

Kinematika

Rovnoměrný přímočarý pohyb

Za 6 sekund po blesku jsme uslyšeli začátek hřmění. Jak daleko od nás uhodil blesk? Rychlost zvuku ve vzduchu je přibližně 330 m.s^{-1} .

$$v = 330 \text{ m.s}^{-1}$$

$$t = 6 \text{ s}$$

$$s = v \cdot t = 330 \cdot 6 \text{ m} = 1980 \text{ m} = \underline{1.98 \text{ km}}$$

Chodec ujde za 1 minutu 140 kroků po 0,8 m. Jakou má chodec rychlost ($v \text{ m.s}^{-1}$) a kolik kilometrů ujde za hodinu?

$$s = 140 \cdot 0,8 = 112 \text{ m}$$

$$t = 60 \text{ s}$$

$$v = s / t = 112 / 60 \text{ m.s}^{-1} = \underline{1,87 \text{ m.s}^{-1}} = 1,87 \cdot 3,6 \text{ km.h}^{-1} = \underline{6,73 \text{ km.h}^{-1}}$$

Za jakou dobu projede vlak tunelem, jestliže se pohybuje rychlostí o velikosti 54 km.h^{-1} ? Délka vlaku je 350 m a délka tunelu 1450 m.

$$v = 54 \text{ km.h}^{-1} = 15 \text{ m.s}^{-1}$$

$$d_t = 1450 \text{ m}$$

$$d_v = 350 \text{ m}$$

$$s = d_t + d_v = 1450 + 350 = 1800 \text{ m}$$

$$t = s/v = 120 \text{ s} = \underline{2 \text{ min}}$$

Traktor a motocykl vyjedou současně proti sobě po přímé silnici. Počáteční vzdálenost vozidel je 6 km, traktor jede rychlostí 10 m.s^{-1} , motocykl rychlostí 20 m.s^{-1} . Za jakou dobu od startu a v jaké vzdálenosti od počáteční polohy traktoru se obě vozidla míjejí?

$$v_t = 10 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v_m = 20 \text{ m.s}^{-1}$$

$$s_0 = 6 \text{ km} = 6000 \text{ m}$$

$$s = v_t \cdot t = s_0 - v_m \cdot t = 0$$

$$t = s_0 / (v_t + v_m) = 6000 / (10 + 20) = \underline{200 \text{ s}}$$

$$s_t = v_t \cdot t = 10 \cdot 200 = 2000 \text{ m} = \underline{2 \text{ km}}$$

Křižovatkou projel traktor rychlostí 36 km.h^{-1} . Za 10 minut projel křižovatkou týmž směrem osobní automobil rychlostí 54 km.h^{-1} . Za jakou dobu a v jaké vzdálenosti od křižovatky dohoní osobní automobil traktor? Obě vozidla se pohybují rovnoměrně.

[30 min od průjezdu traktoru, 20 min od průjezdu osobního auta, 18 km od křižovatky]

Autobus vyjede z místa vzdáleného 54 km průměrnou rychlostí 15 m.s^{-1} . Za 15 minut po odjezdu autobusu vyjede za ním z téhož místa automobil. Jakou průměrnou rychlostí musí jet automobil, aby dosáhl cíle současně s autobusem?

[20 m.s^{-1}]

V jaké nejmenší vzdálenosti od přechodu musí být automobil, který přijíždí stálou rychlostí 60 km.h^{-1} , abychom bezpečně přešli ulici, potřebujeme-li na přecházení dobu 9 s?

[cca 150 m]

Kombajn poseče za hodinu pole o rozloze 0,72 ha. Jak velkou rychlostí se pohybuje, seče-li pás široký 2 m?

[1 m.s^{-1}]

Doutnákem se šíří plamen rychlostí velikosti $3,2 \text{ m.min}^{-1}$. Vypočítejte potřebnou délku doutnáku, abyste se po jeho zapálení měli čas přemístit do bezpečné vzdálenosti 300 m, je-li rychlost vaší chůze 6 m.s^{-1} .

[cca 2,7 m]

Rovnoměrně zrychlený přímočarý pohyb

Zdeněk sjel na saních za 10 s svah dlouhý 40 m a pak ještě pokračoval po zasněžené vodorovné louce 20 m až do úplného zastavení. Určete velikost zrychlení na svahu, velikost rychlosti na konci svahu, celkovou dobu pohybu a průměrnou rychlost po celé trajektorii.

$$s_1 = 40 \text{ m}$$

$$t_1 = 10 \text{ s}$$

$$s_2 = 20 \text{ m}$$

$$a_1 = ?$$

$$v_1 = ?$$

$$t = ?$$

$$v_p = ?$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot a_1 \cdot t_1^2 \text{ odtud } a_1 = 2 \cdot s_1 / t_1^2 = 2 \cdot 40 / 10^2 = \underline{0,8 \text{ m.s}^{-2}}$$

$$v_1 = a_1 \cdot t_1 = 2 \cdot s_1 / t_1 = 2 \cdot 40 / 10 = \underline{8 \text{ m.s}^{-1}}$$

$$v_2 = v_1 - a_2 \cdot t_2 = 0 \text{ odtud } t_2 = v_1 / a_2$$

$$s_2 = v_1 \cdot t_2 - \frac{1}{2} \cdot a_2 \cdot t_2^2 \text{ odtud } a_2 = v_1^2 / 2 \cdot s_2$$

$$t_2 = v_1 / a_2 = 2 \cdot s_2 / v_1 = s_2 / s_1 \cdot t_1$$

$$t = t_1 + s_2 / s_1 \cdot t_1 = t_1 \cdot (1 + s_2 / s_1) = 10 \cdot (1 + 20 / 40) = \underline{15 \text{ s}}$$

$$v_s = (s_2 + s_1) / t = (20 + 40) / 15 = \underline{4 \text{ m.s}^{-1}}$$

Určete podle
obrázku:

- a) druh pohybu od nulté do čtvrté sekundy,
- b) druh pohybu od čtvrté do šesté sekundy,
- c) druh pohybu od šesté do osmé sekundy,
- d) rychlost v páté sekundě,
- e) dráhu, kterou těleso urazí od čtvrté do šesté sekundy,
- f) zrychlení ve třetí sekundě,
- g) dráhu, kterou těleso urazí během prvních dvou sekund,
- h) dráhu, kterou urazí od druhé do čtvrté sekundy,
- i) pohyb, kterým se pohybuje od šesté do osmé sekundy,
- j) zpomalení pohybu od šesté do osmé sekundy,
- k) dráhu, kterou urazí od šesté do osmé sekundy.

Vůz má v jistém místě své dráhy rychlost 60 km.h^{-1} a o 100 m dále rychlost 40 km.h^{-1} . Jaké je jeho zpoždění?

$$v_0 = 60 \text{ km.h}^{-1} = 16,67 \text{ m.s}^{-1}$$

$$v = 40 \text{ km.h}^{-1} = 11,11 \text{ m.s}^{-1}$$

$$s = 100 \text{ m}$$

$$a = ?$$

$$v = v_0 + a.t$$

$$t = (v - v_0)/a$$

$$s = v_0 \cdot (v - v_0)/a + \frac{1}{2} \cdot a \cdot ((v - v_0)/a)^2 = (v_0 \cdot v - v_0^2)/a + (\frac{1}{2} \cdot v^2 - v \cdot v_0 + \frac{1}{2} \cdot v_0^2)/a = \\ = \frac{1}{2} \cdot (v^2 - v_0^2)/a = (v^2 - v_0^2)/2 \cdot a$$

$$a = (v^2 - v_0^2)/2 \cdot s = (11,11^2 - 16,67^2)/2 \cdot 100 = \underline{0,78 \text{ m.s}^{-2}}$$

Motocykl jede rovnoměrně zrychleně a během 10 s zvýší rychlost z 6 m.s^{-1} na 16 m.s^{-1} . Určete velikost zrychlení motocyklu a dráhu, kterou za danou dobu urazí.

$$[1 \text{ m.s}^{-1}, 110 \text{ m}]$$

Hlaveň pušky má délku 60 cm. Střela proběhne hlavní za dobu 0,002 s. Vypočítejte průměrné zrychlení střely a velikost rychlosti střely v okamžiku opuštění hlavní.

[$3 \cdot 10^5 \text{ m.s}^{-2}$, 600 m.s^{-1}]

Rychlík jedoucí rychlostí 120 km.h^{-1} brzdí se záporným zrychlením -0.3 m.s^{-2} . V jaké vzdálenosti před stanicí začne rovnoměrně brzdit, má-li se ve stanici zastavit?

[1,85 km]

Nákladní výtah dopravuje materiál do výše 12,0 m. Rozjíždí se se stálým zrychlením $0,90 \text{ m.s}^{-2}$. Potom se pohybuje rovnoměrně rychlostí $2,0 \text{ m.s}^{-1}$. Zbytek dráhy 2,5 m před zastavením se pohybuje rovnoměrně zpomaleným pohybem. Na jak dlouhé dráze koná výtah pohyb rovnoměrně zrychlený? Jak dlouho se výtah pohybuje rovnoměrně? Určete velikost záporného zrychlení. Určete dobu výstupu.

[2,2 m, 3,6 s, $-0,8 \text{ m.s}^{-2}$, 2,2 s, 8,3 s]

Rovnoměrný pohyb po kružnici

Vrtule letadla se otáčí úhlovou rychlostí 220 s^{-1} . Jak velkou rychlostí v se pohybují body na koncích vrtule, jejichž vzdálenost od osy otáčení je 160 cm ? Jakou dráhu s uletí letadlo během jedné otáčky vrtule, letí-li rychlostí 600 km.h^{-1} ?

$$\omega = 220 \text{ s}^{-1}$$

$$r = 160 \text{ cm} = 1,60 \text{ m}$$

$$v = ?$$

$$v_2 = 600 \text{ km.h}^{-1} = 166,67 \text{ m.s}^{-1}$$

$$s_2 = ?$$

$$v = \omega \cdot r = 220 \cdot 1,6 = \underline{352 \text{ m.s}^{-1}}$$

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f \quad \text{odtud} \quad f = \omega / 2 \cdot \pi$$

$$s_2 = v_2 \cdot t = v_2 / f = 2 \cdot \pi \cdot v_2 / \omega = \underline{4.76 \text{ m}}$$

Lokomotiva jedoucí rychlostí 20 m.s^{-1} má hnací kola poloměru $0,85 \text{ m}$. Kolikrát se kolo otočí za 1 minutu?

[225 otáček]

Automobil projíždí zatáčkou o poloměru 200 m rychlostí o stálé velikosti 72 km.h^{-1} . Jak velká je úhlová rychlost jeho pohybu? Jak velké má automobil zrychlení?

[$0,1 \text{ rad.s}^{-1}$, 2 m.s^{-2}]

Sušička na prádlo vykonává maximálně 1400 ot.min^{-1} . Za jak dlouho klesne frekvence otáčení na polovinu, pohybuje-li se sušička s konstantním úhlovým zpomalením $1,5 \text{ s}^{-2}$. Kolik otáček při tom vykoná?

$$f_0 = 1400 \text{ ot.min}^{-1} = 23,3 \text{ ot.s}^{-1}$$

$$f = f_0/2 = 700 \text{ ot.min}^{-1} = 11,7 \text{ ot.s}^{-1}$$

$$\varepsilon = -1,5 \text{ s}^{-2}$$

$$t = ?$$

$$n = ?$$

$$\omega = \omega_0 + \varepsilon.t = 2.\pi.f$$

$$t = (\omega - \omega_0)/\varepsilon = 2.\pi.(f - f_0)/\varepsilon$$

$$= 2.\pi.(11,67 - 23,33)/-1,5 = \underline{48,8 \text{ s}}$$

$$n = \varphi / 2.\pi$$

$$\varphi = \omega_0.t + \frac{1}{2}.\varepsilon.t^2$$

$$n = \varphi / 2.\pi = (\omega_0.t + \frac{1}{2}.\varepsilon.t^2) / 2.\pi$$

$$n = (2.\pi.f_0.t + \frac{1}{2}.\varepsilon.t^2) / 2.\pi$$

$$n = (2.\pi.23,3.48,8 + \frac{1}{2}.-1,5. 48,8^2) / 2.\pi = \underline{854}$$

Ventilátor rotující 5krát za sekundu se po vypnutí proudu zastaví za 5 s. Určete úhlové zrychlení a počet otáček do zastavení.

$$[2\pi \text{ s}^{-2}, 12,5]$$

Mixér má 14000 otáček za minutu. Po vypnutí se zastaví za 3 s. Kolik otáček vykoná do zastavení?

$$[350 \text{ otáček}]$$

Skládání pohybů

Motorová loďka plující po řece urazila vzdálenost 150 m při plavbě po proudu za 15 s, při plavbě proti proudu za dobu 25 s. Určete rychlost loďky vzhledem k vodě a rychlost proudu v řece. Předpokládejte, že rychlosti jsou konstantní.

$$v = s/t$$

loďka pluje po proudu

$t = 15 \text{ s}$, $v = \text{rychlost loďky} + \text{rychlost proudu}$

loďka pluje proti proudu

$t = 25 \text{ s}$, $v = \text{rychlost loďky} - \text{rychlost proudu}$

z toho dvě rovnice o dvou neznámých.

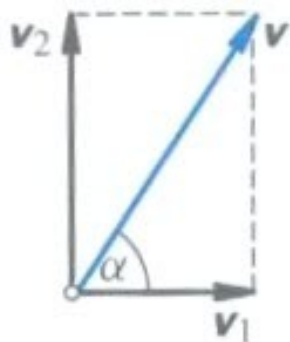
Lod'ka pluje po hladině řeky od jednoho břehu k druhému, přičemž její před' směřuje kolmo k proudu. Voda v řece teče rychlostí o velikosti $2,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, rychlost lod'ky vzhledem k vodě má velikost $4,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Vypočtete velikost rychlosti lod'ky vzhledem k břehům řeky a určete úhel, který tyto rychlosti svírá se směrem proudu.

$$v_1 = 2,2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_2 = 4,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v = ?$$

$$\alpha = ?$$



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2}$$

$$v = \sqrt{2,2^2 + 4,6^2}$$

$$v = 5,1 \text{ m/s}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{v_2}{v_1}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{4,6}{2,2}$$

$$\alpha = 64^\circ 26'$$

Motorový člun plující po řece urazil vzdálenost 120 m při plavbě po proudu za 14 s, při plavně proti proudu za 24 s. Určete rychlost člunu vzhledem k vodě a rychlost proudu v řece (předpokládejte, že rychlosti jsou konstantní).

$$s = 120 \text{ m}$$

$$t_1 = 14 \text{ s}$$

$$t_2 = 24 \text{ s}$$

$$v_{cl} = ?$$

$$v_r = ?$$

$$v_{cl} + v_r = s/t_1 = 120/14 = 8,57 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_{cl} - v_r = s/t_2 = 120/24 = 5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v_r = 8,6 - v_{cl}$$

$$v_{cl} = 5 + v_r = 5 + 8,57 - v_{cl}$$

$$v_{cl} = (5 + 8,6)/2 = \underline{6,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

$$v_r = 8,6 - v_{cl} = 8,6 - 6,8 = \underline{1,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Pohyb v gravitačním poli

Volně padající kámen má v jednom bodě své dráhy okamžitou rychlost $5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ a v jiném, níže položeném bodě, má rychlost $8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Za jaký čas doletí kámen z prvního bodu do druhého a jak daleko jsou oba dva body od sebe vzdálené?

$$v_1 = 5 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v_2 = 8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$t = ?$$

$$s = ?$$

$$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$s_1 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_1^2$$

$$s_2 = \frac{1}{2} \cdot g \cdot t_2^2$$

$$s = s_2 - s_1 = g \cdot (t_2^2 - t_1^2) / 2$$

$$s = g \cdot ((v_2/g)^2 - ((v_1/g)^2)) / 2 = (v_2^2 - v_1^2) / 2 \cdot g$$

$$s = (8^2 - 5^2) / 2 \cdot 9,81 = \underline{2 \text{ m}}$$

$$v_1 = g \cdot t_1$$

$$v_2 = g \cdot t_2$$

$$t = t_2 - t_1 = (v_2 - v_1) / g = (8 - 5) / 9,81 = \underline{0,3 \text{ s}}$$

Kámen je vržen svisle dolů do propasti o hloubce 90 m počáteční rychlostí $15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Za jakou dobu a jakou rychlostí dopadne? ($g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$)

$$v_0 = 15 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$h = 90 \text{ m}$$

$$g = 10 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$0 = 90 - 15t - 5t^2$$

$$t^2 + 3t - 18 = 0$$

$$(t + 6)(t - 3) = 0$$

$$t = \underline{3 \text{ s}}$$

kořen $t = -6$ nemá smysl

$$v = v_0 + gt$$

$$v = 15 + 3 \cdot 10 = \underline{45 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

$$h = h_0 - v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

Jak vysoko musíme zvednout kladivo parního bucharu, aby při volném pádu získalo rychlost $5,5 \text{ m.s}^{-1}$? Kolik úderů vykoná buchar za 1 minutu, jestliže zvedání kladiva trvá třikrát déle než jeho pád?

[1,54 m, 26 min⁻¹]



Jak dlouho padá kámen volným pádem do propasti o hloubce 80 m? Jak velkou rychlostí dopadne na dno propasti?

[4 s, 40 m.s⁻¹]

Kulička byla vržena svisle vzhůru počáteční rychlostí 30 m.s^{-1} . Ve kterém čase byla ve výšce 40 m?

[2 s a 4 s]

Míč padá volným pádem z výšky 20 metrů. Jak velkou rychlostí dopadne na zem? ($g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$)

[20 m.s⁻¹]

Kulička kutálející se po desce stolu vysokého 100 cm rychlostí $100 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1}$ přejde přes hranu stolu. V jaké vzdálenosti od okraje stolu dopadne kulička na zem? Jaká bude její celková dopadová rychlost?

$$h = 100 \text{ cm} = 1 \text{ m}$$

$$v_x = 100 \text{ cm}\cdot\text{s}^{-1} = 1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$x = ?$$

$$g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$$

$$t = \sqrt{2\cdot h/g} = \sqrt{2\cdot 1/9,81} = 0,452 \text{ s}$$

$$x = v_x \cdot t = 1 \cdot 0,452 = \underline{0,452 \text{ m}}$$

$$v_y = g \cdot t = 9,81 \cdot 0,452 = 4,46 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{1^2 + 4,46^2} = \underline{4,57 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}}$$

Dopravníkový pás na uhlí se pohybuje ve vodorovném směru rychlostí $2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jak daleko padá uhlí od konce pásu, který je ve výšce 180 cm nad zemí?

$$v_0 = 2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

$$h = 180 \text{ cm} = 1,8 \text{ m}$$

$$s = ?$$

$$s = v_0 \cdot t$$

$$y = h - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2 = 0$$

$$t = \sqrt{2\cdot h/g}$$

$$s = v_0 \cdot \sqrt{2\cdot h/g} = 2 \cdot \sqrt{2\cdot 1,8/9,81} = \underline{1,2 \text{ m}}$$

Z vrcholu rozhledny o výšce 30 m je vržen oštěp vodorovným směrem rychlostí 20 m.s^{-1} . Jak daleko od paty rozhledny na vodorovnou rovinu oštěp dopadne?

[49,5 m]

Z vrcholu věže vysoké 80 m byla vodorovným směrem vystřelena ze samopalu střela, která dopadla na zem (na horizontální rovinu) ve vzdálenosti 2 820 m od paty věže. Odpor vzduchu zanedbejte, $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. Jak velkou rychlostí byla střela vystřelena?

[705 m.s^{-1}]

Ve svislé stěně 120 cm nad vodorovnou rovinou je trubice, z níž vytéká vodorovným směrem pramínek vody a dopadá na vodorovnou podlahu ve vzdálenosti 50 cm od stěny. Jakou rychlostí vytéká voda z trubice? Odpor prostředí zanedbejte.

[1 m.s^{-1}]

Jak vysoko a jak daleko by doletěla střela odpálená rychlostí 500 m.s^{-1} pod elevačním úhlem 50° ? Odpor vzduchu zanedbejte.

$$x = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t$$

$$y = v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t - \frac{1}{2} \cdot g \cdot t^2$$

$$t = x / (v_0 \cdot \cos(\alpha))$$

$$y = x \cdot \tan(\alpha) - g / (2 \cdot v_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2) \cdot x^2$$

$$(x - v_0^2 \cdot \sin(2\alpha) / 2 \cdot g)^2 = 2 \cdot v_0^2 / g \cdot \cos(y - v_0^2 \cdot \sin(\alpha)^2 / 2 \cdot g)^2$$

$$\text{Vrchol paraboly je } [v_0^2 / 2 \cdot g \cdot \sin(2\alpha), -v_0^2 / 2 \cdot g \cdot \cos(2\alpha)]$$

$$h = v_0^2 \cdot \sin(\alpha)^2 / 2 \cdot g = \underline{7\,477 \text{ m}}$$

$$d = \sin(\alpha) / \cos(\alpha) \cdot 2 \cdot v_0^2 \cdot \cos(\alpha)^2 / g = v_0^2 \cdot \sin(2\alpha) / g = \underline{25\,100 \text{ m}}$$

Granát zasáhl cíl vzdálený 250 m, ležící ve stejné horizontální rovině jako granátomet. Elevační úhel hlavně granátometu je 45° . Odpor vzduchu zanedbejte. Hodnota $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$. Určete počáteční rychlost granátu a nejvyšší polohu granátu nad zemí.

[50 m.s⁻¹, 62,5 m]

Stříkačka, která vytlačí vodu svisle vzhůru do výše 15 m, stojí ve vzdálenosti 11 m před domem 8 m vysokým. V jakém úhlu je nutné stříkat, má-li vodní proud dosáhnout vrcholu domu?

[49°07' nebo 76°54']

Střela vržená počáteční rychlostí 500 m.s^{-1} pod elevačním úhlem o velikosti 30° zasáhla cíl, který byl o 300 m výše než palebné postavení. Určete vzdálenost cíle od palebného postavení.

[533,3 m nebo 21 117,3 m]

Jak vysoko a jak daleko doletí střela odpálená rychlostí 375 m.s^{-1} pod elevačním úhlem 50° ? Odpor vzduchu zanedbejte.

. [4 206m, 14 117 m]

Pod jakým elevačním úhlem a jakou rychlostí bylo vrženo těleso, které dosáhlo výšky 25,4 m a dálky 987,2 m?

[5°53', 218 m.s^{-1}]