MODUL 5. STAVBA ATOMU

SHRNUTÍ

Kvantování fyzikálních veličin

- vázaným částicím v mikrosvětě náleží diskrétní hodnoty hybnosti, energie i dalších veličin, které nazýváme kvantované fyzikální veličiny
- stav částice, kterému odpovídá stojatá vlna, označujeme jako stacionární stav, jde o stav s určitou energií E_n, která představuje **hladinu energie** v daném stacionárním stavu (n kvantové číslo, pro n = 1 jde o základní stav a přísluší mu nejnižší hladina energie vázané částice)
- energie částice ve stacionárním stavu se nemění, změna energie je spojena s přechodem do jiného stacionárního stavu a odpovídá jí vyzáření nebo pohlcení fotonu o energii, která je rovna rozdílu energií obou stacionárních stavů

$$E_n = -\frac{m_e e^4}{8h^2\varepsilon_0^2}.\frac{1}{n^2} = -R.\frac{1}{n^2} = -\frac{E_1}{n^2}$$

- podle Bohrovy teorie je např. energie E_n atomu vodíku ve stacionárním (časově neproměnném) stavu funkcí hlavního kvantového čísla n a určité minimální – základní energie E_1, kde R je Rydbergova konstanta, m_e hmotnost elektronu, e náboj elektronu, h Planckova konstanta, ε_0 permitivita vakua, E_1 = -13,53 [eV]
- je-li n >1, dostává se atom do vzbuzeného (excitovaného) stavu s větší hodnotou m hlavního kvantového čísla. Při přechodu atomu z excitovaného stavu do stavu s nižší energií, v němž má hlavní kvantové číslo menší hodnotu n (např. základního), dochází k vyzáření diference této energie ve formě **fotonu**

$$\Delta E = h\upsilon = E_m - E_n$$

Vazebná energie jádra

- E_j je fyzikální veličina odpovídající práci, kterou je třeba vykonat, aby jádro bylo rozčleněno na jednotlivé nukleony, tato energie jádra je složkou vnitřní energie tělesa
- veličinu

$$B = \left(Zm_p + Nm_n - m_j\right)c^2 = Bc^2$$

nazýváme **hmotnostní schodek jádra**, představuje rozdíl mezi celkovou hmotností nukleonů a skutečnou (experimentálně zjištěnou) hmotností jádra, které je z nich složeno
- vazebná energie jader jednotlivých nuklidů se navzájem liší a pro jejich srovnání se zavádí veličina **vazebná energie připadající na jeden nukleon**

$$\varepsilon_j = \frac{E_j}{A}$$

Radioaktivita, jaderné přeměny

Radioaktivita je jaderný děj, při němž se nestabilní izotop určitého prvku (radionuklid) mění na izotop jiného prvku, přičemž se z jádra radionuklidu uvolňují částice

- **jaderné přeměny**, při nichž jádro vyzařuje záření α nebo záření β, nazýváme rozpad α a rozpad β, přičemž záření γ oba rozpady provází

${}_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{Z-2}^{A-4}Y$ … α záření; ${}_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{-1}^{0}e + {}_{Z+1}^{A}Y$ … β záření

- počet ΔN jader, která se při jaderných přeměnách rozpadají, závisí na celkovém počtu N_0 jader v počátečním okamžiku a na době Δt, po kterou přeměny probíhají:

$\Delta N = -\lambda N_0 \Delta t$

znaménkem mínus je vyjádřen úbytek jader v důsledku jaderných přeměn, konstanta úměrnosti λ je rozpadová konstanta pro daný druh jader

- počet N jader radionuklidu v čase t vyjadřuje **zákon radioaktivní přeměny**

$N = N_0 e^{-\lambda t}$

- radionuklidy charakterizuje z hlediska radioaktivity veličina **poločas přeměny (rozpadu)** T, je to doba, za kterou se rozpadne polovina původního počtu jader

$$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0,693}{\lambda}$$

- pro praktické využití radionuklidů se zavádí A **aktivita radioaktivního zářiče**

$$A = \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

kde ΔN je počet jader zářiče, která se přemění za dobu Δt ; jednotkou aktivity je Bq becquerel, který odpovídá jedné přeměně za 1s

- lze jednoduše odvodit

$A = \lambda N_0 \wedge A = A_0 e^{-\lambda t}$

aktivita zářiče je rovněž jako počet jader funkcí času

- **jaderné reakce** jsou jaderné přeměny, k nimž dochází při vzájemných interakcích jader s různými částicemi nebo jader navzájem; symbolicky

$X + a \longrightarrow Y + b$

(na X jádro atomu dopadá částce a, touto interakcí je vyvolána jaderná přeměna nuklidu X na nuklid Y, přičemž se uvolňuje částice b)

Poznámka: Při průchodu homogenním elektrickým polem získá elektron energii rovnou součinu elementárního náboje e a prošlého U napětí*:*

$W = e\,U$.

Je-li toto napětí rovno právě 1V, potom se tato energie nazývá elektronvolt. Jde o běžně užívanou jednotku v atomové fyzice.

1eV = 1,602.10^{-19}As 1V = 1,602.10^{-19}W s = 1,602.10^{-19}J

5.1. MODEL ATOMU

ZTO 5.1-1:

V souladu s Bohrovým modelem atomu označme r_1, v_1, E_1 poloměr, rychlost a energii elektronu na první kvantové dráze. Pro n-tou dráhu platí

a) $r_n = r_1 n^2$

b) $v_n = v_1 n$

c) $E_n = E_1/n$

d) $v_n = v_1/n$

e) $E_n = E_1/n^2$

ZTO 5.2-2:

Protonové číslo (atomové číslo) Z

1) udává počet protonů v jádře a je-li atom neutrální, udává i počet elektronů v jeho obalu

2) určuje pořadové číslo prvku v Mendělejevově periodické soustavě a udává se jako dolní index u jeho značky $_ZX$

a) správné je pouze tvrzení 1)

b) správné je pouze tvrzení 2)

c) správná jsou obě tvrzení

d) tvrzení 1) i 2) jsou nesprávná.

ZTO 5.2-3:
Nukleonové číslo (hmotnostní číslo) *A*
1) udává úhrnný počet protonů a neutronů v jádře atomu
2) udává počet neutronů v jádře.
a) správné je pouze tvrzení 1)
b) správné je pouze tvrzení 2)
c) obě tvrzení jsou nesprávná

ZTO 5.2-4:

Uvažujte prvek $^{7}_{3}Li$. Jaké je jeho nukleonové číslo?
a) 3
b) 7
c) 10
d) 4

ZTO 5.2-5:
Izotop určitého prvku se liší počtem
a) protonů v jádře
b) neutronů v jádře
c) elektronů v obalu

ZTO 5.2-6:
Pod pojmem nukleon označujeme
a) jen protony
b) jen neutrony
c) společně elektrony a protony
d) společně protony a neutrony

ZTO 5.2-7:

Uvažujte izotop $^{3}_{1}H$. Kolik obsahuje nukleonů?
a) 0
b) 1
c) 3
d) 2

ZTO 5.2-8:

Uvažujte izotop $^{3}_{1}H$. Kolik protonů obsahuje jádro?
a) 0
b) 1
c) 3
d) 2

ZTO 5.2-9:

Uvažujte izotop vodíku $^{3}_{1}H$. Kolik elektronů je obsaženo v jádře?
a) 0
b) 1
c) 3

d) 2

ZLP 5.1-1:
Vypočítejte největší frekvenci a energii fotonů ve vodíkovém spektru.

- E_1= -13,53eV ; h = 6,6·10^{-34}J·s
$\upsilon_{max} = ?$; $E_{max} = ?$

Použijte vztah pro energii podle Plancka, a to v maximálně excitovaném stavu!

- Energie atomu je záporná. Nejmenší energii má atom vodíku v základním stavu, kdy je jeho energie E_1 = -13,53eV. Jestliže mu naopak dodáme energii 13,53eV, přejde do maximálně excitovaného stavu, ve kterém mají fotony podle Planckova vztahu pro energetické kvantum největší frekvenci

$E_{max} = E_1 \wedge E_{max} = h\upsilon_{max}$
Vyjádřete frekvenci fotonu v maximálně excitovaném stavu atomu obecně a poté řešte i numericky!

- $\upsilon_{max} = \frac{E_{max}}{h} \Rightarrow \upsilon_{max} = 3,3 \cdot 10^{15}\,\text{Hz}$

BLP 5.1-2: Vypočítejte energii a vlnovou délku fotonů vyzářených atomem vodíku při přechodu ze stavu s hlavním kvantovým číslem n = 6 do stavu n = 3.

- vodík ; n = 6, n = 3 ; h = 6,6·10^{-34}J·s ; c = 3·10^8 m·s^{-1}
$\Delta E = ?$; $\lambda = ?$

Použijte vztah pro výpočet energie atomu v energetickém stavu E_6 ; E_3 ; energii ΔE, která se vyzáří při přechodu mezi těmito stavy podle Plancka a závislost vlnové délky fotonu na jeho frekvenci!

- Energie atomu je záporná. Nejmenší energii má atom vodíku v základním stavu, kdy je jeho energie E_1 = -13,53eV. Při přechodu z energetického stavu E_6 do stavu E_3 se vyzáří kvantum energie ΔE

$E_6 = \frac{E_1}{6^2} \wedge E_3 = \frac{E_1}{3^2}$; $\Delta E = E_6 - E_3$

$\Delta E = h\upsilon \wedge \lambda = \frac{c}{\upsilon}$
Řešte vyzářenou energii ΔE a vlnovou délku vyzářeného fotonu λ numericky !

- $\Delta E = E_6 - E_3 = \frac{-13,53eV}{36} - \frac{-13,53eV}{9} = 1,13\text{eV} = 1,808 \cdot 10^{-19}\,\text{J}$

  $\lambda = \frac{hc}{\Delta E} \Rightarrow \lambda = 1130 \cdot 10^{-9}\,\text{m}$

BLP 5.1-3:

Elektron na druhé dráze vodíkového atomu absorbuje foton vlnové délky 327nm. Vypočítejte, zda dojde k ionizaci atomu a kinetickou energii volného elektronu, pokud ano.

- Atom vodíku ; E_2 ; $\lambda = 327 \cdot 10^{-9}$m ; $h = 6{,}6 \cdot 10^{-34}$J·s ; $c = 3 \cdot 10^8$ m·s^{-1}

E_K = ?

Použijte vztah pro energii E a vlnovou délku λ fotonu podle Plancka; dále energii vodíkového atomu E_2 na 2.dráze ; obě energie pak porovnejte (diferencí)!

- Energie atomu je záporná. Nejmenší energii má atom vodíku v základním stavu, kdy je jeho energie E_1 = -13,53eV. Na druhé dráze vodíkového atomu má elektron energii E_2. E označíme Planckovo kvantum energie vyzářeného fotonu. Pokud je $E \geq E_2$, k ionizaci atomu dojde.

$E_K = \Delta E$; $\Delta E = E - E_2$

$E = h\upsilon \wedge \lambda = \frac{c}{\upsilon} \wedge E_2 = \frac{E_1}{2^2}$

Vyjádřete obecně i numericky vztah pro energii E ; dále energii vodíkového atomu na 2.dráze E_2 ; obě energie pak porovnejte (diferencí) a rozhodněte, zda dojde k ionizaci!

- $E_2 = \frac{13{,}56\text{eV}}{4} = 3{,}39\text{eV} \wedge E = \frac{hc}{\lambda} = 6{,}064 \cdot 10^{-19}\,\text{J} = 3{,}79\text{eV}$

  $E_K = E - E_2 \Rightarrow E = 0{,}4\text{eV}$

5.2. ATOMOVÉ JÁDRO

ZTO 5.2-10:
Celková klidová hmotnost atomového jádra
a) není
b) nemusí být
c) musí být
rovna součtu hmotností všech protonů a neutronů v něm obsažených.

ZTO 5.2-11:
Označme m_p a m_n klidové hmotnosti protonu a neutronu. Vyjádřete součet hmotností všech protonů a neutronů obsažených v jádře izotopu ${}^{A}_{Z}X$.
a) $Zm_p + Am_n$
b) $A(m_p + m_n)$
c) $Zm_p + (A\text{-}Z)m_n$
d) $Zm_n + (A\text{-}Z)m_p$

ZTO 5.2-12:
Označme algebraický součet hmotností všech protonů a neutronů obsažených v jádře o hmotnosti m. Je-li m_j hmotnost jádra, potom je lze srovnat a tvrdit, že
a) $m > m_j$
b) $m < m_j$
c) $m > m_j$ nebo $m < m_j$ podle druhu izotopu

ZTO 5.2-13:
Je-li hmotnostní schodek jádra B (kg), je vazebná energie tohoto jádra
a) Bc^2 (J)
b) Bc^2 (eV)
c) B/c^2 (J)
d) B/c^2 (eV)

ZTO 5.2-14:
Vazebná energie jádra je
a) celková energie tohoto jádra
b) celková energie všech jeho nukleonů po uvolnění z jádra
c) energie potřebná k rozložení jádra, tj. k uvolnění nukleonů vázaných v jádře
d) definována variantami a), b), c), které jsou všechny správné

ZTO 5.2-15:
Označme
E celkovou energii jádra;
E_n celkovou energii všech jeho nukleonů po uvolnění z jádra;
E_b energii potřebnou k uvolnění nukleonů vázaných v jádře.
Mezi energiemi E, E_n , E_b platí vztah
a) $E = E_n + E_b$
b) $E - E_n = E_b$
c) $E + E_n = E_b$
d) $E_n - E = E_b$

ZŘÚ 5.2-1:
Hmotnost atomu vodíku je $1{,}007825m_u$, hmotnost neutronu $1{,}008665m_u$ a hmotnost atomu deuteria je $2{,}01402m_u$, kde m_u je atomová hmotnostní jednotka (někdy označovaná u). Vypočítejte, jakou energii musíme dodat atomu deuteria, máme-li ho rozštěpit na atom vodíku a neutron.

hmotnost protonu … $m_Z = 1{,}007825m_u$
hmotnost neutronu … $m_N = 1{,}008665m_u$
hmotnost atomu deuteria … $m_D = 2{,}01402m_u$
m_u … atomová hmotnostní jednotka: $m_u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$
$E = Bc^2 = \left(m_Z + m_N - m_D\right)c^2$ …
… vazebná energie E podle Einsteinova vztahu pro energetické kvantum, kde B je hmotnostní schodek

$$E = \left(1{,}007825 + 1{,}008665 - 2{,}01402\right) \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} \left(3 \cdot 10^8\right)^2 \Rightarrow$$

$$E = 3{,}69 \cdot 10^{-13}\,\mathrm{J} = 2{,}31 \cdot 10^6\,\mathrm{eV}$$

ZLP 5.2-4:
Vypočítejte energetický ekvivalent atomové hmotnostní jednotky m_u.

$c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$; $m_u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

- $E = ?$

Použijte vztah pro energii hmotnostní jednotky!

- $E = m_u c^2$ … energie hmotnostní jednotky

Vyjádřete energii hmotnostní jednotky numericky!

- $E = m_u c^2 \Rightarrow E = 1,494 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J} = 9,3 \cdot 10^{2}\,\mathrm{MeV}$

ZLP 5.2-5:

Vypočítejte vazebnou energii izotopu $^{235}_{92}U$; $m_j = 235,043925 m_u$

- $^{235}_{92}U$; $Z = 92$; $A = 235$; $m_j = 235,043925 m_u$; $m_u = 1,66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$; $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$

hmotnost protonu … $m_Z = 1,007825 m_u$
hmotnost neutronu … $m_N = 1,008665 m_u$
E = ?

Použijte vztahy pro vazebnou energii jádra E a hmotnostní schodek B!

- $E = Bc^2$ … vazebná energie jádra

$B = Zm_Z + (A - Z)m_N - m_u$ … hmotnostní schodek

Odvoďte vazebnou energii jádra E obecně a poté řešte i numericky!

- $E = Bc^2 = (Zm_Z + (A - Z)m_N - m_u)c^2 \Rightarrow E = 2,8611295 \cdot 10^{-10}\,\mathrm{J} = 1800\,\mathrm{MeV}$

ZLP 5.2-6:

Nukleon s nukleonovým číslem 40 má vazebnou energii 320MeV. Vypočítejte nukleonovou vazebnou energii a hmotnostní schodek.

- $E = 320\,\mathrm{MeV} = 5,12 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J}$; $A = 40$; $c = 3 \cdot 10^8\,\mathrm{m \cdot s^{-1}}$
- $\varepsilon_j = ?$; $B = ?$

Použijte vztahy pro vazebnou energii na 1 nukleon ε_j !

- $\varepsilon_j = \dfrac{E}{A}$ … vazebná energie na 1 nukleon (vyjádřená jako díl vazebné energie)

$E = Bc^2$ … vazebná energie (vyjádřená pomocí hmotnostního schodku)

Řešte numericky vazebnou energii na 1 nukleon a energii hmotnostního schodku B!

- $\varepsilon_j = \dfrac{E}{A} \Rightarrow \varepsilon_j = 8\,\mathrm{MeV} = 1,28.10^{-12}\,J$

  $B = \dfrac{E}{c^2} \Rightarrow B = 5,7 \cdot 10^{-28}\,\mathrm{kg}$

BLP 5.2-7:

Hmotnost jádra kyslíku $^{16}_{8}O$ je $15,99491 m_u$. Vypočítejte vazebnou energii, která připadá na jeden nukleon.

- $^{16}_{8}O$; $A = 16$; $Z = 8$; $m_0 = 15,99491 m_u$; $m_u = 1,66 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}$

$\varepsilon_j = ?$

Použijte vztahy pro vazebnou energii jádra a vazebnou energii jádra na 1 nukleon!

- $E = Bc^2 = (Zm_Z + (A-Z)m_N - m_u)c^2$ … vazebná energie jádra

  $\varepsilon_j = \frac{E}{A}$ … vazebná energie jádra na 1 nukleon

Řešte numericky vazebnou energii jádra a vazebnou energii jádra na 1 nukleon (v elektronvoltech)!

- $E = (Zm_Z + (A-Z)m_N - m_u)c^2 = 2,0605248 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J} = 1,287828 \cdot 10^{8}\,\mathrm{eV}$

  $\varepsilon_j = \frac{E}{A} \Rightarrow \varepsilon_j = \frac{7,9 \cdot 10^{6}\,\mathrm{eV}}{1\mathrm{nukleon}}$

5.3. RADIOAKTIVITA

ZTO 5.3-16:
Radioaktivní záření má tři složky: alfa, beta a gama.
Alfa záření je proud
a) neutronů
b) elektronů
c) fotonů
d) heliových jader

ZTO 5.3-17:
Radioaktivní záření má tři složky: alfa, beta a gama.
Beta mínus záření je proud
a) neutronů
b) elektronů
c) fotonů
d) heliových jader

ZTO 5.3-18:
Radioaktivní záření má tři složky: alfa, beta a gama.
Gama záření je proud
a) neutronů
b) elektronů
c) fotonů
d) heliových jader

ZTO 5.3-19:
Radioaktivní přeměnou alfa se posune prvek v Mendělejevově periodické soustavě
a) o dvě místa vlevo
b) o dvě místa vpravo
c) o čtyři místa vpravo
d) o jedno místo vlevo

ZTO 5.3-20:
Radioaktivní přeměnou beta mínus se posune prvek v Mendělejevově periodické soustavě
a) o dvě místa vlevo
b) o dvě místa vpravo
c) o jedno místo vlevo
d) o jedno místo vpravo

ZTO 5.3-21:
Radioaktivní látka, jejíž rozpadová konstanta je λ, obsahuje v čase t N jader. Kolik jader se rozpadne za dobu dt?
a) $\lambda/\mathrm{d}t$
b) $\lambda\ \mathrm{d}t$
c) $\lambda N\ \mathrm{d}t$
d) $N\lambda$

ZTO 5.3-22:
Radioaktivní látka, jejíž rozpadová konstanta je λ, obsahuje v čase t N jader. Kolik jader se rozpadne za jednu sekundu?
a) $\lambda/\mathrm{d}t$
b) $\lambda\ \mathrm{d}t$
c) $\lambda N\ \mathrm{d}t$
d) $N\lambda$

ZTO 5.3-23:
Radioaktivní látka, jejíž rozpadová konstanta je λ, obsahuje v čase t = 0s N_o jader. V čase t je počet jader
a) λt
b) $N_o \exp(-\lambda t)$
c) $-\lambda t N_o$
d) $\exp(-\lambda t)$

ZTO 5.3-24:
Poločas rozpadu T je doba
a) rovna polovině doby, za kterou se rozpadnou všechna jádra
b) během níž se pravděpodobně přemění právě polovina původního počtu jader
c) za kterou se rozpadne 0,693 původního počtu jader
d) za kterou klesne původní počet jader N_o na $N_o/\ln 2$

ZTO 5.3-25:
Napište jednotku rozpadové konstanty λ.

ZTO 5.3-26:
Mezi rozpadovou konstantou λ a poločasem rozpadu T radioaktivní látky platí vztah T = ?
a) $\ln 2/\lambda$
b) 0,693
c) $\lambda/0{,}693$
d) $\lambda/\ln 2$

ZŘÚ 5.3-2:
Vypočítejte hmotnosti vzorků $^{222}_{86}Rn$, jejichž aktivity jsou je $3{,}7\cdot10^{10}$Bq a $3{,}7\cdot10^{11}$Bq. Poločas radioaktivního rozpadu radonu je 3,82dní.

$^{222}_{86}Rn$; $A = 222$; $m_u = 1{,}66\cdot10^{-27}\,\mathrm{kg}$; $A_0 = 3{,}7\cdot10^{10}$Bq ; $A_1 = 3{,}7\cdot10^{11}$Bq ; T = 330048s
m = ?

$A_0 = \lambda N_0 \wedge A_1 = \lambda N_1$ …
… aktivita zářiče (A_0, A_1) je závislá na jeho materiálu (rozpadové konstantě λ) a počtu jader (N_0, N_1)
$\lambda = \frac{\ln 2}{T} = \frac{0{,}693}{T}$ …
… vztah mezi rozpadovou konstantou λ a poločasem rozpadu T, který se odvozuje ze zákona radioaktivní přeměny, a to pro čas rovný poločasu rozpadu, tj. době, za kterou se rozpadne právě polovina původního počtu jader

$m_0 = N_0 m_u A \wedge m_1 = N_1 m_u A$ …

… m_0, m_1 hmotnost radioaktivní látky je rovná součinu počtu jader a hmotnosti jádra (počtu nukleonů násobeného hmotnostní jednotkou)

$$m_0 = A_0 \frac{T}{\ln 2} m_u A \Rightarrow m_0 = 6,49 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg}$$
$$m_1 = A_1 \frac{T}{\ln 2} m_u A \Rightarrow m_1 = 64,9 \cdot 10^{-9}\,\mathrm{kg}$$

ZLP 5.3-8:
Vypočítejte poločas radioaktivního rozpadu radioaktivní látky, víme-li, že během 120s se zmenší rozpadem její hmotnost o 20%.

- x = 20 % ; Δt = 120s
  T = ?

Použijte zákon radioaktivní přeměny!

- $-dN = \lambda N\,dt$ …

… závislost absolutního úbytku jader na rozpadové konstantě, na počtu nerozpadlých jader a na čase

$N = N_0 e^{-\lambda t}$ …

… závislost N počtu nerozpadlých jader na N_0 původním počtu jader, na rozpadové konstantě λ a na čase t

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$$ …

… vztah rozpadové konstanty λ a poločasu rozpadu T

$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}\Delta t}$ …

… vztah mezi počtem rozpadlých a nerozpadlých částic

N_0 ..... 100%

$N - N_0$ ..... x % $\Rightarrow$ $x = \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T}\Delta t}\right) 100\%$

Do obecného vztahu pro výpočet x % dosaďte ze zadání 80%, rovnici řešte (logaritmujte) a poločas rozpadu T vyjádřete obecně i numericky!

- $$T = \frac{-\ln 2\,\Delta t}{\ln\left(1 - \frac{x}{100}\right)}$$
  T = 371s

ZLP 5.3-9:
Vypočítejte, za jak dlouho ubude radioaktivním rozpadem 10^{-8}kg radioaktivní látky, jejíž původní hmotnost byla $5 \cdot 10^{-8}$kg. Tato látka má poločas rozpadu 180s.

- $m = 5 \cdot 10^{-8}$kg ; $\Delta m = 10^{-8}$kg ; $T = 180$s
  $\Delta t = ?$

Použijte zákon radioaktivní přeměny!

- $-dN = \lambda N \, dt$ …

… závislost absolutního úbytku jader na rozpadové konstantě, na počtu nerozpadlých jader a na čase

$N = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$ …

… závislost N počtu nerozpadlých jader na N_0 původním počtu jader, na rozpadové konstantě λ a na čase t

$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$ … vztah rozpadové konstanty a poločasu rozpadu T

$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot \Delta t}$ … vztah mezi počtem rozpadlých a nerozpadlých částic

$5 \cdot 10^{-8}$kg 100%
10^{-8}kg ..... x % $\Rightarrow x = 20$ %

N_0 ..... 100%
$N - N_0$ ..... x % $\Rightarrow$

$$x = \left(1 - e^{-\frac{\ln 2}{T} \Delta t}\right) 100\%$$

Do obecného vztahu pro výpočet x % dosaďte 20%, rovnici řešte (logaritmujte) a dobu radioaktivního rozpadu Δt vyjádřete obecně i numericky!

- $$\Delta t = \frac{T \ln\left(1 - \frac{\Delta m}{m}\right)}{-\ln 2} \Rightarrow \Delta t = 58\text{s}$$

ZLP 5.3-10:
Vypočítejte, kolik procent určité hmotnosti polonia s poločasem rozpadu 2400s se při radioaktivním rozpadu rozpadne za 300s.

- $T = 2400$s ; $t = 300$s
  $x = ?$ %

Použijte zákon radioaktivní přeměny!

- $-dN = \lambda\, N\, dt$ …

… závislost absolutního úbytku jader na rozpadové konstantě, na počtu nerozpadlých jader a na čase

$N = N_0 e^{-\lambda \cdot t}$ …

… závislost N počtu nerozpadlých jader na N_0 původním počtu jader, na rozpadové konstantě λ a na čase t

$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda \cdot T} \Rightarrow \lambda = \frac{\ln 2}{T}$ … vztah rozpadové konstanty λ a poločasu rozpadu T

$N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{T} \cdot t} \Rightarrow N = 0{,}917 N_0$ … vztah mezi počtem rozpadlých a nerozpadlých částic

Vyjádřete diferenci mezi počtem rozpadlých a nerozpadlých částic a poté pomocí přímé úměry x% hmotnosti známé radioaktivní látky, která se rozpadne za známou dobu!

- $N' = N_0 - N = N_0 - e^{-\frac{\ln 2}{2400} \cdot 300} N_0 = 0{,}083 N_0$

  N_0 ..... 100 %
  $0{,}083 N_0$ ..... x % $\Rightarrow x$ = 8,3%

Rozpadne se asi 8% původní hmotnosti polonia.

BLP 5.3-11:
Kinetická energie α částice, která opouští jádro atomu ^{226}Ra při radioaktivním rozpadu je 4,78MeV. Vypočítejte rychlost α částice.

- ^{226}Ra ; E_K = 4,78MeV = $7{,}648 \cdot 10^{-13}$J
  $m_Z = 1{,}007825 m_u$; $m_N = 1{,}008665 m_u$; $m_u = 1{,}66 \cdot 10^{-27}$ kg
  v = ?

Použijte vztahy pro kinetickou energii α částice; hmotnost α částice!

- $E_{\alpha K} = \frac{1}{2} m_\alpha v^2$

… kinetická energie α částice (vyplývá z teorie jaderné fyziky)

$m_\alpha = A\, m_u$

… hmotnost α částice ^4_2He (kde Z = 2 ; A = 4)

Odvoďte obecně rychlost α částice a poté řešte i numericky!

- $$v=\sqrt{\frac{2E_{\alpha K}}{\left(Zm_H+\left(A-Z\right)m_N\right)m_u}} \Rightarrow v=1{,}51\cdot 10^7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}$$

5.4. JADERNÉ REAKCE

ZTO 5.4.-27:

Určete složení jádra izotopu prvku, který vznikne z uranu $^{238}_{92}U$ po 4α a 2β^- rozpadech

a) Z = 82; A = 222
b) Z = 86; A = 222
c) Z = 88; A = 234
d) Z = 82; A = 224

BTO 5.4.-28:

První umělou transmutaci provedl v roce 1919 Rutherford. Zjistil, že při průchodu jistého záření $^{A}_{Z}X$ dusíkem, dochází k transmutaci dusíku v kyslík a uvolní se proton podle rovnice $^{14}_{7}N+{}^{A}_{Z}X\rightarrow{}^{17}_{8}O+{}^{1}_{1}p$

Identifikujte záření $^{A}_{Z}X$ jako

a) beta plus
b) alfa
c) beta mínus
d) gama

BTO 5.4.-29:

Rutherford zjistil, že transmutace vznikají i při průchodu alfa záření i jinými lehkými prvky. Všechny tyto reakce se dají vyjádřit rovnicí

$^{A}_{Z}X+{}^{4}_{2}\alpha\rightarrow{}^{A+?}_{Z+?}X+{}^{1}_{1}H$

Upřesněte vzniklý nuklid na pravé straně rovnice

a) A + 4 ; Z + 2
b) A + 3 ; Z + 1
c) A + 3 ; Z + 0
d) A – 3 ; Z - 1

BTO 5.4.-30:

Roku 1930 manželé Joliotovi potvrdili, že berylium pod vlivem alfa záření vysílá velmi pronikavé záření podle rovnice

$^{9}_{4}Be+{}^{4}_{2}\alpha\rightarrow{}^{12}_{6}C+{}^{A}_{Z}X$

Chadwick vyslovil hypotézu, že toto nové záření jsou prudce letící částice zvané

ZŘÚ 5.3-3:

Určete složení jádra izotopu prvku, který vznikne z uranu $^{238}_{92}U$ po 4α a 2β^- radioaktivních rozpadech.

$_{92}{}^{238}U$; 4α rozpady ; 2β^- rozpady
$_{Z}{}^{A}X$ = ?

$_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{Z-2}^{A-4}Y$ … jaderná přeměna, při které jádro vyzařuje α záření

$_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{-1}^{0}e + {}_{Z+1}^{A}Y$ … jaderná přeměna, při které jádro vyzařuje β záření

$_{92}^{238}U \rightarrow {}_{86}^{222}Rn$

Poznámka: názvy prvků doplňujte podle Mendělejevovy periodické tabulky prvků, a to podle jejich protonového čísla!

ZLP 5.4-12:
Konečným produktem radioaktivního rozpadu $_{90}^{232}Th$ je $_{82}^{208}Pb$. Kolik částic α a β se při rozpadu uvolní?

- $_{90}^{232}Th \rightarrow {}_{82}^{208}Pb$

počet přeměn α? ; počet přeměn β?

Použijte rovnice jaderných přeměn, při kterých jádro vyzáří α záření a β záření !

- $_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{Z-2}^{A-4}Y$ … jaderná přeměna, při které jádro vyzáří α záření

$_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{-1}^{0}e + {}_{Z+1}^{A}Y$ … jaderná přeměna, při které jádro vyzáří β záření

Vyjádřete numericky počet α a β přeměn, tj. počet uvolněných částic!

- Změna nukleonového čísla: 232 – 208 = 24 ; 24 : 4 = 6 $\Rightarrow$ 6 přeměn α;

uvolní se 6 částic $_{2}^{4}$He
Změna protonového čísla: při 6-ti přeměnách α ubude 6.2=12;90–12=78;82–78 = 4 $\Rightarrow$ 4přeměny β; uvolní se 4 částice $_{-1}^{0}$e

ZLP 5.4-13:
Určete, jaký izotop vznikne z uranu $_{92}^{239}U$ po 2 rozpadech β a 1 rozpadu α?

- $_{92}^{239}U$; 2 rozpady β ; 1 rozpad α

$_{92}^{x}U$; x = ?

Použijte rovnice jaderných přeměn, při kterých jádro vyzáří α záření a β záření !

- $_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{2}^{4}He + {}_{Z-2}^{A-4}Y$ … jaderná přeměna, při které jádro vyzáří α záření

$_{Z}^{A}X \longrightarrow {}_{-1}^{0}e + {}_{Z+1}^{A}Y$ … jaderná přeměna, při které jádro vyzáří β záření

Napište, které prvky při jaderných přeměnách vznikají (názvy prvků doplňujte podle Mendělejevovy periodické tabulky prvků, a to podle jejich protonového čísla)!

- ${}_{92}^{239}U \rightarrow {}_{92}^{235}U$

ZLP 5.4-14:

Vypočítejte energii uvolněnou při reakci popsané rovnicí ${}_{92}^{235}U + {}_{0}^{1}n \rightarrow {}_{56}^{141}Ba + {}_{36}^{92}Kr + 3{}_{0}^{1}n$

- ${}_{92}^{235}U$; ${}_{0}^{1}n$; ${}_{56}^{141}Ba$; ${}_{36}^{92}Kr$
  $\Delta E = ?$

Určete kvantum uvolněné energie podle Einsteina, a to pomocí součtu atomových hmotností uranu a neutronu a součtu atomových hmotností barya, kryptonu a tří neutronů!

- součet atomových hmotností uranu a neutronu … $236{,}0526 m_u$

součet atomových hmotností barya, kryptonu a tří neutronů … $235{,}8373 m_u$

$\Delta E = \Delta m\, c^2$ … kvantum uvolněné energie

Vyjádřete kvantum uvolněné energie ΔE numericky!

- $\Delta E = (236{,}0526 - 235{,}8373) \cdot 1{,}66 \cdot 10^{-27} (3 \cdot 10^8)^2 = 3{,}2 \cdot 10^{-11}\,\mathrm{J}$ = 2.10^8eV = 200MeV

5.5. MĚŘENÍ JADERNÉHO ZÁŘENÍ

ZTO 5.5-31:
Aktivita radionuklidu
a) klesá exponenciálně s časem $A(t) = A_o \exp(-\lambda t)$
b) závisí na čase, ale jinak než je uvedeno
c) je pro daný nuklid konstantou a je na čase nezávislá

ZTO 5.5.-32:
Radioaktivní látka, jejíž rozpadová konstanta je λ obsahuje v čase t N jader. Za čas dt se jich rozpadne dN. Aktivita tohoto radionuklidu je
a) λN
b) dN/dt
c) dN/N
d) $-\lambda N$ dt

ZTO 5.5-33:
Jednotkou aktivity je becquerel. Bq = ?
a) s^{-1}
b) s
c) $m^2.s^{-2}$
d) $m.s^{-1}$

ZLP 5.5-15:
Vypočítejte věk dřevěných egyptských starožitností, u kterých byla naměřena aktivita uhlíku ${}^{14}_{6}C$ jen 60% v porovnání s aktivitou čerstvého dřeva. Podle MFCh tabulek lze určit poločas přeměny uhlíku na 5568 let.

- $\frac{A}{A_0} = 0,6$; T = 5568 let
  t = ?

Použijte vztah pro zákon radioaktivní přeměny, a to pro pokles aktivity radioaktivního prvku!

- $A = A_0 e^{-\frac{\ln 2}{T}t}$ … zákon radioaktivní přeměny pro pokles aktivity radioaktivního prvku

Odvoďte obecně (rovnici logaritmujte) dobu t aktuální aktivity A a poté řešte i numericky!

- $t = -\frac{T}{\ln 2}\ln\frac{A}{A_0} \Rightarrow t = 4104$ let