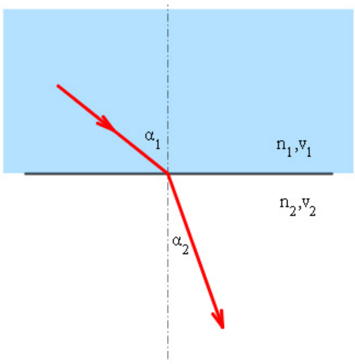
červená – oranžová – žlutá – zelená – modrá – indigová - fialová



Obr.4.2.1.-3: a) Závislost světla na vlnové délce světla při disperzi;
b) Disperze světla hranolem.

ZTO 5.2.1-11:

Prohlédněte si obrázek. v_1, v_2 jsou rychlosti světla v jednotlivých prostředích o indexech lomu n_1, n_2. Který z uvedených vztahů představuje Snellův zákon lomu?



Obr. 4.2.1-4

a) $\dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}$

b) $n_1 . \sin \alpha_1 = n_2 . \sin \alpha_2$

c) $\dfrac{n_1}{n_2} = \dfrac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$

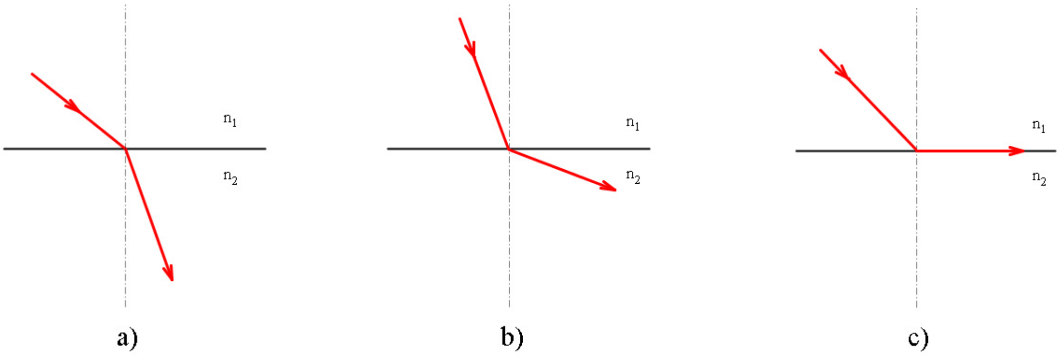
d) $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{\sin \alpha_1}{\sin \alpha_2}$

e) $\dfrac{v_1}{v_2} = \dfrac{\sin \alpha_2}{\sin \alpha_1}$

ZTO 4.2.1-12:
Světlo dopadá z prostředí o indexu lomu *n* na rozhraní s prostředím o indexu lomu *n´*. Má-li dojít k totálnímu odrazu, potom
a) $n > n'$
b) $n < n'$
c) na velikosti indexů lomu nezáleží

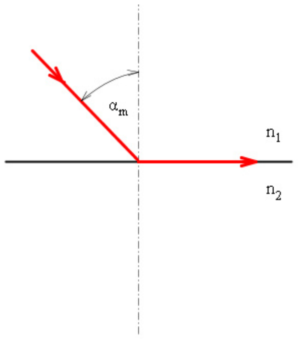
ZTO 4.2.1-13:
Dopadá-li světlo na optické rozhraní pod mezním úhlem, je úhel lomu světla roven
a) meznímu úhlu
b) 90^o
c) 0^o
d) jinak

ZTO 4.2.1-14:
Na kterém obrázku odpovídá chod paprsků při lomu světla podmínce $n_1 > n_2$



Obr. 4.2.1-5 a), b), c)

ZTO 4.2.1-15: hod paprsků při lomu světla podle obrázku Obr. 4.2.1.-6 je možný jen v případě, že a) $n_1 < n_2$ b) $n_1 > n_2$ c) vždy bez ohledu na velikost n_1 a n_2

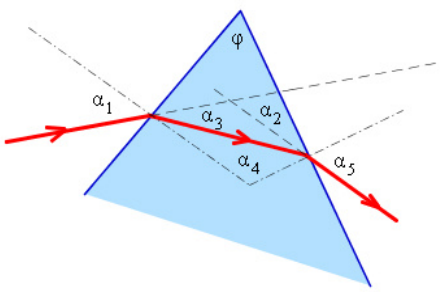


Obr. 4.2.1-6

ZTO 4.2.1-16:
Pokud světelný paprsek dopadá šikmo na planparalelní desku (tj. velmi tenkou, např. skleněnou desku omezenou dvěma rovnoběžnými rovinami), potom je po průchodu deskou
a) vždy rovnoběžně posunutý
b) rovnoběžně posunutý pouze v případě, že indexy lomů nad a pod deskou jsou stejné
c) nulově posunutý v případě, že paprsek dopadá na desku kolmo

BTO 4.2.1-17:
Svazek bílého světla, procházející skleněnou planparalelní deskou ve vzduchu se dvakrát láme a rovnoběžně se posune vzhledem k původnímu směru. Velikost tohoto posunutí závisí na
a) na tloušťce desky a barvě skla, ale nezávisí na úhlu dopadu
b) tloušťce desky a úhlu dopadu, ale nezávisí na barvě
c) tloušťce desky, úhlu dopadu a barvě a je větší pro červenou barvu
d) tloušťce desky, úhlu dopadu a barvě a je větší pro fialovou barvu

ZTO 4.2.1-18:
Na obrázku 4.2.1.-7 je vyznačen chod světla hranolem o lámavém úhlu φ. Deviace paprsku (tj. úhel, který spolu svírají světelný paprsek na hranol dopadající a světelný paprsek z hranolu vystupující) je označena
a) α_1
b) α_2
c) α_3
d) α_4
e) α_5

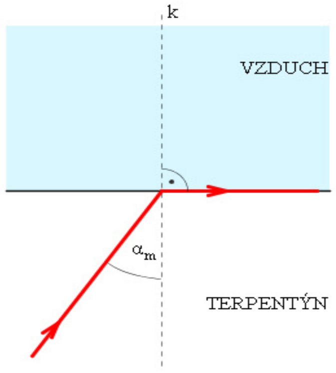


Obr. 4.2.1-7

ZŘÚ 4.2.1-1:
Světlo se láme z terpentýnu do vzduchu dle obr. 4.2.1.-7. Velikost mezního úhlu je 42° 23´. Vypočítejte, jakou rychlostí se šíří světlo v terpentýnu!

$\alpha_m = 42{,}38^0 \,;\, n \cong 1 \,;\, v \cong c \,;\, c = 3 \cdot 10^8 \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$v_T = ?$



Obr. 4.2.1-8

Ze zákona lomu dostaneme úplný odraz (totální reflexi):

$$\frac{c}{v_T}\sin\alpha_m = \frac{c}{v}\sin 90^0$$

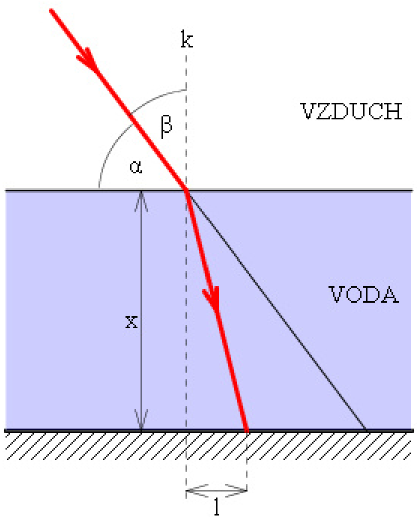
obecný a numerický výpočet hledané fyzikální veličiny:

$v_T = v\sin\alpha_m \Rightarrow v_T = 2{,}02 \cdot 10^8 \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

Světlo v terpentýnu se šíří rychlostí asi $2.10^8 \mathrm{m.s^{-1}}$.

ZLP 4.2.1-3:
Vypočítejte, jaká je skutečná výška kůlu zaraženého do vodorovného dna nádrže, celého ponořeného do vody o indexu lomu 1,333, je-li délka jeho stínu 0,3m a výška Slunce nad obzorem 60^0? Viz obr. 4.2.1.-9.

- $n = 1$; $n´ = 1{,}333$; $l = 0{,}3\mathrm{m}$; $\alpha = 60^0$
  $x = ?$



Obr. 4.2.1-9

Využijte vztahu mezi výškou Slunce nad obzorem (úhel α) a úhlem dopadu β; dále Snellův zákon lomu (kde je γ je úhel lomu, který svírá lomený paprsek a kolmice dopadu *k*); goniometrii pravoúhlého trojúhelníka (určuje vztah mezi *l* délkou stínu a *x* výškou hladiny v nádrži)!

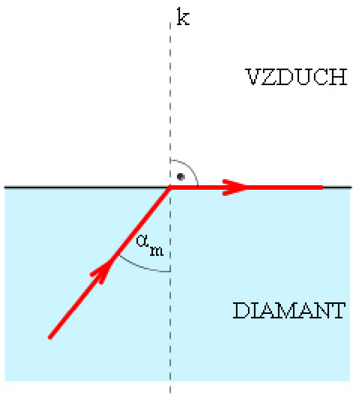
- $\alpha + \beta = 90^0 \Rightarrow \beta = 90^0 - \alpha$ … úhel α je výška Slunce nad obzorem, β je úhel dopadu
  $n \sin \beta = n' \sin \gamma$ …
  ... Snellův zákon lomu; kde úhel lomu je γ
  $tg\,\gamma = \frac{l}{x}$ … … goniometrie pravoúhlého trojúhelníka (určuje vztah mezi *l* délkou stínu a *x* výškou hladiny v nádrži)

Odvoďte výšku kůlu *x* obecně a poté řešte numericky!

- $$x = \frac{l}{tg\left(arc\sin\left(\frac{n\sin\left(90^0-\alpha\right)}{n'}\right)\right)} \Rightarrow x = 0,74\text{m}$$

ZLP 4.2.1-4:
Silný třpyt diamantu je způsoben malým mezním úhlem 24°36´. Vypočítejte index lomu diamantu dle obr. 4.2.1.-10.

- $\alpha_m = 24,6^0$; $n \cong 1$
  $n_D = ?$



Obr. 4.2.1-10

Použijte Snellův zákon lomu pro totální reflexi!

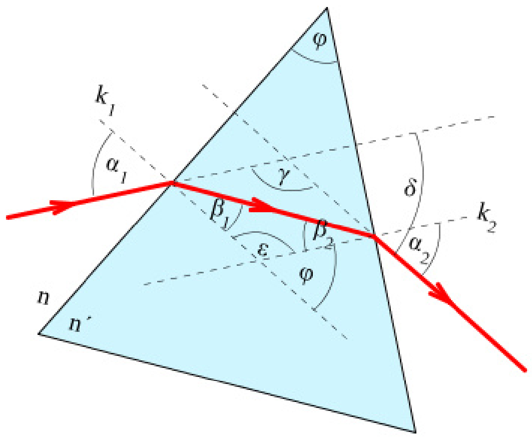
- $n_D \sin \alpha_m = n \sin 90^0$ … Snellův zákon lomu při totální reflexi

Určete index lomu diamantu n_D obecně a poté řešte i numericky!

- $$n_D = \frac{1}{\sin \alpha_m} \Rightarrow n_D = 2,4$$

Poznámka: Index lomu neznámých látek se určuje pomocí mezního úhlu zařízením zvaném refraktometr.

BLP 4.2.1-5:
Na optický hranol o indexu lomu 1,5 a lámavém úhlu 40^{o}, který je umístěný ve vzduchu, dopadá světlo kolmo na první lámavou plochu. Vypočítejte deviaci δ (úhel, který je odchylkou původního směru paprsku dopadajícího na stěnu optického hranolu a nového směru paprsku reálně vycházejícího optickým hranolem, obr. 4.2.1.-11).



Obr. 4.2.1-11

$n' = 1{,}5\,;\, \varphi = 40^0\,;\; n = 1\,;\, \alpha_1 = \beta_1 = 0^0$

- $\delta = ?$

Použijte (podle obr.) vztahy pro přímé úhly; dále vztahy pro součet úhlů v trojúhelnících; Snellův zákon lomu pro obě rozhraní optického hranolu!

- $\delta = 180^0 - \gamma \wedge \varphi = 180^0 - \varepsilon$ ...

... goniometrické vztahy pro součty úhlů v přímém úhlu (viz obr.)

$\gamma + (\alpha_1 - \beta_1) + (\alpha_2 - \beta_2) = 180^0 \wedge \varepsilon + \beta_1 + \beta_2 = 180^0$ …

… goniometrické vztahy pro součty úhlů v trojúhelnících (viz obr.)

$n \sin \alpha_1 = n' \sin \beta_1$

$n' \sin \beta_2 = n \sin \alpha_2$ … Snellův zákon lomu pro obě rozhraní optického hranolu

Určete deviaci δ hranolu obecně a poté řešte i numericky!

- $\delta = \alpha_1 + \alpha_2 - \varphi \Rightarrow \delta = 34{,}62^0$

Deviace (jako významný geometrický parametr optického hranolu) je asi $34^0\,36'$.

4.2.2. OPTICKÉ ZOBRAZENÍ

4.2.2.1. ZOBRAZENÍ ZRCADLEM

SHRNUTÍ

Kulová (sférická) zrcadla

Zrcadla jsou tělesa s opticky hladkými, zrcadlícími plochami, na nichž dochází k odrazu světla; rozlišujeme zrcadla kulová, rovinná a asférická (kromě rovinných např. parabolická).

Kulové zrcadlo (část kulové plochy daná středem a poloměrem křivosti)
a) **duté (konkávní)**; zobrazovací plocha je **vnitřní** částí povrchu koule
b) **vypuklé (konvexní)**; zobrazovací plocha je **vnější** částí povrchu koule.

Základní pojmy: střed optické plochy *C;* poloměr křivosti *R*; optická osa zrcadla *o*; paraxiální paprsky jsou paprsky blízké optické ose; paraxiální prostor je prostor, ve kterém dochází ke zobrazování paraxiálními paprsky; ohnisko (předmětové splývá s obrazovým, skutečné nebo neskutečné) *F*; ohnisková rovina (kolmá k optické ose a procházející ohniskem); ohnisková vzdálenost (polovina poloměru křivosti) *f* ; předmětová vzdálenost (vzdálenost předmětu od vrcholu) *a*; obrazová vzdálenost (vzdálenost obrazu od vrcholu) *b*; vzdálenost předmětu od ohniska *x* ; vzdálenost obrazu od ohniska *x´*

Geometrická konstrukce obrazu prováděná **význačnými paprsky** (1. paprsek jdoucí rovnoběžně s optickou osou se odráží do ohniska; 2. paprsek procházející ohniskem se odráží rovnoběžně s optickou osou; 3. paprsek jdoucí středem kulové plochy se po odrazu vrací opět do středu kulové plochy), odpovídá řešení pomocí **zrcadlové zobrazovací rovnice** Gaussovy (znaménko + platí pro duté zrcadlo; znaménko – platí pro vypuklé zrcadlo) a Newtonovy

$$\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=\pm\frac{1}{f} \wedge f=\sqrt{xx'}$$

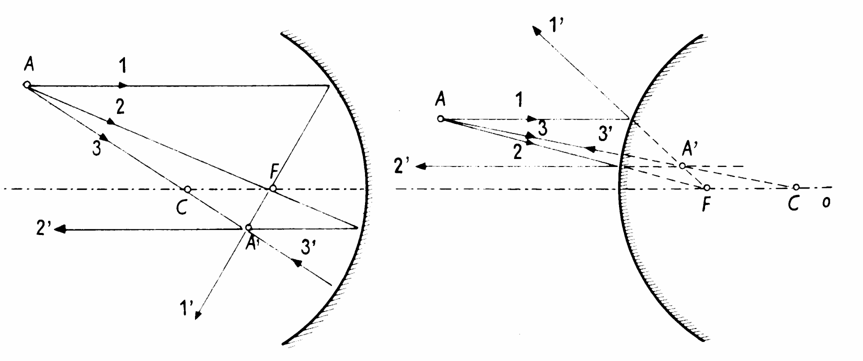
Po odrazu zrcadlem se paprsek vrací do předmětového prostoru a reálný obrazový prostor je s předmětovým totožný. Virtuální obraz vzniká pouze za zrcadlem.

Znaménková konvence se zavádí proto, abychom nemuseli vždy doprovázet výpočty grafickými řešeními; dává nám informace o atributech obrazu (zvětšený - zmenšený, přímý – převrácený, skutečný – neskutečný); znaménkových konvencí existuje v optice více, nejčastěji užívaná je tzv. jenská znaménková konvence

Znaménková konvence vzdáleností *a, b, f* pro zobrazení zrcadlem
- jsou **kladné**, jsou-li **před** zrcadlem (na obr. vlevo)
- jsou **záporné**, nacházejí-li se **za** zrcadlem (na obr. vpravo)

Návod k úloze ZŘÚ 4.2.2.-2.: Zobrazení předmětu AB **dutým kulovým zrcadlem** provádíme pomocí význačných paprsků (viz obr. 4.2.2-1 vlevo). Paprsek rovnoběžný s optickou osou se odráží do ohniska F, paprsek procházející ohniskem F se odráží rovnoběžně s optickou osou, případně paprsek procházející středem C zrcadla se odráží zpátky do středu tohoto zrcadla. Bod B´ získáme jako průsečík všech tří význačných odražených paprsků. U neskutečného obrazu A´B´ v d) variantě by se odražené paprsky neprotly v předmětově obrazovém prostoru před zrcadlem, proto musíme prodloužit vektorové přímky, ve kterých leží, do virtuálního prostoru (za zrcadlem). Význačné paprsky by měly být alespoň relativně blízké optické ose, tzn..: pokud bude velikost předmětu AB řádově nesrovnatelná s poloměrem křivosti zrcadla, (např. bude jeho desetinou), všechny tři paprsky se dostatečně přesně protnou v jediném bodě a zobrazení tak bude nezatížené větší optickou vadou (aberační).

Návod k úloze ZŘÚ 4.2.2.-3.: Zobrazení předmětu AB **vypuklým kulovým zrcadlem** provádíme pomocí význačných paprsků (viz obr. 4.2.2-1 vpravo). Paprsek rovnoběžný s optickou osou se odráží do ohniska F, paprsek procházející ohniskem F se odráží rovnoběžně s optickou osou, případně paprsek procházející středem C zrcadla by se odrážel zpátky do středu tohoto zrcadla. Bod B´ získáme jako průsečík všech tří význačných odražených paprsků. V tomto případě neskutečného obrazu A´B´ by se odražené paprsky neprotly v předmětově obrazovém prostoru před zrcadlem, proto musíme prodloužit vektorové přímky, ve kterých leží, do virtuálního prostoru (za zrcadlem). Význačné paprsky by měly být alespoň relativně blízké optické ose, tzn..: pokud bude velikost předmětu AB řádově nesrovnatelná s poloměrem křivosti zrcadla, (např. bude jeho desetinou), všechny tři paprsky se dostatečně přesně protnou v jediném bodě a zobrazení tak bude nezatížené větší optickou vadou (aberační).



Obr. 4.2.2.-1. Duté a vypuklé zrcadlo

Příčné zvětšení kulového zrcadla

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} = -\frac{b-f}{f} = -\frac{f}{a-f}$$

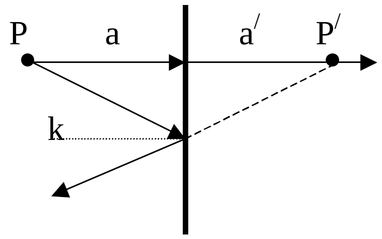
Znaménková konvence pro příčné zvětšení

$Z > 0$ ... obraz je přímý
$Z < 0$ … obraz je převrácený
$Z = 1$ … obraz stejně velký jako předmět
$Z > 1$ … obraz je zvětšený
$Z < 1$ ... obraz je zmenšený

Rovinné zrcadlo

Rovinné zrcadlo (specifický případ kulového zrcadla jako zrcadla s nekonečně velkým poloměrem křivosti a tedy i s nekonečně velkou ohniskovou vzdáleností, obr. 4.2.2.-2) má povrch, který odráží úzký svazek světelných paprsků do jednoho místa

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{a'} = \frac{1}{\infty} \Rightarrow a' = -a$$



Obr. 4.2.2.-2. Rovinné zrcadlo

Vzniká <u>obraz</u> *P´* předmětu *P*
- zdánlivý (virtuální), tzn. za zrcadlem
- stejně velký jako předmět, vzpřímený, stranově převrácený
- obraz nelze zachytit na projekční stěně (stínítku)
- předmětová a obrazová vzdálenost jsou stejně velké ($a´ = - a$)

ZTO 4.2.2-19:
Kde se zobrazí předmět-bod, umístěný ve středu křivosti dutého zrcadla?
a) do středu křivosti
b) do ohniska
c) do nekonečna
d) nelze určit

ZTO 4.2.2-20:
Kde se zobrazí předmět-bod, umístěný do ohniska dutého zrcadla?
a) do středu křivosti
b) do ohniska
c) do nekonečna
d) nelze určit

ZTO 4.2.2-21:
Předmět je umístěný ve vzdálenosti $x > r$ před dutým zrcadlem (r je poloměr křivosti zrcadla). Vzniká obraz
a) reálný
b) zdánlivý
c) zmenšený
d) zvětšený
e) převrácený

ZTO 4.2.2-22:
Předmět je umístěný ve vzdálenosti x před dutým zrcadlem, kde $0 < x < f$. Vzniká obraz
a) reálný
b) zdánlivý
c) zvětšený
d) zmenšený
e) přímý

ZTO 4.2.2-23:
V jaké vzdálenosti a musí být předmět před vypuklým zrcadlem, abychom získali obraz přímý, zmenšený a neskutečný (přičemž f je ohnisková vzdálenost)?

a) $a > 2f$
b) $f < a < 2f$
c) $a < f$
d) na poloze předmětu nezáleží

ZTO 4.2.2-24:
Kulové zrcadlo vytváří obraz čtyřikrát menší a převrácený. Jaké je příčné zvětšení obrazu?
a) 1/4
b) 4
c) - 4
d) - 1/4

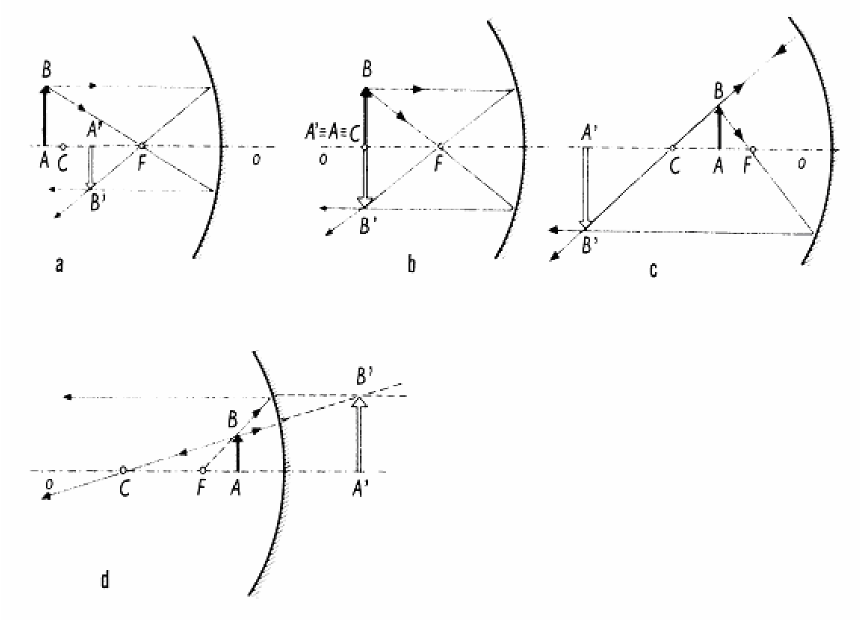
ZTO 4.2.2-25:
Kde musíte postavit předmět před duté zrcadlo, aby příčné zvětšení bylo rovno -1?
a) takový případ není možný
b) do středu křivosti
c) do ohniska
d) do nekonečna

ZTO 4.2.2-26:
Obraz vytvořený rovinným zrcadlem je
a) reálný
b) zdánlivý

ZŘÚ 4.2.2-2:
Nakreslete všechny varianty zobrazení význačnými paprsky dutým zrcadlem a uveďte i verbálně atributy obrazu (skutečný – neskutečný, zvětšený – zmenšený, přímý – převrácený).

Pro $a > 2f$ je obraz skutečný, převrácený a zmenšený, pro $a = 2f$ je obraz skutečný, převrácený a stejně velký, pro $2f > a > f$ je obraz skutečný, převrácený a zvětšený, pro $a < f$ je obraz neskutečný, přímý a zvětšený (obr. 5.2.2-3

ad a)	$a > 2f$	$2f > b > f$	skutečný	převrácený	zmenšený
ad b)	$a = 2f$	$b = 2f$	skutečný	převrácený	stejně velký
ad c)	$2f > a > f$	$b > 2f$	skutečný	převrácený	zvětšený
ad d)	$a < f$	$0 < \|b\| < \infty$	neskutečný	přímý	zvětšený

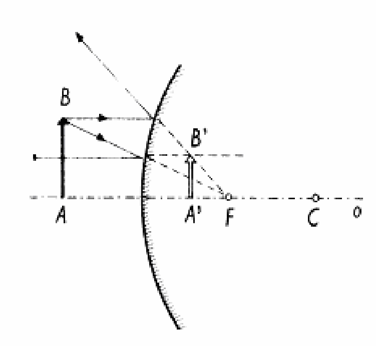


Obr. 5.2.2-3

ZŘÚ 4.2.2-3: Nakreslete všechny varianty zobrazení význačnými paprsky vypuklým zrcadlem a uveďte i verbálně atributy obrazu (skutečný – neskutečný, zvětšený – zmenšený, přímý – převrácený).

Existuje jen jediná varianta: neskutečný, přímý a zmenšený obraz

$\infty > a > 0$	$\lvert b \rvert < \lvert f \rvert$	neskutečný	přímý	zmenšený



Obr. 4.2.2-4

Poznámka: Ověřte si, že při jakékoliv předmětové vzdálenosti jsou atributy obrazu stejné.

ZLP 4.2.2-6:
Předmět a jeho obraz mají od ohniska dutého zrcadla vzdálenosti x = 50cm, x'= 32cm. Vypočítejte ohniskovou vzdálenost zrcadla.

$$x = 50\text{cm}\,;\; x' = 32\text{cm}$$

- $$f = ?$$

Použijte vztahy mezi předmětovou, obrazovou a ohniskovou vzdáleností; Newtonovu zobrazovací rovnici!

- $a = f + x \wedge b = f + x'$ … vztahy mezi předmětovou, obrazovou a ohniskovou vzdáleností
  $f = \sqrt{xx'}$ … Newtonova zobrazovací rovnice

Odvoďte ohniskovou vzdálenost f obecně a poté řešte i numericky!

- $f = \sqrt{x \cdot x'} \Rightarrow f = 40\text{cm}$

Poznámka: Newtonovu zobrazovací rovnici můžeme snadno odvodit z Gaussovy zobrazovací rovnice uvedenou substitucí.

ZLP 4.2.2-7:
Vypočítejte, kam musíme postavit před duté zrcadlo předmět, aby jeho převrácený obraz byl a) 4krát větší; b) 4krát menší.

- $Z = -4$; b) $Z = -\frac{1}{4}$; f známé
  $a = ?$

Použijte Gaussovu zobrazovací rovnici dutého zrcadla; vztah pro příčné zvětšení obrazu!

- ad a) $f < a < 2f$
  ad b) $a > 2f$

$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ **…** zobrazovací rovnice dutého zrcadla

$Z = -\frac{b}{a}$ **…** vztah pro příčné zvětšení obrazu

Odvoďte předmětovou vzdálenost *a* obecně a poté řešte i numericky!

- **ad a)**

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{4a} = \frac{1}{f} \Rightarrow a = 1{,}25f$$

- **ad b)**

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{\frac{a}{4}} = \frac{1}{f} \Rightarrow a = 5f$$

Poznámka: Pokud chceme doložit výpočet relativně přesným, kontrolním grafickým řešením (viz zobrazení význačnými paprsky), je třeba zvolit poloměr křivosti řádově větší, než-li je příčná velikost zobrazovaného předmětu.

ZLP 4.2.2-8:
Poloměr vypuklého zrcadla je 20cm.Ve vzdálenosti 30cm od zrcadla je umístěn předmět velikosti 1cm. Vypočítejte, kde vznikne obraz a jak bude veliký.

- $r = 20\text{cm}$; $f = 10\text{cm}$; $a = 30\text{cm}$; $y = 1\text{cm}$
  $b = ?$; $y' = ?$

Použijte Gaussovu zobrazovací rovnici vypuklého zrcadla; vztah pro příčné zvětšení obrazu!

- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}$ ... zobrazovací rovnice vypuklého zrcadla

$$Z = -\frac{b}{a} \wedge Z = \frac{y'}{y}$$ … vztah pro příčné zvětšení obrazu

Odvoďte obrazovou vzdálenost *b* a velikost obrazu *y´* obecně a poté řešte i numericky! Vyslovte atributy obrazu!

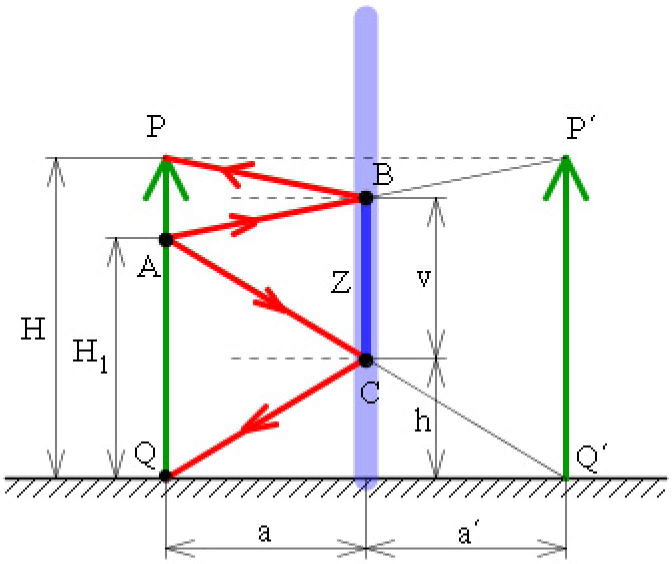
- $$b = -\frac{af}{a+f} \Rightarrow b = -7{,}5\,\mathrm{cm}$$
  $$y' = -\frac{yb}{a} \Rightarrow y' = +0{,}25\,\mathrm{cm}$$

Atributy obrazu: virtuální $(b<0)$, přímý $(y'>0)$, zmenšený $(y'<y)$

BLP 4.2.2-9:
Vypočítejte, jakou minimální výšku *v* musí mít rovinné zrcadlo *Z* na svislé stěně, aby pozorovatel výšky *H* = 180cm v něm mohl vidět celou svou postavu.

$H = 180\,\mathrm{cm}$

- $v = ?$



Obr. 4.2.2-5

Použijte (podle obr.) goniometrické vztahy pro podobné trojúhelníky!

- $$\frac{v}{H} = \frac{|a|}{|a|+|a'|} \wedge h = \frac{H_1}{2}$$ … goniometrické vztahy pro podobné trojúhelníky (viz obr.)

Poznámka: minimální výška *v* zrcadla *Z* nezávisí na *a* vzdálenosti pozorovatele *P*, ani na výšce jeho očí H_1; výška *h* spodního okraje zrcadla *Z* nad zemí nezávisí rovněž na *a* předmětové vzdálenosti pozorovatele *P*, ale závisí na výšce jeho očí H_1 nad zemí
Odvoďte minimální výšku *v* zrcadla obecně a poté řešte i numericky!

- $$v = H\frac{|a|}{2|a|} \Rightarrow v = 90\text{cm}$$

4.2.2.2. ZOBRAZENÍ ČOČKOU

SHRNUTÍ

Čočky jsou průhledná, stejnorodá tělesa ohraničené dvěma opticky hladkými plochami (kulovými, anebo kulovou a rovinnou plochou), na nichž dochází k lomu světla
- index lomu čočky musí být odlišný od indexu lomu okolního prostředí
Rozlišujeme
a) **spojné čočky - spojky** (kolektivní, konvergentní); paprsky původně rovnoběžné s optickou osou jsou po průchodu čočkou sbíhavé
b) **rozptylné čočky - rozptylky** (dispanzivní, divergentní); paprsky původně rovnoběžné s optickou osou jsou po průchodu čočkou rozbíhavé
c) **tenké čočky** (tloušťka je zanedbatelná ve srovnání s ohniskovou vzdáleností)
d) **tlusté čočky** (tloušťka je významná a zohledňuje se v zobrazovací rovnici)

Základní pojmy: středy optických ploch C_1, C_2; poloměry křivosti optických ploch r_1, r_2; optická osa, optický střed čočky O; vrcholy čočky V_1, V_2; šířka čočky (vzdálenost V_1, V_2); paraxiální prostor, paraxiální paprsky; ohnisko - předmětové a obrazové; ohnisková rovina (předmětová a obrazová); ohnisková vzdálenost (předmětová a obrazová); předmětová vzdálenost a; obrazová vzdálenost b; index lomu prostředí kolem čočky n_1; index lomu látky čočky n_2 (Obr. 5.2.2-6)

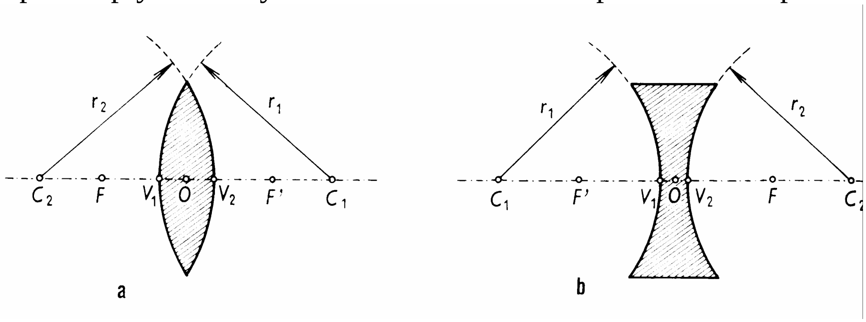
Geometrická konstrukce obrazu význačnými paprsky je obdobná jako pro zobrazení sférickým zrcadlem (1. paprsek jdoucí rovnoběžně s optickou osou se láme do obrazového ohniska; 2. paprsek procházející předmětovým ohniskem se láme rovnoběžně s optickou osou; 3. paprsek jdoucí středem čočky se neláme), odpovídá řešení pomocí **čočkové zobrazovací rovnice** Gaussovy (znaménko + platí pro duté zrcadlo; znaménko – platí pro vypuklé zrcadlo) a Newtonovy

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \pm\frac{1}{f} \wedge f = \sqrt{xx'}$$

- po lomu paprsek proniká za čočku do obrazového prostoru, který není s předmětovým prostorem totožný; virtuální obraz vzniká pouze před čočkou
pro spojné čočky:
$f > 0$,
obrazové ohnisko leží v obrazovém prostoru
pro rozptylné čočky:
$f < 0$,
obrazové ohnisko je v předmětovém prostoru

Znaménková konvence se zavádí proto, abychom nemuseli vždy doprovázet výpočty grafickými řešeními; dává nám informace o atributech obrazu (zvětšený - zmenšený, přímý – převrácený, skutečný – neskutečný); znaménkových konvencí existuje v optice více, nejčastěji užívaná je tzv. jenská znaménková konvence

Znaménková konvence vzdáleností *a, b, f* pro zobrazení čočkou
- *a* **kladné před** čočkou (na obr. vlevo), **záporné za** čočkou (nestandardní poloha předmětu)
- *b* **kladné za** čočkou (na obr.vpravo), **záporné před** čočkou (virtuální obraz)
- pro spojné čočky leží obrazové ohnisko v obrazovém prostoru
- pro rozptylné čočky leží obrazové ohnisko v předmětovém prostoru



Obr. 4.2.2.-6

Příčné zvětšení čočky

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a} = -\frac{b-f}{f} = -\frac{f}{a-f}$$

Znaménková konvence pro příčné zvětšení

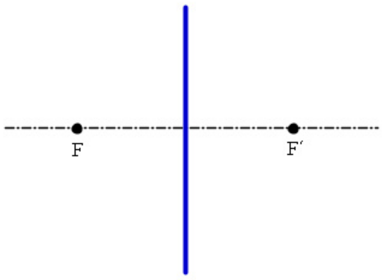
$Z > 0$ … obraz je přímý
$Z < 0$ … obraz je převrácený
$Z = 1$ … obraz je stejně velký jako předmět
$Z > 1$ … obraz je zvětšený
$Z < 1$ ... obraz je zmenšený

Návod k úloze ZŘÚ 4.2.2.-4: Zobrazení předmětu y **spojnou čočkou** provádíme pomocí význačných paprsků. Paprsek rovnoběžný s optickou osou se láme do ohniska F´, paprsek procházející ohniskem F se láme rovnoběžně s optickou osou, paprsek procházející středem čočky svůj směr nemění. Obraz y´ získáme pomocí průsečíku všech tří význačných lomených paprsků. U neskutečného obrazu v d) variantě by se lomené paprsky neprotly v obrazovém prostoru za čočkou, proto musíme prodloužit vektorové přímky, ve kterých paprsky leží, do virtuálního prostoru (před čočkou). Význačné paprsky by měly být alespoň relativně blízké optické ose, tzn..: pokud bude velikost předmětu y řádově nesrovnatelná s poloměrem křivosti zrcadla, (např. bude jeho desetinou), všechny tři paprsky se dostatečně přesně protnou v jediném bodě a zobrazení tak bude nezatížené významnější optickou vadou (aberační).

Návod k úloze ZŘÚ 4.2.2.-5: Zobrazení předmětu y **rozptylnou čočkou** provádíme pomocí význačných paprsků. Paprsek rovnoběžný s optickou osou se láme do ohniska F´, paprsek procházející ohniskem F se láme rovnoběžně s optickou osou, paprsek procházející středem čočky svůj směr nemění. Obraz y´ získáme pomocí průsečíku všech tří význačných lomených paprsků. U neskutečného obrazu v tomto případě by se lomené paprsky neprotly v obrazovém prostoru za čočkou, proto musíme prodloužit vektorové přímky, ve kterých paprsky leží, do virtuálního prostoru (před čočkou). Význačné paprsky by měly být alespoň relativně blízké optické ose, tzn..: pokud bude velikost předmětu y řádově nesrovnatelná s poloměrem křivosti zrcadla, (např. bude jeho desetinou), všechny tři paprsky se dostatečně přesně protnou v jediném bodě a zobrazení tak bude nezatížené významnější optickou vadou (aberační).

ZTO 4.2.2-28:
Ohnisková vzdálenost čočky o optické mohutnosti 5D je
a) 5cm
b) $\frac{1}{5}$m
c) 20cm
d) 5m

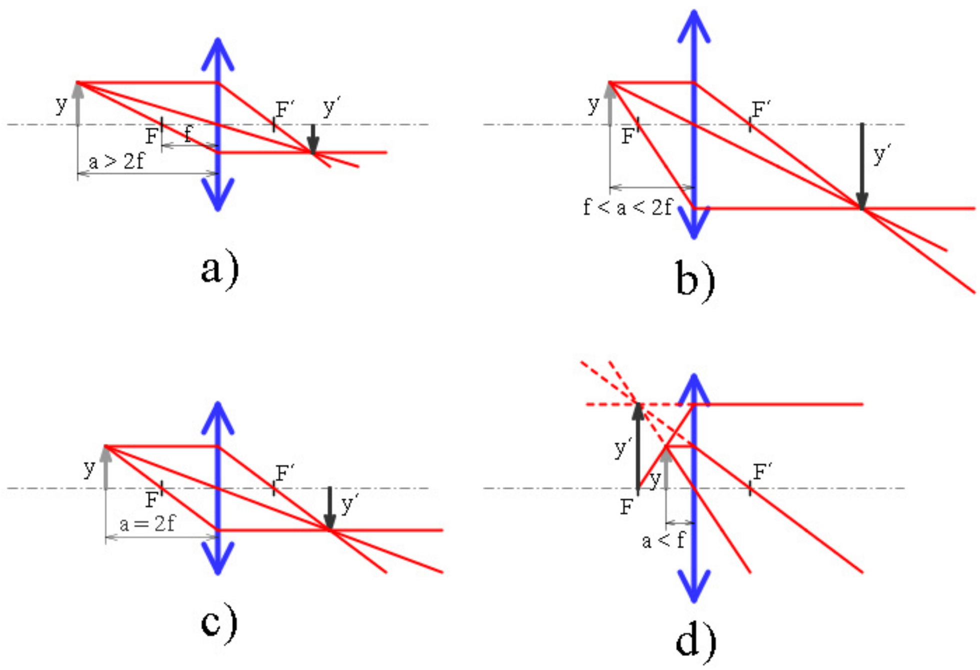
ZTO 4.2.2-29:
Obrázek představuje polohu ohnisek u čočky
a) spojné
b) rozptylné



Obr. 5.2.2-7

ZŘÚ 4.2.2-4:
Nakreslete všechny varianty zobrazení význačnými paprsky spojnou čočkou a uveďte i verbálně atributy obrazu (skutečný – neskutečný, zvětšený – zmenšený, přímý – převrácený).
Pro $a > 2f$ je obraz skutečný, převrácený a zmenšený, pro $a = 2f$ je obraz skutečný, převrácený a stejně velký, pro $2f > a > f$ je obraz skutečný, převrácený a zvětšený, pro $a < f$ je obraz neskutečný, přímý a zvětšený (atributy obrazů jsou analogické pro zobrazení dutým zrcadlem při odpovídajících předmětových vzdálenostech, obr. 5.2.2-8)

ad a) $a > 2f$	$2f > b > f$	skutečný	převrácený	zmenšený
ad b) $a = 2f$	$b = 2f$	skutečný	převrácený	stejně velký
ad c) $2f > a > f$	$b > 2f$	skutečný	převrácený	zvětšený
ad d) $a < f$	$0 < \|b\| < \infty$	neskutečný	přímý	zvětšený



Obr. 4.2.2-8

ZLP 4.2.2-10:
Tenká čočka zobrazí předmět vzdálený 0,75m od čočky do vzdálenosti 0,35m za ní. Vypočítejte předmětovou ohniskovou vzdálenost čočky.

$$a = 0{,}75\text{cm}\,;\, b = 0{,}35\text{cm}$$

- $f = -f' = ?$

Použijte Gaussovu zobrazovací rovnici pro spojnou čočku!

- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ **…** zobrazovací rovnice pro spojnou čočku

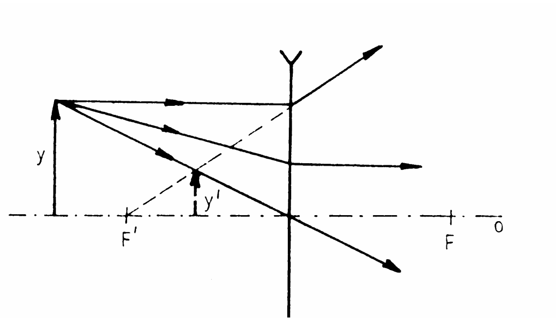
Odvoďte ohniskovou vzdálenost f obecně a poté řešte i numericky!

- $f = \frac{ab}{a+b} \Rightarrow f = 0{,}24\text{m}$

ZŘÚ 4.2.2-5:
Nakreslete všechny varianty zobrazení význačnými paprsky rozptylnou čočkou a uveďte i verbálně atributy obrazu (skutečný – neskutečný, zvětšený – zmenšený, přímý – převrácený).

Existuje jen jediná varianta: neskutečný, přímý a zmenšený obraz (atributy obrazu analogické pro zobrazení vypuklým zrcadlem)

$\infty < a < 0$	$\lvert b \rvert < \lvert f \rvert$	neskutečný	přímý	zmenšený



Obr. 4.2.2-9

ZLP 4.2.2-11:
Předmět je umístěn 8cm před rozptylkou ohniskové vzdálenosti 24cm. Vypočítejte polohu obrazu a příčné zvětšení obrazu.

- $a = 8\text{cm}$; $f = 24\text{cm}$
  $b = ?$; $Z = ?$

Použijte Gaussovu zobrazovací rovnici pro rozptylnou čočku a vztah pro příčné zvětšení obrazu!

- $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = -\frac{1}{f}$$

… zobrazovací rovnice pro rozptylnou čočku

$$Z = -\frac{b}{a}$$

… vztah pro příčné zvětšení obrazu

Odvoďte obecně obrazovou vzdálenost *b* a vztah pro příčné zvětšení obrazu *Z*! Uveďte rovněž atributy obrazu!

- $$b = -\frac{af}{a+f} \Rightarrow b = -6\text{cm}$$
  $$Z = -\frac{b}{a} \Rightarrow Z = +0,75$$

Atributy obrazu: virtuální $(b < 0)$, přímý $(y' > 0)$, zmenšený $(Z < 1)$.

ZLP 4.2.2-12:
Čočka objektivu fotoaparátu má ohniskovou vzdálenost 8cm a je určena pro film o rozměrech 6x6cm. Vypočítejte, jak daleko před objektivem se musí postavit člověk 172cm vysoký, máme-li jej vyfotografovat tak, aby jeho výška na negativu byla přesně 5cm.

- $f = 0,08\text{m}$; $y = 1,7\text{m}$; $y' = 0,05\text{m}$; film $0,06\text{m}$ x $0,06\text{m}$
  $a = ?$

Použijte Gaussovu zobrazovací rovnici objektivu fotoaparátu a vztah pro příčné zvětšení obrazu!

- $$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$ **…** zobrazovací rovnice objektivu fotoaparátu

$$\frac{y'}{y} = \left|\frac{b}{a}\right|$$ … příčné zvětšení obrazu

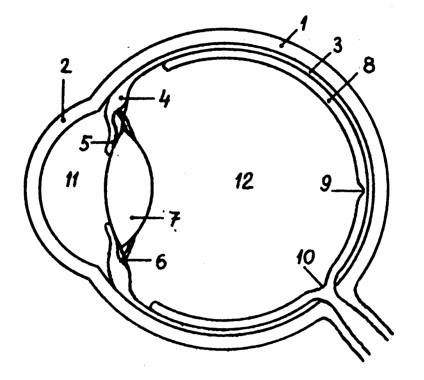
a … předmětová vzdálenost (člověka a objektivu)
b … obrazová vzdálenost (objektivu a fotocitlivé vrstvy)
Odvoďte vztah pro předmětovou vzdálenost *a* a poté řešte numericky!

- $$a = \frac{f\left(y + y'\right)}{y'} \Rightarrow a = 2{,}83\,\mathrm{m}$$

4.2.2.3. OKO A OPTICKÉ PŘÍSTROJE (LUPA, MIKROSKOP, DALEKOHLED)

SHRNUTÍ

Oko lze nasimulovat v optické laboratoři jako umělou **spojnou optickou soustavu**. Na sítnici oka vznikne skutečný, převrácený a zmenšený obraz. Obraz okem vnímáme jako vzpřímený, protože oko je jen nástroj vidění a člověk ve skutečnosti vidí (zobrazuje) mozkem (v mozku je převracecí soustava).



Obr. 4.2.2-10

Oko (obr. 4.2.2.-10) má přibližně tvar koule obalené několika blanami. Vnější blána zadní části oka bělima (1) přechází v přední části oka v rohovku (2). Obal živnatka (3) se skládá z cévnatky, řasnatého tělesa a duhovky. Zadní část cévnatka vystýlá vnitřek bělimy a slouží k výživě oka. Střední část živnatky je zesílena v řasnaté těleso (4), na němž je paprskovitým závěsem (6) zavěšena **oční čočka** (7), relativně pružné, nehomogenní těleso (její index lomu se mění od 1,2 až 1,4). Vnější část živnatky je duhovka (5), podle míry pigmentace světle modrá až hnědá. Uvnitř duhovky je zornice - kruhový otvor, který jako řiditelná clona reguluje množství světla vstupujícího do oka.

Vnitřní blána oka sítnice (8) funguje jako matnice (stínítko) a současně převádí světelné vjemy na nervová podráždění a odvádí je očním nervem do mozku (slepá skvrna (10)). Prostor mezi rohovkou, duhovkou a čočkou se nazývá přední komora (11) a je vyplněn očním mokem. Zadní komora (12) je vyplněna rosolovitým sklivcem.

Jestliže obrazové ohnisko padne do místa žluté skvrny (9), říkáme, že je oko normální, tzn. že vidí na dálku zřetelně, neboť předmět prakticky v nekonečnu se zobrazí v ohniskové rovině. Při pozorování bližších předmětů se vytvoří sice obraz za okem, ale oko automaticky zakřivuje více přední plochu oční čočky, až se zase obraz dostane přímo na sítnici. Této schopnosti oka, nastavit oko ostře na blízké předměty, říkáme **akomodace**. Bod, který oko vidí dobře bez akomodace, se nazývá **daleký bod** oka. U normálního oka je takový bod prakticky v nekonečnu (vidíme hvězdy). Bod, který vidí oko při největší akomodaci, se nazývá **blízký bod** (konvenční zraková vzdálenost je určena statisticky jako 24-25cm).

Nejčastější oční vady vznikají v důsledku nepravidelnosti stavby oka. Oko **krátkozraké** je ve směru osy protáhlé, tj. obrazové ohnisko je před sítnicí a daleký bod takového oka leží v konečné vzdálenosti před okem. Předměty ležící za touto vzdáleností oko zřetelně nevidí. Je-li oko naopak krátké proti oku normálnímu, je obrazové ohnisko za okem. Takové oko nazýváme **dalekozraké.** Jeho daleký bod leží za okem. Aby takové oko vidělo ostře na dálku, musí akomodovat. Dalekozraké oko tedy akomoduje jak na blízko, tak i na dálku. Tyto vady se korigují brýlemi volenými tak, aby obrazové ohnisko čoček splynulo s dalekým bodem oka. Tak je dán druh skel: pro krátkozraké oko to jsou rozptylky, pro dalekozraké oko spojky.

Okulár většiny optických přístrojů funguje jako lupa. Přestože je výsledný obraz při zobrazení lupou zdánlivý, oko se chová jako **organická součást optického přístroje** a umožňuje tento zdánlivý obraz vnímat (zachytit jej na stínítko samozřejmě nelze, ale na sítnici oka ano).

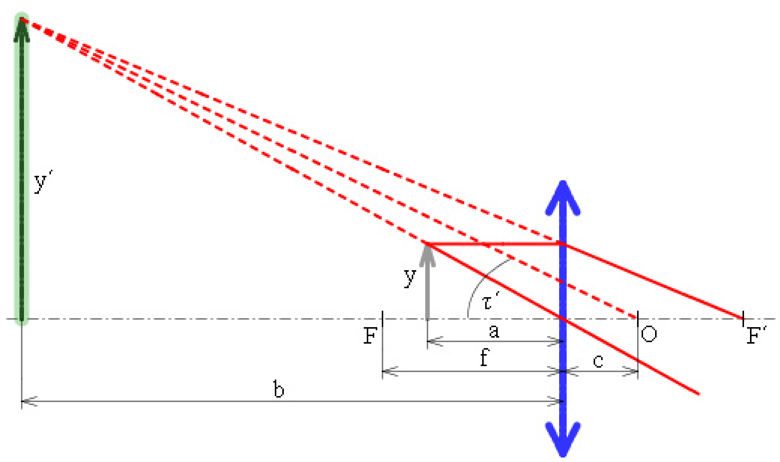
Lupa - spojná čočka (např. v okuláru soustava čoček fungující jako lupa) – obr. 4.2.2.-11
- její ohnisková vzdálenost f je menší než konvenční zraková vzdálenost l = 0,25m
- je určena k pozorování malých blízkých předmětů
- vytváří obraz neskutečný (nezachytitelný stínítkem, okem ale viditelný), zvětšený, přímý
- **úhlové zvětšení lupy** γ definujeme jako zvětšení zorného úhlu τ na úhel τ'

$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau}$$

- úhel, pod kterým vidí naše oko předmět (z konvenční zrakové vzdálenosti l = 0,25m) τ
úhel, pod kterým vidí naše oko vyzbrojené čočkou předmět τ´

$$\gamma \cong \frac{l}{f} \cong \frac{l}{a} = \frac{0{,}25\text{m}}{a}$$

(platí pro malé zorné úhly)
- zaostřujeme tak, že lupu klademe těsně před oko a předmět umisťujeme přímo do ohniska lupy nebo mezi lupu a její ohnisko, tj. $a \cong f$
- zvětšení bývá u jednoduché lupy až šestinásobné, centrovanou soustavou čoček až 30-ti násobné



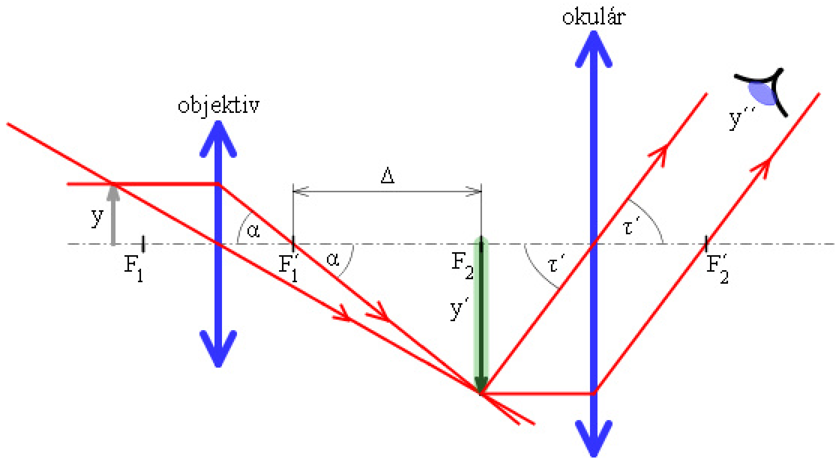
Obr. 4.2.2-11

Mikroskop - optický přístroj s objektivem (spojka s malou ohniskovou vzdáleností f_{ob} při pozorovaném předmětu) a okulárem (spojka s větší ohniskovou vzdáleností f_{ok} při oku)
- zajišťuje zvětšení zorného úhlu při pozorování malých předmětů
- optické osy objektivu a okuláru splývají (obr. 4.2.2-12)

- **objektiv** zobrazí předmět (kladený těsně před ohnisko objektivu) jako meziobraz skutečný, převrácený a zvětšený
- **okulár** se nastavuje tak, že meziobraz padne do předmětové ohniskové roviny okuláru, funguje pak jako lupa a poskytuje oku obraz neskutečný, zvětšený a vzpřímený vůči meziobrazu, vůči předmětu převrácený
- <u>optický interval</u> Δ je vzdálenost mezi obrazovým ohniskem objektivu a předmětovým ohniskem okuláru
- **úhlové zvětšení γ mikroskopu**

$$\gamma = Z_{\mathrm{ob}}\gamma_{\mathrm{ok}} = \frac{\Delta}{f_{ob}} \cdot \frac{l}{f_{ok}}$$

- součin příčného zvětšení objektivu a úhlového zvětšení okuláru (lupy)
- běžná zvětšení optických mikroskopů bývají 800 až 2000



Obr. 4.2.2.-12

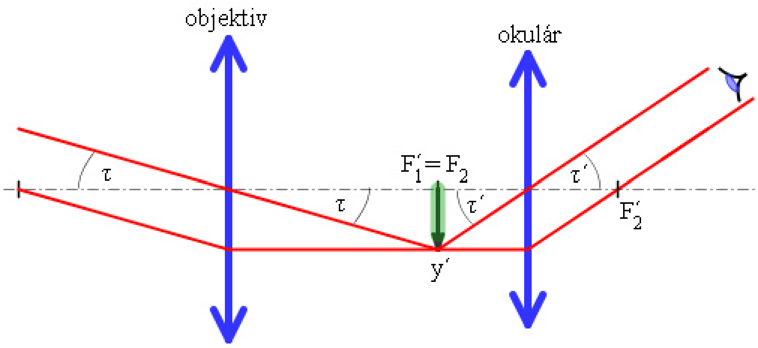
Dalekohled - optický přístroj s objektivem (spojka s velkou ohniskovou vzdáleností f_{ob} při pozorovaném předmětu) a okulárem (spojka s menší ohniskovou vzdáleností f_{ok} při oku)
- zajišťuje zvětšení zorného úhlu při pozorování vzdálených předmětů
- optické osy objektivu a okuláru splývají, obr. 5.2.2.-13
- **úhlové zvětšení dalekohledu** γ (zaostřeného na nekonečno)

$$\gamma = \frac{f_{\mathrm{ob}}}{f_{\mathrm{ok}}}$$

- podíl ohniskových vzdáleností (platí pro všechny druhy dalekohledů)
- obrazové ohnisko okuláru splývá s předmětovým ohniskem objektivu
- běžná úhlová zvětšení optických dalekohledů bývají řádově v desítkách

- **Keplerův dalekohled (hvězdářský)** – objektivem spojka, okulárem lupa, výsledný obraz zvětšený, neskutečný, výškově i stranově převrácený

- **triedr** – poskytuje úpravu Keplerova dalekohledu pro převrácení obrazu (pomocí hranolů, anebo spojky)
- **Galileův dalekohled (pozemský, holandský)** – objektivem spojka, okulárem rozptylka, výsledný obraz zvětšený, neskutečný a přímý (divadelní kukátko)
  - **Newtonův dalekohled (zrcadlový)** – objektivem parabolické zrcadlo, okulárem spojka, výsledný obraz ostřejší a méně zatížený optickými vadami než-li dalekohledy čočkové



Obr. 4.2.2.-13

BLP 4.2.2-16: Dalekozraké oko má blízký bod ve vzdálenosti 80cm. Krátkozraké oko má vzdálený bod ve vzdálenosti 40cm. Vypočítejte, jaké brýle předepíše lékař?

a) $a = l = 0,25\text{m}$; $b = -0,80\text{m}$; b) $a \to \infty$; $b = -0,40\text{m}$

- $\Phi = ?$

Použijte Gaussovu zobrazovací rovnici spojné čočky a vztah mezi optickou mohutností a ohniskovou vzdáleností čočky!

- $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$ … zobrazovací rovnice spojné čočky

$\Phi = \frac{1}{f}$ … vztah mezi optickou mohutností a ohniskovou vzdáleností čočky

Poznámka: Blízký bod je nejmenší vzdálenost, kdy ještě vznikne na sítnici ostrý obraz (pro normální oko v konvenční zrakové vzdálenosti 0,25m). Vzdálený bod je největší vzdálenost, kdy ještě vznikne na sítnici ostrý obraz (pro normální oko se blíží až nekonečné vzdálenosti). Pro obrazové vzdálenosti musí být užita záporná znaménka, protože obraz vznikne zdánlivě, tzn.nikoliv přímo na sítnici oka.
Odvoďte obecně optickou mohutnost *Φ* pro obě situace a poté řešte i numericky!

- $\Phi = \frac{1 + \frac{b}{a}}{ab} = \frac{a+b}{ab}$

ad a) $a = 0,25\text{m};\ b = -0,80\text{m};\ \Phi = 2,75\text{D}$
… lékař předepíše jako brýle spojky

ad b) $a=\infty; b=-0,40\text{m}; \Phi=-2,5\text{D}$
… lékař předepíše jako brýle rozptylky

4.2.2.4. LUPA

ZTO 4.2.2-32:
Jednoduchá lupa je
a) vždy rozptylná čočka
b) vždy spojná čočka
c) někdy spojka, někdy rozptylka

ZTO 4.2.2-33:
U lupy umísťujeme předmět
a) mezi čočku a ohnisko
b) mezi jednoduchou a dvojnásobnou ohniskovou vzdálenost
c) vždy do vzdálenosti zvané konvenční zraková vzdálenost (u normálního oka 25cm)

ZTO 4.2.2-34:
Ohnisková vzdálenost lupy je 0,08m. Vypočítejte přibližné zvětšení.
a) 8/25
b) 7
c) 3
d) ze zadání nelze určit ani přibližně

ZLP 4.2.2-17:
Ohnisková vzdálenost lupy je 2cm. Vypočítejte její úhlové zvětšení a) pro normální oko; b) pro oko krátkozraké, které má optimální pozorovací vzdálenost 15cm.

$$f=2\text{cm}\,;\,l=25\text{cm}\;\;;\;l_K=15\text{cm}$$

- $\gamma=?\,;\,\gamma_K=?$

Použijte vztahy pro zorný úhel oka bez lupy; zorný úhel oka vyzbrojeného lupou; úhlové zvětšení lupy!

- $\tau\cong tg\tau=\dfrac{y}{l}$ **…** zorný úhel pro oko bez lupy

$\tau'\cong tg\tau'=\dfrac{y'}{b}=\dfrac{y}{a}$ **…** zorný úhel pro oko vyzbrojené lupou

$$\gamma=\frac{\tau'}{\tau}=\frac{tg\tau'}{tg\tau}=\frac{\frac{y}{a}}{\frac{y}{l}}=\frac{l}{a}$$ … úhlové zvětšení lupy

Vyjádřete obecně úhlová zvětšení lupy γ (se zaostřením předmětové vzdálenosti na ohniskovou vzdálenost) v obou situacích a poté řešte i numericky!

- ad a)

$$\gamma=\frac{l}{a}\cong\frac{l}{f}\Rightarrow\gamma=12,5$$

... úhlové zvětšení pro normální oko

ad b)

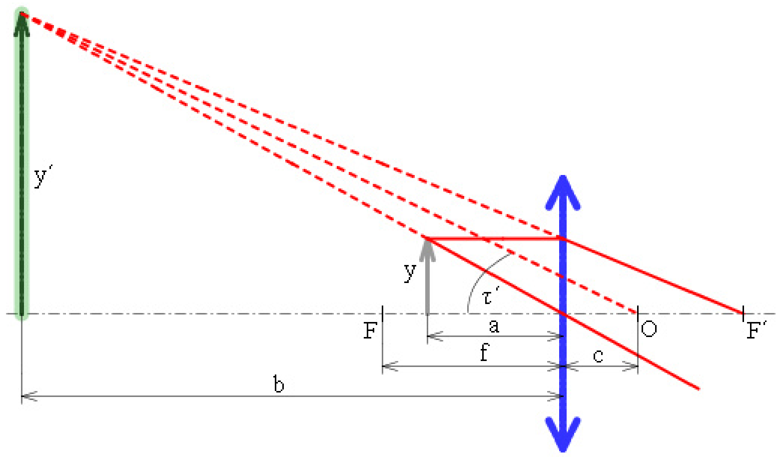
$$\gamma_K = \frac{l}{a} \cong \frac{l_0}{f} \Rightarrow \gamma_K = 7{,}5$$

... úhlové zvětšení pro krátkozraké oko

BLP 4.2.2-18:

Předmět je pozorovaný lupou, která je ve vzdálenosti 0,02m od oka. Vypočítejte ohniskovou vzdálenost lupy, jestliže při 6-ti násobném úhlovém zvětšení se obraz vytvoří ve vzdálenosti 0,3m od lupy.

- c = 0,02m ; γ= 6 ; b = 0,3m ; l = 0,25m (l konvenční zraková vzdálenost)
  f = ?
  viz obr. 4.2.2.-14



Obr. 4.2.2-14

Použijte vztahy pro úhlové zvětšení lupy; zorný úhel, pod kterým pozorujeme obraz lupou; zorný úhel, pod kterým pozorujeme předmět okem; příčné zvětšení obrazu; Gaussovu zobrazovací rovnici spojné čočky!

- $$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \cong \frac{tg\tau'}{tg\tau}$$

... úhlové zvětšení lupy

$$\tau' \cong tg\tau' = \frac{y'}{b+c}$$

... zorný úhel, pod kterým pozorujeme obraz lupou

$$\tau \cong tg\tau = \frac{y}{l}$$

... zorný úhel, pod kterým pozorujeme předmět okem

$$Z = \frac{y'}{y} = -\frac{b}{a}$$

... příčné zvětšení obrazu

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f}$$

... zobrazovací rovnice spojné čočky

Odvoďte ohniskovou vzdálenost lupy obecně a poté řešte i numericky!

- $f = -\dfrac{bl}{\gamma(b+c)-l} \Rightarrow$

$$f = 0{,}045\text{m}$$

4.2.2.5. MIKROSKOP

ZTO 4.2.2-35:
Mikroskop se skládá ze dvou čoček - objektivu a okuláru, přičemž
a) objektiv je spojná čočka, okulár je rozptylná čočka
b) objektiv je rozptylná čočka, okulár spojná čočka
c) obě čočky jsou spojné
d) obě čočky jsou rozptylné

ZTO 4.2.2-36:
Optický interval mikroskopu je
a) délka tubusu (těla) mikroskopu
b) vzdálenost předmětových ohnisek objektivu a okuláru
c) vzdálenost obrazových ohnisek objektivu a okuláru
d) vzdálenost obrazového ohniska objektivu a předmětového ohniska okuláru

ZTO 4.2.2-37:
Zvětšení mikroskopu je
a) součet zvětšení objektivu a okuláru
b) součin zvětšení objektivu a okuláru
c) podíl ohniskových vzdáleností objektivu a okuláru
d) součin ohniskových vzdáleností objektivu a okuláru

ZLP 4.2.2-19:
Řešte výpočtem i graficky zobrazení mikroskopem, jehož objektiv má ohniskovou vzdálenost 0,5cm a okulár 4,8cm. Ve vzdálenosti 0,51cm před objektivem je předmět. Určete délku mikroskopu pro zrakovou vzdálenost 24cm.

- $f_1 = 0{,}005\text{m}$; $f_2 = 0{,}048\text{m}$; $a_1 = 0{,}0051\text{m}$; $l = 0{,}24\text{m}$
  $d = ?$

Použijte vztahy pro Gaussovu zobrazovací rovnici objektivu (spojné čočky) a okuláru (lupy) a rovněž vztah pro určení délky mikroskopu!

- $$\frac{1}{a_1}+\frac{1}{b_1}=\frac{1}{f_1}$$

… zobrazovací rovnice objektivu (spojné čočky o ohniskové vzdálenosti f_1)

$$\frac{1}{a_2}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f_2}$$

… zobrazovací rovnice okuláru (lupy o ohniskové vzdálenosti f_2)

$$d=b_1+a_2$$

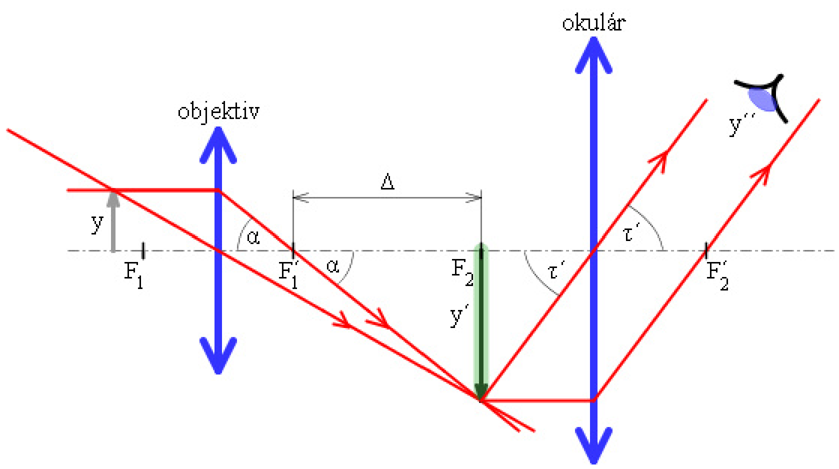
… vztah pro určení délky mikroskopu

Odvoďte délku mikroskopu *d* obecně a poté řešte i numericky!

- $$d=\frac{a_1 f_1}{a_1-f_1}+\frac{f_2 l}{l+f_2}\Rightarrow d=0,295\text{m}$$

ZLP 4.2.2-20:
Vypočítejte, jaké zvětšení dává mikroskop, jehož objektiv má ohniskovou vzdálenost 2mm a okulár 40mm. Optický interval mikroskopu je 18cm.

- $f_1=0,002\text{m}$; $f_2=0,040\text{m}$; $\Delta=0,18\text{m}$; $l=0,25\text{m}$
  $\gamma=?$



Obr. 4.2.2-15

Použijte vztahy pro goniometrii podobných trojúhelníků (příčné zvětšení objektivu podle obr.); zorné úhly pro úhlové zvětšení přístroje a úhlové zvětšení přístroje!

- $$tg\alpha=\frac{y}{f_1}\wedge tg\alpha=\frac{y'}{\Delta}\Rightarrow y'=\frac{\Delta y}{f_1}$$ **…**

… goniometrie podobných trojúhelníků (viz obr.) pro příčné zvětšení objektivu

$$\tau\cong tg\tau=\frac{y}{l}\wedge\tau'\cong tg\tau'=\frac{y'}{f_2}$$ … zorné úhly pro úhlové zvětšení přístroje

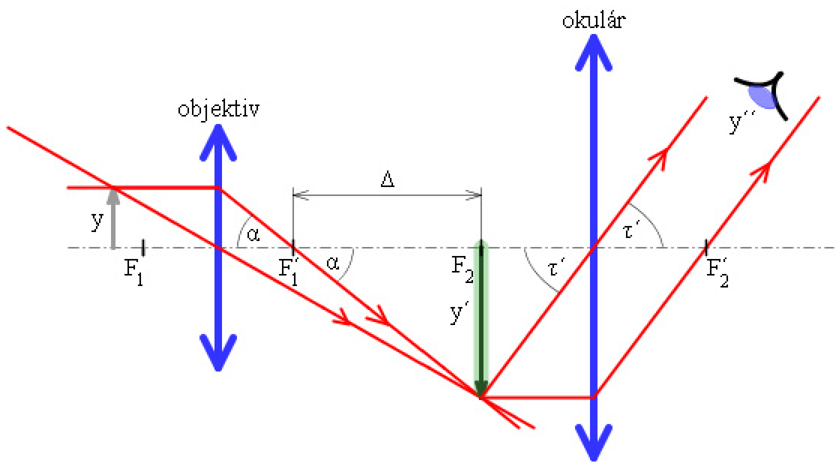
$$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} = \frac{tg\,\tau'}{tg\,\tau}$$ … úhlové zvětšení přístroje

Odvoďte obecně zvětšení mikroskopu γ a poté řešte i numericky!

- $\gamma = Z_1\gamma_2 = \frac{\Delta}{f_1}\frac{l}{f_2} \Rightarrow \gamma = 562,5$ **…** Z_1 příčné zvětšení objektivu, γ_2 úhlové zvětšení okuláru

ZLP 4.2.2-21:
Vypočítejte zvětšení mikroskopu, který má optický interval 0,16m, přičemž předmětová ohnisková vzdálenost objektivu a okuláru jsou 2mm a 20mm.

- Δ = 0,16m ; f_1 = 0,002m ; f_2 = 0,02m ; l = 0,25m (l konvenční zraková vzdálenost)
  γ = ?



Obr. 4.2.2-16

Použijte vztahy pro úhlové zvětšení mikroskopu; zorný úhel oka vyzbrojeného mikroskopem; zorný úhel pro vidění okem; příčnou velikost meziobrazu v ohnisku okuláru!

- $$\gamma = \frac{\tau'}{\tau} \cong \frac{tg\,\tau'}{tg\,\tau}$$

… úhlové zvětšení mikroskopu

$$\tau' \cong tg\,\tau' = \frac{y'}{f_2}$$

… zorný úhel pro oko vyzbrojené mikroskopem

$$\tau \cong tg\,\tau = \frac{y}{l}$$

… zorný úhel pro vidění okem

$$tg\alpha = \frac{y}{f_1} \wedge tg\alpha = \frac{y'}{\Delta} \Rightarrow y' = \frac{y\Delta}{f_1}$$
… příčná velikost meziobrazu v ohnisku okuláru

Odvoďte obecně zvětšení mikroskopu γ a poté řešte i numericky!

•

$$\gamma = Z_1\,\gamma_2 = \frac{\Delta}{f_1} \cdot \frac{l}{f_2} \Rightarrow \gamma = 1000$$
γ zvětšení přístroje ; Z_1 příčné zvětšení objektivu, γ_2 úhlové zvětšení okuláru

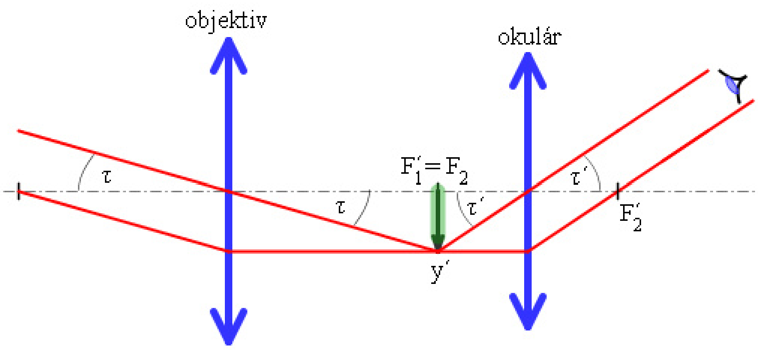
4.2.2.6. DALEKOHLED

ZTO 4.2.2-38:
Dalekohled se skládá ze dvou čoček - objektivu a okuláru, přičemž
a) okulár i objektiv jsou čočky rozptylné
b) objektiv je rozptylná čočka, okulár je spojná čočka
c) objektiv je spojná čočka, okulár je rozptylná čočka
d) okulár i objektiv jsou čočky spojné

ZTO 4.2.2-39:
Zvětšení dalekohledu je
a) součet zvětšení objektivu a okuláru
b) podíl konvenční vzdálenosti a součinu ohniskových vzdáleností
c) podíl ohniskových vzdáleností objektivu a okuláru
d) součin ohniskových vzdáleností objektivu a okuláru

ZLP 4.2.2-22:
Vypočítejte, kolikrát zvětšuje dalekohled, tvořený jednoduchou čočkou, který vytvoří obraz předmětu vysokého 1m a vzdáleného 400m o velikosti 0,01m.

- y = 1m ; y' = 0,01m ; x = 400m ; l = 0,25m (l konvenční zraková vzdálenost)
  γ= ?



Obr. 4.2.2-17

Použijte vztahy pro úhlové zvětšení dalekohledu; zorný úhel (pod kterým pozorujeme obraz předmětu okulárem); zorný úhel (pod kterým pozorujeme předmět okem), obr. 5.2.2-17!

- $\gamma = \dfrac{\tau'}{\tau} \cong \dfrac{tg\tau'}{tg\tau}$

  … úhlové zvětšení dalekohledu

$\tau' \cong tg\tau' = \dfrac{y'}{l}$

… zorný úhel, pod kterým pozorujeme obraz předmětu okulárem

$\tau \cong tg\tau = \dfrac{y}{x}$

… zorný úhel, pod kterým pozorujeme předmět okem

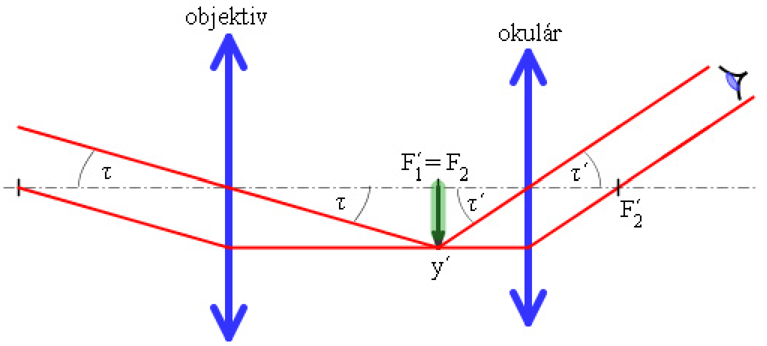
Odvoďte obecně úhlové zvětšení dalekohledu γ a poté řešte i numericky!

- $\gamma = \dfrac{y'x}{yl} \Rightarrow \gamma = 16$

  ... zvětšení dalekohledu

ZLP 4.2.2-23:
Dalekohled má čočky o ohniskových vzdálenostech objektivu 40cm a okuláru 4cm. Vypočítejte délku dalekohledu, a to pro zrakovou vzdálenost 20cm, má-li být předmět vzdálený 10m zřetelně viditelný.

- $f_1 = 0,4\text{m}\,;\, f_2 = 0,04\text{m}\,;\, l = 0,2\text{m}\,;\, a_1 = 10\text{m}$
  $d = ?$



Obr. 4.2.2-18

Použijte vztahy pro Gaussovu zobrazovací rovnici objektivu a okuláru!

- $\dfrac{1}{a_1} + \dfrac{1}{b_1} = \dfrac{1}{f_1}$

  … zobrazovací rovnice pro objektiv (o ohniskové vzdálenosti f_1)

$\dfrac{1}{a_2} - \dfrac{1}{l} = \dfrac{1}{f_2}$

… zobrazovací rovnice pro okulár (lupu o ohniskové vzdálenosti f_2)

Odvoďte obecně vztah pro délku dalekohledu d a poté řešte i numericky!

- $$d = b_1 + a_2 = \frac{f_1 a_1}{a_1 - f_1} + \frac{f_2 l}{f_2 + l} \Rightarrow d = 0{,}45\,\mathrm{m}$$

4.2.3. FOTOMETRIE

SHRNUTÍ

Fotometrie je část optiky, která popisuje světelné zdroje a osvětlení ploch z hlediska vnímání lidským okem.
Zářivá energie E_e je celková energie přenášená elektromagnetickým zářením.
Zářivý tok Φ_e je výkon elektromagnetického záření (ΔE_e energie elektromagnetického záření procházejícího danou plochou za určitý čas Δt)

$$\Phi_e = \frac{\Delta E_e}{\Delta t}$$

Z celkové zářivé energie vysílané zdrojem se pro vnímání lidským okem uplatňuje pouze **světelná energie** E přenášená viditelným elektromagnetickým zářením – světlem.
Z hlediska vnímání lidským okem zavádíme **světelný tok** Φ jako výkon světelného záření (světelnou energii ΔE, která projde danou plochou v okolí zdroje za určitou dobu Δt)

$$\Phi = \frac{\Delta E}{\Delta t}$$

(jednotkou lumen; lm).
Zářivost zdroje I_e bodového zdroje v daném směru je podíl té části zářivého toku $\Delta\Phi_e$, jež vychází ze zdroje v daném směru do malého prostorového úhlu $\Delta\Omega$, a velikosti tohoto prostorového úhlu

$$I_e = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta\Omega}$$

Svítivost zdroje I je definována světelným tokem $\Delta\Phi$, který vyzařuje bodový všesměrový světelný zdroj do prostorového úhlu $\Delta\Omega$

$$I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega}$$

(jednotkou kandela; cd)
Prostorový úhel $\Delta\Omega$ je definován jako plocha ΔS, která je osvětlována kolmo z bodového světelného zdroje, a to ze vzdálenosti r

$$\Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2}$$

(jednotkou steradián; sr)
Účinnost světelného zdroje K je definována jako podíl celkového vyzářeného světelného toku a příkonu zdroje P

$$K = \frac{\Delta\Phi}{P}$$

(bezrozměrná; %)
Intenzita ozařování E_{e0} je definována jako podíl zářivého toku $\Delta\Phi_e$ dopadajícího na plochu ozařovaného tělesa a obsahu této plochy ΔS

$$E_{e0} = \frac{\Delta\Phi_e}{\Delta S}$$

Osvětlení E_0 je definováno jako podíl světelného toku $\Delta\Phi$ na plochu ΔS osvětleného tělesa a obsahu této plochy ΔS

$$E_0 = \frac{\Delta\Phi}{\Delta S}$$

(jednotkou lux; lx)

$$E_0 = \frac{I}{r^2}$$

kolmé osvětlení plochy je přímo úměrné svítivosti zdroje světla I v tomto směru a nepřímo úměrné čtverci vzdálenosti r zdroje od plochy

$$E_0' = \frac{I}{r^2}\cos\alpha$$

kosé osvětlení plochy závisí na svítivosti zdroje světla I, na čtverci vzdálenosti r zdroje světla od plochy a rovněž na úhlu α, pod kterým paprsky na plochu dopadají

ZLP 4.2.3-24:

Vypočítejte, jaký světelný tok dopadá na plochu 20x30 cm^2, jestliže ji osvětlíme kolmo z bodového světelného zdroje o svítivosti 80cd ze vzdálenosti 2,4m.

- ΔS = 600cm^2 ; I = 80cd ; r = 2,4m
  $\Delta\Phi$ = ?

Použijte vztahy pro svítivost I zdroje světla a prostorový úhel $\Delta\Omega$!

- $I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \wedge \Delta\Omega = \frac{\Delta S}{r^2}$ **…**

… svítivost I popisuje směrové vlastnosti zdroje a schopnost zdroje vyvolat v daném směru zrakový vjem, tzn. vyjadřuje světelný tok $\Delta\Phi$ vyslaný do prostorového úhlu $\Delta\Omega$

Odvoďte obecně vztah pro světelný tok $\Delta\Phi$ a poté řešte i numericky!

- $\Delta\Phi = I\frac{\Delta S}{r^2} \Rightarrow \Delta\Phi = 0{,}83\,\mathrm{lm}$

ZLP 4.2.3-25:

Vypočítejte, jaká je svítivost 100W žárovky, jestliže je její světelný tok vyslaný do celého prostoru 1260lm, a jaká je světelná účinnost.

- $\Delta\Phi$ = 1260 1m ; P = 100W
  I = ? ; K = ?

Použijte vztahy pro svítivost I zdroje světla; plný prostorový úhel $\Delta\Omega$; účinnost světelného zdroje K!

- $I = \frac{\Delta\Phi}{\Delta\Omega} \wedge \Delta\Omega = 4\pi$ **…**

… svítivost I popisuje směrové vlastnosti zdroje a schopnost zdroje vyvolat v daném směru zrakový vjem, tzn. vyjadřuje světelný tok $\Delta\Phi$ vyslaný do prostorového úhlu $\Delta\Omega$, kterým je v tomto případě plný prostorový úhel 4π sr

$$K = \frac{\Delta\Phi}{P}$$ …

… účinnost světelného zdroje K se zavádí jako podíl celkového vyzářeného světelného toku (v tomto případě $\Delta\Phi = \Phi_C$ pro plný prostorový úhel) a příkonu zdroje P

Odvoďte obecně svítivost I světelného zdroje a jeho účinnost K !

- $$I = \frac{\Delta\Phi}{4\pi} \Rightarrow I = 100\ \mathrm{cd}$$
  $$K = \frac{\Phi}{P} \Rightarrow K = 12{,}6\ \mathrm{lm \cdot W^{-1}}$$

ZLP 4.2.3-26:
Na rýsování je požadováno osvětlení přibližně 250lx. Vypočítejte osvětlení pro 100W žárovku o svítivosti 138cd, která visí 1,5m kolmo nad plochou stolu.

- I = 138cd ; r = 1,5m
  R = ? ; $E´$ = ?

Použijte vztah pro kolmé osvětlení plochy E!

- $$E = \frac{I}{r^2}$$ …

… kolmé osvětlení plochy je přímo úměrné svítivosti zdroje světla I v tomto směru a nepřímo úměrné čtverci vzdálenosti r zdroje od plochy

Řešte osvětlení E i numericky a poté vyslovte závěr, zda požadované osvětlení vyhovuje!

- $$E = \frac{I}{r^2} \Rightarrow E' = 61\ \mathrm{lx}$$

S ohledem na doporučované osvětlení rýsovací plochy je zapotřebí zvolit žárovku s větší svítivostí (asi 563cd), anebo zmenšit kolmou vzdálenost žárovky od roviny stolu (asi na 0,74m).

ZLP 4.2.3-27:
Na čtení je požadováno osvětlení přibližně 50lx. Vypočítejte, v jaké výšce nad stolem je třeba zavěsit lampu o svítivosti 50cd, abychom dosáhli předepsaného osvětlení v místě kolmo pod lampou, a rovněž vypočítejte osvětlení pro čtenáře, pro kterého osvětlovaná plocha není kolmá na směr šíření světla, ale paprsky na ni dopadají pod úhlem 45^0.

- E = 50lx ; I = 50cd ; $\alpha = 45^0$
  r = ? ; $E´$= ?

Použijte vztahy pro kolmé a kosé osvětlení E, $E´$ pracovní plochy!

- $$E = \frac{I}{r^2}$$ …

… kolmé osvětlení *E* plochy je přímo úměrné svítivosti zdroje světla *I* v tomto směru a nepřímo úměrné čtverci vzdálenosti *r* zdroje od plochy

$$E' = \frac{I}{r^2}\cos\alpha$$ **…**

… kosé osvětlení *E´* plochy závisí na svítivosti zdroje světla *I*, na čtverci vzdálenosti *r* zdroje světla od plochy a rovněž na úhlu α, pod kterým paprsky na plochu dopadají

Vyjádřete obecně *r* vzdálenost, do které je zapotřebí zavěsit světelný zdroj nad pracovní plochu a rovněž osvětlení *E´* pro sousedního čtenáře, poté řešte i numericky!

- $$r = \sqrt{\frac{I}{E}} \Rightarrow r = 1\,\mathrm{m}$$
  $$E' = \frac{I}{r^2}\cos\alpha \Rightarrow E' = 35,4\,\mathrm{lx}$$

S ohledem na předepsané osvětlení je pro 1.čtenáře zapotřebí zavěsit lampu do výšky 1m kolmo nad pracovní stůl. Pro 2.čtenáře, který sedí u téhož stolu 1m od 1.čtenáře, by však toto osvětlení bylo nedostatečné.

BLP 4.2.3-28:
Bunsenův fotometr používá velmi jednoduchého způsobu pro posouzení, zda osvětlení obou stran stínítka (pozadí) je stejné. Stínítko je z pergamenového papíru uprostřed s mastnou skvrnou. Žárovka svítivosti 45cd dává ze vzdálenosti 39cm stejné osvětlení jako jiná žárovka ze vzdálenosti 65cm. Vypočítejte svítivost neznámé žárovky.

- I_1 = 45cd ; r_1 = 0,39m ; r_2 = 0,65m ; $E_1 = E_2$

I_2 = ?

Použijte vztah pro osvětlení (stínítka Bunsenova fotometru) za podmínky, že osvětlení oběma žárovkami jsou stejná!

- $$E_1 = \frac{I_1}{r_1^2} \wedge E_2 = \frac{I_2}{r_2^2} ; E_1 = E_2$$ **…**

… osvětlení stínítka oběma žárovkami jsou stejná

Odvoďte svítivost druhé žárovky I_2 obecně a poté řešte i numericky!

- $$I_2 = I_1 \frac{r_2^2}{r_1^2} \Rightarrow I_2 = 125\,\mathrm{cd}$$

4.3. VLNOVÁ OPTIKA

4.3.1. INTERFERENCE SVĚTLA

SHRNUTÍ

Interference je nejdůležitější jev vlnové optiky, jeho základním předpokladem je **koherence** světelného vlnění (vlnění téže frekvence, jejichž fázový rozdíl je v uvažovaném bodě prostoru konstantní).

Interferenci světla pozorujeme

- na **tenké vrstvě** (vrstvě omezené dvěma rovnoběžnými rovinami ve vzájemné vzdálenosti *d* a většinou umístěné ve vzduchu); při kolmém dopadu bílého světla se podle tloušťky vrstvy zesiluje světlo určité vlnové délky a vrstva se v odraženém světle jeví jako zabarvená
- na **Newtonových sklech** (většinou vzduchové vrstvě omezené rovinou planparalelní desky a sférickou rovinou čočky o velkém poloměru křivosti); při kolmém dopadu monochromatického světla se podle tloušťky vrstvy zesiluje světlo určité vlnové délky a vrstva má v odraženém světle podobu tmavých a světlých kroužků, při kolmém dopadu bílého světla jsou kroužky barevné
- na **štěrbině, soustavě štěrbin** a na **optické mřížce**; vzniká interferenčně ohybový obrazec (do interferenčního prostoru vnikají paprsky ohybem)

Výsledkem interference je **zesílení světla** v místech, kde vzniká **maximum interference**
(za podmínky, že rozdíl optických drah Δl odpovídá sudému násobku půlvlny)

$$\Delta l = 2k\frac{\lambda}{2}$$

pro k = 0, 1, 2, 3…

a **zeslabení světla** v místech, kde vzniká **minimum interference**
(za podmínky, že dráhový rozdíl Δl odpovídá lichému násobku půlvlny)

$$\Delta l = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

pro k = 0, 1, 2, 3, …

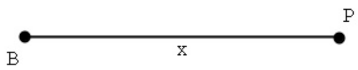
ZTO 4.3.1-40:

Stav vlnění přicházejícího z bodu *B* je v bodě *P* (obr. 4.3.1-1) vyjádřen rovnicí

$$u = A\sin\omega\left(t-\frac{x}{c}\right) = A\sin 2\pi\left(\frac{t}{T}-\frac{x}{\lambda}\right)$$

Určete, jak souvisí fázový posuv φ s drahou x ; φ = ?

a) $\lambda x/2$
b) $2\pi x/\lambda$
c) $2\pi x\lambda$
d) $\pi x/\lambda$



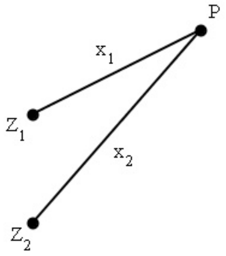
Obr. 4.3.1-1

ZTO 4.3.1-41:
Do bodu *P* přichází vlnění (obr. 4.3.1-2)

$u_1 = A_1 \sin(\omega t - \varphi_1)$, kde $\varphi_1 = \dfrac{2\pi x_1}{\lambda}$

$u_2 = A_2 \sin(\omega t - \varphi_2)$, kde $\varphi_2 = \dfrac{2\pi x_2}{\lambda}$

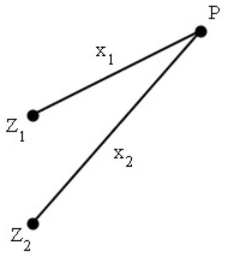
V bodě *P* dojde k interferenci. Výsledná intenzita vlnění v bodě *P* je minimální, když



Obr. 4.3.1-2

a) $x_2 - x_1 = 2m\,\lambda/2$
b) $x_2 - x_1 = (2m - 1)\,\lambda/2$
c) $x_2 - x_1 = (2m + 1)\,\lambda/2$,
kde *m* je celé číslo

ZTO 4.3.1-42:
Do bodu *P* přichází vlnění (obr. 5.3.1.-3)



Obr. 4.3.1-3

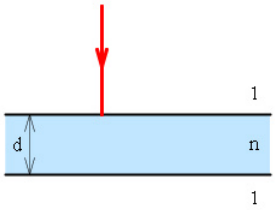
$u_1 = A\sin(\omega t - \varphi_1)$, kde $\varphi_1 = \dfrac{2\pi x_1}{\lambda}$; $u_2 = A\sin(\omega t - \varphi_2)$, kde $\varphi_2 = \dfrac{2\pi x_2}{\lambda}$

V bodě *P* dojde k interferenci. Jaká je amplituda výsledného vlnění v případě, že $x_2 - x_1 = 2m\,\lambda/2$, kde *m* je celé číslo
a) 2*A*
b) 0
c) 4*A*2
d) jinak

ZTO 4.3.1-43:
Světlo se odráží na rozhraní vzduch - sklo. Dojde při odrazu světla ke změně fáze?
a) ano
b) ne

ZTO 4.3.1-44:

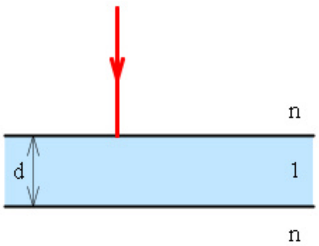
Světlo vlnové délky λ dopadá kolmo na planparalelní vrstvu tloušťky *d*. Maximum v odraženém světle nastane v případě, že



Obr. 4.3.1-4

a) $2d = (2m - 1)\,\lambda/2$
b) $2nd = (2m - 1)\,\lambda/2$
c) $2nd = 2m\,\lambda/2$
d) $2d = 2m\,\lambda/2$

ZTO 4.3.1-45:
Světlo vlnové délky λ dopadá kolmo na planparalelní vrstvu vzduchu tloušťky *d*. Maximum v odraženém světle nastane v případě, že
a) $2d = (2m - 1)\,\lambda/2$
b) $2nd = (2m - 1)\,\lambda/2$
c) $2nd = 2m\,\lambda/2$
d) $2d = 2m\,\lambda/2$



Obr. 4.3.1-5

ZLP 4.3.1-29:
Svazek bílého světla dopadá kolmo na optickou destičku tloušťky 400nm a indexu lomu 1,5. Destička je ve vzduchu. Vypočítejte, které vlnové délky viditelné části spektra se v odraženém světle zesilují.

$$d = 4\cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}\,;\; n = 1{,}5$$

- $\lambda_{\max} = ?$

Použijte vztah pro dráhový rozdíl v případě, že jde o podmínku interferenčního maxima!

- $$2nd + \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2}$$

… dráhový rozdíl pro podmínku interferenčního maxima
Odvoďte vztah pro vlnovou délku světla λ a určete, kterému řádu *k* bude vyhovovat!

- $\lambda = \dfrac{4nd}{2k - 1}$ pro řády $k = \langle 1, 2, 3, \ldots \rangle$

$k = 1\,;\ \lambda_1 = 2,4 \cdot 10^{-6}\,\text{m}$

$k = 2\,;\ \lambda_2 = 8 \cdot 10^{-7}\,\text{m}$

$k = 3\,;\ \lambda_3 = 4,8 \cdot 10^{-7}\,\text{m}$

Poznámka: Vlnové délky pro řády k = 1; k = 2 nevidíme. Vlnová délka, kterou vidíme, odpovídá fialové barvě**.** Interval viditelné části elektromagnetického vlnění má přibližně šířku 390nm (pro fialovou barvu světla) až 790nm (pro červenou barvu světla).

ZLP 4.3.1-30:
Na vrstvu oleje o tloušťce $2{\cdot}10^{-7}$m, která je na vodě, dopadá kolmo bílé světlo. Vypočítejte, která barva vyhasne a která bude nejsilněji odražena, je-li rychlost světla v oleji
$2{\cdot}10^{8}\ \text{m}{\cdot}\text{s}^{-1}$.

- $d = 2{\cdot}10^{-7}$m ; $v = 2{\cdot}10^{8}\text{m}{\cdot}\text{s}^{-1}$; $c = 3{\cdot}10^{8}\text{m}{\cdot}\text{s}^{-1}$
  a) λ_{max} = ? ; b) λ_{min} = ?

Použijte vztahy pro index lomu světla; dráhový rozdíl interferujících paprsků (za podmínky maxima a minima interference)!

- $n = \dfrac{c}{v}$ **...** index lomu

$$2nd + \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2}$$

... dráhový rozdíl pro podmínku maxima interference

$$2nd + \frac{\lambda}{2} = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

... dráhový rozdíl pro podmínku minima interference

Odvoďte obecně vztah pro vlnovou délku světla λ v obou situacích a určete, pro které řády k má smysl považovat řešení jako reálné!

- ad a) nejsilněji bude odražena:

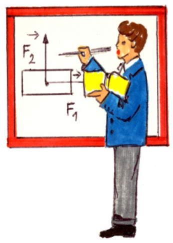
pro k = 1 nevidíme, mimo spektrum bílého světla
pro k = 2 vidíme, <u>fialová barva zazáří</u> nejjasněji

$\lambda_{\text{max}} = \dfrac{4nd}{2k-1}$; k = 1 : $\lambda_{\text{max}} = 12{\cdot}10^{-7}$m ; k = 2 : $\lambda_{\text{max}} = 4{\cdot}10^{-7}$m

ad b) vyhasne:
pro k = 1 nevidíme, ale jen proto, že <u>žlutá barva pohasne</u>
pro k = 2 nevidíme, mimo spektrum bílého světla

$\lambda_{\text{min}} = \dfrac{2nd}{k}$; k = 1 : $\lambda_{\text{min}} = 6{\cdot}10^{-7}$m ; k = 2 : $\lambda_{\text{min}} = 3{\cdot}10^{-7}$m

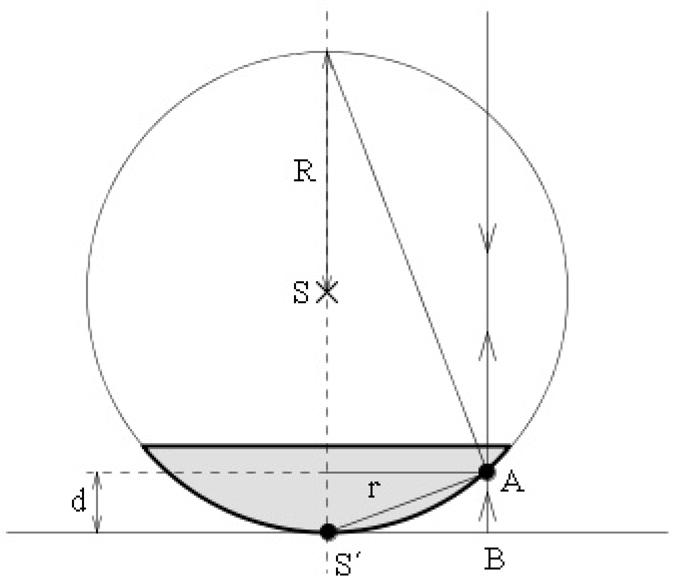
Na olejové hladině tedy vyhasne žlutá barva (o vlnové délce 600nm) a nejsilněji bude odražena barva fialová (o vlnové délce 400nm).



ZŘÚ 4.3.1-6:

Na rovinnou skleněnou desku položíme ploskovypuklou čočku (Newtonova skla) poloměru křivosti *R*, a to vypuklou stranou dolů. Dopadne-li na čočku monofrekvenční svazek paprsků, objeví se interferenční jev v podobě střídajících se světlých a tmavých světelných kroužků o příslušných řádech *k* (interferenční vrstvou je vzduchová vrstva mezi sférickou a rovinnou plochou). Vypočítejte poloměry kružnic *r*, podél kterých vznikají maxima světelné intenzity.

R ; λ ; $n = 1$ (pro vzduchovou interferenční vrstvu)
$r = ?$



Obr. 4.3.1-6

$$2nd + \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2}$$

… dráhový rozdíl pro podmínku maxima interference; a to pro tloušťku vzduchové vrstvy *d* o indexu lomu $n = 1$

$$r^2 = (2R - d)d \Leftrightarrow R^2 = (R - d)^2 + r^2$$

… Eukleidova věta o výšce, anebo Pythagorova věta (d^2 zanedbáváme); kde *R* je poloměr sférické plochy a *r* je poloměr Newtonova kroužku,

Další postup se týká pouze matematických úprav soustavy rovnic. Např. v obou rovnicích osamostatníme 2d, poté porovnáme jejich pravé strany a osamostatníme hledanou proměnnou, fyzikální veličinu r:

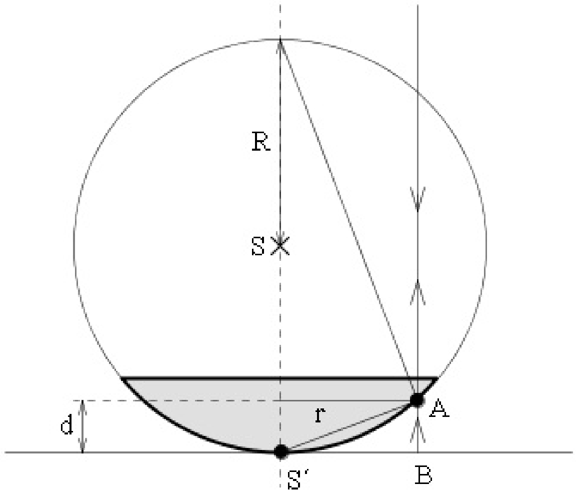
$$2d = (2k - 1)\frac{\lambda}{2n} \wedge 2d = \frac{r^2}{R} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{R\lambda}{2n}(2k - 1)}$$

Fyzikálně je třeba dodat, že interferenční jev pozorujeme v odraženém světle (v propuštěném světle by se jevil sled interferenčních kroužků jako inverzní).

BLP 4.3.1-31:

Prostor mezi Newtonovými skly je vyplněn vodou. Vypočítejte, jaká bude vzdálenost mezi 3.a 4.kroužkem, jestliže poloměr křivosti čočky je 1m a kroužky pozorujeme v odraženém světle vlnové délky 600nm. Index lomu vody je 1,333.

- R = 1m ; $\lambda = 6 \cdot 10^{-7}$m ; n = 1,333 ; k = 3 ; k = 4
  Δr = ?



Obr. 4.3.1-7

Použijte vztahy pro dráhový rozdíl za podmínky maxima interference; Euklidovu větu o výšce; vzdálenost mezi Newtonovými kroužky při pohledu v odraženém světle!

- $$2nd + \frac{\lambda}{2} = 2k\frac{\lambda}{2}$$

... dráhový rozdíl pro podmínku maxima interference

$$r^2 = (2R - d)d \Leftrightarrow R^2 = (R - d)^2 + r^2$$

... Eukleidova věta o výšce, anebo Pythagorova věta (d^2 zanedbáváme); kde R je poloměr sférické plochy a r je poloměr Newtonova kroužku,

$$\Delta r = r_4 - r_3$$

... vzdálenost mezi Newtonovými kroužky při pohledu kolmo dolů

Odvoďte obecně vzdálenost mezi Newtonovými kroužky při pohledu v odraženém světle Δr a poté řešte i numericky!

- $$2d = (2k-1)\frac{\lambda}{2n} \wedge 2d = \frac{r^2}{R} \Rightarrow r = \sqrt{\frac{R\lambda}{2n}(2k-1)}$$
  $$\Delta r = r_4 - r_3 = \left(\sqrt{7} - \sqrt{5}\right)\sqrt{\frac{R\lambda}{2n}} \Rightarrow$$
  $$\Delta r = 0{,}19\text{mm}$$

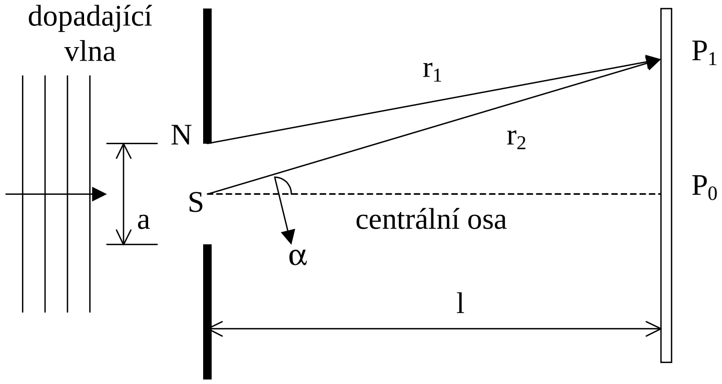
4.3.2. OHYB (DIFRAKCE) SVĚTLA

SHRNUTÍ

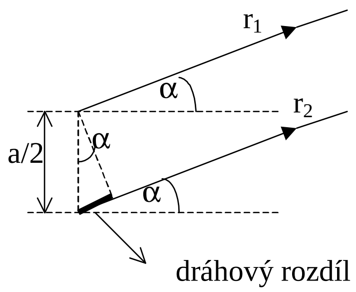
Ohyb světla pozorujeme **na překážkách velmi malých rozměrů** (srovnatelných řádově až s vlnovou délkou světla) a vysvětlujeme na základě jevu interference

- na stínítku vytváříme **interferenčně ohybový obrazec**

- obrazec vykazuje pravidelné střídání **světlých a tmavých proužků** po obou stranách středního interferenčního maxima pro dopad monochromatického světla a **barevných proužků** pro dopad světla bílého



Obr. 4.3.2.-8



Obr. 4.3.2-9

Dráhový rozdíl interferujících paprsků $\Delta l = a\sin\alpha$; kde a je šířka štěrbiny, úhel α je odchylka rovnoběžných paprsků od původního směru, číslo k je řád maxima

- podmínka pro **interferenční minimum**

$$a\sin\alpha = 2k\frac{\lambda}{2}$$

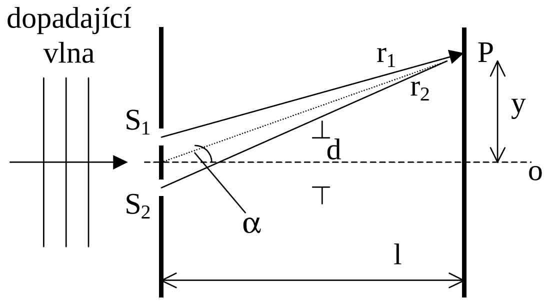
pro k = 0, 1, 2, 3…

- podmínka pro **interferenční maximum**

$$a\sin\alpha = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$$

pro k = 0, 1, 2, 3…

- skutečné rozměry štěrbiny o šířce a řádově desetiny až setiny milimetru



Obr.4.3.2-10 Ohyb světla na dvou štěrbinách

Youngův pokus jako historicky první pokus prokázal vlnovou povahu světla
- dráhový rozdíl interferujících paprsků

$\Delta l = b \sin\alpha$

kde b je vzdálenost středů štěrbin, úhel α je odchylka rovnoběžných paprsků od původního směru, číslo k je řád maxima

- podmínka pro **interferenční maximum**

$$b \sin\alpha = 2k\frac{\lambda}{2}$$

pro k = 0, 1, 2, 3…

a) **nulté maximum**

pro $k = 0$ platí: $\alpha = 0$ … leží v ose obou štěrbin

b**) první maxima**

pro $k = 1$:

$$\sin\alpha = \frac{\lambda}{b}$$

… leží na obou stranách od nultého maxima

- podmínka pro **interferenční minimum**

$$b \sin\alpha = (2k+1)\frac{\lambda}{2},$$

pro k = 0, 1, 2, 3…

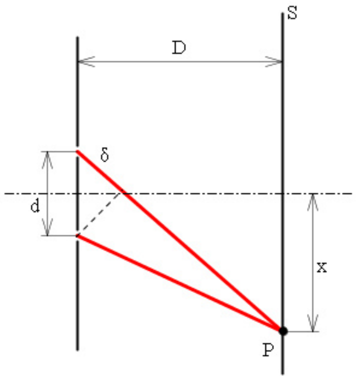
Ohyb světla na optické mřížce
- soustava velkého počtu rovnoběžných vrypů (desítky, stovky až tisíce na 1mm délky mřížky) v relativně velmi malé vzájemné vzdálenosti na povrchu planparalelní destičky (skleněné pro lom, kovové pro odraz)
- vzdálenost sousedních štěrbin

$$b = \frac{1}{N}$$

kde N počet štěrbin na délkovou jednotku (1m v soustavě SI)
- předpoklad kolmého dopadu bílého světla na mřížku
- pro podmínky interferenčního maxima a minima platí obdobné úvahy jako pro ohyb světla na dvoj-štěrbině, b mřížková konstanta (perioda mřížky jako vzdálenost vryp-mezera), pro relativně malé b vykazuje obrazec ostrá a úzká maxima

- **mřížkové spektrum** vykazuje symetricky na obě strany od maxima nultého řádu maxima vyšších řádů (v nichž mají proužky pro každou barvu jinou polohu), barvy jsou ve spektru rozloženy rovnoměrně, nejvíce se při ohybu na mřížce odchyluje od původního směru červené světlo, nejméně fialové (opak v porovnání s hranolovým spektrem); spektra vyšších řádů jsou širší, ale zčásti se překrývají (ve spektroskopii se měří u mřížkových spekter maxima 1.řádu)

ZTO 4.3.2-46:
Uvažujte Youngův pokus (pro interferenčně ohybový jev). V bodě P bude pozorováno maximum v případě, že dráhový rozdíl δ = ?
a) $2m\lambda/2$
b) $2(m - 1)\, \lambda/2$
c) $(2m - 1)\, \lambda/2$; kde m je přirozené číslo



Obr. 4.3.2-11

ZTO 4.3.2-47:
Uvažujte Youngův pokus (pro interferenčně ohybový jev). V bodě P bude pozorováno minimum v případě, že dráhový rozdíl δ = ?
a) $2m\lambda/2$
b) $2(m - 1)\, \lambda/2$
c) $(2m - 1)\, \lambda/2$,

ZTO 4.3.2-48:
Kterou fyzikální veličinu lze určit pomocí difrakční mřížky?
a) index lomu skla pro světlo libovolné barvy
b) vlnovou délku světla libovolné barvy
c) rychlost světla ve skle

ZTO 4.3.2-49:
Které fyzikální veličiny musíme změřit, abychom pomocí difrakční mřížky určili neznámou vlnovou délku monofrekvenčního vlnění?
a) mřížkovou konstantu a vzdálenost mřížky od stínítka
b) šířku štěrbin, vzdálenost mřížky od stínítka a vzdálenost mezi jednotlivými maximy
c) mřížkovou konstantu, vzdálenost mřížky od stínítka a vzdálenost jednoho maxima od středního maxima
d) mřížkovou konstantu, šířku štěrbin, index lomu světla ve skle a vzdálenost mřížky od stínítka

ZTO 4.3.2-50:

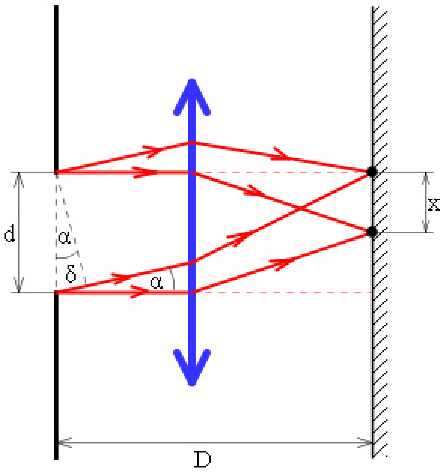
Na difrakční mřížku o konstantě d dopadá kolmo svazek monofrekvenčního laserového světla o vlnové délce λ. Je-li $d < \lambda$, pak na stínítku rovnoběžném s mřížkou pozorujeme
a) jen maximum nultého řádu příslušného interferenčně difrakčního obrazce
b) první řád příslušného interferenčně difrakčního obrazce
c) několik řádů příslušného interferenčně difrakčního obrazce v závislosti na podílu
$\frac{d}{\lambda}$
d) rovnoměrné osvětlení

ZTO 4.3.2-51:
Jak se změní interferenčně ohybový obrazec na stínítku postaveném proti desce se dvěma rovnoběžnými štěrbinami, osvětlenými žlutým koherentním světlem, jestliže se zvětší vzdálenost mezi štěrbinami (šířka štěrbin se nezmění)
a) interferenční obrazec na stínítku se nezmění
b) vzdálenost mezi proužky na stínítku se zmenší
c) vzdálenost mezi proužky na stínítku se zvětší
d) jestliže vzdálenost mezi štěrbinami bude větší než vlnová délka žlutého světla interferenční obrazec zanikne

ZLP 4.3.2-32:
Na štěrbinu o šířce 0,5mm dopadá kolmo červené světlo. Vypočítejte vzdálenost 1.tmavého pruhu od středu obrazu štěrbiny na stínítku vzdáleném 2,5m od štěrbiny.

$d = 0{,}5\,\mathrm{mm}\,;\ \lambda_C = 760 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}\,;\ k = 1\,;\ D = 2{,}5\,\mathrm{m}$

- $x = ?$



Obr. 4.3.2-12

Použijte vztahy pro dráhový rozdíl δ interferujících vln štěrbiny za podmínky minima interference a goniometrii pravoúhlého trojúhelníka!

- $\sin\alpha = \frac{\delta}{d} \Rightarrow \delta = d\sin\alpha$ …

… dráhový rozdíl interferujících vln štěrbiny (1.tmavý pruh odpovídá 1.minimu - podmínka opačná! v porovnání s mřížkou)

$$\delta = 2k\frac{\lambda}{2}$$

… dráhový rozdíl pro podmínku minima interference (jedné štěrbiny)

$$tg\alpha \cong \frac{x}{D}$$

… goniometrie pravoúhlého trojúhelníka (platí pro velmi malé úhly, $\alpha < 3^0$)

Odvoďte obecně vzdálenost x 1.tmavého pruhu od středu interferenčně ohybového obrazu štěrbiny a poté řešte i numericky!

- $x = D\, tg(\arcsin\frac{\lambda}{d}) \Rightarrow x = 3,8 \cdot 10^{-3}\,\mathrm{m}$

ZLP 4.3.2-33:
Na promítací stěně vzdálené 5m od clony se dvěma štěrbinami vznikly interferenční proužky o vzdálenosti 3mm. Vypočítejte, jaká je vlnová délka světla použitého pro osvětlení clony, jsou-li štěrbiny od sebe vzdáleny 1mm.

- $d = 5\mathrm{m}\,;\, b = 0,001\mathrm{m}\,;\, x = 0,003\mathrm{m}\,;\, m = 1$
  $\lambda = ?$

Použijte vztah pro podmínku maxima interference na dvou štěrbinách, a to pro velmi malý úhel α!

- Vyjdeme z podmínky maxima interference pro dráhový rozdíl δ ohybu světla na dvou štěrbinách, přičemž pro 1.řád maxima uvažujeme m = 1. Rovněž je třeba si uvědomit, že úhel α je tak malý, že jeho sinus v optice považujeme přibližně roven za tangens

$$\delta = b\sin\alpha \wedge \delta = 2m\frac{\lambda}{2} \wedge \sin\alpha \cong tg\alpha = \frac{x}{d}$$

Odvoďte obecně vlnovou délku světla λ a poté řešte i numericky!

- $\lambda = \frac{bx}{dm} \Rightarrow \lambda = 6 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}$

ZLP 4.3.2-34:
Vypočítejte nejvyšší řád spektra, ve kterém je ještě možno pozorovat červenou čáru vlnové délky 700nm pomocí optické mřížky, která má 300 vrypů na 1mm.

- $\lambda = 7 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{m}\,;\; b = \frac{0,001}{300}\,\mathrm{m}\;;\; k = ?$

Použijte vztah pro dráhový rozdíl δ za podmínky maxima interference (mřížky), a to při nutném omezení funkční hodnoty úhlu ohybu!

- $b\sin\alpha = 2k\frac{\lambda}{2}$ **...** dráhový rozdíl pro podmínku maxima interference u mřížky

$\sin\alpha \le 1$ ... goniometrické omezení pro funkční hodnotu úhlu ohybu

Odvoďte řád k optické mřížky obecně i numericky a vyslovte závěr, který nejvyšší řád spektra podmínce v zadání úlohy vyhovuje!

- $k \le \frac{b}{\lambda}$; $k \le 4$

4.3.3. POLARIZACE SVĚTLA

SHRNUTÍ

Světlo je **příčné elektromagnetické vlnění**, v němž vektor *E* intenzity elektrického pole je vždy kolmý na směr, kterým se vlnění šíří. Směr vektoru *E* v kolmé rovině na směr šíření je však u **nepolarizovaného** přirozeného světla nahodilý. Pouze v případě, že vektor *E* kmitá stále v jedné přímce, je světlo **lineárně polarizované**.
Přirozené nepolarizované světlo lze různými způsoby přeměnit na světlo polarizované odrazem, lomem (dvojlomem), a to pomocí vhodného polarizačního materiálu, např. skleněné destičky aj.

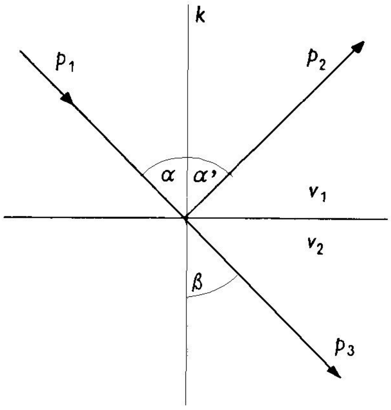
K částečné polarizaci dochází **odrazem**, přičemž úplně polarizováno je světlo, které dopadá na odraznou plochu pod Brewsterovým polarizačním úhlem. Světlo je polarizováno tak, že vektor *E* kmitá kolmo k rovině dopadu.
K částečné polarizaci dochází i při **lomu** světla. Světlo je polarizováno tak, že vektor *E* kmitá rovnoběžně s rovinou dopadu.Vyššího stupně polarizace lze dosáhnout opakovaným lomem při průchodu světla soustavou skleněných destiček.

ZTO 4.3.3-52:
Pomocí kterého z níže uvedených jevů lze experimentálně zjistit, zda zkoumané světlo je skutečně elektromagnetické vlnění příčné?
a) interference
b) difrakce
c) rozkladu hranolem
d) žádného z těchto jevů

ZTO 4.3.3-53:
Odražené světlo je úplně polarizované světlo, když úhel dopadu na rozhraní dvou průsvitných prostředí (vzduchu, vody) je
a) menší než mezní úhel
b) větší než mezní úhel
c) rovný meznímu úhlu
d) takový, že odražený a lomený paprsek spolu svírají pravý úhel

ZTO 4.3.3-54:
Dopadá-li při polarizaci paprsek monochromatického světla na rozhraní dvou průsvitných prostředí pod Brewsterovým úhlem, můžeme usoudit, že
a) odražený paprsek je částečně polarizovaný
b) lomený paprsek je úplně polarizovaný
c) lomený a odražený paprsek je úplně polarizovaný
d) lomený je částečně polarizovaný a odražený paprsek je úplně polarizovaný

ZLP 4.3.3-35:
Máme k dispozici skleněnou destičku s indexem lomu $n = 1{,}732$ k polarizaci světla ze vzduchu. Vypočítejte, pod jakým úhlem α má dopadnout světelný paprsek p_1 na skleněnou desku, aby odražený paprsek p_2 a lomený paprsek p_3 byly vzájemně kolmé, tj. aby odražené světlo bylo úplně polarizované.



Obr. 4.3.3-1

- $n = 1$; $n' = 1{,}732$

$\alpha = ?$

Použijte vztahy pro přímý úhel a pro Snellův zákon odrazu světla!

- $\alpha = \alpha' \wedge \alpha + \alpha' + 90^0 = 180^0 \Rightarrow \alpha' = 90^0 - \alpha$ … přímý úhel

$n \sin\alpha = n' \sin\alpha'$ … zákon lomu světla

Odvoďte obecně vztah pro výpočet Brewsterova polarizačního úhlu α a poté řešte i numericky!

- $\alpha = arctg\; n' \Rightarrow \alpha = 60^0$ … Brewsterův polarizační úhel

Poznámka: Úplně polarizovaný je pouze odražený paprsek, lomený paprsek nikoliv.

4.4. KVANTOVÁ OPTIKA

SHRNUTÍ

Planckova kvantová hypotéza - odvozena na základě studia tepelného záření těles
- obecně platná pro celý známý rozsah vlnových délek
- emise a absorpce **energie** elektromagnetického záření se může dít jen po celistvých násobcích energetického kvanta

$$E = h\,\upsilon = h\frac{c}{\lambda}$$

kvantum energie *E* fotonu podle Planckova vztahu $h = 6{,}6\cdot10^{-34}$ J·s
h Planckova konstanta; υ **frekvence** uvažovaného záření
- energetická kvanta elektromagnetického záření světelného se nazývají fotony (fotony světla různých vlnových délek mají různou energii)
- energie je přenášená zářením určité frekvence

$$E = N(h\upsilon)$$

kde N je vždy! celé číslo
- jednotka energie prakticky užívaná v kvantové fyzice: elektronvolt 1eV = $1{,}6\cdot10^{-19}$J

$$E = mc^2$$

kvantum energie *E* podle Einsteinova vztahu
- fotonu o energii *E*, lze mu přisoudit **hmotnost** *m* (pouze za pohybu, foton klidovou hmotnost nemá)

$$m = \frac{E}{c^2} = \frac{h\upsilon}{c^2}$$

- **hybnost** *p* fotonu ve vakuu

$$p = mc = \frac{h\upsilon}{c} = \frac{h}{\lambda}$$

- při interakci s prostředím se fotony nechovají jako částice, ale jako **vlny** o frekvenci

$$\upsilon = \frac{mc^2}{h}$$

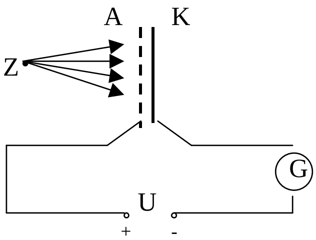
a vlnové délce

$$\lambda = \frac{c}{\upsilon} = \frac{h}{mc} = \frac{h}{p}$$

Einsteinova rovnice **vnějšího fotoelektrického jevu**

$$h\upsilon = W_V + \frac{1}{2}m_e v^2$$

(energie kvanta fotonu jako součet výstupní práce a kinetické energie elektronu)



Obr. 4.4.-1 Fotonka

Fotonka jako technická aplikace vnějšího fotoefektu. Kovová destička K tvoří katodu a je spojena se záporným pólem ss zdroje U. Před katodou je kovová síťka, která propouští dopadající záření Z a je jako A anoda spojena s kladným pólem zdroje U. Galvanometrem G měříme relativně malý elektrický proud, který tvoří elektrickým polem usměrněné elektrony, uvolněné z elektrody fotonky.
- **fotokatoda** (nejčastěji cesiová destička, sodíková, měděná)
- **anoda** (zpravidla drátěná smyčka nebo síťka)

při dopadu elektromagnetického záření na fotokatodu dochází k uvolnění elektronů z povrchu, jsou přitahovány k anodě a vzniká fotoproud

Zákony vnějšího fotoelektrického jevu
- existence **mezní frekvence** záření (pro každý kov), při níž dochází k uvolňování elektronů
- **hustota fotoelektrického proudu** je úměrná osvětlení (a tím intenzitě záření)
- **energie elektronů** uvolňovaných monofrekvenčním světlem roste lineárně s frekvencí světla.

Comptonův jev
- důkaz existence fotonů a kvantové povahy elektromagnetického záření, a to pomocí rozptylu rentgenového záření
- podle klasické fyziky by se **vlnová délka rozptýleného záření** λ' neměla měnit, experimentálně bylo ale prokázáno, že rozptýlené rentgenové záření má větší vlnovou délku, přičemž rozdíl vlnových délek $\Delta\lambda$ závisí jen na θ úhlu rozptylu

4.4.1. KVANTOVÁ POVAHA ELEKTROMAGNETICKÉHO ZÁŘENÍ

ZTO 4.4.1-55:
Vyjádřete energii jednoho elektronvoltu v joulech. 1eV = ? J
a) $1/(1{,}6\cdot10^{-19})$ J
b) $1{,}6\cdot10^{-19}$ J
c) $9{,}1\cdot10^{-31}$ J
d) $1{,}6\cdot10^{19}$ J

ZTO 4.4.1-56:
Která z uvedených variant představuje energii fotonu? E = ?
a) $h\upsilon$
b) hc/λ
c) mc
d) $h\lambda/c$
e) mc^2

ZTO 4.4.1-57:
Která z uvedených variant představuje hmotnost fotonu? m = ?
a) $h\upsilon/c^2$
b) $h/(\lambda c)$
c) $h\lambda/c$
d) $\lambda c/h$

ZTO 4.4.1-58:
Za příznivých okolností může lidské oko registrovat 10^{-18}J elektromagnetické energie. Vypočítejte, kolik to představuje fotonů vlnové délky 600nm!
a) 3

b) 30
c) $3 \cdot 10^2$
d) $3 \cdot 10^6$

ZTO 4.4.1-59:
Rentgenové záření je proud
a) neutronů
b) elektronů
c) α částic
d) fotonů

ZTO 4.4.1-60:
Rentgenové záření vzniká
a) jako součást radioaktivního záření
b) v jádrech atomů
c) zářením elektronů urychlených v rentgence
d) v elektronových obalech atomů podobně jako viditelné záření

ZTO 4.4.1-61:
Jedna z vlastností spojitého spektra rentgenového záření je jeho začátek na zcela určité vlnové délce. Co platí pro tuto vlnovou délku, zvětšíme-li napětí mezi katodou a anodou v RTG trubici?
a) posune se směrem k delším vlnovým délkám
b) posune se směrem ke kratším vlnovým délkám
c) nezmění se

ZTO 4.4.1-62:
Je-li na RTG lampě napětí U, je maximální frekvence vyzářených fotonů f_1. Zvětšíme-li napětí na lampě dvakrát, bude maximální frekvence vyzářených fotonů f_2 taková, že $f_1 / f_2 = ?$
a) 1
b) 0,5
c) 2
d) jinak

ZTO 4.4.1-63:
Velikost frekvence rentgenového záření, která je ve spojitém spektru brzdného záření vysílána s maximální intenzitou závisí pouze na
a) materiálu katody
b) materiálu anody
c) napětí mezi anodou a katodou

ZŘÚ 4.4.1-7:
Vypočítejte parametry fotonu (energii, kmitočet, vlnovou délku, vlnočet, hmotnost a hybnost), má-li ionizovat atom cesia. Ionizační potenciál cesia (viz MFCh tabulky) má hodnotu 3,88V (jde o napětí, jímž je třeba urychlit elektron, aby mohl způsobit ionizaci).

$U = 3{,}88\,\mathrm{V}$; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}$; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$; $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
$E = ?$; $\upsilon = ?$; $\lambda = ?$; $\sigma = ?$; $m_f = ?$; $p = ?$

$$E = eU$$

… energie odpovídající obecně práci elektrického pole

$E = eU \Rightarrow$
E = 6,208·10^{-19}J

$E = h\upsilon$
… kvantum energie fotonu podle Planckova vztahu

$\upsilon = \dfrac{eU}{h} \Rightarrow$
υ = 0,937·10^{15}Hz

$\lambda = \dfrac{c}{\upsilon}$
… vztah mezi frekvencí a vlnovou délkou světla

$\lambda = \dfrac{ch}{eU} \Rightarrow$
λ = 3,196·10^{-7}m

$\sigma = \dfrac{1}{\lambda}$
… vlnočet fotonu

$\sigma = \dfrac{1}{\lambda} = \dfrac{eU}{ch} \Rightarrow$
σ = 3,14·10^{6}m^{-1}

$E = m_f c^2$
… kvantum energie fotonu podle Einsteinova vztahu

$m_f = \dfrac{eU}{c^2} \Rightarrow$
m_f = 0,69·10^{-35}kg

$p = m_f c$
… hybnost fotonu

$p = eU\,c \Rightarrow$
p = 2,07·10^{-27}kg·m·s^{-1}

ZLP 4.4.1-36:
Vypočítejte, jaká vlnová délka přísluší fotonu, jehož energie je 4eV.

- $E = 4\text{eV} = 6,4\cdot 10^{-19}\,\text{J}$; $h = 6,63\cdot 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$; $c = 3\cdot 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
  $\lambda = ?$

Použijte vztahy pro kvantum energie fotonu E a vlnovou délku fotonu λ!

- $E = h\,\upsilon \wedge \lambda = \dfrac{c}{\upsilon}$

… kvantum energie fotonu a vlnová délka fotonu

Odvoďte obecně vztah pro vlnovou délku fotonu a poté řešte i numericky!

- $\lambda = \dfrac{h\,c}{E} \Rightarrow \lambda = 3,1\cdot 10^{-7}\,\text{m}$

ZLP 4.4.1-37:
Vypočítejte, jakou energii má foton vlnové délky 470nm.

- $\lambda = 470\cdot 10^{-9}\,\text{m}$; $h = 6,63\cdot 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$; $c = 3\cdot 10^{8}\,\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$
  $E = ?$

Použijte vztahy pro kvantum energie fotonu E a vlnovou délku fotonu λ!

- $E = h\,\upsilon \wedge \lambda = \dfrac{c}{\upsilon}$

… kvantum energie fotonu a vlnová délka fotonu

Vyjádřete obecně energii fotonu E, a to v joulech i v elektronvoltech!

- $E = \dfrac{h\,c}{\lambda} \Rightarrow E = 4,2\cdot 10^{-19}\,\text{J} = 2,6\text{eV}$

ZLP 4.4.1-38:
Vypočítejte, jaká je hybnost fotonu jehož vlnová délka je 300nm.

1. $\lambda = 300\text{nm} = 300\cdot 10^{-9}\,\text{m}$; $h = 6,63\cdot 10^{-34}\,\text{J}\cdot\text{s}$
   $p = ?$

Použijte de Broglieho vztah pro vlnovou délku fotonu λ!

- $\lambda = \dfrac{h}{p}$

… vztah pro vlnovou délku fotonu

Vyjádřete hybnost p fotonu obecně i numericky!

- $p = \dfrac{h}{\lambda} \Rightarrow p = 2,21\cdot 10^{-27}\,\text{kg}\cdot\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$

ZLP 4.4.1-39:
Vypočítejte energii, hmotnost a hybnost fotonu vlnové délky $0{,}016 \cdot 10^{-10}$m.

- $\lambda = 0{,}016 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}\,;\, h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}\,;\, c = 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
  $E = ?\,; m = ?\,;\, p = ?$

Použijte vztahy pro energii fotonu E podle Placka a Einsteina; hybnost fotonu p a vlnovou délku fotonu λ !

- $E = h\,\upsilon \wedge \lambda = \dfrac{c}{\upsilon}$

… Planckova energie fotonu a vlnová délka fotonu

$E = m\,c^2$
… Einsteinova energie fotonu
$p = mc \wedge \lambda = \dfrac{h}{p}$
… hybnost fotonu a vztah pro vlnovou délku fotonu

Vyjádřete obecně vztahy pro energii, hmotnost, hybnost fotonu a poté řešte i numericky!

- $E = h\dfrac{c}{\lambda} \Rightarrow$
  $E = 1{,}24 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J}$

$m = \dfrac{E}{c^2} = \dfrac{h}{\lambda\, c} \Rightarrow$
$m = 1{,}38 \cdot 10^{-30}\,\mathrm{kg}$

$p = \dfrac{h}{\lambda} \Rightarrow$
$p = 4{,}14 \cdot 10^{-22}\,\mathrm{kg \cdot m \cdot s^{-1}}$

ZLP 4.4.1-40:
Vypočítejte, jaká je energie fotonů vysílaných vysílačem, který pracuje na frekvenci 90MHz.

- $\upsilon = 90 \cdot 10^{6}\,\mathrm{Hz}\,;\, h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$
  $E = ?$

Použijte vztah pro energii fotonu E podle Plancka!

- $E = h\,\upsilon$

… Planckova energie fotonu

Dosaďte známé fyzikální veličiny a vyřešte numericky!

- $E = 3,7 \cdot 10^{-7}\,\text{eV}$

ZLP 4.4.1-41:
Vypočítejte, s jakou rychlostí se pohybuje elektron, jehož kinetická energie je rovna energii fotonu vlnové délky 520nm. Předpokládejte $v << c$.

- $\lambda = 520 \cdot 10^{-9}\,\text{m}\,;\, h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s}\,;\, c = 3 \cdot 10^{8}\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1};\, m = 9,11 \cdot 10^{-31}\,\text{kg}\,;\, E = E_K$
  $v = ?$

Použijte vztahy pro kvantum energie fotonu E, vlnovou délku fotonu λ a rovněž kinetickou (klasickou) energii elektronu E_K!

- $E = h\upsilon \wedge \lambda = \dfrac{c}{\upsilon} \wedge E_K = \dfrac{1}{2} m v^2$

… kvantum energie fotonu a kinetická energie elektronu

Odvoďte rychlost elektronu v obecně a poté řešte i numericky!

- $v = \sqrt{\dfrac{2hc}{\lambda m}} \Rightarrow v = 9,1 \cdot 10^{5}\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

ZLP 4.4.1-42:
Vypočítejte krátkovlnnou hranici spojitého rentgenového spektra v případě, že na RTG lampě je napětí 30kV.

- $h = 6,63 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s}\,;\, c = 3 \cdot 10^{8}\,\text{m} \cdot \text{s}^{-1};\, e = 1,6 \cdot 10^{-19}\,\text{C}\,;\, U = 3 \cdot 10^{4}\,\text{V}$
  $\lambda = ?$

Použijte vztahy pro vlnovou délku; kvantum energie fotonu; práci (energii) elektrického pole!

- $h\upsilon = eU \wedge \lambda = \dfrac{c}{\upsilon}$

… srovnání kvanta energie s prací elektrického pole

Odvoďte vlnovou délku obecně λ a poté řešte i numericky!

- $\lambda = \dfrac{hc}{eU} \Rightarrow \lambda = 4,14 \cdot 10^{-11}\,\text{m}$

ZLP 4.4.1-43:
Na RTG lampě je napětí 60kV. Nejmenší vlnová délka X paprsků získaných za těchto podmínek je $0,194 \cdot 10^{-10}$m. Vypočítejte z těchto údajů velikost Planckovy konstanty.

- $\lambda = 0{,}194 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{m}\,; c = 3 \cdot 10^{8}\,\mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}; e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\,; U = 6 \cdot 10^{4}\,\mathrm{V}$
  $h = ?$

Použijte vztahy pro závislost vlnovou délky na frekvenci λ; kvantum energie fotonu podle Plancka; práci (energii) elektrického pole!

- $h\upsilon = eU \wedge \lambda = \dfrac{c}{\upsilon}$

… srovnání kvanta energie fotonu s prací elektrického pole

Odvoďte obecně vztah pro výpočet Planckovy konstanty h a poté řešte i numericky!

- $h = \dfrac{eU\lambda}{c} \Rightarrow \qquad h = 6{,}21 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J} \cdot \mathrm{s}$

ZLP 4.4.1-44:
Při katodovém záření se pohybují elektrony rychlostí jedné desetiny rychlosti světla. Vypočítejte, jakou vlnovou délku můžeme těmto elektronům přiřadit.

- $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}$; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\mathrm{J \cdot s}$; $v = \dfrac{c}{10}$, kde $c = 3 \cdot 10^{8}\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

$\lambda = ?$

Použijte vztah pro vlnovou délku urychleného elektronu!

- $\lambda = \dfrac{h}{p} = \dfrac{h}{mv} \wedge v = \dfrac{c}{10}$

… vlnová délka urychleného elektronu

Odvoďte obecně vztah pro výpočet vlnové délky λ a poté řešte i numericky!

- $\lambda = \dfrac{10h}{mc} \Rightarrow$
  $\lambda = 2{,}43 \cdot 10^{-11}\mathrm{m}$

4.4.2. FOTOELEKTRICKÝ JEV

ZTO 4.4.2-64:
Uvažujte vnější fotoelektrický jev. Na daný kov působíme elektromagnetickým zářením frekvence υ. Počet uvolněných elektronů
a) závisí na intenzitě dopadajícího světla
b) nezávisí na intenzitě dopadajícího světla

ZTO 4.4.2-65:
Uvažujte vnější fotoelektrický jev. Na daný kov působíme elektromagnetickým zářením frekvence υ. Energie uvolněných elektronů závisí na
a) vlnové délce dopadajícího záření

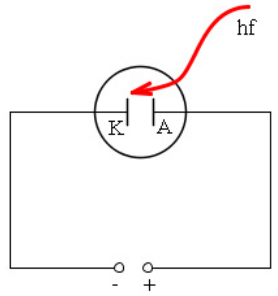
b) intenzitě dopadajícího záření
c) velikosti osvětlení plochy.

ZTO 4.4.2-66:
Uvažujte vnější fotoelektrický jev. Na daný kov (W_v je výstupní práce daného kovu) působíme elektromagnetickým zářením frekvence υ. Toto záření vyvolá fotoelektrický jev
a) jen když $\upsilon \geq W_v/h$
b) jen když $\upsilon < W_v/h$
c) vždy pokud je dostatečná intenzita záření

ZTO 4.4.2-67:
Výstupní práce hliníku je $6 \cdot 10^{-19}$ J. Určete pomocí Einsteinovy rovnice vnějšího fotoelektrického jevu, s jakou rychlostí opouští elektron povrch hliníkové katody, která je ozářena zářením frekvence $5 \cdot 10^{14}$ Hz.
a) $7{,}7 \cdot 10^{5}$ m·s^{-1}
b) $1{,}4 \cdot 10^{6}$ m·s^{-1}
c) $2{,}8 \cdot 10^{6}$ m·s^{-1}
d) k fotoefektu nedojde

ZTO 4.4.2-68:
Na katodu fotonky dopadá záření vlnové délky 600nm. Určete pomocí Einsteinovy rovnice vnějšího fotoelektrického jevu rychlost s jakou emitují elektrony z katody.
a) $9{,}3 \cdot 10^{5}$ m·s^{-1}
b) $2{,}7 \cdot 10^{-5}$ m·s^{-1}
c) nelze určit
d) $3{,}7 \cdot 10^{5}$ m·s^{-1}

ZTO 4.4.2-69:
Uvažujte vakuový fotočlánek. Na katodu (o výstupní práci W_v) působíme zářením frekvence f. S jakou kinetickou energií E_k dospějí emitované elektrony náboje e na anodu (zapojení zdroje podle obr.), je-li mezi anodou a katodou napětí U?

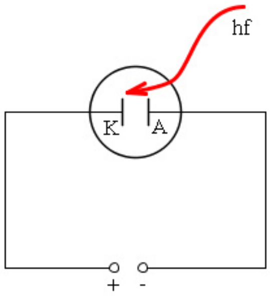


Obr. 5.4.2-1

a) $h\,f - W_V + eU$
b) $h\,f - W_V$
c) eU
d) $h\,f - W_V - eU$

ZTO 4.4.2-70:

Uvažujte vakuový fotočlánek. Na katodu (o výstupní práci W_v) působíme zářením frekvence f. S jakou kinetickou energií E_k dospějí emitované elektrony náboje e na anodu (zapojení zdroje podle obr.), je-li mezi anodou a katodou napětí U?



Obr. 4.4.2-2

a) $h\,f - W_V + eU$
b) $h\,f - W_V$
c) eU
d) $h\,f - W_V - eU$

BŘÚ 4.4.2-8:
Vakuovaná fotonka je tvořena wolframovou katodou a anodou. Mezi elektrodami je rozdíl potenciálů 0,6V, který urychluje emitované elektrony. Vypočítejte pomocí Einsteinovy rovnice fotoefektu, s jakou rychlostí dopadají elektrony na anodu, jestliže katodu ozáříme elektromagnetickým zářením vlnové délky 230nm. Výstupní práce wolframu je 4,5eV.

v … rychlost, se kterou elektrony opouštějí materiál kovu v důsledku fotoefektu
v'… rychlost, které elektrony nabývají vlivem působení elektrického pole
v_c … celková rychlost elektronů

$$h\upsilon = W_v + \frac{1}{2} m \cdot v^2 \wedge \lambda = \frac{c}{\upsilon}$$
… Einsteinova rovnice vnějšího fotoefektu a vlnová délka fotonu v závislosti na jeho frekvenci

$$eU = \frac{1}{2} m v'^2$$
… elektrické pole předává elektronu kinetickou energii

$$v_c = v + v'$$
… celková rychlost elektronů

$$v = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - W_v\right)}{m}} \Rightarrow$$
$$v = 5{,}63 \cdot 10^5 \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

$$v' = \sqrt{\frac{2eU}{m}} \Rightarrow$$
$$v' = 4{,}59 \cdot 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$
$$v_C = 7{,}3 \cdot 10^5\,\mathrm{m.s^{-1}}$$

ZLP 4.4.2-45:
Při ozáření antimonové katody monofrekvenčním světlem vlnové délky 589,4nm, opouští elektrony katodu s rychlostí $3{,}16\cdot 10^5\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$. Vypočítejte podle Einsteinovy rovnice vnějšího fotoefektu výstupní práci materiálu katody.

- $\lambda = 589{,}4 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$; $v = 3{,}16 \cdot 10^5\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$; $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$
  $W_v = ?$

Použijte Einsteinovu rovnici vnějšího fotoelektrického jevu!

- $h\upsilon = W_v + \frac{1}{2}mv^2$
  … Einsteinova rovnice vnějšího fotoelektrického jevu

Odvoďte obecně vztah pro výpočet výstupní práce materiálu fotonky a poté řešte i obecně!

- $W_v = \frac{hc}{\lambda} - \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow W_v = 2{,}92 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$

ZLP 4.4.2-46:
Výstupní práce hliníku je 4,2eV. Vypočítejte pomocí Einsteinovy rovnice vnějšího fotoelektrického jevu
a) Jakou minimální frekvenci musí mít světlo, aby došlo k fotoemisi?
b) Jakou rychlost budou mít fotoelektrony po emisi,
použijeme-li k osvětlení hliníku elektromagnetického vlnění vlnové délky 200nm?

- $\lambda = 200 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{m}$; $h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}$; $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $m = 9{,}1 \cdot 10^{-31}\,\mathrm{kg}$; $W_v = 6{,}72 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$
  $\upsilon_{\min} = ; v = ?$

Použijte Einsteinovu rovnici vnějšího fotoefektu; vlnovou délku fotonu v závislosti na jeho frekvenci; vztah pro minimální hodnotu výstupní práce (při ozáření materiálu elektrody fotonky minimální frekvencí)!

- $h\upsilon = W_v + \frac{1}{2}mv^2 \wedge \lambda = \frac{c}{\upsilon} \wedge W_v = h\upsilon_{\min}$

… Einsteinova rovnice vnějšího fotoefektu

Odvoďte obecně minimální frekvenci fotonu $\upsilon_{\min}$ a rychlost emitovaných elektronů *v*, poté řešte i numericky!

- $\upsilon_{\min} = \frac{W_v}{h} \Rightarrow \upsilon_{\min} = 1{,}02 \cdot 10^{15}\,\mathrm{Hz}$

$$v = \sqrt{\frac{2\left(h\frac{c}{\lambda} - W_v\right)}{m}} \Rightarrow v = 1,2 \cdot 10^6 \,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$$

ZLP 4.4.2-47:

Vypočítejte pomocí Einsteinovy rovnice vnějšího fotoelektrického jevu rychlost, se kterou opouští elektron povrch lithia při ozáření elektromagnetickým vlněním o vlnové délce 200nm. V tabulkách MFCh si můžete ověřit, že výstupní práce lithia je 2,4eV.

- $\lambda = 2 \cdot 10^{-7}$m ; $W_v = 2{,}4$eV = $3{,}84 \cdot 10^{-19}$J ; $m_e = 9{,}1 \cdot 10^{-31}$kg
  $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$J·s ; $c = 3 \cdot 10^8$m·s^{-1}
  $v = ?$

Použijte Einsteinovu rovnici vnějšího fotoelektrického jevu; vztah mezi frekvencí a vlnovou délkou fotonu!

- $$h\upsilon = W_v + \frac{1}{2} m_e v^2$$

... Einsteinova rovnice vnějšího fotoelektrického jevu

$$\lambda = \frac{c}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = \frac{c}{\lambda}$$

... vztah mezi frekvencí a vlnovou délkou fotonu

Odvoďte obecně vztah pro výpočet rychlosti *v* emitujících elektronů a poté řešte i numericky!

- $$v = \sqrt{\frac{2}{m_e}\left(h\frac{c}{\lambda} - W_v\right)} \Rightarrow$$
  $v = 1{,}16 \cdot 10^6$ m·s^{-1}

ZLP 4.4.2-48:

Při fotoefektu s platinovou katodou bylo naměřeno brzdné napětí 0,8V. Výstupní práce platiny je 5,3eV. Vypočítejte
a) vlnovou délku záření, kterého bylo použito
b) mezní vlnovou délku

- $$h = 6{,}63 \cdot 10^{-34}\,\mathrm{J \cdot s}\,; c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}; e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{C}\,; U_0 = 0{,}8\mathrm{V}\,; W_v = 8{,}48 \cdot 10^{-19}\,\mathrm{J}$$
  $$\lambda = ?\,; \lambda_{mez} = ?$$

Použijte rovnici vnějšího fotoelektrického jevu; vztah mezi vlnovou délkou fotonu a jeho frekvencí; výstupní práci materiálu fotoelektrody!

- $$h\upsilon = W_v + eU_0 \wedge \lambda = \frac{c}{\upsilon}$$

… rovnice vnějšího fotoelektrického jevu a vlnová délka fotonu

$$W_v = h\frac{c}{\lambda_{mez}}$$
… výstupní práce elektrody fotonky

Odvoďte vlnovou délku λ a mezní vlnovou délku λ_{mez} fotonu; poté řešte i numericky!

- $\lambda = \dfrac{hc}{W_v + eU_0} \Rightarrow \quad \lambda = 2{,}03 \cdot 10^{-7}\,\text{m}$

$\lambda_{mez} = \dfrac{hc}{W_v} \Rightarrow \quad \lambda_{mez} = 2{,}34 \cdot 10^{-7}\,\text{m}$

ZLP 4.4.2-49:
Experimentálně bylo zjištěno, že fotoelektrony emitující z určitého kovu jsou zadrženy brzdícím potenciálem 6,6V při ozáření monofrekvenčním světlem kmitočtu $2{,}2 \cdot 10^{15}$Hz. Při kmitočtu světla $4{,}6 \cdot 10^{15}$Hz byl brzdící potenciál 16,5V. Vypočítejte hodnotu Planckovy konstanty.

- $U' = 6{,}6$V ; $\upsilon' = 2{,}2 \cdot 10^{15}$Hz ; $U'' = 16{,}5$V ; $\upsilon'' = 4{,}6 \cdot 10^{15}$Hz ; $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$C
  $h = ?$

Použijte Einsteinovy rovnice vnějšího fotoelektrického jevu pro oba světelné zdroje!

- $h\upsilon' = W + eU'$ … Einsteinova rovnice vnějšího fotoefektu pro 1.světelný zdroj

$h\upsilon'' = W + eU''$ … Einsteinova rovnice vnějšího fotoefektu pro 2.světelný zdroj
Odvoďte Planckovu konstantu obecně a poté ji řešte i numericky!

- $h = e\dfrac{U' - U''}{\upsilon' - \upsilon''} \Rightarrow \quad h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}\,\text{J} \cdot \text{s}$

4.4.3. COMPTONŮV JEV

ZTO 4.4.2-71:
Při Comptonově jevu dochází k interakci fotonu s volným elektronem, anebo slabě vázaným, přičemž
a) jev vysvětluje vlnové vlastnosti světla
b) jev dokazuje kvantovou povahu elektromagnetického záření
c) platí rovnice fotoelektrického jevu
d) neplatí rovnice fotoelektrického jevu

ZTO 4.4.2-72:
Relativní změna vlnové délky $\dfrac{\Delta\lambda}{\lambda}$ při Comptonově rozptylu závisí na
a) úhlu rozptylu
b) materiálu prostředí
c) vlnové délce rozptýleného záření
d) všechna a, b, c tvrzení jsou pravdivá